

УДК 524.7

ФИГУРЫ РАВНОВЕСИЯ ВНУТРИ ГРАВИТИРУЮЩЕГО КОЛЬЦА И ПРЕДЕЛЬНАЯ СПЛЮСНУТОСТЬ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ГАЛАКТИК

© 2016 г. Б. П. Кондратьев^{1,2*}, Н. Г. Трубицына³, Е. Н. Киреева¹

¹Государственный астрономический институт им. П. К. Штернберга,
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия

²Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия

³Удмуртский государственный университет, Ижевск, Россия

Поступила в редакцию 29 мая 2015 г.; принята в печать 20 октября 2015 г.

Изучен новый класс фигур равновесия вращающейся гравитирующей жидкости, находящихся внутри гравитирующего кольца или тора. Фигуры образуют семейство последовательностей обобщенных сжатых сфероидов, в котором для любого значения приливного параметра α в интервале $0 \leq \alpha \leq \frac{\alpha}{\pi G \rho} \leq 0.1867$ есть своя последовательность сфероидов в диапазоне сплюснутостей $e_{\min}(\alpha) \leq e \leq e_{\max}(\alpha)$. В нижнем пределе $\alpha = 0$ получается серия классических — от шара до плоского диска — сфероидов Маклорена. В промежуточных случаях $0 < \alpha \leq \alpha_{\max}$ на каждой последовательности есть два граничных невращающихся сфероида. В верхнем пределе $\alpha = \alpha_{\max}$ последовательность вырождается в единственный сфероид, который не вращается и имеет эксцентриситет $e_{cr} \approx 0.9600$, соответствующий предельному сжатию эллиптических галактик E7. Во второй части работы изучается приливное влияние колец из темной материи на динамику E-галактик. Мы приводим аргументы в пользу того, что равновесие сжатой изолированной галактики без вращения является неустойчивым и не может поддерживаться только анизотропией дисперсии скоростей звезд. Кольцо из темной материи стабилизирует галактики с малым вращением и дополняет обычные динамические модели звездных систем. Для придания галактике заметного сжатия масса кольца должна быть на порядок больше массы самой галактики, что согласуется с известным соотношением масс темной и барионной материи во Вселенной. Влияние массивных внешних колец может пролить свет на загадку существования галактик с критическим сжатием E7.

DOI: 10.7868/S0004629916040071

1. ВВЕДЕНИЕ

Одной из главных характеристик эллиптической галактики является геометрическое сжатие фигуры. До 1976 года считалось, что сплюснутость E-галактик обусловлена вращением и что тщательно разработанные самосогласованные модели [1–3], в которых фазовая плотность зависит от двух интегралов движения E и J , в первом приближении правильно описывают динамическое состояние этих звездных систем. Однако первые же прецизионные измерения вращения у галактики NGC 4697 показали [4], что величина вращения мала и динамически недостаточна для создания наблюдаемого ее сжатия. Этот неожиданный результат вскоре был подтвержден [5], что привело к пересмотру всего подхода к эллиптическим галактикам. В теоретическом плане важной явилась идея остаточной анизотропии дисперсии скоростей звезд [6, 7],

удачно вписывающаяся в общую фундаментальную картину динамики бесстолкновительных звездных систем.

Проблема динамики эллиптических галактик стимулировала исследование многих важных вопросов. На повестку дня сразу встал вопрос о пространственной форме E-галактик. Для прояснения этого вопроса были предложены два наблюдательных теста [8]. Один из этих тестов указывал, что в проекции на небесную сферу трехосной галактики ее ось вращения не будет, как правило, совпадать с видимой малой осью спроектированного на картинную плоскость эллипса. С помощью этого теста было выяснено, что эллиптические галактики могут иметь не только осесимметричную форму сжатого сфероида, но и более сложную геометрическую форму трехосного эллипсоида. С динамической точки зрения важно то, что в отличие от жидких фигур, бесстолкновительные трехосные эллипсоиды без внутренних течений могут устойчиво вращаться вокруг не только малой, но и средней оси [9].

*E-mail:work@boris-kondratyev.ru

Эллиптические галактики принято подразделять на два подкласса в соответствии с их морфологией и кинематикой. К одному подклассу относятся гигантские сЕ- и сDE-галактики. Эти звездные системы имеют слабое вращение, и считается, что их трехосная форма в значительной степени поддерживается анизотропией дисперсии скоростей. В другой подкласс входят карликовые dE-галактики. Они имеют форму сжатого сфероида, которая поддерживается достаточно быстрым вращением, а внутреннее давление считается почти изотропным. Однако данная классификация не охватывает всего многообразия галактик раннего типа.

