

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«УДМУРТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт гражданской защиты  
Кафедра общеинженерных дисциплин

**Деление окружности на равные части.**

**Сопряжения.**

**Учебно-методическое пособие.**

Рецензенты:

Кафедра «Теории и методики технологического и профессионального образования» Удмуртского государственного университета (зав. кафедрой – кандидат педагогических наук доцент Причинин А.Е.)

Составители:

Е.К.Торхова, старший преподаватель кафедры ОИД УдГУ;  
И.И.Шафигуллин, студент группы 131000 института нефти и газа им. М.С. Гущериева УдГУ.

### **Торхова Е.К.**

Деление окружности на равные части. Сопряжения/ сост. Е.К.Торхова, И.И.Шафигуллин; под ред. Е.К.Торховой. Ижевск, 2012. – 25 с.: ил. – (Учебно-методическое пособие)

В учебном пособии изложены приемы и способы выполнения на чертеже деления окружности на равные части и сопряжения линий разной конфигурации ручным и машинным способом. Приведены алгоритмы выполнения построений при помощи чертежных инструментов и программы Компас 3D.

Рекомендуется студентам дневной, заочной и дистанционной форм обучения бакалавров инженерного профиля.

## Содержание

1. Введение.....	4
2. Деление окружности на равные части .....	5
2.1. Деление окружности на две, четыре и восемь частей.....	5
2.2. Деление окружности на три, шесть и двенадцать равных частей. ....	6
2.3. Деление окружности на любое число равных частей.....	11
2.4. Деление окружности на равные части в программе КОМПАС. ....	12
2.5. Вопросы для самопроверки .....	13
3.Сопряжения .....	13
3.1.Сопряжение пересекающихся прямых дугой окружности данного радиуса: .....	13
3.2. Сопряжение окружности и прямой линии дугой заданного радиуса .....	14
3.2.1. <i>Внешнее касание</i> .....	14
3.2.2. <i>Внутреннее касание</i> .....	15
3.3.Сопряжение двух окружностей дугой заданного радиуса. ....	15
3.3.1. <i>Внешнее касание</i> .....	15
3.3.2. <i>Внутреннее касание</i> .....	16
3.3.3. <i>Смешанное касание (внешнее и внутреннее)</i> .....	17
3.4. Сопряжения в программе КОМПАС.....	18
3.4.1. <i>Сопряжения двух пересекающихся прямых заданного радиуса:</i> .....	18
3.4.2. <i>Сопряжение окружности и прямой:</i> .....	20
3.4.3. <i>Сопряжение двух окружностей:</i> .....	21
3.5. Вопросы для самопроверки .....	23
4. Методические указания для графической работы «Деление окружности на равные части и Сопряжения». ....	24
5. Библиографический список .....	25

# 1. Введение

Данное учебно-методическое пособие предназначена для студентов разных форм обучения, изучающих дисциплину «Начертательная геометрия. Инженерная компьютерная графика». Это пособие содержит сведения о правилах и приемах деления окружности на равные части и плавного перехода линии одной формы в линию другой траектории.

Умение разделить окружность на равные части с использованием чертежных инструментов необходимо на этапе эскизного проектирования при выполнении чертежей правильных геометрических фигур, либо при начертании элементов объекта проектирования через равные расстояния и на равном удалении от центра. Получение изображений правильных многоугольников, либо равноудаленных элементов, вписывая их в окружность, является наиболее рациональным приемом. Выбор рационального способа сокращает время, затрачиваемое на выполнение изображений чертежа.

В технических деталях часто используются плавные переходы между поверхностями, которые отвечают многим конструктивным и технологическим требованиям, предъявляемым к конкретным деталям. Поэтому при проектировании заранее предусматриваются радиусы необходимых скруглений.

Построение очертаний подобных деталей (объектов) на чертеже нуждается в точном исполнении плавного перехода линии одной конфигурации в линию другую формы. Такие плавные переходы называются *сопряжениями*, а точки, в которых одна линия переходит в другую, - *точками сопряжения*.

*Обводом* называют кривую линию, составленную из дуг различных кривых, состыкованных между собой определенным образом. *Узлами обвода* называют точки стыка дуг обвода.

При изготовлении чертежей обводов на ЭВМ выполняется так называемый *интерполирующий обвод*, т.е. обвод, проходящий через узловые точки. Построение узловых точек в таком случае требует особой точности.

## 2. Деление окружности на равные части

### 2.1. Деление окружности на две, четыре и восемь частей.

Существует два способа деления окружности на равные части и построение правильных вписанных многоугольников: с помощью циркуля или с помощью угольников и линейки (рекомендуется взять линейку на роликах, т.е. рейсшину).

*Деление окружности на две и четыре равные части* можно выполнить, используя штрихпунктирные линии, изображающие центр окружности. Эти штрихпунктирные линии делят окружность на равные части: вертикальная на две части (правую и левую), горизонтальная также на две части (верхнее и нижнее). В результате эта окружность разделена штрихпунктирными линиями на четыре равные части. (рис. 1а).

*Деление окружности на восемь равных частей* можно выполнить при помощи циркуля или при помощи линейки и угольника с углами  $45^\circ$ .

*Прием 1 «Деление окружности на восемь равных частей с помощью циркуля»:*

1. Из точек 1 и 7 провести две дуги произвольного радиуса.
2. Через полученную точку пересечения этих дуг и центр окружности провести диаметр 4-8.
3. Таким же образом построить второй диаметр 2-6 (рис. 1а).

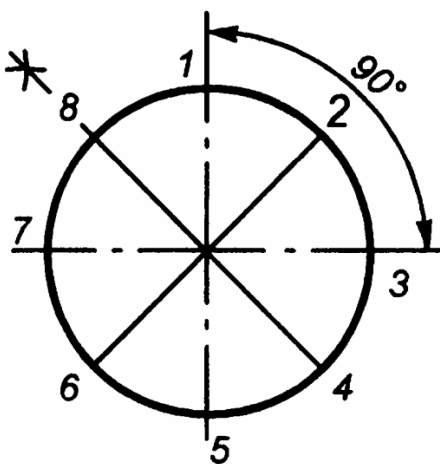


Рис. 1а

*Прием 2 «Деление окружности на восемь равных частей с помощью угольника с углами  $45^\circ$  и линейки»:*

1. Провести две взаимно перпендикулярные вертикальную и горизонтальную штрихпунктирные линии, тем самым окружность будет поделена на 4 части.

2. Переместить линейку параллельно горизонтальной штрихпунктирной линии вниз, поставить над линейкой угольник так, чтобы гипотенуза проходила через центр окружности и получить диаметр 2-6.

3. Перевернуть угольник и построить второй диаметр 8-4 (рис. 16).

