Г.В. Миловзоров, А.Г. Миловзоров

АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ В БУРЕНИИ

Часть 1. Основы теории линейных систем управления (конспект лекций)

Министерство образования и науки РФ
ФГБОУ ВПО «Удмуртский государственный университет»
Института нефти и газа им. М.С. Гуцериева
Кафедра «Бурение нефтяных и газовых скважин»

Г.В. Миловзоров, А.Г. Миловзоров

АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ В БУРЕНИИ

Часть 1. Основы теории линейных систем управления (конспект лекций)

Ижевск 2012

УДК 622.24: 622.27(07)
ББК 33.131-5-01я7
М605

Рекомендовано к изданию Учебно-методическим советом УдГУ

Рецезент: к.т.н., доцент Т.Н. Иванова

Миловзоров Г.В., Миловзоров А.Г.

М605 Автоматизация производственных процессов в бурении Часть 1. Основы теории линейных систем управления (конспект лекций). Ижевск: Издательство «Удмуртский университет», 2012. – 44 с.

В данном учебном пособии «Автоматизация производственных процессов в бурении» представлена первая часть «Основы теории линейных систем управления», в которой приводятся элементарные базовые положения общей теории систем управления.

Издание предназначено для студентов, обучающихся по профилю 131010 «Бурение нефтяных и газовых скважин» направления 131000 «Нефтегазовое дело», а также для студентов, обучающихся по специальности 090800 «Бурение нефтяных и газовых скважин».

УДК 622.24: 622.27(07)
ББК 33.131-5-01я7

Содержание

Введение

Автоматизация производственных процессов в бурении вертикальных, наклонно-направленных, и горизонтальных скважин имеет важное значение в плане дальнейшего повышения эффективности выполняемых работ. Разработка и создание систем управления в области бурения и строительства скважин представляется весьма актуальным, поскольку их практическое применение позволяет обеспечивать оптимальные режимы производственных процессов при проводке скважин в соответствии с проектным профилем с минимальными временными и финансовыми затратами, сводя при этом к минимуму субъективные ошибки и риски.

Синтез и анализ современных систем управления основывается на фундаментальных положениях общей классической теории управления, новейших достижениях в области получения измерительной информации о состоянии объектов управления и на научно обоснованных принципах оптимизации производственных и технологических процессов.

Приобретение теоретических и практических навыков при разработке систем управления, а также исследование их основных характеристик, особенностей и принципов работы в рамках дисциплин «Основы автоматизации технологических процессов нефтегазового производства» и «Автоматизация технологических процессов и геонавигации в бурении» для студентов бакалавриата, обучающихся по профилю 131010 «Бурение нефтяных и газовых скважин» направления 131000 «Нефтегазовое дело» и дисциплины «Автоматизация производственных процессов в бурении», для студентов, обучающихся по специальности 090800 «Бурение нефтяных и газовых скважин».

В учебном пособии «Автоматизация производственных процессов в бурении» представлена первая часть «Основы теории линейных систем управления», в которой приводятся элементарные базовые положения общей теории систем управления. В структуру учебного пособия входят разделы:

- основные понятия, определения; базовые положения систем управления;
- статические характеристики линейных систем с постоянными параметрами;

- динамические функции и характеристики систем управления и элементарных звеньев;
- методика синтеза структурных схем систем управления
- логарифмические частотные характеристики;
- элементы теории устойчивости и критерии устойчивости по Ляпунову, Гурвицу, Раусу, Михайлову, Найквисту;
- понятия о запасах устойчивости.

Учебное пособие призвано повысить уровень и качество восприятия студентами материала, получаемого на лекционных и практических занятиях, а также облегчить процесс его закрепления на текущих этапах усвоения и на завершающих – при подготовке к итоговому контролю остаточных знаний на экзаменах.

Одной из целей учебного пособия является формирование у студентов следующих компетенций:

1. Обобщать, анализировать, воспринимать информацию, ставить цели и выбирать пути её достижения.
2. Проявлять инициативу, находить организационно-управленческие решения и нести за них ответственность.
3. Использовать нормативные правовые документы в своей деятельности.
4. Использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования.
5. Составлять и оформлять научно-техническую и служебную документацию.
6. Осуществлять и корректировать технологические процессы при строительстве, ремонте и эксплуатации скважин различного назначения и профиля ствола на суше и на море, транспорте и хранении углеводородного сырья.
7. Эксплуатировать и обслуживать технологическое оборудование, используемое при строительстве, ремонте, реконструкции и восстановлении нефтяных и газовых скважин, добыче нефти и газа, сборе и подготовке скважинной продукции, транспорте и хранении углеводородного сырья.

8. Оценивать риски и определять меры по обеспечению безопасности технологических процессов в нефтегазовом производстве.
9. Анализировать использование принципов системы менеджмента качества.
10. Планировать и проводить необходимые эксперименты, обрабатывать, в т.ч. с использованием прикладных программных продуктов, интерпретировать результаты и делать выводы.
11. Выбирать и применять соответствующие методы моделирования физических, химических и технологических процессов.
12. Осуществлять сбор данных для выполнения работ по проектированию бурения скважин, добычи нефти и газа, промысловому контролю и регулированию извлечения углеводородов на суше и на море, трубопроводному транспорту нефти и газ, подземному хранению газа, хранению и сбыту нефти, нефтепродуктов и сжиженных газов.
13. Выполнять отдельные элементы проектов на стадиях эскизного, технического и рабочего проектирования.

Специфика и оригинальность заключается в том, что методически учебное пособие построено по принципу «конспекта» и представлено в виде схемы «раздел – основные определения – формулы», включая необходимый графический материал и основные выводы (тезисно) по рассматриваемым вопросам.

Объектно-ориентированные теоретические знания и практические навыки, получаемые студентами в ходе работы с методическим пособием, могут быть использованы для дальнейшего курсового и дипломного проектирования, а также при прохождении производственных и преддипломной практик, в соответствии с учебным планом.

Материалы учебного пособия основаны на фундаментальных изданиях «Теория автоматического управления» [1], «Справочник по теории автоматического управления» [2] и интернет-ресурсах [3,4].

Учебное пособие может быть использовано для подготовки студентов к рубежному и итоговому контролю, а также для закрепления пройденного материала непосредственно в процессе обучения и при подготовке к практическим занятиям.

Список сокращений и условных обозначений

ОУ (ОР) – объект управления (регулирования)

УУ – устройство управления (управляющее устройство)

АС – автоматическая система

САУ – система автоматического управления

САР – система автоматического регулирования

АСУ – автоматизированная система управления

СУ – система управления

ЭВМ – электронно-вычислительная машина

ФЭ – функциональный элемент

ЛЗ – логическое звено

СС – структурная схема

$К_Н$ – критерий Найквиста

F – символ прямого преобразования Фурье

F^{-1} – символ обратного преобразования Фурье

L – символ прямого преобразования Лапласа

L^{-1} – символ обратного преобразование Лапласа

U,u – управляющее воздействие

X,x – задающее воздействие

Y,y – выходные координаты

y_{yu} – установившееся значение выходной координаты

ψ_i; N,n – возмущающее воздействия

$Y_{пр}, y_{пр}$ - предписанные значения выходной координаты

Z, z – ошибка управления

Λ – символ логической операции конъюнкции

V – символ логической операции дизъюнкции

ν – порядок астатизма

$K_o, K_\upsilon, K_\omega$ – коэффициенты преобразования по положению, скорости, ускорению

Δx, Δy – приращения входной и выходной величины

δ – относительная погрешность

$K_{yx}(j\omega)$ – частотная (амплитудно-фазовая) функция (АФХ)

$Y_m(\omega)$ и $X(\omega)$ – амплитуды входной и выходной величин при фиксированной частоте ω

$K_{yx}(\omega)$ – амплитудно-частотная характеристика (АЧХ)

$\varphi(\omega)$ – фазо-частотная характеристика (ФЧХ)

$A(\omega)$ – вещественная частотная характеристика

$B(\omega)$ – мнимая частотная характеристика

$h(t)$ – переходная функция

$\kappa(t)$ – импульсная функция

$K_p(P)$ – передаточная функция

P – оператор Лапласа

$D(P)=0$ – характеристическое уравнение (ХУ)

δ_0 – абсцисса абсолютной сходимости функций

ЛЧХ – логарифмическая частотная характеристика

ЛАЧХ – логарифмическая амплитудно-частотная характеристика ($L(\omega)$)

ЛФЧХ – логарифмическая фазо-частотная характеристика

arg – аргумент функции

Δarg – приращение аргумента

j – мнимая единица

ОАФХ – обратная амплитудно-фазовая характеристика

ЗУ – запас устойчивости

ΔL – запас устойчивости по амплитуде

$\Delta\varphi(\omega_c)$ – запас устойчивости по фазе

ω_c – частота среза

1. Основные понятия и определения

1.1. Общие понятия

Объект управления (Объект регулирования) – устройство (или процесс), требуемый режим работы которого должен поддерживаться извне специально организованными управляющими воздействиями.

Управление – формирование управляющих воздействий, обеспечивающих требуемый режим работы объекта управления.

Регулирование – частный вид управления, когда задачей является обеспечение постоянства какой-либо выходной величины объекта управления.

Автоматическое управление – управление, осуществляемое без непосредственного участия оператора.

Управляющее устройство – устройство, осуществляющее воздействие на объект управления с целью обеспечения требуемого режима работы.

Автоматическая система – АС (система автоматического управления – САУ и регулирования – САР) – совокупность объекта управления и управляющего устройства, взаимодействующих между собой.

Автоматизированная система управления (АСУ) – система управления (СУ), в структуру которой входит ЭВМ.

1.2. Воздействия и сигналы

Внешнее воздействие – воздействие внешней среды на СУ.

Внутреннее воздействие – воздействие одной части СУ на другую.

Управляющее воздействие (U,u) – воздействие объекта управления на управляющее устройство.

Контрольное воздействие – воздействие объекта управления на управляющее устройство.

Задающее воздействие (X,x) – величина, характеризующая планируемое воздействие на входе СУ.

Выходные (управляемые, регулируемые) координаты (Y,y) – величины, характеризующие состояние объекта управления.

Возмущающие воздействия (помехи) (ψ_i; N,n) – воздействия, возникающие в результате взаимодействия системы управления с внешней средой и вызывающие непланируемые изменения выходных координат.

Предписанное значение выходной координаты ($Y_{пр}$, $y_{пр}$) - значение выходной величины, определяемое требуемым режимом работы.

Действительное значение выходной координаты – значение выходной величины, соответствующее фактическому состоянию объекта управления.

Ошибка управления (Z,z) – разность между предписанным и действительным значением выходной координаты системы управления ($z=Y_{пр}-Y$).

1.3. Элементы и звенья

Функциональный элемент (функциональный блок) – ФЭ – конструктивно обособленная часть СУ, выполняющая определенную функцию.

Воспринимающий элемент (блок) – ФЭ управляющего устройства, принимающий внешние воздействия и (или) контрольные воздействия.

Измерительный элемент (блок) - ФЭ УУ, предназначенный для определения величин воздействия, поступающих на СУ, а также ошибки управления.

Усилительно-преобразовательный элемент (блок) – ФЭ УУ, воспринимающий сигналы измерительного элемента, усиливающий их и преобразующий к виду, удобному для передачи на исполнительный элемент.

Исполнительный элемент (блок) – ФЭ УУ, осуществляющий выработку управляющих воздействий.

Корректирующий элемент – устройство, включаемое в СУ для повышения устойчивости и улучшения динамических свойств.

Арифметическое звено – элементарное звено, осуществляющее арифметическую операцию по отношению к воздействиям, поступающим на его выходы.

Логическое звено – ЛЗ, осуществляющее логическую операцию по отношению к воздействиям, поступающим на его входы.

а) Логическая операция «НЕ» - инверсия $y = \overline{x}$ [операция отрицания].