В основу новых представлений легло то, что наряду с вращением важную роль в динамике E-галактик играет также анизотропия дисперсии скоростей звезд. Расчеты показали, что учет анизотропии (при радиальной вытянутости эллипсоида скоростей) позволяет на 20–30% повысить плотность в центре галактики. Однако важно было выяснить, насколько отличается от сферы эллипсоид скоростей у реальных галактик. За меру анизотропии дисперсии скоростей в эллиптических галактиках можно взять величину

$$k = 1 - \frac{\sigma_{33}^2}{\sigma_{11}^2}. \quad (1)$$

На выборке из 10 галактик в [7] было установлено, что показатель анизотропии слабо коррелирует со средней сплюснутостью изофот, а верхний предел анизотропии оказался равен $k_{\max} \approx 0.38$. Через тридцать лет на выборке из 16 E-галактик в [10] эти результаты были несколько уточнены:

$$0 \leq k \leq 0.30, \quad (2)$$

где $k = 0$ (случай изотропного давления) соответствует галактике NGC 4486 (E1), а $k_{\max} = 0.30$ — галактике NGC 4460 (E5.3). Проблема анизотропии дисперсии скоростей обсуждалась также в работе [11], где, в частности, было замечено, что сплюснутый в радиальном направлении эллипсоид скоростей косвенно может свидетельствовать о происхождении данной E-галактики через слияние двух спиральных галактик.

Но и ныне в проблеме динамики эллиптических галактик остается много нерешенных вопросов. Прежде всего, до сих пор не построены фазовые модели реальных E-галактик и, как следствие, нет глубокого понимания того, как анизотропия давления влияет на устойчивость трехмерных бесстолкновительных звездных систем. Для двумерных звездных дисков ситуация более простая; для них известен критерий гравитационной устойчивости Тоомре [12]. В работе [13] изучался также вопрос о влиянии анизотропии дисперсии скоростей на изгибную (шланговую или анизотропную)

устойчивость звездных дисков; диски устойчивы, если в них

$$\frac{\sigma_z}{\sigma_r} \geq 0.37. \quad (3)$$

Некоторое обобщение критерия (3) на дисковые системы в гало было дано в работе [14]. Заметим, что в обозначениях формулы (1) критерий шланговой устойчивости (3) имеет вид

$$k \leq 0.726. \quad (4)$$

Сравнение неравенства (2) и критерия (4) позволяет заключить, что устойчивые звездные диски допускают большую анизотропию дисперсии скоростей, чем трехмерные галактики. Этот важный вывод мы используем ниже.

В отсутствие строго критерия для E-галактик остается неясным, до какой степени эллипсоид скоростей в них может быть вытянут без потери устойчивости. Не вдаваясь в сложные математические детали и опираясь на указанное выше сравнение эллипсоидов с дисками, можно все же предположить, что эллиптические галактики с *очень малым вращением* при сильной анизотропии дисперсии скоростей ($k > 0.6$) будут неустойчивыми. Неустойчивы, например, звездные диски без вращения; хорошо известен и факт неустойчивости сферических звездных систем с чисто радиальными орбитами звезд [15, 16]. В литературе известен пример объяснения пика плотности в центре галактики NGC 3379 за счет учета фактора анизотропии дисперсии скоростей [17]. Однако впоследствии исследователи склонились к тому, что причиной пика является все же не анизотропия дисперсии (она оказалась весьма большой), а черная дыра в центре этой галактики.

Итак, чем медленнее вращается галактика, тем острее для нее стоит вопрос о величине анизотропии дисперсии скоростей. В связи с этим обратим внимание на то, что, согласно наблюдениям, среди эллиптических галактик действительно есть такие, которые при заметном сжатии фигуры обладают не просто малым, а аномально малым вращением (рис. 1).

Возникает вопрос: какая динамическая причина — в отсутствие сколько-нибудь заметного вращения — может поддерживать форму таких E-галактик? Подчеркнем, что апелляция к анизотропии дисперсии скоростей как к единственной причине сжатия для невращающихся галактик здесь не проходит. Действительно, как мы покажем ниже, требуемая для этого степень анизотропии превышает допустимое значение $k > 0.6$.