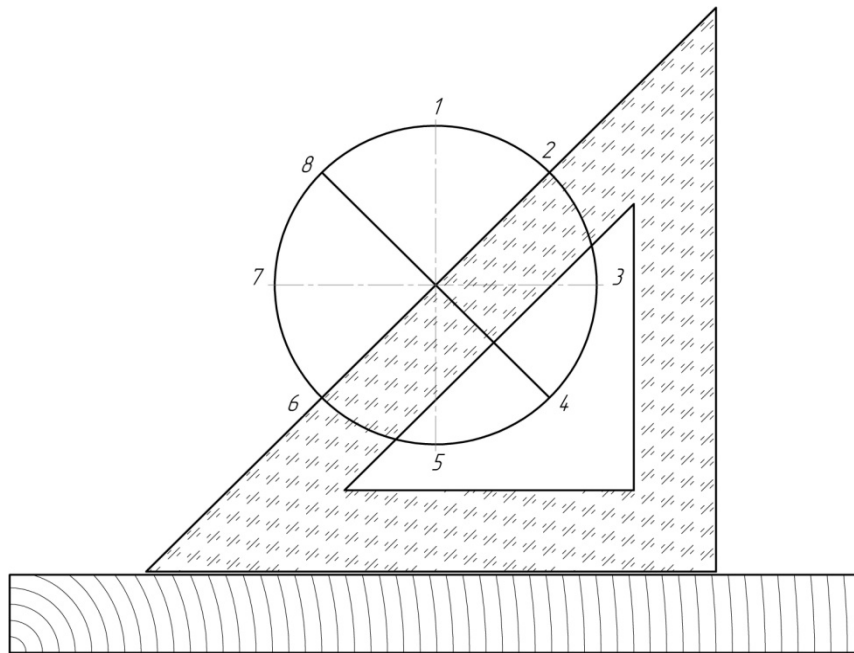


Рис. 16

## 2.2. Деление окружности на три, шесть и двенадцать равных частей.

Деление окружности на три равные части и построение правильного вписанного треугольника можно выполнить с помощью циркуля или угольника с углами 30, 60 и 90° и линейки.

*Прием 1 «Деление окружности на равные части при помощи циркуля»:*

1. Провести две взаимно перпендикулярные вертикальную и горизонтальную штрихпунктирные линии.

2. Из любой точки пересечения штрихпунктирных линий с окружностью, например из точки А (рис. 2, а и б), провести дугу радиусом  $R$ , равным радиусу данной окружности, получить точки 1 и 2.

3. Третья точка деления (точка 3) будет находиться на противоположном конце диаметра, проходящего через точку А.

4. Последовательно соединить точки 1, 2 и 3 и получить правильный вписанный треугольник.

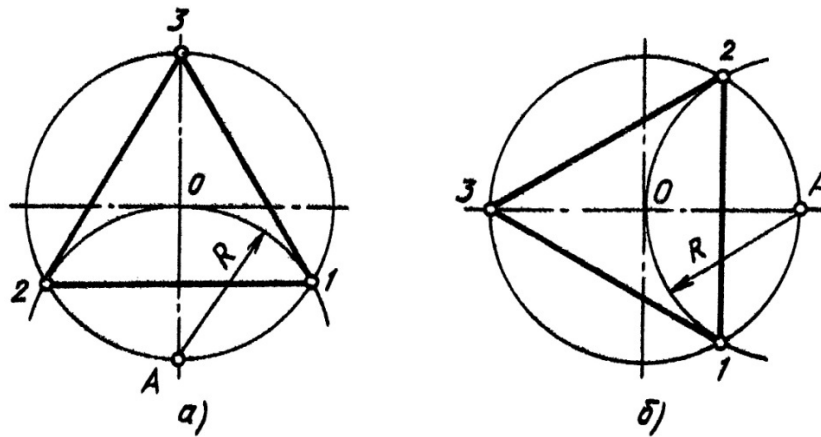


Рис. 2

Прием 2 «Деление окружности на равные части при помощи линейки и угольника с углами 30, 60 и 90°»:

1. Провести две взаимно перпендикулярные вертикальную и горизонтальную штрихпунктирные линии.
2. Переместить линейку горизонтально штрихпунктирной линии вниз, поставить над линейкой угольник так, чтобы сторона с углом 60° угольника касалась линейки (см. рис. 3).
3. Провести линии через точку 1 до пересечения с окружностью в точках 2 и 3 (рис. 3, а и б).
4. Точки 2 и 3 соединить и получить правильный вписанный треугольник (рис. 3, в).

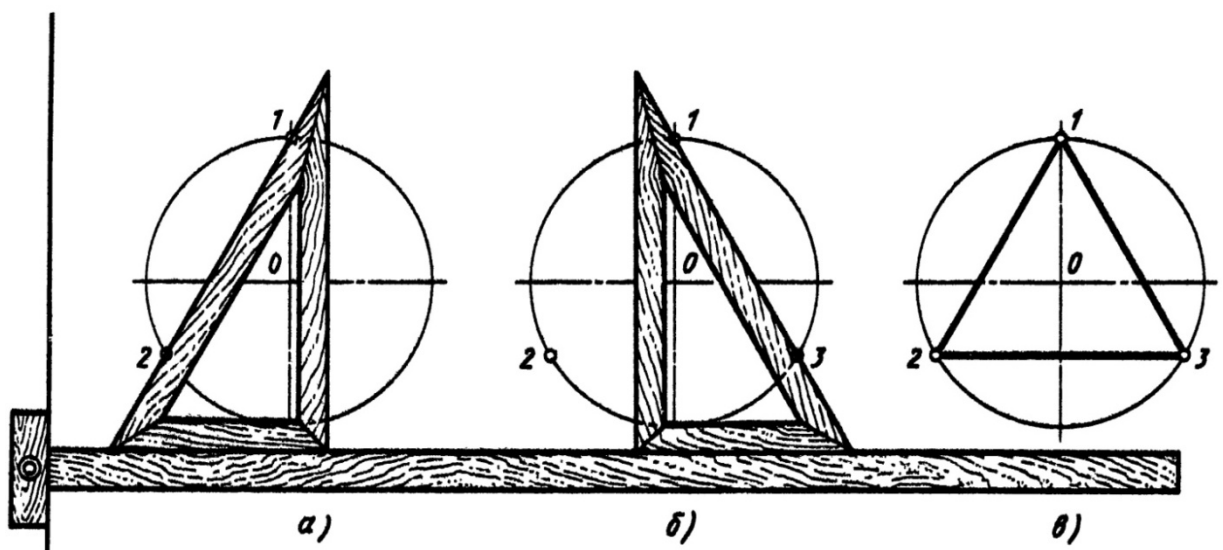


Рис. 3

Деление окружности на шесть равных частей и построение правильного вписанного шестиугольника можно выполнить при помощи циркуля или угольника с углами 30, 60 и 90° и линейки.

Прием 1 «Деление окружности на шесть равных частей при помощи циркуля»:

1. Провести две взаимно перпендикулярные вертикальную и горизонтальную штрихпунктирные линии.
2. Из каждой точки пересечения вертикальной (горизонтальной) штрихпунктирной линии с окружностью провести радиус, равный радиусу данной окружности, до пересечения с окружностью в точках 2,6 и 3,5 (рис. 4 а и б).
3. Последовательно соединить полученные точки и получить правильный вписанный шестиугольник.