Условное графическое обозначение логического элемента «Инвертор» «НЕ»

б) Логическая операция «2И» - конъюнкция (логическое умножение) (Λ) $y=x_1 \Lambda x_2$; $y=x_1 \cdot x_2$;

Условное графическое обозначение логического элемента «2И» в) Логическая операция «2ИЛИ» - дизъюнкция (логическое сложение) (V); $y=x_1 V x_2$; $y=x_1+x_2$;

Условное графическое обозначение логического элемента «2ИЛИ»

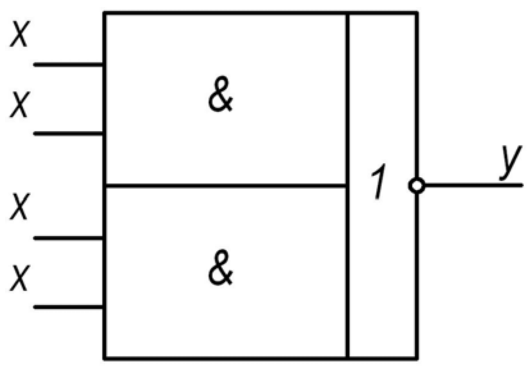
г) Логическая операция «2ИЛИ-НЕ» $y = \overline{x_1 + x_2}$

Условное графическое обозначение логического элемента «2ИЛИ-НЕ»

д) Логическая операция «2И-НЕ» $y = \overline{x_1 \cdot x_2}$

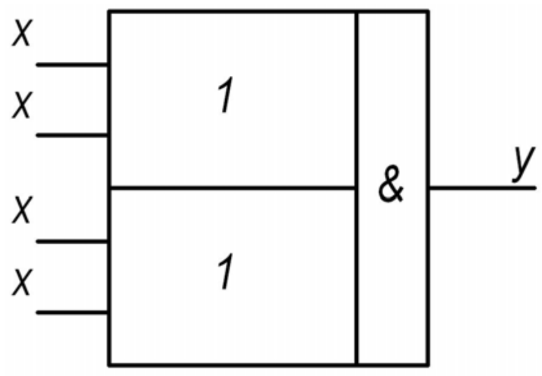
Условное графическое обозначение логического элемента «2ИЛИ-НЕ»

е) Логическая операция «2-2И-ИЛИ-НЕ» $y=(x_1 \cdot x_2)+(x_3 \cdot x_4)$;



Условное графическое обозначение логического элемента
«2-2И-ИЛИ-НЕ»

ж) Логическая операция «2-2ИЛИ-И» $y=(x_1+x_2)\cdot(x_3+x_4)$;



Условное графическое обозначение логического элемента «2-2ИЛИ-И»

1.4. Принципы построения САУ

1) Управление по разомкнутому циклу

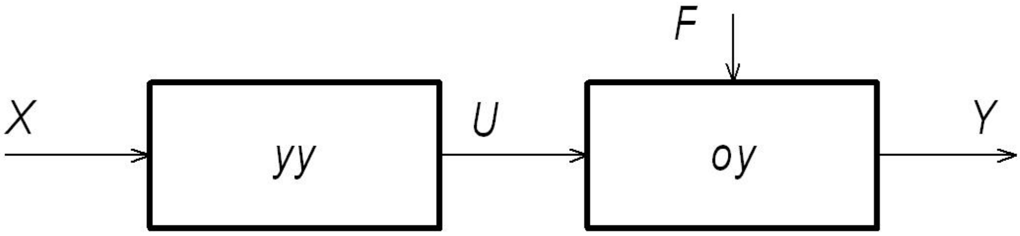


Схема управления по разомкнутому циклу

2) Управление по замкнутому циклу

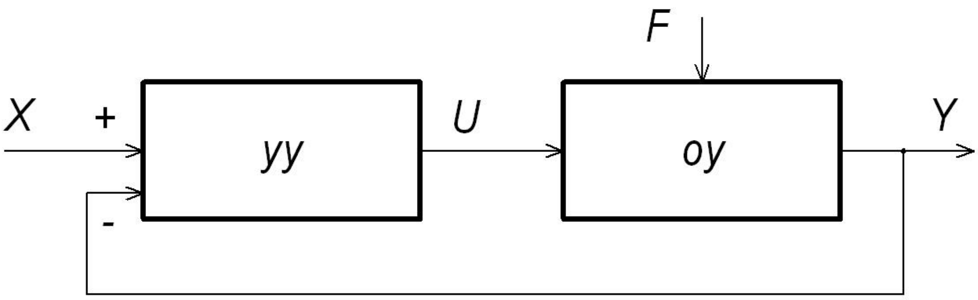


Схема управления по замкнутому циклу

3) Комбинированное управление

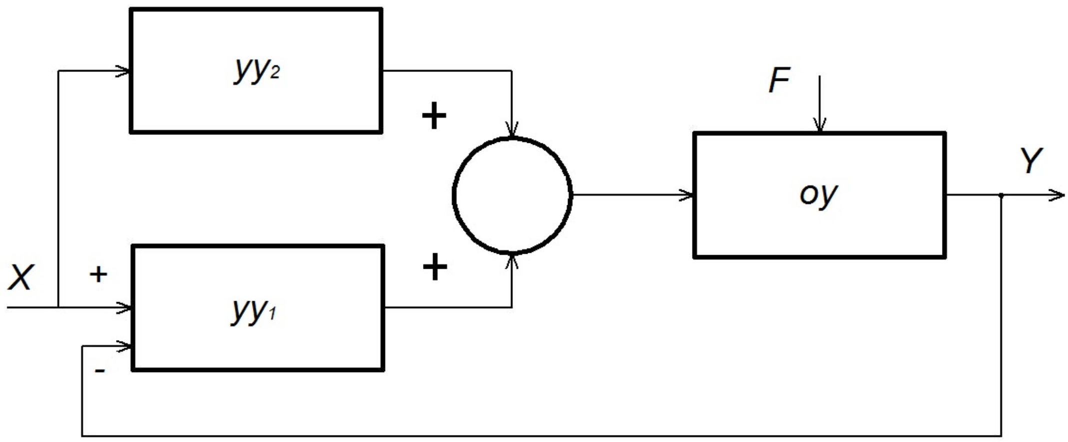


Схема комбинированного управления

1.5. Классификация САУ

По назначению (по характеру изменения задающего воздействия):

1) системы автоматической стабилизации (задающее воздействие x=const);

2) системы программного управления (задающее воздействие x – известная, заранее заданная функция времени);

3) следящие системы (задающее воздействие x – заранее неизвестно);

По принципу управления (см. 1.4).

По характеру используемых для управления сигналов:

1) непрерывные;

2) дискретные (импульсные, релейные и релейно-импульсные).

По характеру используемой информации об условиях работы:

1) системы с жестким законом управления и структурой;

2) системы с изменяемыми структурой и законом управления:

- системы автоматической настройки;
- самообучающиеся системы;
- самоорганизующиеся системы.

По характеру математических соотношений:

1) линейные, описываемые линейными дифференциальными уравнениями, для которых также справедлив принцип суперпозиции;

2) нелинейные.

Как линейные, так и нелинейные САУ подразделяются:

- на непрерывные, дискретные и дискретно-непрерывные;
- на стационарные (с постоянными параметрами) и нестационарные (с переменными параметрами).

Стационарными и нестационарными могут быть системы с сосредоточенными и распределенными параметрами.

По количеству выходных координат объекта управления:

- одномерные;
- многомерные.

Многомерные делятся на системы **связанного** и **несвязанного** управления. В системах связанного управления отдельные управляющие устройства связаны друг с другом внешними связями. Входящая в состав многомерной системы отдельная система управления называется автономной, если управляемая ею выходная величина не зависит от значений остальных управляемых величин.

1.6. Классификация элементов САУ

По функциональному назначению:

- измерительные;
- усилительно-преобразовательные;
- корректирующие;
- исполнительные.

По виду энергии, используемой для работы:

- электрические;
- механические;
- гидравлические;
- пневматические;
- комбинированные.

По наличию или отсутствию вспомогательного источника энергии:

- активные;
- пассивные.

По характеру математических соотношений:

- линейные;
- нелинейные.

По поведению в статическом режиме:

- статические;
- астатические.

2. Статические характеристики линейных систем с постоянными параметрами

2.1.Статическая характеристика

Статической характеристикой элемента (САУ) называется функция «вход-выход»:

$$y_{уст.}=\varphi(x),$$

где x – вх. величина, $y_{уст.}$ – установившееся значение выходной величины.

Статическая характеристика называется **аналитической**, если функция φ - непрерывна и имеет во всех точках непрерывные производные.

Статическая характеристика – **неаналитическая**, если выходная величина или её производные имеют разрывы непрерывности.

Статическим (безынерционным) называется элемент, у которого при постоянном входном воздействии с течением времени устанавливается постоянная выходная величина.

Линейным статическим элементом называется безынерционный элемент, обладающий линейной статической характеристикой $y_{уст}=a_0+kx$.

Астатическим называется элемент, у которого в установившемся режиме при постоянном входном воздействии сигнал на выходе непрерывно растет с постоянной скоростью, ускорением и т.д.

Для астатических элементов под уравнением статической характеристики понимают зависимость установившейся ν-й производной выходной величины от входной величины. Астатические элементы имеют различный порядок астатизма.

Уравнение имеет вид:

$$\left|\frac{d^{\nu} y(t)}{dt^{\nu}}\right|_{уст} = \varphi(x),$$

где ν - порядок астатизма.

Уравнение статического элемента в приращениях:

$$\Delta y=k\Delta x;$$

$$\Delta y=y-y_0;\ \Delta x=x-x_0;\ y_0=a_0+kx_0,$$

где y_0, x_0 – начальные значения входных, выходных величин; y, x – текущие значения, Δy, Δx – приращения.

Для линейных астатических элементов коэффициент преобразования по ν-производной:

$$k_{\nu} = \frac{\left|\frac{d^{\nu} y(t)}{dt^{\nu}}\right|_{уст}}{\text{x}}.$$

Коэффициент преобразования по положению при $\nu=0$:

$$k_{\nu} = k_0 = \frac{Y_0}{X_0}.$$

Коэффициент преобразования по скорости при $\nu=1$:

$$k_{\nu} = k_{\upsilon} = \frac{\left|\frac{dy(t)}{dt}\right|_{уст}}{\text{x}}.$$

Коэффициент преобразования по ускорению при ν=2:

$$k_\nu = k_\omega = \frac{\left|\dfrac{d^2 y(t)}{dt^2}\right|_{уст}}{x}.$$

СУ называется **статической**, если при постоянном входном воздействии ошибка управления стремится к постоянному значению, зависящему от величин воздействия.

СУ называется **астатической**, если при постоянном входном воздействии ошибка управления стремится к нулю вне зависимости от величины воздействия.

Астатические системы имеют различный порядок астатизма в зависимости от числа интегрирующих звеньев в прямой цепи передачи воздействия.

2.2. Линеаризация нелинейных статических характеристик и нелинейных уравнений

Линеаризацией называют замену реальных нелинейных уравнений статических характеристик элементов СУ близкими к ним линейными уравнениями.

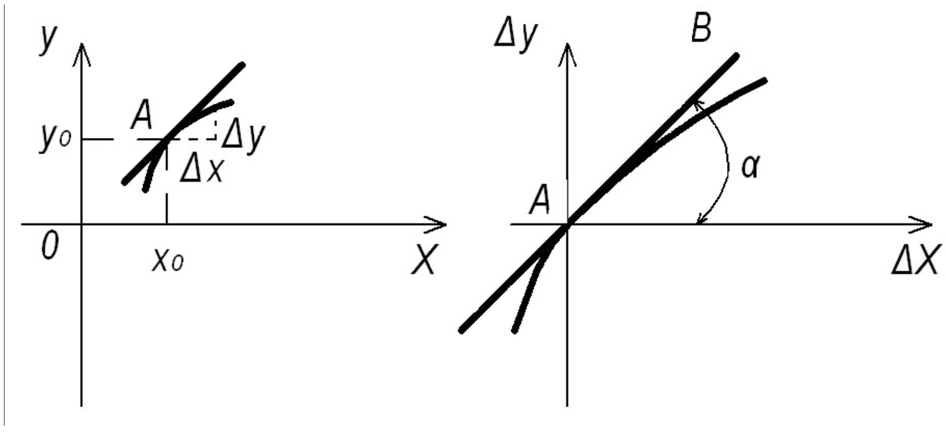
1) Метод малых отклонений (для аналитических статических характеристик).

Если функция y=φ(x) разложима в ряд Тейлора, то

$$y = y_0 + \frac{dy}{dx}\Delta x + \frac{1}{2}\frac{d^2 y}{dx^2}\Delta x^2 + \ldots + \ldots,$$

где y_0 – начальное значение выходной величины, соответствующее начальному значению входной величины x_0;

$\frac{d^k y}{dx^k}$ - значения производных выходной величины, взятых для точки A(x_0, y_0).



Принцип линеаризации нелинейных статических характеристик методом малых отклонений

Для малых отклонений Δx:

$$y \approx y_0 + \frac{dy}{dx} \cdot x \Rightarrow \Delta y = y - y_0 = \frac{dy}{dx} \cdot \Delta x = k\Delta x,$$

где $k = \frac{dy}{dx} = tg\alpha$ при $x=x_0$, при этом нелинейная функция заменяется линейным уравнением в приращениях (прямая АВ).

Если выходная величина является функцией нескольких входных величин, то при линеаризации следует брать частные производные по каждой входной величине, а приращение выходной величины определяется как $\sum$ частных производных. Так, если $y=(x_1,x_2 \ldots x_n)$, то при малых приращениях:

$$\Delta y = \frac{\partial y}{\partial x_1} \cdot \Delta x_1 + \frac{\partial y}{\partial x_2} \cdot \Delta x_2 + \ldots + \frac{\partial y}{\partial x_n} \cdot \Delta x_n,$$

где Δx_i – приращения входных воздействий;

Δy – приращение выходной величины;

$\frac{\partial y}{\partial x_i}(i = 1,2 \ldots n)$ - частные производные.