В связи с поставленным выше вопросом обратим внимание на фундаментальную проблему существования вокруг галактик массивных гало из темной материи. Динамические проявления этих

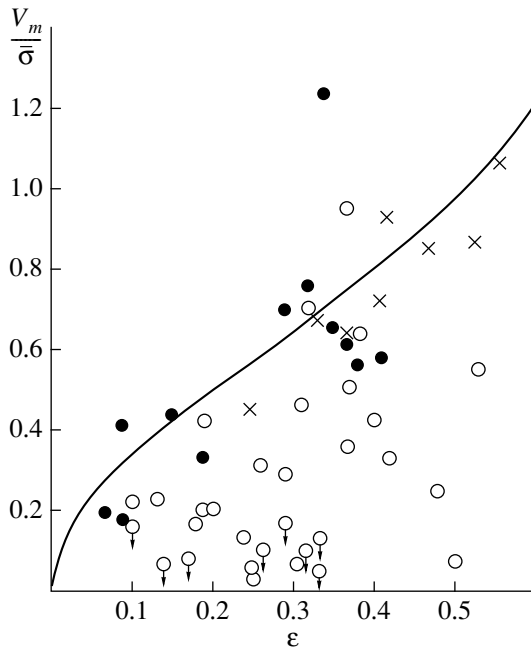


Рис. 1. Величина $\frac{V_{rot}}{\sigma}$ как функция сжатия эллиптической галактики. Видно, что пять галактик (отмечены кружками со стрелками) имеют заметное сжатие, но очень малое вращение. Рисунок из статьи [18].

гало многообразны. Так, существованием гало объясняют, например, плоские кривые вращения у спиральных галактик [19], а в эллиптических галактиках — внутренние движения газа [20]. Установлено, что в эллиптических галактиках темная материя находится, главным образом, на периферии [21]. Недавно было подтверждено, что именно скопление темной материи на периферии вызывает наблюдаемое понижение скоростей звезд на краю E-галактик [22]. Существование огромных масс темной материи на периферии E-галактик подтверждают и независимые наблюдения в рентгеновском диапазоне [23].

Основываясь на результатах этих и других наблюдений, мы предлагаем другой подход к объяснению равновесной формы эллиптических галактик с аномально малым вращением. В его основе лежат современные представления о том, что галактики не являются изолированными, а гравитационно взаимодействуют с огромными массами темной материи. Но для правильного учета этого взаимодействия необходимо сначала изучить фигуры равновесия, окруженные массивными кольцами. Это и делается в данной работе. Ранее фигуры равновесия внутри колец и торов изучались в работе [24]. Здесь мы расширяем и уточняем данный метод, который может также облегчить понимание загадки существования предельной сплюснутости E-галактик. Подчеркнем, что метод колец

не является альтернативой динамическому подходу и должен приниматься во внимание как важный дополнительный фактор в динамических моделях.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И УРАВНЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ

Рассмотрим фигуру равновесия вращающейся жидкой гравитирующей массы с формой однородного сжатого сфероида или трехосного эллипсоида, которая расположена внутри гравитирующего кольца или тора. Вращение фигуры происходит вокруг оси Ox_3 с угловой скоростью Ω , экваториальная плоскость жидкой массы совпадает с координатной плоскостью Ox_1x_2 . Найдем условия равновесия такой фигуры. Потенциал однородного эллипсоида во внутренней точке (x_1, x_2, x_3) хорошо известен [25]:

$$\varphi = \pi G \rho (I - A_1 x_1^2 - A_2 x_2^2 - A_3 x_3^2), \quad (5)$$

где

$$I = a_1 a_2 a_3 \int_0^\infty \frac{ds}{\Delta(s)}; \quad (6)$$

$$\Delta(s) = \sqrt{(a_1^2 + s)(a_2^2 + s)(a_3^2 + s)};$$

$$A_1 = a_1 a_2 a_3 \int_0^\infty \frac{ds}{(a_1^2 + s)\Delta(s)};$$

$$A_2 = a_1 a_2 a_3 \int_0^\infty \frac{ds}{(a_2^2 + s)\Delta(s)};$$

$$A_3 = a_1 a_2 a_3 \int_0^\infty \frac{ds}{(a_3^2 + s)\Delta(s)}.$$

Далее при учете гравитационного воздействия внешнего кольца или тора на фигуру равновесия мы ограничимся приливным приближением. Ранее в работе [24] было показано, что потенциал любого кольца или тора в приливном приближении можно представить в общем виде формулой

$$\varphi_{\text{кольца}}(x_1, x_2, x_3) = \alpha (x_1^2 + x_2^2 - 2x_3^2), \quad (7)$$

$$\alpha > 0,$$

с неотрицательной постоянной α . Важно подчеркнуть, что представление приливного потенциала формулой (7) является универсальным, причем постоянную α для каждой конкретной модели кольца или тора мы находим изящным методом, указанным ниже.