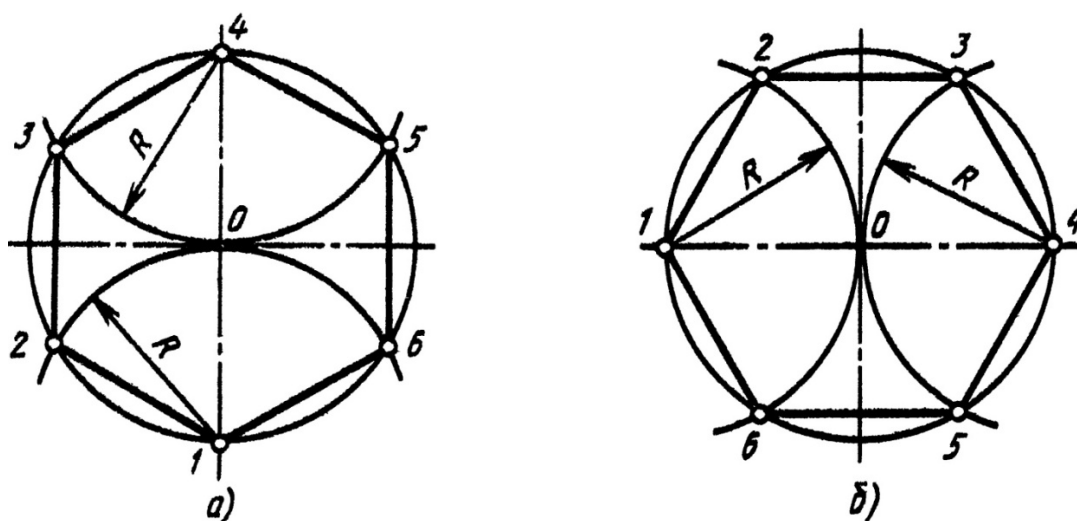


Рис. 4

Прием 2 «Деление окружности на шесть равных частей при помощи линейки и угольника с углами 30, 60 и 90°»:

Первый случай:

1. Провести две взаимно перпендикулярные вертикальную и горизонтальную штрихпунктирные линии.
2. Переместить линейку параллельно горизонтальной штрихпунктирной линии вниз, поставить над линейкой угольник так, чтобы угол 60° угольника касался линейки (см. рис. 5).



3. Провести линии через точки пересечения горизонтальной штрихпунктирной линии с окружностью до пересечения с окружностью.
4. Соединить все полученные точки и получить правильный вписанный шестиугольник (рис. 5).

Второй случай:

1. Провести две взаимно перпендикулярные вертикальную и горизонтальную штрихпунктирные линии.
2. Линейку перемещать параллельно горизонтальной штрихпунктирной линии, поставить над линейкой угольник так, чтобы угол  $30^\circ$  угольника касалась линейки (см. рис. 6).
3. Провести линии через точки пересечения вертикальной штрихпунктирной линии с окружностью до пересечения с окружностью.
4. Последовательно соединить полученные точки и получить правильный вписанный шестиугольник (рис. 6).

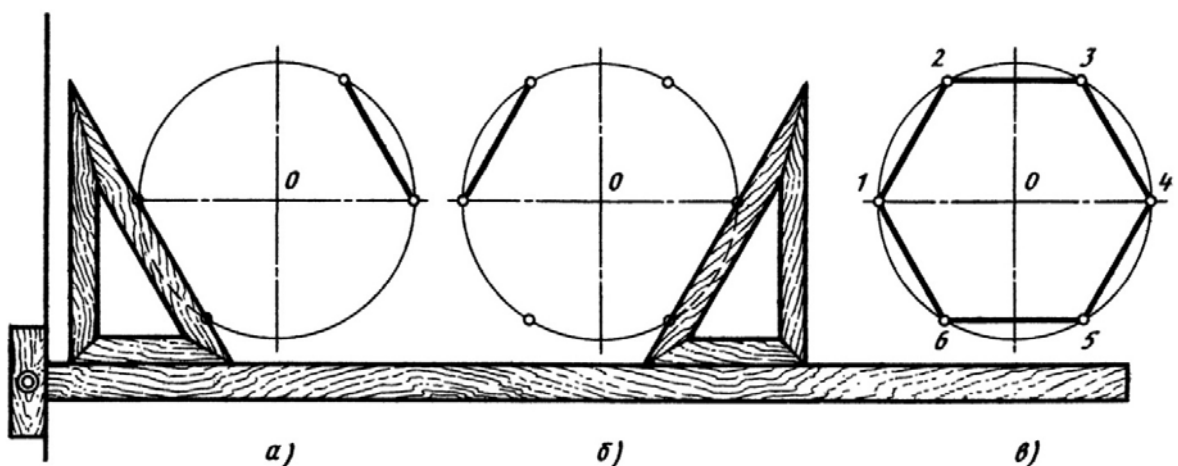


Рис. 5

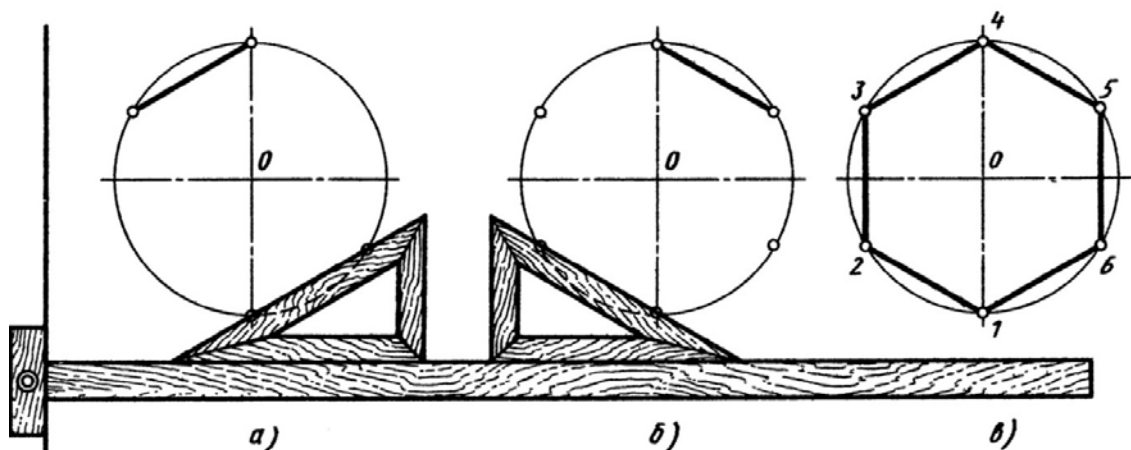


Рис. 6

Деление окружности на двенадцать равных частей и построение правильного вписанного двенадцатиугольника можно выполнить при помощи циркуля или угольника с углами 30, 60 и 90° и линейки.

Прием 1 «Деление окружности на двенадцать равных частей при помощи циркуля»:

1. Провести две взаимно перпендикулярные вертикальную и горизонтальную штрихпунктирные линии.
2. Из четырех концов двух взаимно перпендикулярных штрихпунктирных линий окружности провести дуги, равные радиусу данной окружности, до пересечения с окружностью (рис. 7).
3. Последовательно соединить полученные точки и получить правильный вписанный двенадцатиугольник.