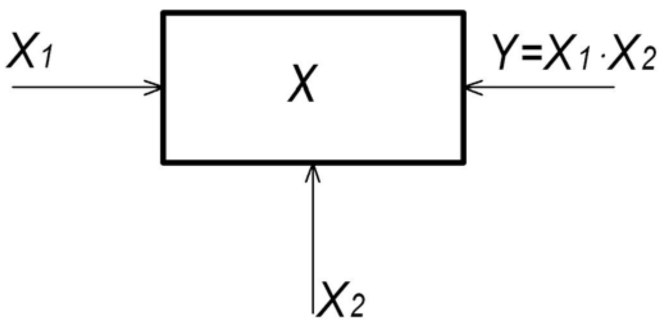


Схема нелинейного множительного элемента

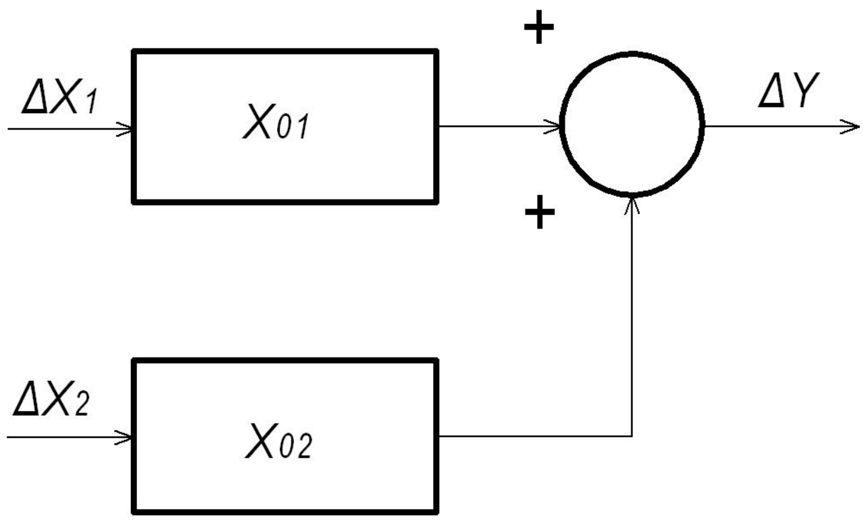
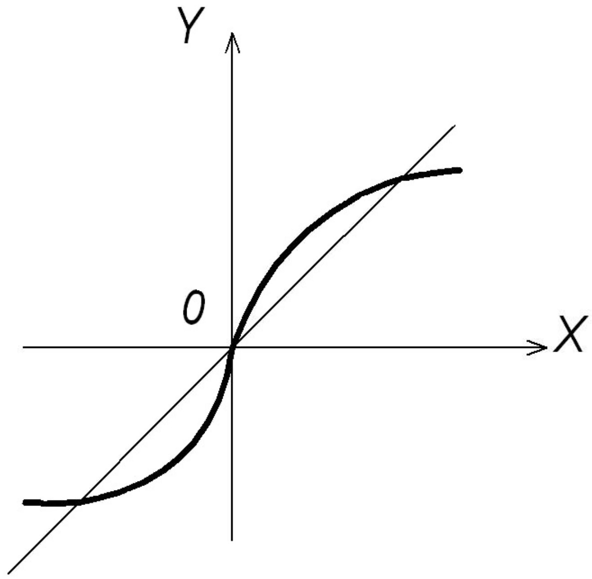


Схема линеаризованного множительного элемента

2) Метод осреднения (для неаналитических статических характеристик).



Принцип линеаризации нелинейных статических характеристик методом осреднения

Точность линеаризации оценивают величиной относительной погрешности:

$$\delta = \frac{\varphi(x) - y_л(x)}{\varphi(x)},$$

где $y_л(x)$ – уравнение линеаризованной характеристики.

$\delta \le 0{,}1 \div 0{,}2$ – требуемое значение.

Если это не достигается, то применяют метод кусочно-линейной аппроксимации на отдельных участках.

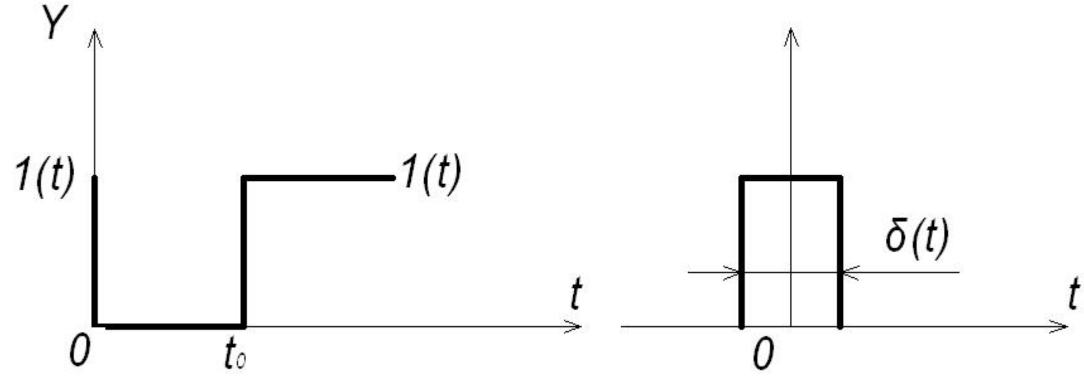
3. Динамические функции линейных элементов и систем с постоянными параметрами

Динамические функции (характеристики) являются критерием количественной и качественной оценки свойств элементов и СУ в процессе их работы.

3.1. Переходная, импульсная, частотная и передаточная функции

Переходной [h(t)] называется функция, определяющая изменение выходной величины при скачкообразном изменении входной величины на единицу [1(t)] при нулевых начальных условиях.

Импульсной (импульсная переходная; функция веса) [k(t)] называется функция, определяющая изменение выходной величины при приложении на входе единичного импульса [дельта функции δ(t)] и при нулевых начальных условиях.



Импульсная функция

Частотной (амплитудно-фазовой) K(jω) называется функция, определяющая изменение амплитуды и фазы выходной величины в установившемся режиме при приложении на входе гармонического воздействия.

$$K_{yx}(j\omega)=\frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}=\frac{Y_m(\omega)\cdot e^{j\varphi_y(\omega)}}{X_m(\omega)\cdot e^{j\varphi_x(\omega)}}=K_{yx}(\omega)\cdot e^{j\varphi(\omega)}=K_{yx}(\omega)\cdot$$

$$\cdot\left[\cos\varphi(\omega)+j\sin\varphi(\omega)\right]=A(\omega)+jB(\omega),$$

где $K_{yx}(\omega)=\left|K_{yx}(j\omega)\right|=\dfrac{Y_m(\omega)}{X_m(\omega)}=\sqrt{A^2(\omega)+B^2(\omega)}\rightarrow АЧХ;$

$Y_m(\omega)$ и $X_m(\omega)$- амплитуды выходной и входной величин при фиксированной частоте ω;

$$\varphi(\omega)=\arg K_{yx}(j\omega)=\varphi_y(\omega)-\varphi_x(\omega)=arctg\,\frac{B(\omega)}{A(\omega)}\rightarrow ФЧХ,$$

где $\varphi_y(\omega)$ и $\varphi_x(\omega)$ - фазы выходной и входной величин при фиксированной частоте ω;

$A(\omega)=Re[K_{yx}(j\omega)]=K_{yx}(\omega)\cdot\cos\varphi(\omega)$ - вещественная частотная функция;

$B(\omega)=Im[K_{yx}(j\omega)]=K_{yx}(\omega)\cdot\sin\varphi(\omega)$ - мнимая частотная функция.

Передаточной [K(p)] функцией называют отношение изображения по Лапласу выходной величины к изображению по Лапласу входной величины при нулевых начальных условиях.

Если $Y(p)=\int\limits_0^\infty y(t)\cdot e^{-pt}dt=L[y(t)]$; $X(p)=\int\limits_0^\infty x(t)\cdot e^{-pt}dt=L[x(t)]$,

то $K_{yx}(p)=\dfrac{Y(p)}{X(p)}$ - передаточная функция (ПФ).

Свойства передаточных функций СУ:

1) Передаточная функция является правильной рациональной дробью вида:

$$K_{yx}(P)=\frac{b_m p^m+b_{m-1}p^{m-1}+...+b_1 p+b_0}{C_n p^n+C_{n-1}p^{n-1}+...+C_1 p+C_0}=\frac{P(p)}{D(p)},$$

где b_i(i=1,2,…m), c_i(i=1,2,…n) – коэффициенты, выражающиеся через параметры СУ; n≥m.

2) Все коэффициенты b_i, c_i, - вещественные числа.

3) Невещественные нули и полюса ПФ могут быть только комплексно сопряженными величинами.

3.2. Взаимосвязь динамических функций

Функции h(t); k(t); K(jω) и K(p) связаны между собой.

1) $h(t)=\int_0^t k(t)dt=F^{-1}\left[\frac{K(j\omega)}{j\omega}\right]=L^{-1}\left[\frac{K(p)}{p}\right];$

2) $k(t)=\frac{dh(t)}{dt}=F^{-1}\left[K(j\omega)\right]=L^{-1}\left[K(p)\right];$

3) $K(j\omega)=j\omega F\left[h(t)\right]=F\left[k(t)\right]=K(p)\Big|_{p=j\omega};$

4) $K(p)=pL\left[h(t)\right]=L\left[k(t)\right]=K(j\omega)\Big|_{j\omega=p};$

где L и L^{-1} – символы прямого и обратного преобразования Лапласа:

$$L\left[f(t)\right]=\int_0^\infty f(t)e^{-pt}dt;$$

$$L^{-1}\left[f(p)\right]=f(t)=\frac{1}{2\pi j}\int_{\sigma_0-j\omega}^{\sigma_0+j\omega}f(p)e^{-pt}dp;$$

σ_0 – абсцисса абсолютной сходимости функции;
F и F^{-1} – символы прямого и обратного преобразования Фурье:

$$F\left[f(t)\right]=f(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\cdot e^{-j\omega t}dt;$$

$$F^{-1}\left[f(j\omega)\right]=f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}f(j\omega)\cdot e^{-j\omega t}d\omega.$$

Определение выходной величины *y(t)* может осуществляться по известным входной величине *x(t)* и:

а) переходной функции $h_{yx}(j\omega)$:

$$y(t) = \frac{d}{dt}\int_0^t x(\tau)\cdot h_{yx}(t-\tau)d\tau = \int_0^t x(t-\tau)h_{yx}(\tau)d\tau;$$

б) импульсной функции $k_{yx}(j\omega)$:

$$y(t) = \int_0^t x(\tau)\cdot k_{yx}(t-\tau)d\tau = \int_0^t x(t-\tau)k_{yx}(t)d\tau;$$

в) частотной функции $K_{yx}(j\omega)$:

$$y(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega)\cdot k_{yx}(j\omega)\cdot e^{j\omega t}d\omega,$$

где $X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\cdot e^{-j\omega t}dt$;

г) передаточной функции $K_{yx}(p)$:

$$y(t) = L^{-1}\left[Y(p)\right] = L^{-1}\left[X(p)\cdot K_{yx}(p)\right].$$

3.3. Элементарные (типовые) динамические звенья

Под обычными элементарными (типовыми) динамическими звеньями понимают звенья, которые описываются линейными дифференциальными уравнениями не выше второго порядка с положительными коэффициентами.

К ним относятся: усилительное, устойчивое апериодическое, устойчивое колебательное, идеальное дифференцирующее, дифференцирующее первого порядка и дифференцирующее второго порядка.

К особым элементарным звеньям линейных СУ относятся: неминимально-фазовые звенья, неустойчивые звенья, звенья с распределенными параметрами, иррациональные, трансцендентные.

Неминимально-фазовые звенья имеют передаточную функцию с нулями в правой полуплоскости.

Неустойчивые звенья имеют полюса в правой полуплоскости.

Иррациональные звенья описываются иррациональными передаточными функциями, а трансцендентные – трансцендентными передаточными функциями.

3.4. Уравнения и динамические функции элементарных звеньев

1) Усилительное звено:

$$y(t) = kx(t);\ \ K_{yx}(p) = k;\ \ K_{yx}(\omega) = k;$$

$\varphi(\omega) = 0;\ \ h_{yx}(t) = k\cdot 1(t);\ \ k_{yx}(t) = k\delta(t);$ *при t=0 и 0 при* $t \neq 0$.

2) Интегрирующее звено:

$$y(t) = \int_0^t kx(t)dt;\ \ K_{yx}(p) = \frac{k}{p};\ \ K_{yx}(\omega) = \frac{k}{\omega};$$

$$\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2};\ \ h_{yx}(t) = kt;\ \ k_{yx}(t) = k \cdot 1(t).$$

3) Апериодическое устойчивое звено:

$$T\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = kx(t);\ \ K_{yx}(p) = \frac{k}{1+pT};\ \ K_{yx}(\omega) = \frac{k}{\sqrt{1+\omega^2 T^2}};$$

$$\varphi_{yx}(\omega) = -arctg(\omega T);\ \ h_{yx}(t) = k(1-e^{-\frac{t}{T}});\ \ k_{yx}(t) = \frac{k}{T}\cdot e^{-\frac{t}{T}}.$$

4) Апериодическое неустойчивое звено:

$$T\frac{dy(t)}{dt} - y(t) = kx(t);\ \ K_{yx}(p) = \frac{k}{1-pT};\ \ K_{yx}(\omega) = \frac{k}{\sqrt{1+\omega^2 T^2}};$$

$$\varphi_{yx}(\omega) = -(\pi - arctg(\omega T));\ \ h_{yx}(t) = k(e^{-\frac{t}{T}} - 1);\ \ k_{yx}(t) = \frac{k}{T}\cdot e^{\frac{t}{T}}.$$

5) Дифференцирующее идеальное звено:

$$y(t) = k\frac{dx(t)}{dt};\ \ K_{yx}(p) = kp;\ \ K_{yx}(\omega) = k\omega;$$

$$\varphi_{yx}(\omega) = \frac{\pi}{2};\ \ h_{yx}(t) = \delta(t);\ \ k_{yx}(t) = \frac{d\delta(t)}{dt}.$$

6) Дифференцирующее звено первого порядка:

$$y(t) = k[x(t) + T\frac{dx(t)}{dt}];\ \ \ K_{yx}(p) = k(1+Tp);\ \ K_{yx}(\omega) = k\sqrt{1+\omega^2 T^2};$$

$$\varphi_{yx}(\omega) = arctg(\omega T);\ \ h_{yx}(t) = k[T\delta(t) + 1(t)];\ k_{yx}(t) = k[T\frac{d\delta(t)}{dt} + \delta(t)].$$

7) Запаздывающее звено:

$$y(t) = kx(t-r);\ \ \ K_{yx}(p) = ke^{-pr};\ \ K_{yx}(\omega) = k;$$

$$\varphi_{yx}(\omega) = -\omega T;\ \ h_{yx}(t) = k\cdot 1(t-r);\ k_{yx}(t) = k\delta(t-\tau).$$

8) Дифференцирующее звено второго порядка:

$$K_{\partial 2}(\mathrm{p}) = 1 + 2xTp + T^2 p^p.$$

9) Колебательное звено:

$$W(p) = \frac{K}{T^2 p^2 + 2\xi Tp + 1}.$$

10) Колебательное консервативное звено:

$$h_{yx}(t) = k[1-\cos(\frac{t}{T})];\ K_{yx}(p) = \frac{k}{T^2 s + 1};\ \ K_{yx}(\omega) = \frac{k}{\left|1-\omega^2 T^2\right|};\ \ k_{yx}(\omega) = \frac{k}{1-\omega^2 T^2};$$

$$\varphi_{yx}(\omega) = 0,\ \text{при}\ \ \omega < \frac{1}{T};\ \varphi_{yx}(\omega) = -180^\circ,\ \text{при}\ \ \ \omega > \frac{1}{T}$$

4. Структурные схемы СУ

Структурной схемой называют графическое изображение элемента или СУ, отображающие систему дифференциальных уравнений, описывающих процессы управления в этих элементах или СУ.