С учетом центробежного потенциала, выражение полного потенциала во всякой внутренней точке, включая и поверхность фигуры равновесия, будет иметь вид

$$\Phi(x_1, x_2, x_3) = \varphi(x_1, x_2, x_3) + \frac{\Omega^2}{2} (x_1^2 + x_2^2) + \alpha (x_1^2 + x_2^2 - 2x_3^2). \quad (8)$$

После перегруппировки членов в (8) имеем квадратичную форму от координат

$$\Phi(x_1, x_2, x_3) = \left(-\pi G\rho A_1 + \frac{\Omega^2}{2} + \alpha \right) x_1^2 + \left(-\pi G\rho A_2 + \frac{\Omega^2}{2} + \alpha \right) x_2^2 - (\pi G\rho A_3 + 2\alpha) x_3^2. \quad (9)$$

Согласно теории фигур равновесия [25, 26], *вращающаяся жидкая масса будет находиться в состоянии относительного равновесия, если ее поверхность совпадет с поверхностью $\Phi = const$* . В согласии с этим фундаментальным принципом требуем, чтобы выполнялось условие пропорциональности

$$\left(-\pi G\rho A_1 + \frac{\Omega^2}{2} + \alpha \right) x_1^2 + \left(-\pi G\rho A_2 + \frac{\Omega^2}{2} + \alpha \right) x_2^2 - (\pi G\rho A_3 + 2\alpha) x_3^2 = \kappa \left(\frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{x_2^2}{a_2^2} + \frac{x_3^2}{a_3^2} \right) \quad (10)$$

(κ — коэффициент пропорциональности). Условие (10) дает пропорцию

$$\left(\frac{\Omega^2}{2\pi G\rho} - A_1 + \frac{\alpha}{\pi G\rho} \right) a_1^2 = \left(\frac{\Omega^2}{2\pi G\rho} - A_2 + \frac{\alpha}{\pi G\rho} \right) a_2^2 = - \left(A_3 + \frac{2\alpha}{\pi G\rho} \right) a_3^2. \quad (11)$$

В (11) мы имеем два основных уравнения относительного равновесия жидкой гравитирующей фигуры, которыми распорядимся следующим образом.

Вначале определим из (11) угловую скорость Ω :

$$\frac{\Omega^2}{2\pi G\rho} = A_1 - \frac{a_3^2}{a_1^2} A_3 - \frac{\alpha}{\pi G\rho} \left(1 + 2\frac{a_3^2}{a_1^2} \right); \quad (12)$$

$$\frac{\Omega^2}{2\pi G\rho} = A_2 - \frac{a_3^2}{a_2^2} A_3 - \frac{\alpha}{\pi G\rho} \left(1 + 2\frac{a_3^2}{a_2^2} \right);$$

$$\frac{\Omega^2}{2\pi G\rho} = \frac{A_1 a_1^2 - A_2 a_2^2}{a_1^2 - a_2^2} - \frac{\alpha}{\pi G\rho}.$$

Исключая из первых двух соотношений (12) величину Ω^2 , получим уравнение, связывающее отношения полуосей равновесного эллипсоида:

$$A_1 - A_2 + A_3 a_3^2 \left(\frac{1}{a_2^2} - \frac{1}{a_1^2} \right) + \quad (13)$$

$$+ \frac{2\alpha}{\pi G\rho} a_3^2 \left(\frac{1}{a_2^2} - \frac{1}{a_1^2} \right) = 0.$$

Разность коэффициентов $A_1 - A_2$ в (13) запишем, используя интегральный индекс A_{12}

$$A_1 - A_2 = - (a_1^2 - a_2^2) a_1 a_2 a_3 \times \int_0^\infty \frac{ds}{(a_1^2 + s)(a_2^2 + s)\Delta(s)} = - (a_1^2 - a_2^2) A_{12}. \quad (14)$$

Тогда соотношение (13) можно записать в кратком виде

$$(a_1^2 - a_2^2) \left[-A_{12} + A_3 \frac{a_3^2}{a_1^2 a_2^2} + \frac{2\alpha}{\pi G\rho} \frac{a_3^2}{a_1^2 a_2^2} \right] = 0. \quad (15)$$

В (12) и (15) мы имеем два варианта фигур равновесия.