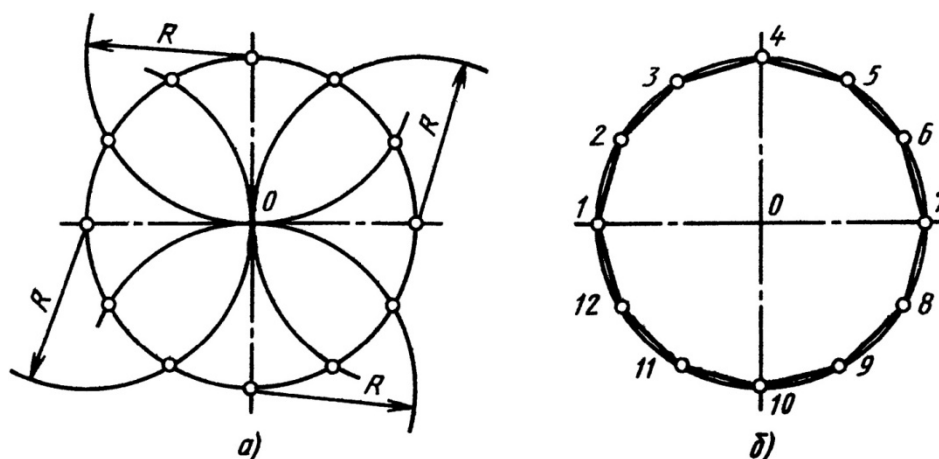


Рис. 7

Прием 2 «Деление окружности на двенадцать равных частей при помощи линейки и угольника с углами 30, 60 и 90°»:

1. Провести две взаимно перпендикулярные вертикальную и горизонтальную штрихпунктирные линии.
2. Переместить линейку параллельно горизонтальной штрихпунктирной линии вниз, поставить над линейкой угольник так, чтобы угол 60° угольника касалась линейки (см. рис. 5).
3. Провести линии через точки пересечения горизонтальной штрихпунктирной линии с окружностью до пересечения с окружностью.
4. Поставить над линейкой угольник так, чтобы угол 30° угольника касалась линейки (см. рис. 6).

5. Провести линии через точки пересечения вертикальной штрихпунктирной линии с окружностью до пересечения с окружностью.
6. Последовательно соединить полученные точки и получить правильный вписанный двенадцатиугольник.

### 2.3. Деление окружности на любое число равных частей.

Для деления окружности на любое число равных частей пользуются таблицей хорд (табл. 1). В таблице находят коэффициент, соответствующий числу делений. Умножив на него диаметр заданной окружности, вычисляют длину хорды, соответствующей стороне правильного вписанного многоугольника. Например, при делении окружности  $\varnothing 80$  мм на 20 равных частей надо сделать следующее:

1. В таблице против числа делений 20 найти коэффициент  $K = 0,15643$ .
2. Подсчитать длину хорды:  $L = D \cdot K = 80 \cdot 0,15643 = 12,5$ .
3. Приняв этот отрезок за радиус дуги и засекая им окружность сначала из точки 0, а затем из точек 1, 2, 3 и т.д., поделить окружность на 20 равных частей (рис. 8).

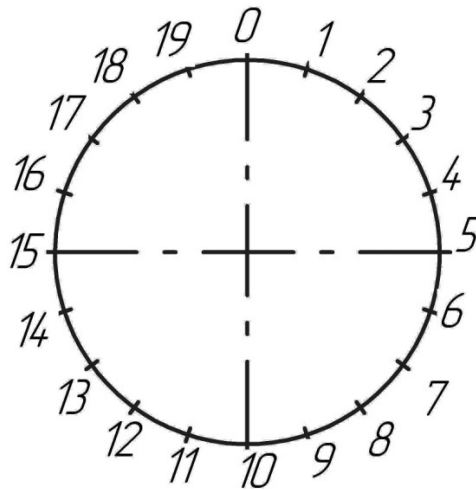






Рис. 8

Примечание: если достаточно точное деление сразу не получится, то надо внести некоторую поправку (увеличить или уменьшить расстояние между ножками циркуля) и повторить деление.

Таблица 1

Число делений n	Коэффициент k	Число делений n	Коэффициент k
3	0,86603	12	0,25782
4	0,70711	13	0,23932
5	0,58779	14	0,22252
6	0,50000	15	0,20791
7	0,43388	16	0,19509
8	0,38268	17	0,18375
9	0,34202	18	0,17365
10	0,30902	19	0,16459
11	0,28173	20	0,15643

#### 2.4. Деление окружности на равные части в программе КОМПАС -3D

- откройте документ **Фрагмент**;
-  - инструментальная панель **Геометрия**;
- текущий масштаб на Инструментальной панели **Вид М 1:1**;
-  - окружность;
- укажите центр окружности (начало координат);
- на панели **Свойств** выберите кнопку **С осями**;
- постройте окружность радиусом 70 мм;
-  - **Прервать команду**;
-  - **Точки по кривой**;
- в поле **Количество участков кривой** панели **Свойств** выберите значение 5;
- укажите кривую, по которой нужно проставить точки (щелкнуть ЛКМ).  
*Обратите внимание: после щелчка окружность изменила цвет;*
- в данном случае кривая замкнута, и для того чтобы разделить ее на равное количество участков, требуется задать положение первой точки. Укажите верхнюю точку пересечения окружности и вертикальной оси симметрии. Система равномерно расставила точки, разделив кривую (окружность) на заданное количество равных участков (рис. 9).

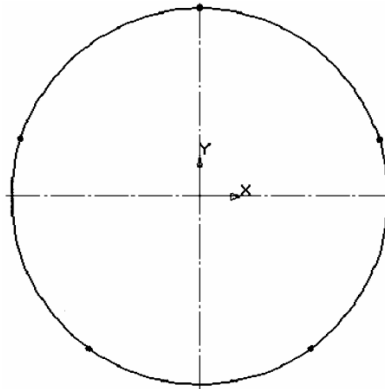


Рис. 9

## 2.5. Вопросы для самопроверки

1. Как разделить окружность на 2, 4 и 8 равных частей?
2. Как разделить окружность на 3, 6 и 12 равных частей?
3. Как пользоваться таблицей хорд при делении окружности на равные части?
4. Как разделить окружность на равные части в программе КОМПАС?

## 3.Сопряжения

*Сопряжение* – это плавный переход одной линии в другую.

*Центр сопряжения* – это точка пересечения вспомогательных прямых (дуг окружности), параллельных сопрягаемым прямым (окружностям) и проведенным на расстоянии  $R$  от них.

*Точки сопряжения* – это точки, находящиеся на пересечении перпендикуляров, проведенных из центра сопряжения к сопрягаемым сторонам.

### 3.1.Сопряжение пересекающихся прямых дугой окружности данного радиуса

1. Провести две линии центров параллельно каждой на расстоянии, равном радиусу  $R$  дуги сопряжения (рис. 10). Точка их пересечения будет центром дуги сопряжения.
2. Из центра сопряжения  $O$  провести перпендикуляры на заданные

прямые и получить точки сопряжения  $K$  и  $L$ .

3. Из точки  $O$  радиусом  $R$  провести дугу сопряжения.