4.1. Методика составления структурных схем (СС)

Общие правила:

1) структурная схема должна обязательно иметь входные и выходные внешние связи, задаваемые из физических соображений;

2) каждый входной сигнал, являющийся независимой функцией времени, должен иметь только вход в структурную схему;

3) выходной сигнал может замыкаться внутри структурной схемы и иметь выход в виде ответвления (система, замкнутая по выходному сигналу) или не замыкаться (система, разомкнутая по выходному сигналу).

Последовательность составления СС САУ по заданной системе дифференциальных уравнений её отдельных элементов следующая:

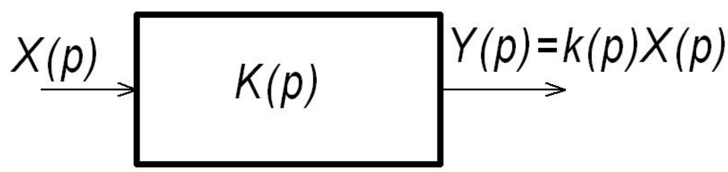
1) система дифференциальных уравнений записывается в операторной форме;

2) для каждого уравнения системы условно выбираются входная и выходная величины;

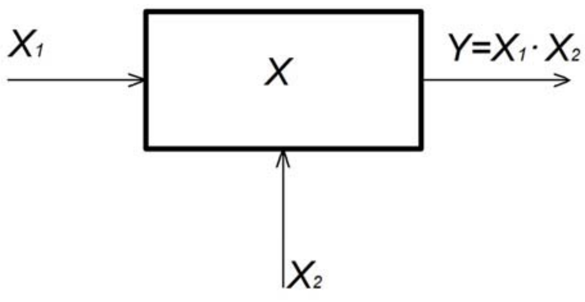
3) каждое уравнение решается относительно выходной величины или члена, содержащего её старшую производную;

4) строятся графические отображения каждого из дифференциальных уравнений.

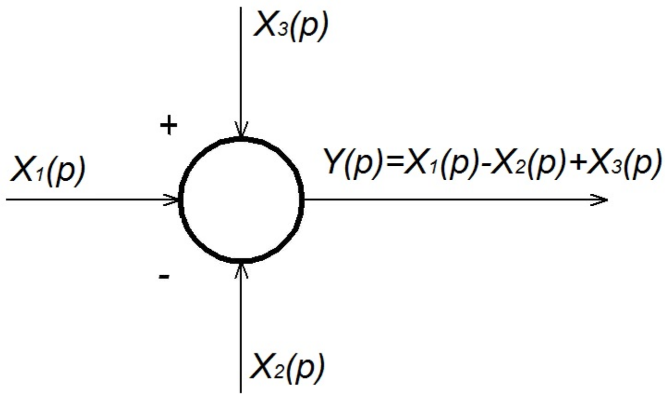
5) строится общая структурная схема.



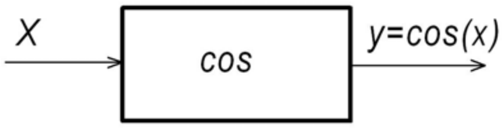
Динамическое звено



Множительное звено

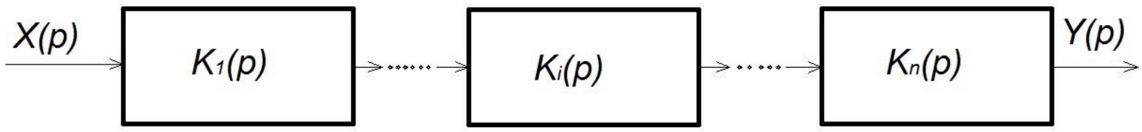


Суммирующее звено



Функциональное звено

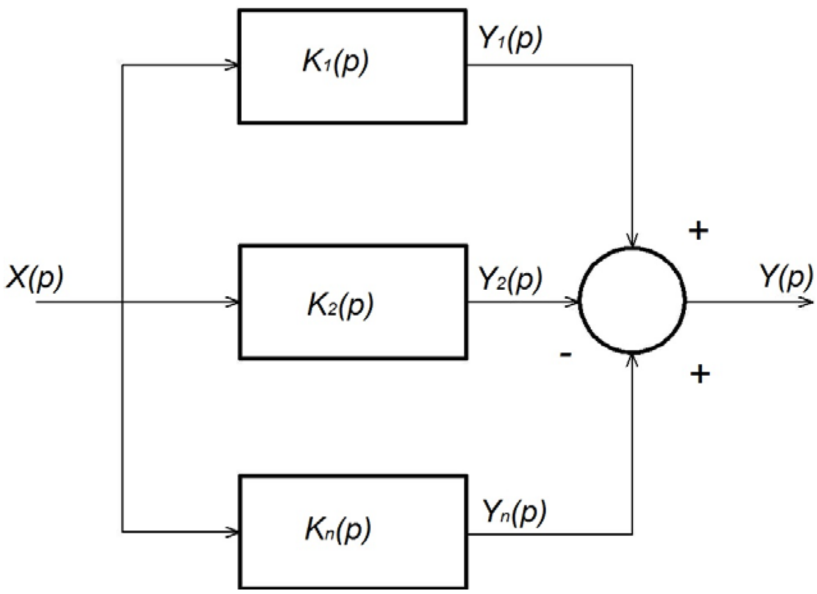
4.2. Основные формулы для преобразования структурных схем



Последовательное соединение звеньев

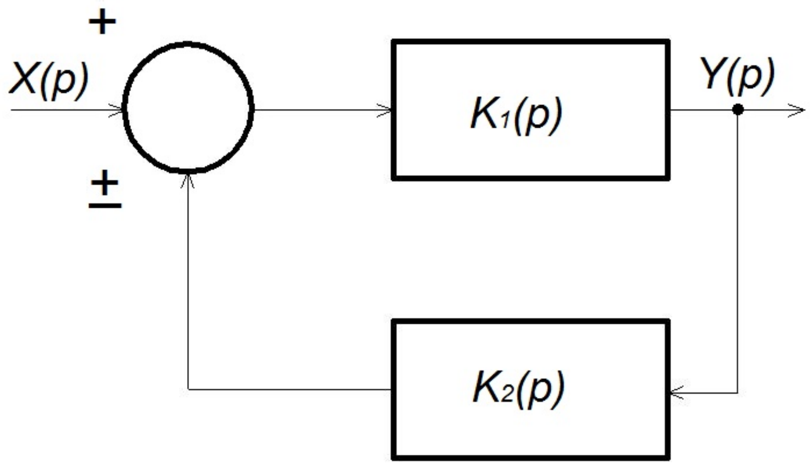
При известных передаточных функциях $K_i(p)$ звеньев, передаточная функция структурной схемы:

$$K_{yx}(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \prod_{i=1}^{n} K_i(p)$$



Параллельное соединение звеньев

$$K_{yx}(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \sum_{i=1}^{n} K_i(p)$$



Охват звена обратной связью

$$K_{yx}(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{K_1(p)}{1 \mp K_1(p)K_2(p)}$$

4.3. Определение передаточных функций разомкнутых и замкнутых систем по задающему воздействию и возмущению

Для линейных СУ с постоянными параметрами:

$Y(p) = Y_x(p) + \sum_{i=1}^{n} Y_{fi}(p),$

где $Y_x(p)$ - изображение по Лапласу составляющей выходной величины, обусловленной задающим воздействием *x(t)*;

$Y_{f_i}(p)$ - изображение по Лапласу составляющей выходной величины, обусловленной задающим воздействием $f_i(t)$.

В свою очередь:

$Y_x(p) = K_{yx}(p) \cdot X(p)$ и

$Y_{fi}(p) = K_{yfi}(p) \cdot f_i(p),$ где

$K_{yx}(p)$ - передаточная функция замкнутой системы по задающему воздействию;

$K_{yfi}(p)$ - передаточная функция замкнутой системы по возмущению $f_i(t)$.

Для разомкнутых систем при отсутствии возмущений:

$Y(p) = K_{yz}(p) \cdot z(p),$ где

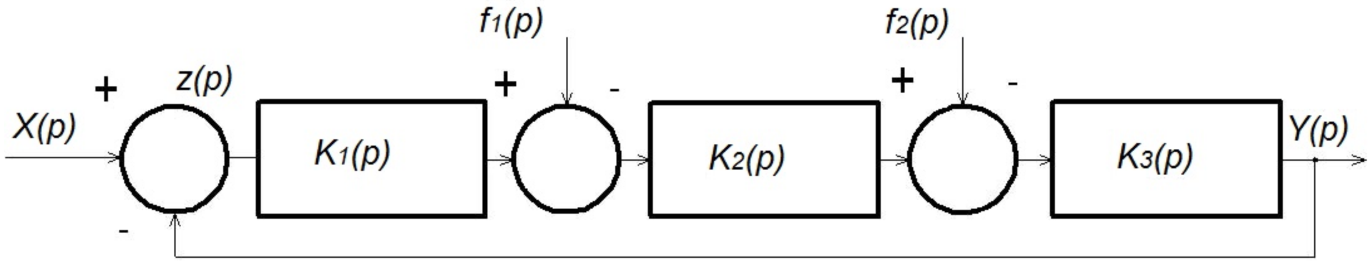
$K_{yz}(p)$ - передаточная функция разомкнутой системы;

z(p) - изображение по Лапласу сигнала рассогласования.

Для одноконтурных систем с единичной отрицательной обратной связью (систем основного типа):

$$K_{yz}(p)=\frac{K_{yz}(p)}{1+K_{yz}(p)};$$

Пример:



Одноконтурная система с единичной отрицательной обратной связью

1) $K_{yz}(p)=\dfrac{Y(p)}{Z(p)}=K_1(p)K_2(p)K_3(p);$

2) $K_{yx}(p)=\dfrac{Y_x(p)}{X(p)}=\dfrac{K_1(p)K_2(p)K_3(p)}{1+K_1(p)K_2(p)K_3(p)};$

3) $K_{yf1}(p)=\dfrac{Y_{f1}(p)}{f_1(p)}=\dfrac{K_2(p)K_3(p)}{1+K_1(p)K_2(p)K_3(p)};$

$K_{yf2}(p)=\dfrac{Y_{f2}(p)}{f_2(p)}=\dfrac{K_3(p)}{1+K_1(p)K_2(p)K_3(p)};$

4) $Y(p)=Y_x(p)Y_{f1}(p)Y_{f2}(p)=K_{yx}(p)X(p)-K_{yf1}(p)f_1(p)-K_3(p)f_2(p)=$

$$=\frac{K_1(p)K_2(p)K_3(p)x(p)-K_2(p)K_3(p)f_1(p)-K_3(p)f_2(p)}{1+K_1(p)K_2(p)K_3(p)}.$$

5. Логарифмические частотные характеристики

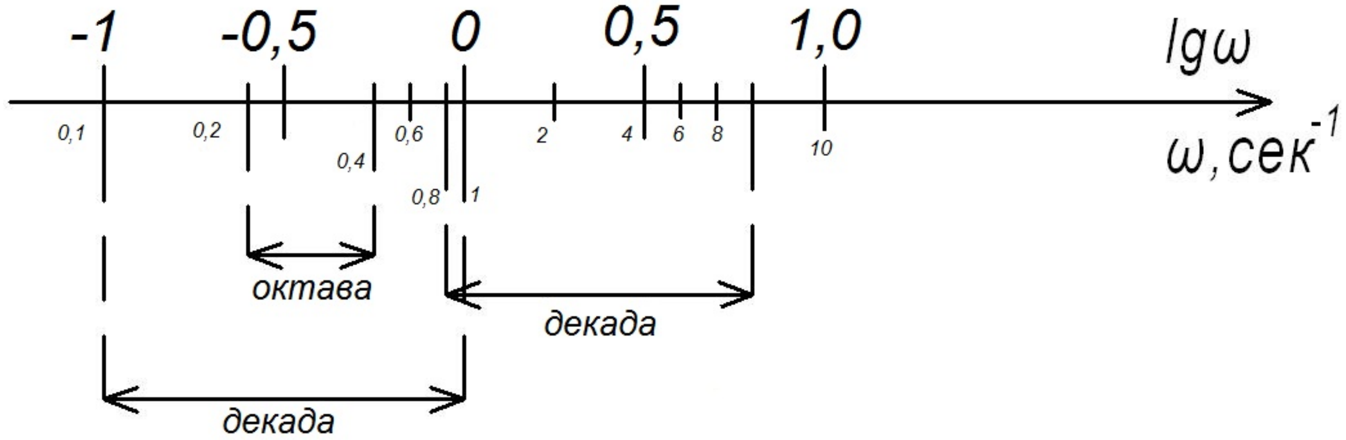
5.1. Логарифмические частотные характеристики

Логарифмические частотные характеристики (ЛЧХ) используют при исследовании СУ частотными методами.

ЛАЧХ: $L(\omega)=20\lg\left|K(j\omega)\right|,\ \ K(j\omega)$ - частотная характеристика.

ЛФЧХ – фазовая частотная характеристика φ(ω), построенная в десятичном логарифмическом масштабе частот.

При построении ЛЧХ по оси абсцисс откладывают десятичные логарифмы частот ω или значения самой частоты в логарифмическом масштабе.

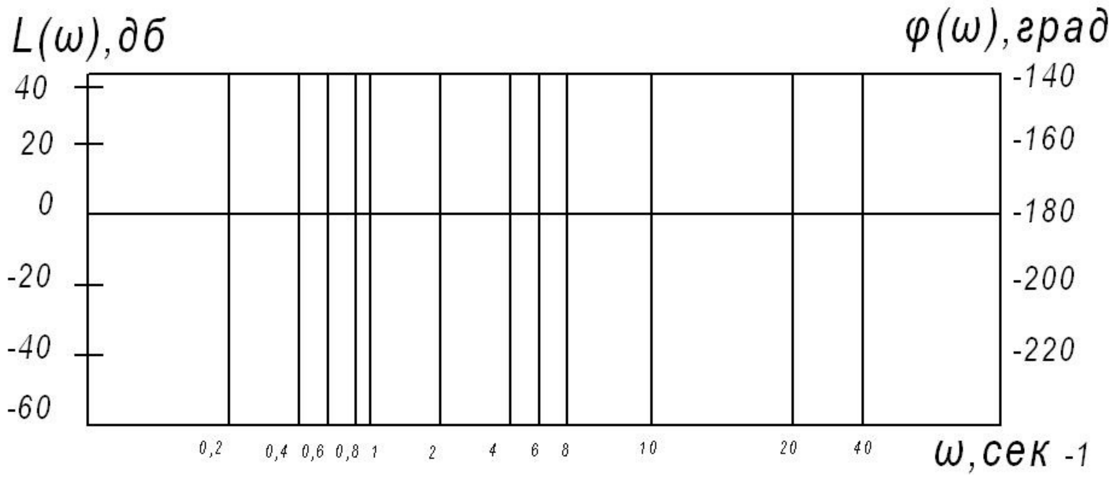


Шкала частот для ЛЧХ

На практике наиболее распространен второй способ, - с неравномерной шкалой ω.

На оси ординат ЛАЧХ амплитуда откладывается в децибелах:

L(B)[дБ] = 20lg (K), а ЛФЧХ – в градусах.



Типовая масштабная сетка

5.2. Построение ЛЧХ разомкнутых одноконтурных систем

Передаточные функции представляют в виде произведения передаточных функций элементарных динамических звеньев:

$$K(p)=\prod_{i=0}^{f} K_i P^{\pm\nu}\prod_{e=0}^{d}\frac{1}{1\pm pT_e}\prod_{k=0}^{c}\frac{1}{1\pm 2\xi_k T_k p+T_k{}^2 P_k{}^2}\times$$

$$\times\prod_{j=0}^{b}(1\pm pT_j)\prod_{r=0}^{a}(1\pm 2\xi_r T_r p+T_r{}^2 P_r{}^2),$$

где

K_i – коэффициентыты усиления усилительных звеньев;

T – постоянные времени элементарных звеньев;

ξ - показатели колебательности звеньев второго порядка;

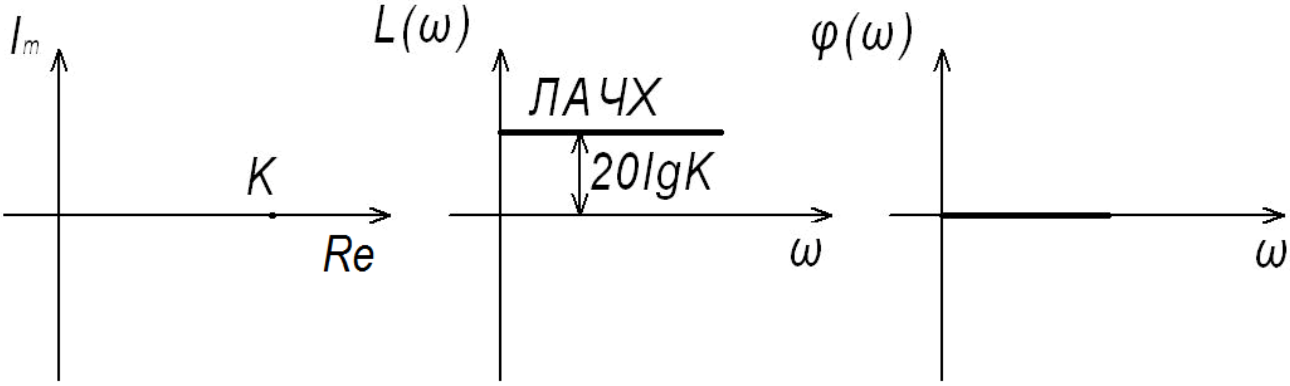
ν - кол-во интегрирующих (-ν) или дифференцирующих (+ν) звеньев (при $\nu \neq 0$).

5.3. ЛЧХ элементарных звеньев.

1) усилительное звено с передаточной функцией:

K(p)=k

L(ω)=20lgK; φ(ω)=0.

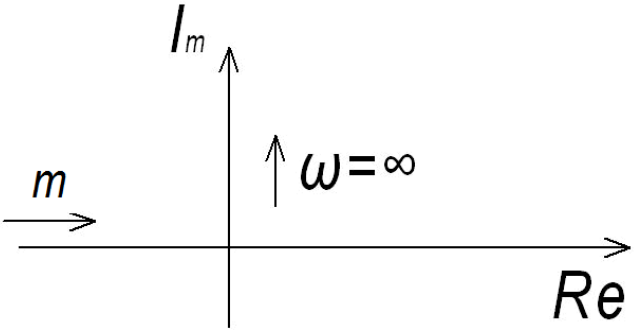


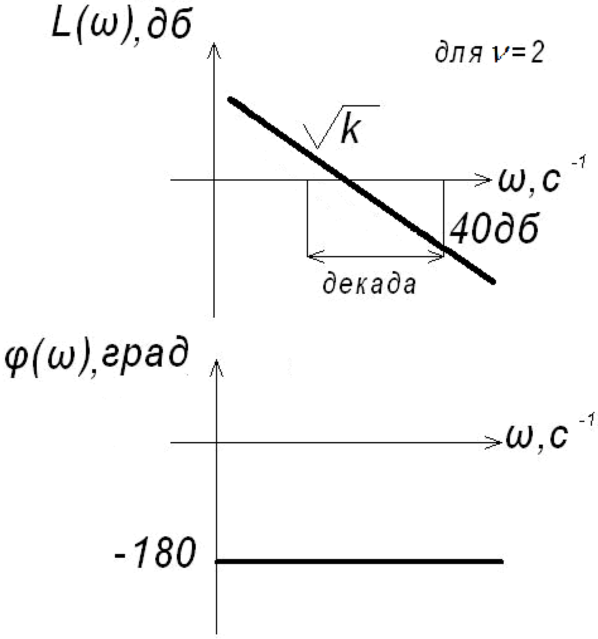
Амплитудно-фазовая характеристика

2) последовательное соединение усилительного звена и ν интегрирующих звеньев:

$$K(p) = \frac{K}{p^{\nu}}; \;\; L(\omega) = 20\lg\frac{K}{\omega^{\nu}}; \;\; \varphi(\omega) = -\nu \cdot \frac{\pi}{2}.$$

Для построения ЛЧХ на оси абсцисс откладывается точка $\omega = \sqrt[\nu]{K}$ и через неё проводятся прямая с наклоном $-\nu \cdot 6дб/окт =$ -$\nu \cdot 20дб/дек$.

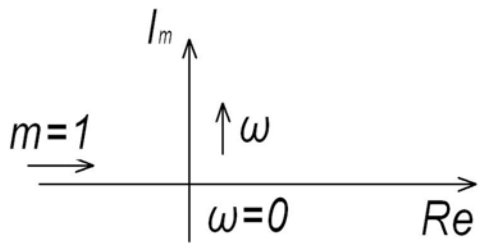


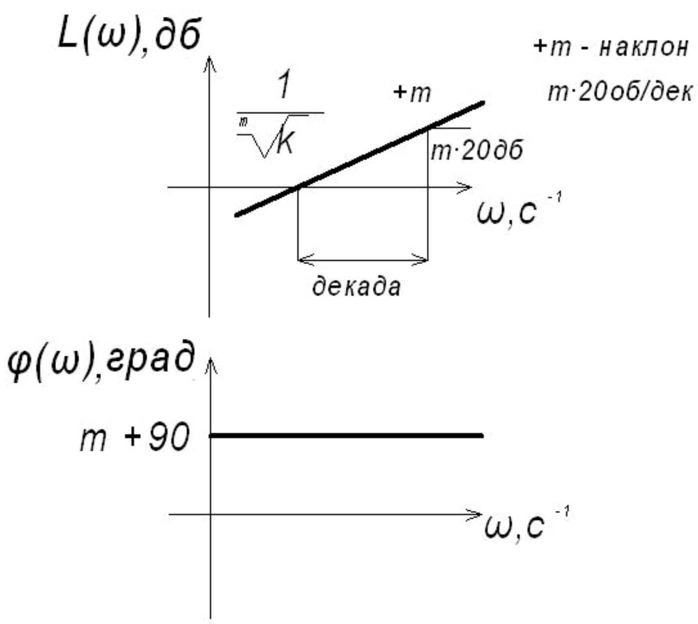


ЛЧХ для последовательного соединения усилительного звена и ν интегрирующих звеньев

3) последовательное соединение усилительного звена и m идеально дифференцирующих звеньев:

$$K(p)=K\cdot p^m;\ L(\omega)=20lgK\cdot\omega^m;\ \varphi(\omega)=+m(\pi/2).$$



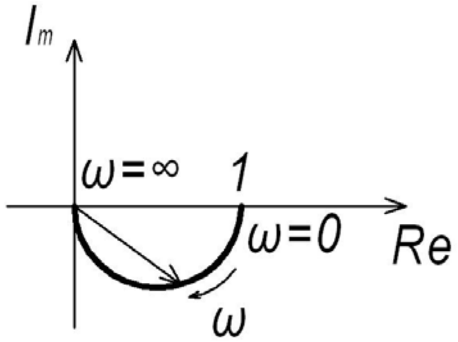


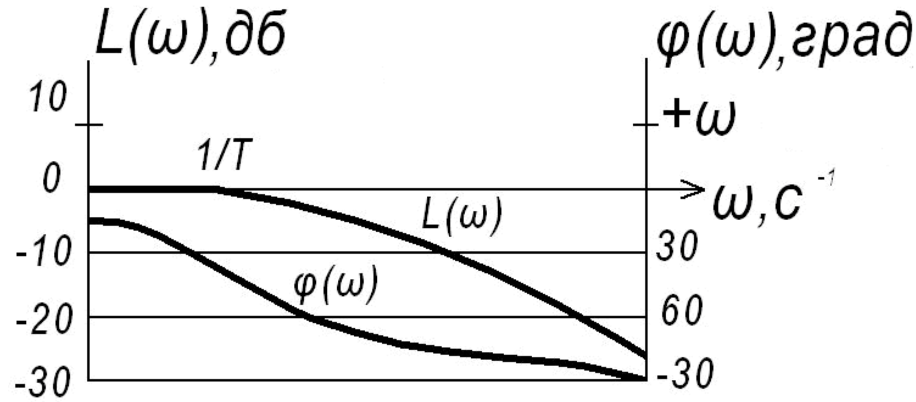
ЛЧХ для последовательного соединения усилительного звена и m идеально дифференцирующих звеньев

4) апериодическое звено с передаточной функцией:

$$K(p) = \frac{1}{1+pT};$$

$$L(\omega) = -20\lg\sqrt{1+\omega^2T^2}; \;\; \varphi(\omega) = -arctg\omega T.$$