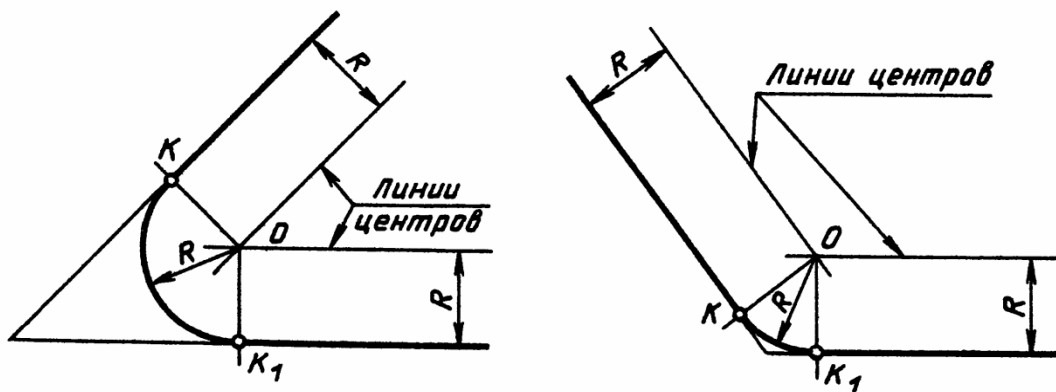


Рис. 10

### 3.2. Сопряжение окружности и прямой линией дугой заданного радиуса $R$ .

#### 3.2.1. Внешнее касание (рис. 11):

1. Из центра  $O$  данной окружности радиуса  $R$  провести дугу вспомогательной окружности радиуса  $R + R_1$ .
2. Провести прямую, параллельную заданной, на расстоянии  $R_1$ . Точка пересечения проведенной прямой и дуги вспомогательной окружности будет центром дуги сопряжения  $O_1$ .
3. Соединить найденный центр  $O_1$  и центр окружности  $O$  и получить точку сопряжения  $K$ .
4. Опустить перпендикуляр с центра дуги окружности  $O_1$  на заданную прямую и получить точку сопряжения  $K_1$ .
5. Из точки  $O_1$  радиусом  $R_1$  провести дугу сопряжения.

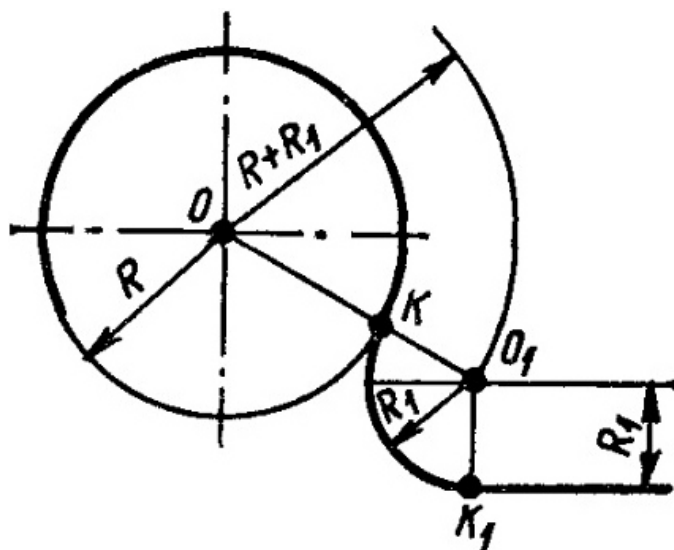


Рис. 11. Внешнее сопряжение окружности с прямой линией

### 3.2.2. Внутреннее касание (рис.12):

1. Из центра  $O$  данной окружности радиуса  $R$  провести дугу вспомогательной окружности радиуса  $R - R_1$ .
2. Провести прямую, параллельную заданной, на расстоянии  $R_1$ . Точка пересечения проведенной прямой и дуги вспомогательной окружности будет центром дуги сопряжения  $O_1$ .
3. Соединить найденный центр  $O_1$  и центр окружности  $O$  и получить точку сопряжения  $K$ .
4. Опустить перпендикуляр с центра дуги окружности  $O_1$  на заданную прямую и получить точку сопряжения  $K_1$ .
5. Из точки  $O_1$  радиусом  $R_1$  провести дугу сопряжения.

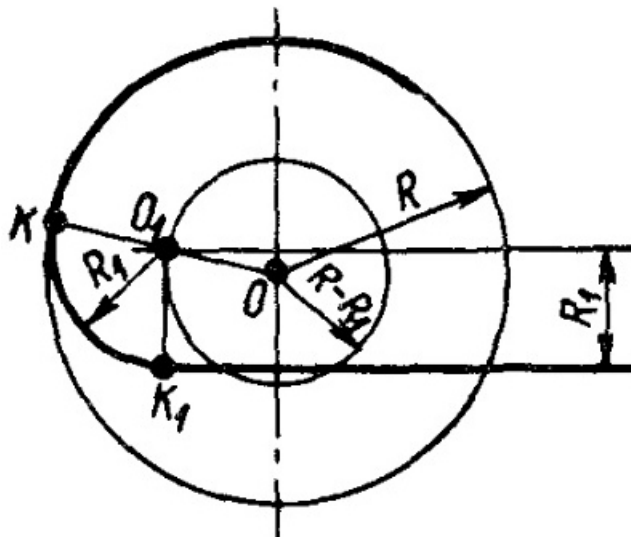


Рис. 12. Внутреннее сопряжение окружности с прямой линией

### 3.3. Сопряжение двух окружностей дугой заданного радиуса $R_3$ .

#### 3.3.1. Внешнее касание (рис. 13):

1. Из центра  $O_1$  данной окружности радиуса  $R_1$  провести дугу

$$R_1 + R_2$$

вспомогательной окружности радиуса .

- Из центра  $O_2$  данной окружности радиуса  $R_2$  провести дугу

$$R_2 + R_3$$

вспомогательной окружности радиуса  $R_3$ . Точка пересечения этих вспомогательных дуг окружности будет центром дуги сопряжения  $O_3$ .

- Соединить найденный центр  $O_3$  и центр окружности  $O_1$  и получить точку сопряжения  $K$ .
- Соединить найденный центр  $O_3$  и центр окружности  $O_2$  и получить точку сопряжения  $M$ .
- Из точки  $O_3$  радиусом  $R_3$  провести дугу сопряжения.

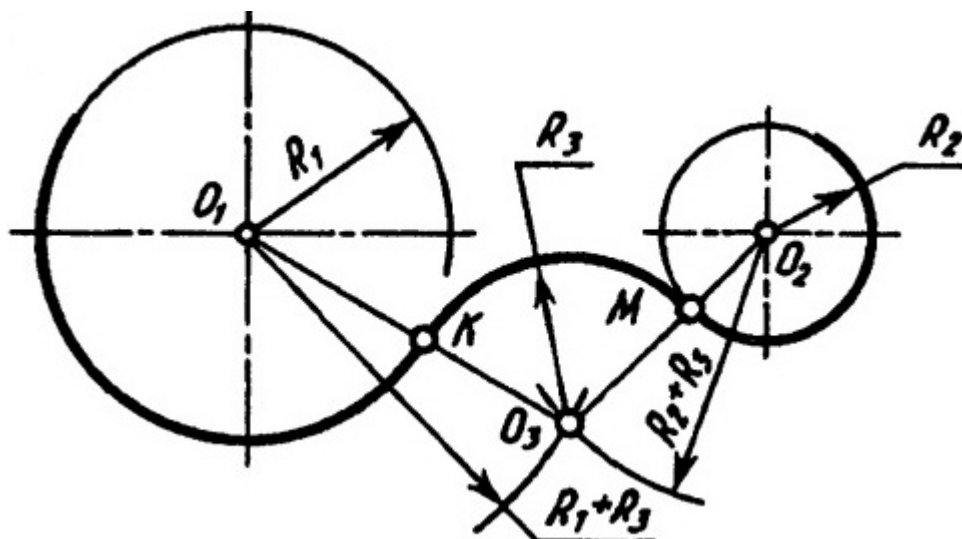


Рис. 13

### 3.3.2. Внутреннее касание (рис. 14):

- Из центра  $O_1$  данной окружности радиуса  $R_1$  провести дугу

$$R_2 - R_1$$

вспомогательной окружности радиуса  $R_2$ .