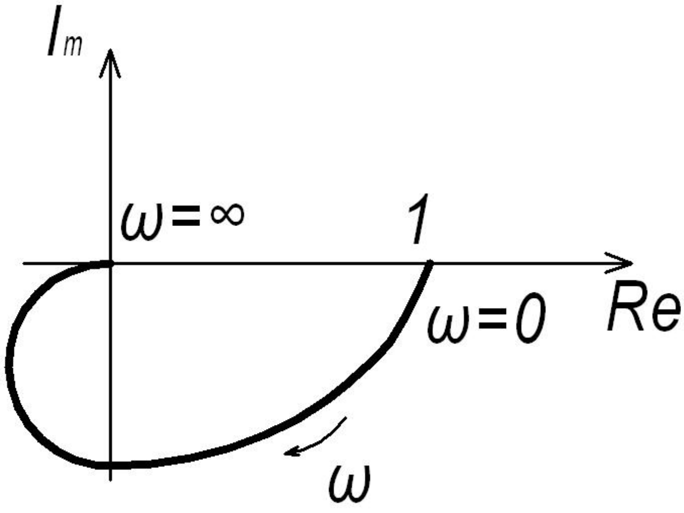


ЛЧХ для апериодического звена с передаточной функцией

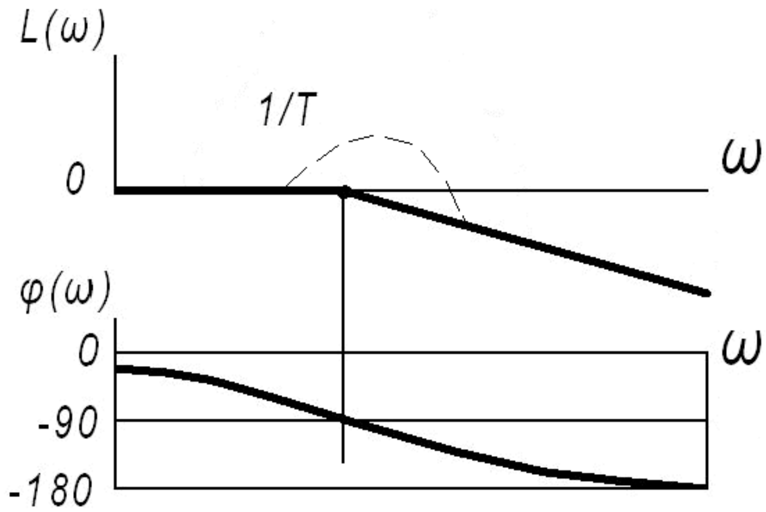
5) дифференцируемое звено первого порядка:

$$K(p)=1+pT; \;\; L(\omega) = 20\lg\sqrt{1+\omega^2T^2};$$

$$\varphi(\omega) = arctg\omega T.$$



ЛЧХ для дифференцируемого звена первого порядка



6. Устойчивость линейных систем

6.1 Необходимое и достаточное условие устойчивости линеаризированных систем формируется в теоремах А.М. Ляпунова.

1) если вещественные части всех корней p_i характеристического уравнения первого приближения отрицательны, то невозмущенное движение асимптотически устойчиво, независимо от членов разложения выше первого порядка малости.

2) если среди корней p_i характеристического уравнения первого приближения найдется, по меньшей мере, один с положительной вещественной частью, то невозмущенное движение неустойчиво, независимо от членов разложения выше первого порядка малости.

Если рассматривать линейную систему, то её устойчивость определяется только структурой и параметрами и не зависит от поступающих сигналов.

При этом стационарная линейная система, т.е. система с постоянными параметрами, описывается следующими дифференциальным уравнением:

$$\sum_{i=0}^{n} c_i \frac{d^i}{dt^i} y(t) = \sum_{j=0}^{m} b_j \frac{d^j}{dt^j} x(t).$$

Такую систему называют асимптотически устойчивой, если кривая, характеризующая её свободное движение, затухает с течением времени, т.е. если:

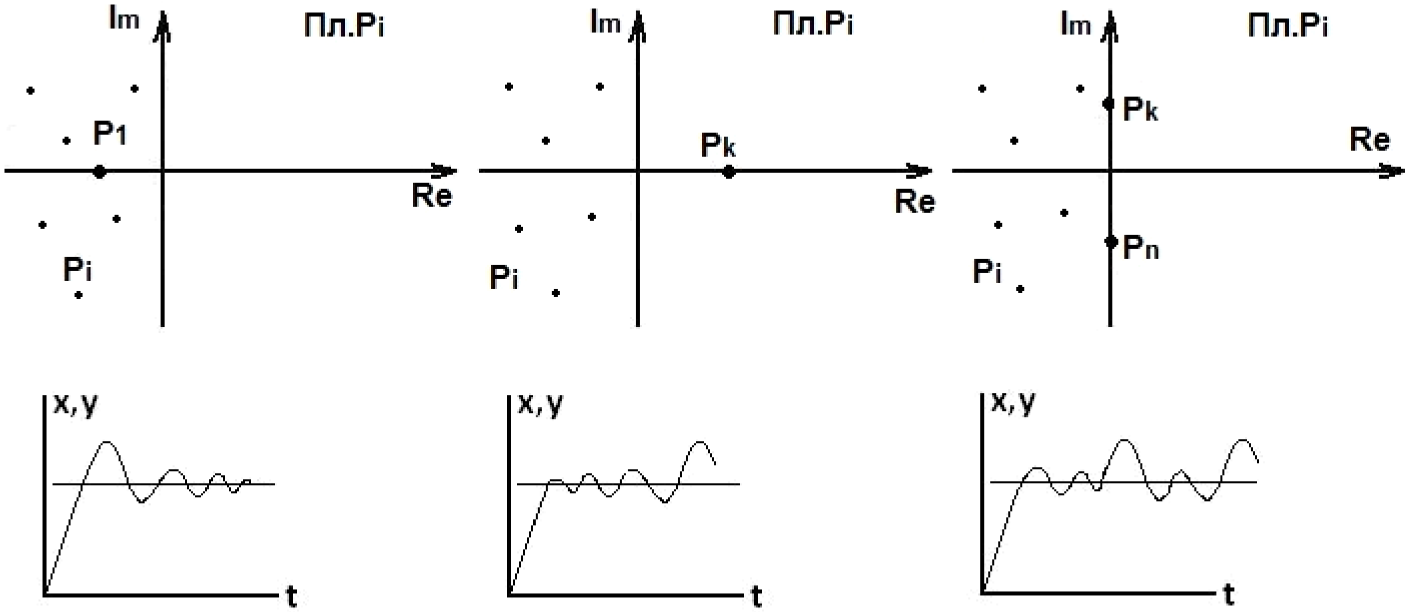
$$\lim_{i \to \infty} y_{св}(t) = 0,$$

где $y_{св}(t)$ – получают путем решения однородного дифференциального уравнения:

$$\sum_{i=0}^{n} c_i \frac{d^i}{dt^i} y(t) = 0.$$

Таким образом, необходимым и достаточным условием устойчивости линейных стационарных систем является отрицательность действительных частей всех корней её характеристического уравнения:

$$D(p)=C_np^n+C_ip^i+\ldots+C_1p+C_0=0.$$



Геометрическая интерпретация плоскости P

Для устойчивости линейной стационарной системы все корни её характеристического уравнения должны лежать в левой полуплоскости.

6.2. Критерии устойчивости линейных систем

Критериями устойчивости называют правила, позволяющие исследовать устойчивость системы без непосредственного нахождения корней характеристического уравнения.

6.2.1. Критерий Гурвица

1) Критерий Гурвица – алгебраический критерий, позволяющий в аналитической форме связать условия устойчивости с параметрами системы и выделить области устойчивости.

- если характеристическое уравнение n-й степени имеет вид:

$$D(p)=C_np^n+C_{n-1}p^{n-1}+\ldots+C_1p+C_0=0,$$

то для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы при $C_n>0$ все n определителей Гурвица $\Delta_1, \Delta_2, \ldots \Delta_n$, составленные по определенной схеме, были положительны.

Определители Гурвица по таблице

C_{n-1}	C_n	0	0	…
C_{n-3}	C_{n-2}	C_{n-1}	C_n	…
C_{n-5}	C_{n-4}	C_{n-3}	C_{n-2}	...
C_{n-7}	C_{n-6}	C_{n-5}	C_{n-4}	...
…	…	…	…	…

находят по следующим правилам:

1) выписываются по главной диагонали все коэффициенты характеристического уравнения, начиная с C_{n-1};

2) заполняются горизонтальные строки справа – с возрастающими, слева – с убывающими индексами. В строках, где индекс коэффициентов <0,или >n, ставятся нули.

3) соответствующий определитель Δ_i получает отчеркиванием i-й строки и i-го столбца.

Для устойчивости системы по Гурвицу необходимо и достаточно выполнение условий:

$C_n > 0$; $\Delta_1 = C_{n-1} > 0$; $\Delta_1 = > 0$; $\Delta_2 = \begin{vmatrix} C_{n-1} & C_n \\ C_{n-3} & C_{n-2} \end{vmatrix} > 0$; и т.д.

Необходимым условием устойчивости является:

$$C_i > 0 \ (i=0,1,2\ldots,n);$$

<u>Пример</u>:

Передаточная функция разомкнутой системы

$$K_{yz}(p) = \frac{K_\upsilon}{p(1+pT_1)(1+pT_2)} = \frac{P(p)}{Q(p)};$$

В разомкнутом состоянии система является нейтрально устойчивой, т.к. её характеристическое уравнение *Q(p)* имеет нулевой корень.

Нужно определить условия, при которых система, замкнутая единичной отрицательной обратной связью, будет устойчивой.

Характеристическое уравнение такой системы будет иметь вид:

$$D=P(p)+Q(p)=T_1T_2p^3+(T_1+T_2)p^2+p+K_\upsilon.$$

При анализе на устойчивость по Гурвицу имеем:

$$C_3p^3+C_2p^2+C_1p+C_0=0.$$

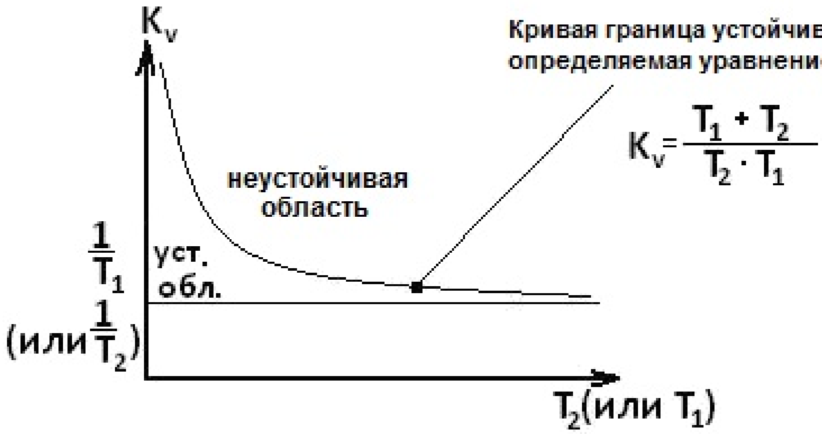
Тогда следует неравенство:

$$\Delta_2=C_1C_2-C_0C_3=1(T_1+T_2)-K_\upsilon T_1T_2>0,$$

т.е. замкнутая система будет устойчива, если:

$$K_v < \frac{T_1+T_2}{T_1 \cdot T_2}.$$

Графически области устойчивой и неустойчивой работы системы выглядят следующим образом.



Области устойчивой и неустойчивой работы системы

6.2.2. Критерий Рауса.

Критерий Рауса – алгебраический критерий, позволяющий выполнять анализ системы на устойчивость по коэффициентам её характеристического уравнения. Особенно критерий Рауса удобен в случаях, когда коэффициенты C_i заданы численно, а степень характеристического уравнения n>5.

Критерий: для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы все члены первой графы таблицы Рауса были положительны.

Таблица Рауса для характеристического уравнения D(p)=0 составляется по следующим правилам:

1) в первой и второй строках таблицы вписывают соответственно коэффициенты C_n, C_{n-2}...и C_{n-1}, C_{n-3}...;

2) для определения k-го коэффициента i-го ряда таблицы a_{ki} нужно из ($k+1$)-го коэффициента ($i-2$)-й строки ($a_{k+1,\ i-2}$) вычесть произведение r_{i-3} на ($k+1$)-й коэффициент ($i-1$)-й строки ($a_{k+1,\ i-1}$), т.е.

$$a_{ki} = a_{k+1,\ i-2} - a_{k+1,\ i-1};$$

Таблица Рауса.

i \ k	1	2	3	4
1. Коэф-ы, r_i	C_n	C_{n-2}	C_{n-4}	C_{n-6}
2.	C_{n-1}	C_{n-3}	C_{n-5}	C_{n-7}
3. $r_0=C_n/C_{n-1}$	$a_{13}=C_{n-2}-r_0C_{n-3}$	$a_{23}=C_{n-4}-r_0C_{n-5}$	$a_{33}=C_{n-6}-r_0C_{n-7}$	$a_{43}=C_{n-8}-r_0C_{n-9}$
4. $r_1= C_{n-1}/a_{13}$	$a_{14}=C_{n-3}-r_1a_{23}$	$a_{24}=C_{n-5}-r_1a_{33}$	…	…
5. $r_2= a_{13}/a_{14}$	$a_{15}=a_{23}-r_2a_{24}$	$a_{25}=a_{33}-r_2a_{34}$	..	…

Условия устойчивости: $C_n>0$; $C_{n-1}>0$; $a_{1,3}>0$; $a_{1,4}>0$; $a_{1,5}>0$; $a_{1,\ n+1}>0$.

6.2.3. Критерий Михайлова.

Критерий Михайлова – частотный критерий, позволяющий судить об устойчивости замкнутой (или разомкнутой) системы по поведению её характеристического вектора на комплексной плоскости.

Характеристический вектор получают путем подстановки в выражение полинома D(p):

$$D(p) = C_n p^n + C_{n-1} p^{n-1} + \ldots + C_1 p + C_0;$$

значения p=jω;

$$D(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega) = (C_0 - \omega^2 C_2 + \omega^4 C_4 - \omega^6 C_6 + \ldots) + j(\omega C_1 - \omega^3 C_3 + \omega^5 C_5 - \omega^7 C_7 \ldots).$$

Если задаваться различными значениями ω и откладывать по горизонтали U(ω), а по вертикали – V(ω) в декартовой системе координат, то будет получена кривая, называемая годографом характеристического вектора или годографом Михайлова (ГМ)

ГМ начинается при ω=0 в точке C_0 на вещественной оси, а при ω=∞ уходит в бесконечность в соответствующем квадранте.

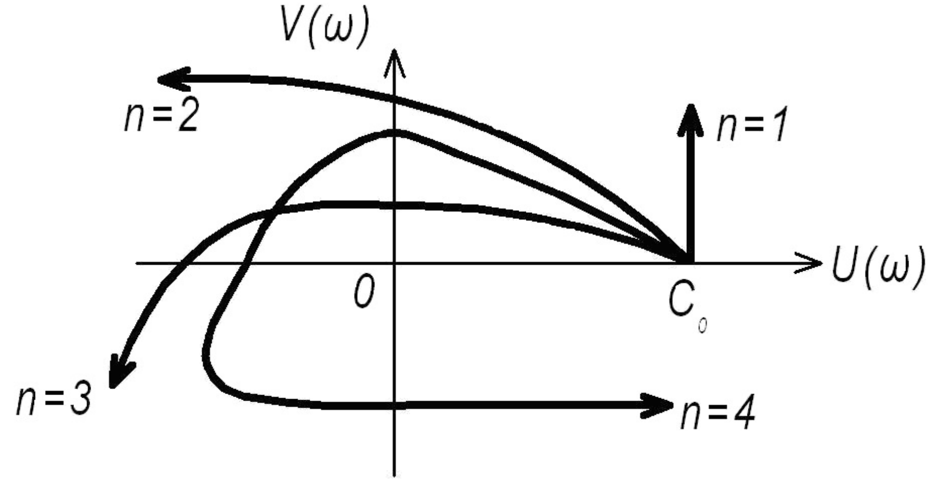
Оценка устойчивости системы осуществляется по углу поворота ХВ при изменении частоты ω от 0 до ∞, т.е. по приращению Δ аргумента ХВ

$$\Delta \arg_{0 \xrightarrow{\omega} \infty} D(j\omega) = \arg D(j\infty) - \arg D(j0);$$

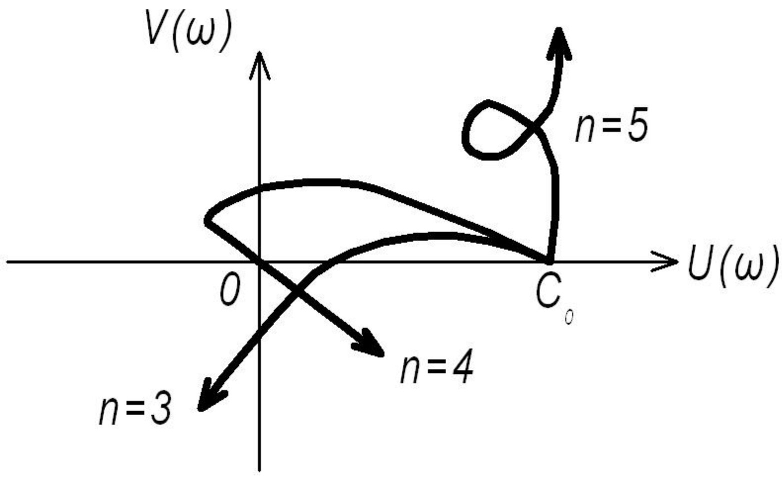
<u>Критерий</u>: для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы её характеристический вектор при изменении частоты (0, ∞) повернулся в положительном направлении (против часовой стрелки), начиная с положительной вещественной оси, на число квадрантов, равное порядку характеристического уравнения, т.е.

$$\Delta arctg_{0 \xrightarrow{\omega} \infty} D(j\omega) = n\frac{\pi}{2}.$$

Примеры годографов Михайлова



Устойчивые системы



Неустойчивые системы

Изменение коэффициента C_0 вызывает сдвиг годографа Михайлова вдоль горизонтальной оси без его деформации. Если годограф Михайлова пересекает начало координат и, сдвинув его небольшим изменением C_0, можно добиться того, что он будет обходить последовательно n квадрантов, то данная система находится на границе устойчивости.

Вторая формулировка критерия Михайлова (критерий перемежаемости корней): для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы корни уравнений $V(\omega)=0$ и $U(\omega)=0$ перемежались (чередовались), т.е. чтобы выполнялось условие:

$$\omega_{v1}=0<\omega_{u1}<\omega_{v2}<\omega_{u2}<\omega_{v3}<\omega_{u3}<\ldots.$$

Эта формулировка критерия Михайлова удобна для анализа систем, описываемых дифференциальными уравнениями до 5-го порядка включительно.

6.3. Критерий Найквиста

Критерий Найквиста – частотный критерий, позволяющий судить об устойчивости системы, замкнутой единичной отрицательной обратной связи, по виду амплитудно-фазовой характеристики (АФХ) разомкнутой системы.

АФХ разомкнутой системы представляет собой кривую, описываемую концом вектора:

$$K(j\omega)=\frac{P(j\omega)}{Q(j\omega)}=\frac{b_m(j\omega)^m+b_{m-1}(j\omega)^{m-1}+\ldots+b_1(j\omega)+b_0}{a_n(j\omega)^n+a_{n-1}(j\omega)^{n-1}+\ldots+a_1(j\omega)+a_0}=A(\omega)-jB(\omega);$$

при варьировании круговой частоты ω от 0 до ∞. Данная кривая строится в прямоугольной системе координат на плоскости $OA(\omega)$, $jB(\omega)$.

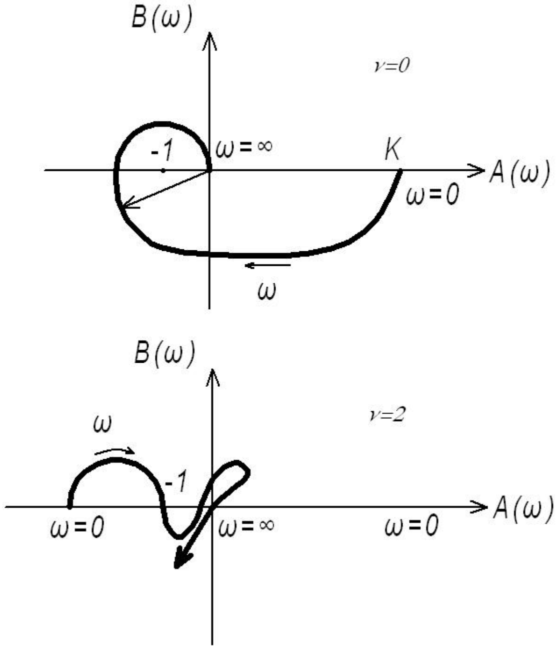
В случае статической системы ($a_0\neq0$) АФХ при $\omega=0$ начинается на положительной вещественной полуоси в точке $K(j\omega)=b_0/a_0=K$ - коэффициент преобразования системы по положению. При $\omega=\infty$ АФХ реальной системы по условию физической осуществимости равна нулю.

В случае астатической системы υ-го порядка ($a_0=a_1=\ldots=a_{\upsilon-1}=0$) при $\omega\to 0$:

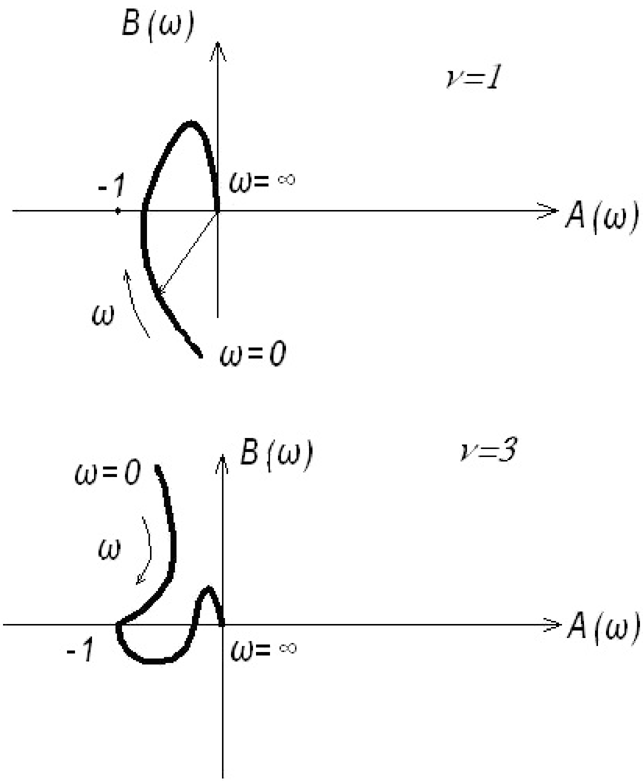
$$\underset{\omega\to 0}{K(j\omega)} = \frac{b_0}{a_\nu (j\omega)^\nu} = \frac{b_0}{a_\nu \omega^\nu} \cdot e^{-j\nu\frac{\pi}{2}},$$

где $\dfrac{b_0}{a_\nu} = K_\nu$ - коэффициент преобразования системы по по υ-й производной.

АФХ астатической системы, начинаясь на вещественной положительной полуоси, при $\omega\to 0$ дугой бесконечно большого радиуса перемещается на угол, равный – υπ/2.



АФХ статической системы



АФХ астатической системы 1-го порядка

Существует несколько формулировок критерия Найквиста.

Коэффициент Найквиста для случая устойчивой разомкнутой системы:

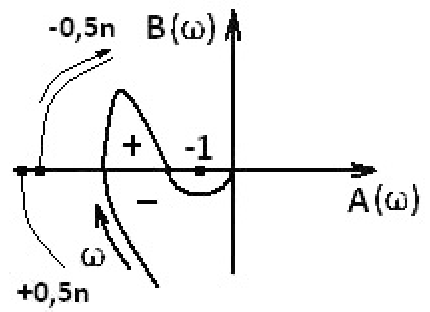
Замкнутая система будет устойчива, если АФХ устойчивой разомкнутой системы при изменении частоты ω от 0 до ∞ не охватывает точку [-1;j0].

Положительным переходом при возрастании частоты ω называют переход АФХ разомкнутой системы участка [-∞, -1] из верхней полуплоскости в нижнюю, а отрицательным - из нижней в верхнюю.

Если при ω=0, АФХ разомкнутой системы начинается на отрезке [-∞, -1], то этому соответствует +0,5 или -0,5 перехода.

Вторая формулировка КН:

Замкнутая система будет устойчива, если разность между числом положительных и отрицательных переходов АФХ устойчивой разомкнутой системы через отрезок вещественной оси [-∞, -1] при изменении частоты от 0 до ∞ равна «0».



Графическое изображение 2-й формулировки Найквиста

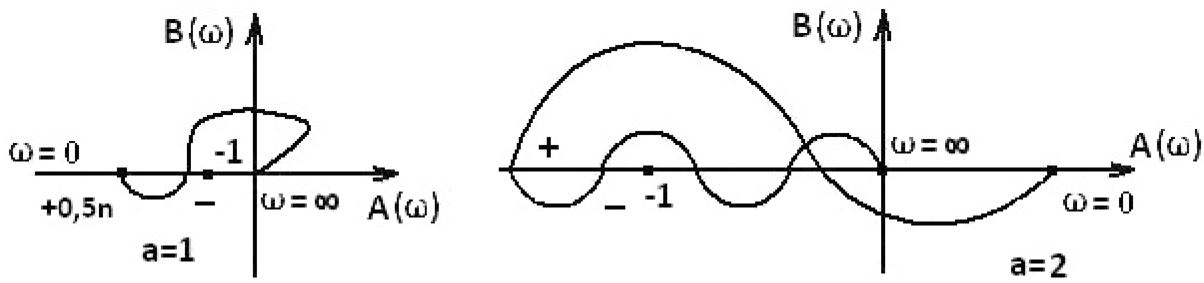
КН для случая неустойчивой разомкнутой системы:

замкнутая система будет устойчива, если при изменении частоты от *ω*→∞ АФХ неустойчивой разомкнутой системы охватывает точку с координатами [-1, j0] a/2 раз, где a – число корней ХУ разомкнутой системы, лежащих в правой полуплоскости.

Или: Замкнутая система будет устойчива, если при ω(*ω*→∞) разность между положительными и отрицательными переходами АФХ разомкнутой системы отрезка действительной оси [-∞, -1] равна a/2.

Примеры АФХ устойчивых и неустойчивых систем:

Устойчивые системы в замкнутом состоянии



Неустойчивые системы в замкнутом состоянии

КН иногда удобно применять, используя обратные АФХ.

Передаточная функция: $K(p) = \dfrac{P(p)}{Q(p)}$.

Обратная передаточная функция: $\left[K(p)\right]^{-1} = \dfrac{Q(p)}{P(p)}$.

Обратной передаточной функции соответствует частотная характеристика:

$\left[K(j\omega)\right]^{-1} = \dfrac{Q(j\omega)}{P(j\omega)}$ - обратная амплитудно-фазовая характеристика (ОАФХ).