- Из центра  $O_2$  данной окружности радиуса  $R_2$  провести дугу

$$R_3 - R_2$$

вспомогательной окружности радиуса  $R_3$ . Точка пересечения этих вспомогательных дуг окружности будет центром дуги сопряжения  $O_3$ .

- Соединить найденный центр  $O_3$  и центр окружности  $O_1$  и получить точку сопряжения  $K$ .
- Соединить найденный центр  $O_3$  и центр окружности  $O_2$  и получить точку сопряжения  $M$ .
- Из точки  $O_3$  радиусом  $R_3$  провести дугу сопряжения.

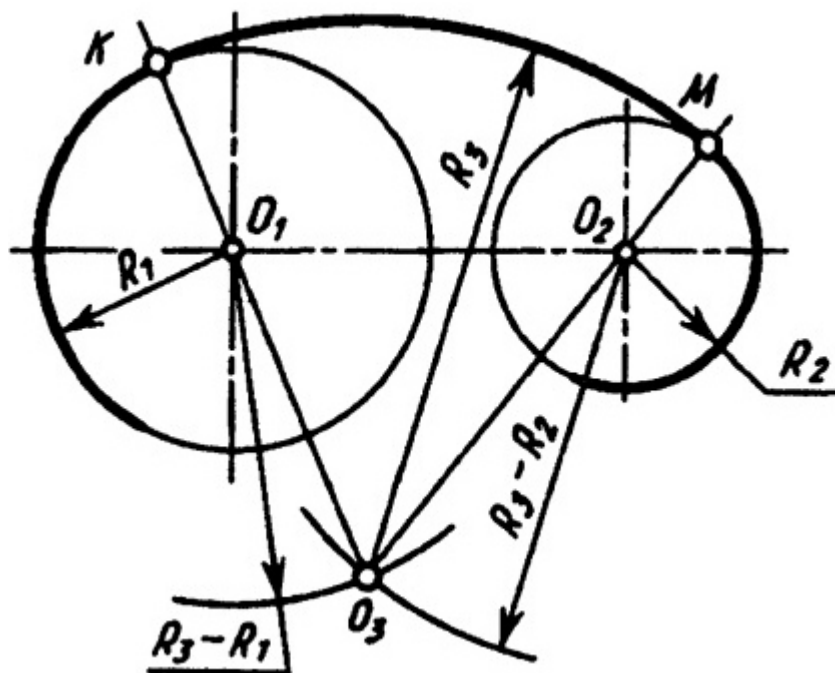


Рис.14

### 3.3.3. Смешанное касание (внешнее и внутреннее) (рис. 15):

- Из центра  $O_1$  данной окружности радиуса  $R_1$  провести дугу

$$R_3 - R_1$$

вспомогательной окружности радиуса  $R_3$ .

2. Из центра  $O_2$  данной окружности радиуса  $R_2$  провести дугу

$$R_2 + R_2$$

вспомогательной окружности радиуса  $R_3$ . Точка пересечения этих вспомогательных дуг окружности будет центром дуги сопряжения  $O_3$ .

3. Соединить найденный центр  $O_3$  и центр окружности  $O_1$  и получить точку сопряжения  $K$ .
4. Соединить найденный центр  $O_3$  и центр окружности  $O_2$  и получить точку сопряжения  $M$ .
5. Из точки  $O_3$  радиусом  $R_3$  провести дугу сопряжения.

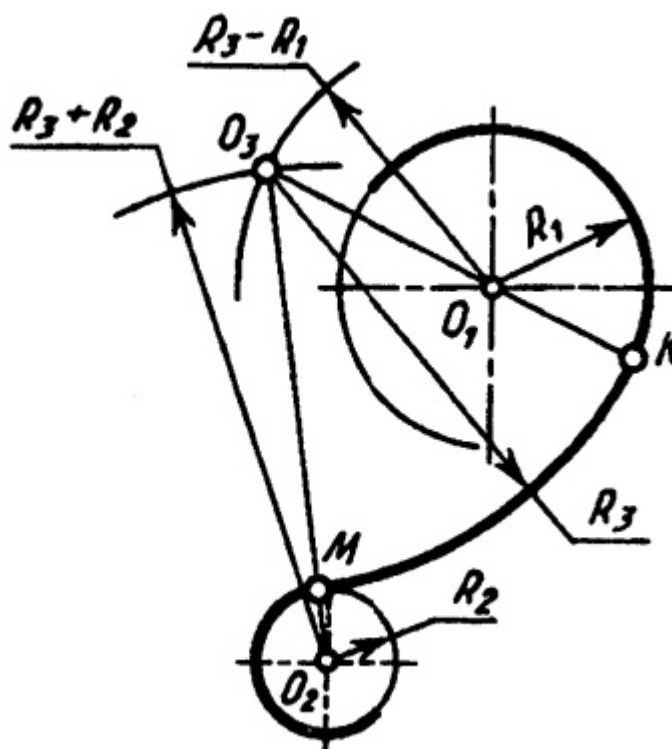





Рис. 15

### 3.4. Сопряжения в программе КОМПАС -3D.

#### 3.4.1. Сопряжения двух пересекающихся прямых заданного радиуса:

- откройте документ **Фрагмент**;
-  - инструментальная панель Геометрия;
- текущий масштаб на Инструментальной панели **Вид М 1:1**;

- с помощью команды  - **Непрерывный ввод объекта** Инструментальной панели **Компактная** и привязки Выравнивание постройте изображение с соответствии с рис. 16;
-  - **Скругление**;
- введите радиус скругления 15 мм в соответствующее поле на панели **Свойств**;
- по умолчанию на панели **Свойств** в группах **Элемент 1** и **Элемент 2** активен переключатель **Усекать элемент**, т.е. оставшиеся части объектов после создания скругления автоматически удаляются;
- укажите два объекта, между которыми нужно построить скругление (рис. 17). Система автоматически выполнит плавный переход между прямыми, пересекающимися под прямым углом;
- выполните сопряжение оставшихся углов (рис. 18).