При этом модуль ОАФХ равен величине, обратной модулю, а фаза ОАФХ отличается от фазы АФХ только знаком. Точкам пересечения кривой $K(j\omega)$ отрезка действительной оси [-∞, 1] соответствуют точки пересечения кривой $\left[K(j\omega)\right]^{-1}$ отрезка действительной оси [-1, 0], а знак перехода в этих точках – обратный.

Формулировка КН для ОАФХ.

Если обратная передаточная функция $\left[K(p)\right]^{-1}$ имеет *a* полюсов в правой полуплоскости (т.е. *K(p)* имеет *a* нулей в правой полуплоскости), то для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно, чтобы ОАФХ $\left[K(j\omega)\right]^{-1}$ проходила через *(n-m)-2a* квадрантов против часовой стрелки относительно точки с координатами [-1, j0] при варьировании круговой частоты $\omega \in (0 ... \infty)$.

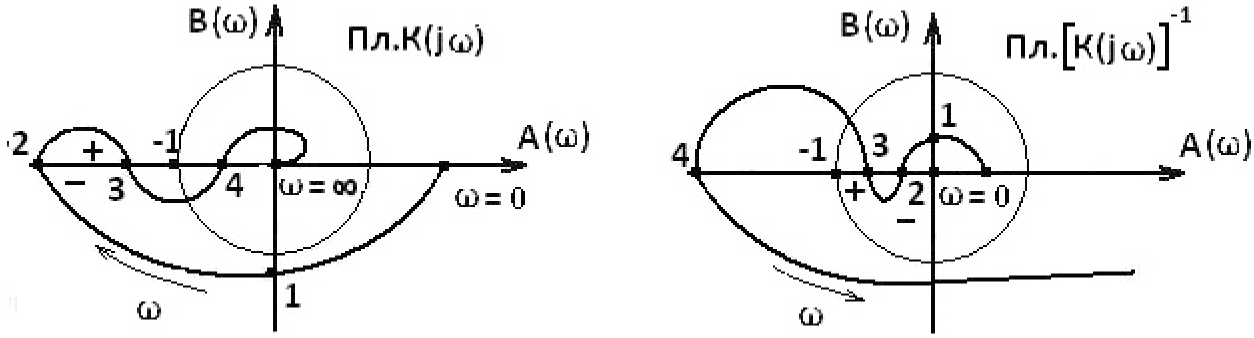
Числа n и m характеризуют соответственно максимальную степень полиномов $Q(p)=a_n p^n + \ldots + a_o$; и $P(p)=b_m p^m + \ldots + b_o$.

Вторая формулировка КН для ОАФХ:

Замкнутая система будет устойчивой, если при варьировании кр. частоты $\omega \in (0 ... \infty)$ разность между положительными и отрицательными переходами ОАФХ разомкнутой системы отрезка действительной оси [-1, 0] равна *a/2*.

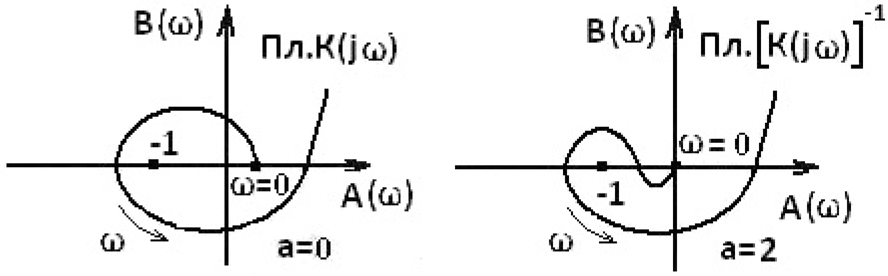
Под положительным здесь понимают переход кривой $\left[K(j\omega)\right]^{-1}$ на участке {-1, 0} действительной оси снизу вверх, т.е. из нижней полуплоскости в верхнюю, а под отрицательным переходом – наоборот – из верхней полуплоскости в нижнюю.

Примеры прямой и обратной АФХ:



Прямая и обратная АФХ

Примеры АФХ устойчивых систем:



АФХ устойчивых систем

6.4. Системы первого и второго рода

АФХ разомкнутых систем в зависимости от расположения точек их пресечения с вещественной осью относительно критической точки [-1,j0] делятся на два основных типа:

АФХ **первого рода** – все точки пересечения которых с вещественной осью расположены справа от критической точки [-1, j0], а АФХ **второго рода** – точки пересечения которых с вещественной осью расположены как справа, так и слева от критической точки.

В системах первого рода, увеличение коэффициента преобразования выше его критического значения приводит к потере устойчивости, а при уменьшении коэффициента – без потери устойчивости.

В системах **второго рода** устойчивость может быть потеряна как при увеличении, так и при уменьшении коэффициента.

Критическим значением коэффициента преобразования называют его такое значение, при котором АФХ проходит через критическую точку [-1, j0] и система находится на границе устойчивости.

Для характеристики степени удаления системы от границы устойчивости вводят понятия о запасах устойчивости (ЗУ).

ЗУ по амплитуде ΔL называется величина в децибелах, на которую нужно изменить коэффициент преобразования системы, для того, чтобы привести её к границе устойчивости:

$$\Delta L=20lg\left|K(\omega_{\pi})\right|,$$

где ω_{π} величина, на которой фазовая характеристика равна $\pm 180^{o}$.

Запасом устойчивости по фазе $\Delta\varphi(\omega_c)$ называется угол, на который нужно повернуть АФХ разомкнутой системы. чтобы замкнутая система оказалась на границе устойчивости:

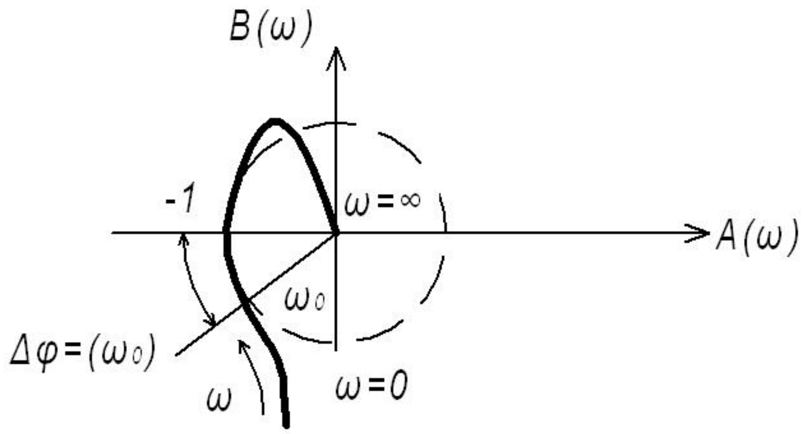
$$\Delta\varphi(\omega_c)=180 - \left|\varphi(\omega_c)\right|,$$

где $\varphi(\omega_c)$ – значение ФЧХ на частоте среза ω_c, то есть на частоте, при которой $L(\omega)=0$ или $\left|K(j\omega)\right|=1$.

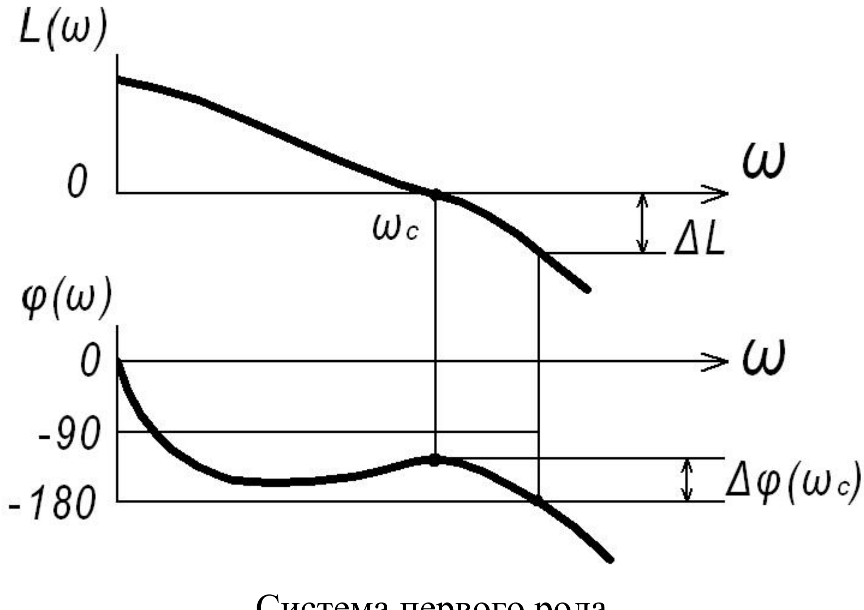
Удовлетворительными считаются:

$$\Delta L=(10\text{-}15)дб;\ \Delta\varphi(\omega_c)=(30\text{-}60)^{o};$$

Для системы первого рода:

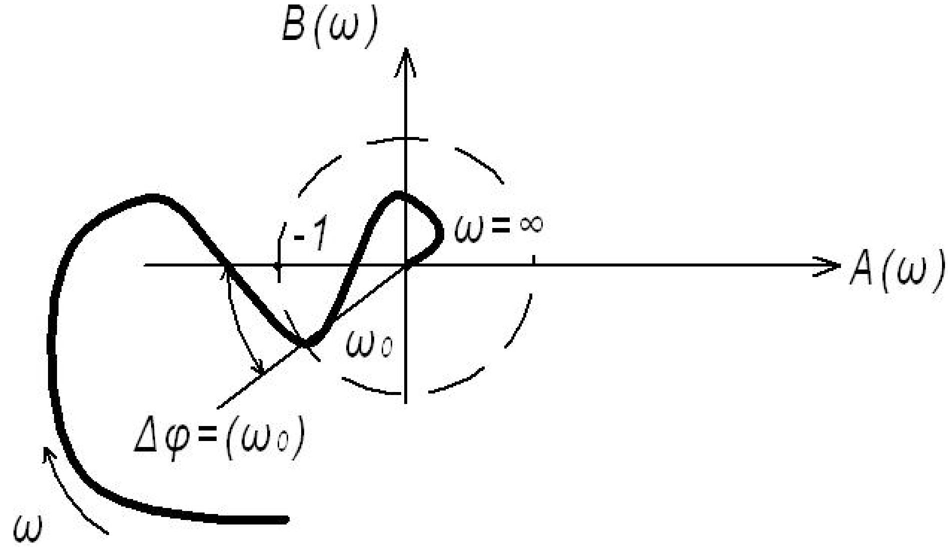


Система первого рода

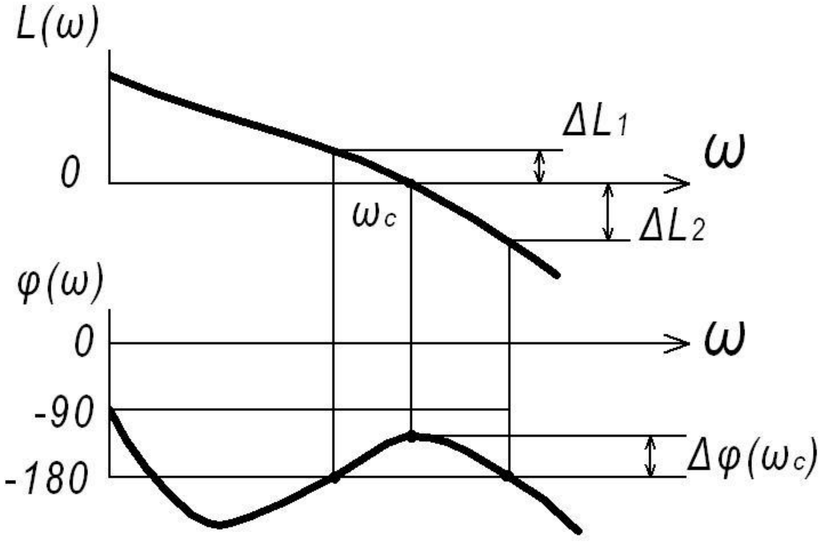


Система первого рода

Для системы второго рода:



Система второго рода



Система второго рода

Список литературы

1. Нетушила А.В. Теория автоматического управления под ред: Учебник для вузов. – Изд. 2-е, доп. и перераб. М: Высшая школа, 1976.- 400с.
2. Храменков В.Г. Контроль и автоматизация технологических процессов при бурении геологоразведочных, нефтяных и газовых скважин: Учебное пособие. – Томск: Изд-во ТПУ, 2005.– 300 с.
3. Капустин, Н. М. Автоматизация производственных процессов в машиностроении: Учеб. для втузов / Под ред. Н. М. Капустина. — М.: Высшая школа, 2004. — 415 с.
4. Федеральный портал “Российское образование”. URL: http://www.edu.ru/
5. Федеральное хранилище “Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов”. URL: http://www.school-collection.edu.ru/

Учебное издание

Миловзоров Георгий Владимирович
Миловзоров Алексей Георгиевич

АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ В БУРЕНИИ

Часть 1. Основы теории линейных систем управления (конспект лекций)

Компьютерный набор и верстка А.Д. Кузнецов
Авторская редакция
Напечатано с оригинал-макета заказчика

Подписано в печать 12.11.12. Формат 60х84 1/16
Печать офсетная. Усл. печ. л. 3,02.
Тираж экз. Заказ №

Издательство «Удмуртский университет»
426034, г. Ижевск, ул. Университетская, 1, корп. 4.