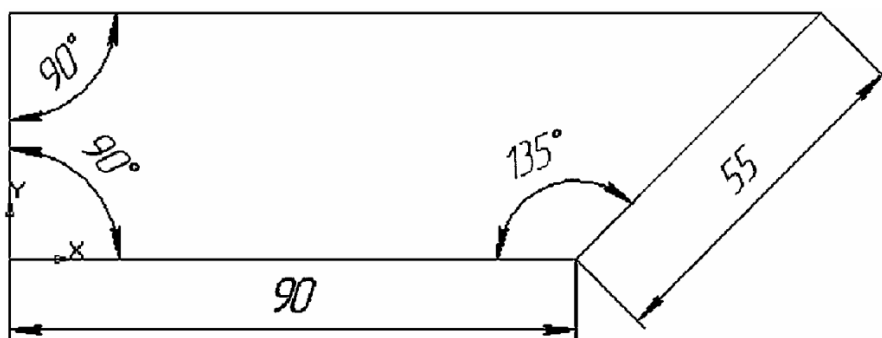


Рис. 16



Рис. 17

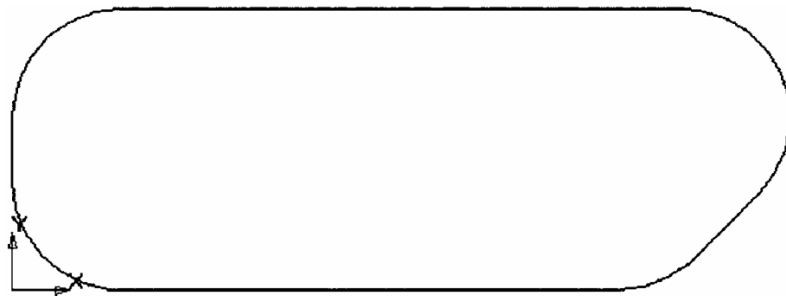




Рис. 18

### 3.4.2. Сопряжение окружности и прямой:

- откройте документ **Фрагмент**;
- постройте окружность с осями радиусом 30 мм и горизонтальный отрезок (рис. 19);
-  - **Скругление**;
- введите радиус скругления 25 мм в соответствующее поле на панели **Свойств**;
- укажите два объекта, между которыми нужно построить скругление (отрезок и часть окружности с левой стороны от вертикальной оси симметрии) – рис. 20;
- используйте команду  - отменить;
- укажите два объекта, между которыми нужно построить скругление (отрезок и часть окружности с правой стороны от вертикальной оси симметрии) – рис. 21.

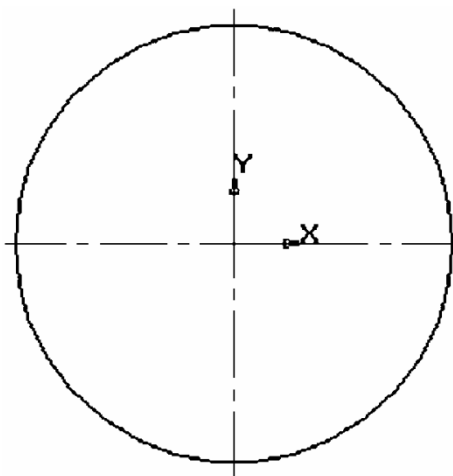


Рис. 19

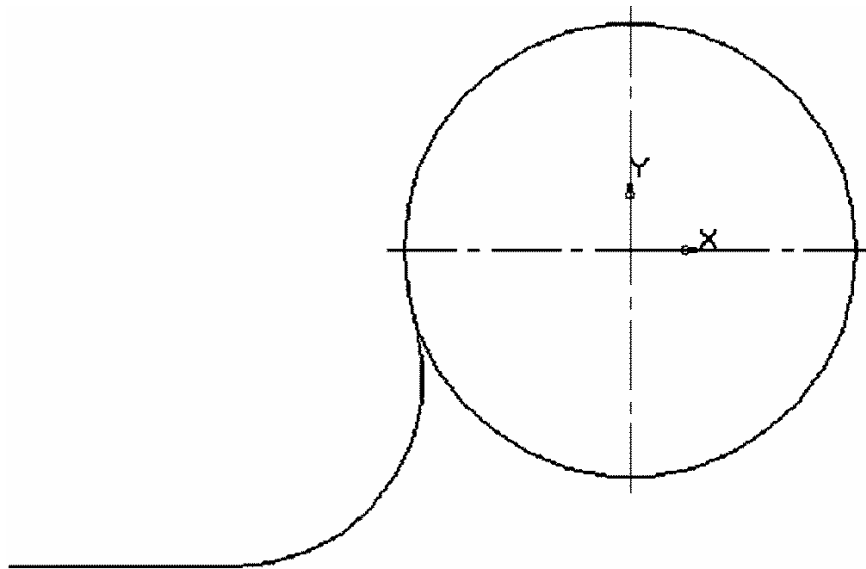


Рис. 20

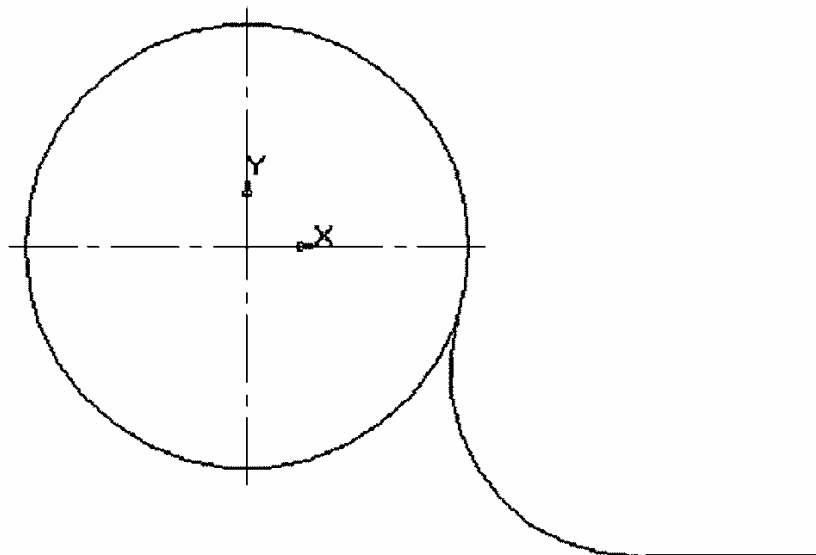



Рис. 21

### ***3.4.3. Сопряжение двух окружностей:***

- откройте документ **Фрагмент**;
- постройте две окружности с осями: первая радиусом 30 мм, вторая – 20 мм (рис. 22);
- введите радиус скругления 40 мм в соответствующее поле на панели **Свойств**;
- укажите два объекта, между которыми нужно построить скругление (рис. 23);
- система построила внешнее сопряжение (рис. 24);
- используйте команду  - отменить;

- введите радиус скругления 60 мм в соответствующее поле на панели **Свойств**;
- укажите два объекта, между которыми нужно построить скругление (рис. 25);
- система построила внутреннее сопряжение (рис. 26).

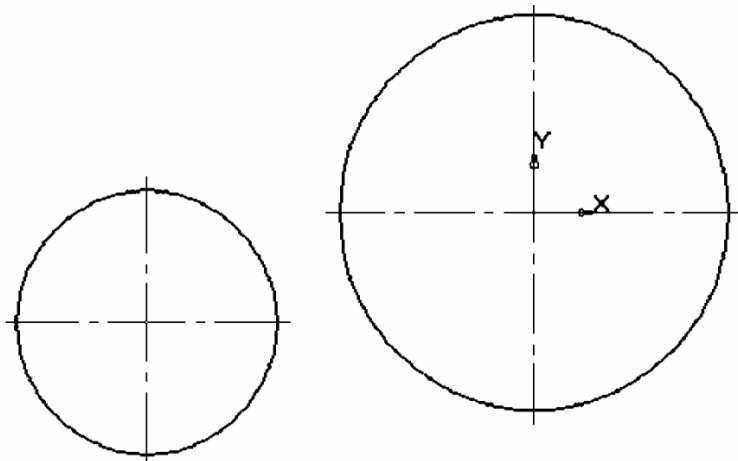


Рис. 22

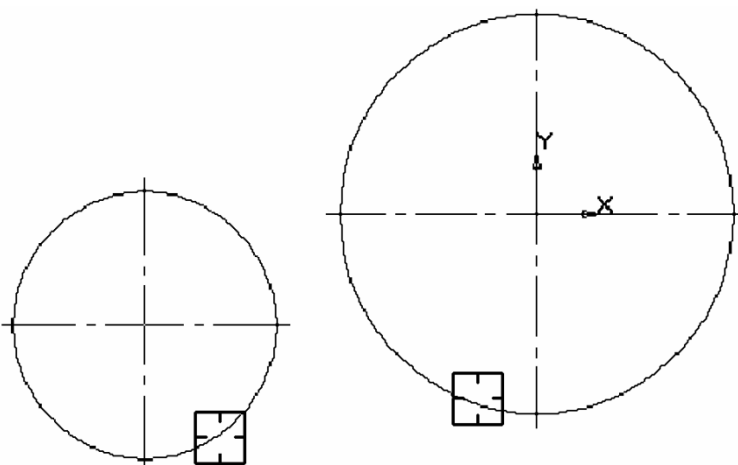


Рис. 23

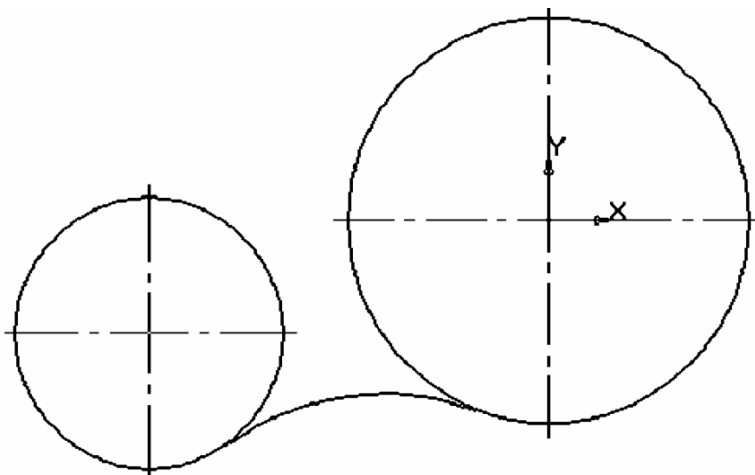


Рис. 24

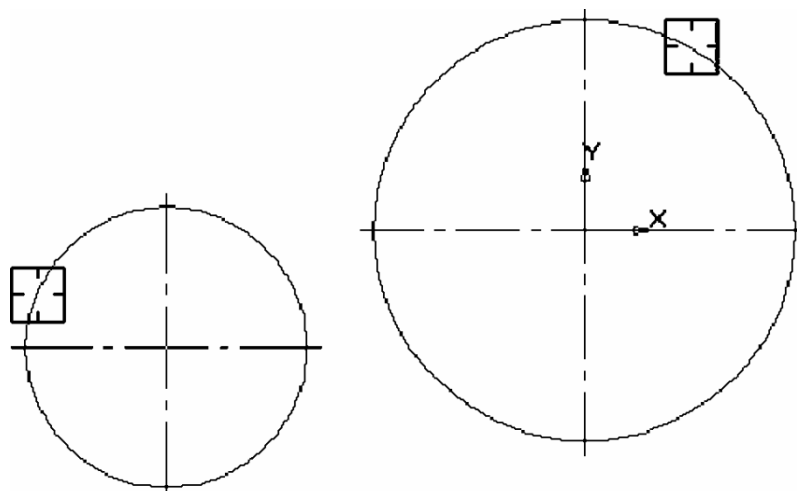


Рис. 25

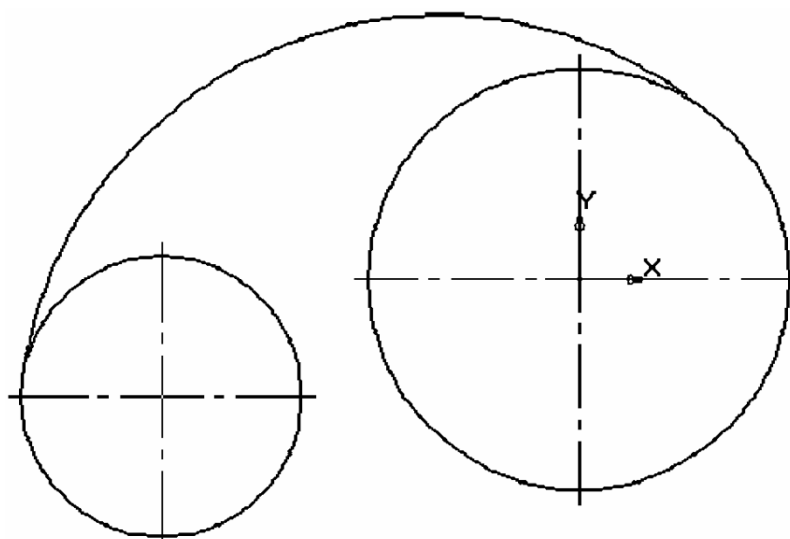


Рис. 26

### 3.5. Вопросы для самопроверки

1. Что называется сопряжением?
2. Что такое центр и точка сопряжения?
3. Перечислите виды сопряжений.
4. С помощью какой команды выполняется сопряжение в программе КОМПАС? Где расположена соответствующая кнопка?
5. Назовите точки узлов обвода при сопряжении двух окружностей дугой заданного радиуса ?
6. Как определяются на чертеже точки узлов обвода кривой в программе КОМПАС – 3D?

#### **4. Методические указания для графической работы «Деление окружности на равные части и Сопряжения».**



## **5. Библиографический список**

1. Баранова И. В. Компас-3D для школьников. Черчение и компьютерная графика: Учебное пособие для учащихся общеобразовательных учреждений. - М.: ДМК-Пресс, 2009.
2. Боголюбов С. К. Инженерная графика: Учебник для средних специальных учебных заведений. – 3-е изд., испр. и дополн. – М.: Машиностроение, 2000. – с. 352: ил.
3. Левицкий В.С. Машиностроительное черчение и автоматизация выполнения чертежей: Учеб. для вузов/В.С.Левицкий. – 8-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 2007. – 435 с.: ил.
4. Миронов Б. Г., Миронова Р. С. Черчение: Учеб. пособие для машиностроительных специальностей сред. спец. учеб. заведений. - М.: Машиностроение, 1991. – 288с.: ил.
5. Попова Г. Н., Алексеев С. Ю. Машиностроительное черчение: Справочник. - Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1987. – 447 с., ил.
6. Ройтман И.А., Владимиров Я.В. Черчение: Учеб. пособие для учащихся 9 кл. общеобразоват. учреждений. – М.: Гуманит. изд. Центр ВЛАДОС, 1999. – 328 с.: ил.
7. Чекмарев А. А., Осипов В. К. Справочник по машиностроительному черчению. – издание седьмое, стереотипное - М.: Высшая школа, 2007.