Первый вариант. Рассматриваемая однородная жидкая гравитирующая масса имеет форму осесимметричного сжатого сфероида

$$a_1 = a_2 \geq a_3, \quad (16)$$

который вращается, согласно любой из первых двух формул (12), с угловой скоростью

$$\frac{\Omega^2}{2\pi G\rho} = A_1 - \frac{a_3^2}{a_1^2} A_3 - \frac{\alpha}{\pi G\rho} \left(1 + \frac{2a_3^2}{a_1^2} \right). \quad (17)$$

Второй вариант. Если $a_1 \neq a_2$, фигура равновесия имеет форму трехосного эллипсоида, геометрическая форма которого при заданном параметре α находится из уравнения

$$-A_{12} + A_3 \frac{a_3^2}{a_1^2 a_2^2} + \frac{2\alpha}{\pi G\rho} \frac{a_3^2}{a_1^2 a_2^2} = 0. \quad (18)$$

Уравнение (18) неявным образом связывает два независимых отношения полуосей эллипсоида, например $\frac{a_3}{a_1}$ и $\frac{a_2}{a_1}$. Угловая скорость вращения трехосных фигур равновесия находится из третьего уравнения (12)

$$\frac{\Omega^2}{2\pi G\rho} = \frac{A_1 a_1^2 - A_2 a_2^2}{a_1^2 - a_2^2} - \frac{\alpha}{\pi G\rho}. \quad (19)$$

В том частном случае, когда внешнее возмущение (кольцо или тор) отсутствует и $\alpha = 0$, в (17) имеем выражение для угловой скорости сфероидов Маклорена

$$\frac{\Omega^2}{2\pi G\rho} = A_1 - \frac{a_3^2}{a_1^2} A_3, \quad (20)$$

а из (18) и (19) следуют две формулы

$$a_1^2 a_2^2 A_{12} = A_3 a_3^2, \quad \frac{\Omega_{\text{як}}^2}{2\pi G\rho} = \frac{A_1 a_1^2 - A_2 a_2^2}{a_1^2 - a_2^2}, \quad (21)$$

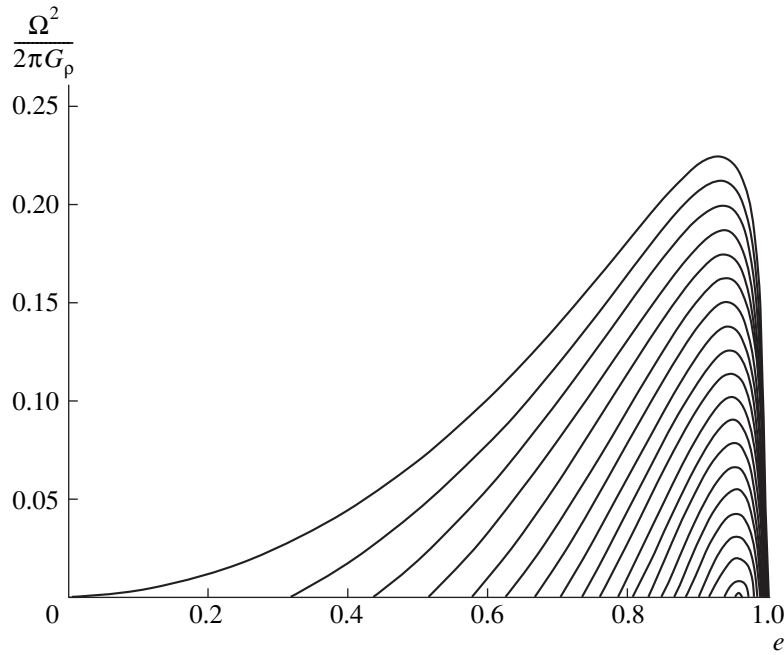


Рис. 2. Квадрат угловой скорости (в единицах $2\pi G\rho$) вдоль семейства последовательностей обобщенных сфероидов. Каждая последовательность имеет конкретное значение параметра α ; на верхнем графике $\alpha = 0$ (кольцо отсутствует), ниже этой кривой с интервалом значений 0.01 дается семейство графиков, изображающих последовательности. Эти кривые при $\alpha = \alpha_{\max}$ вырождаются в точку. Численные значения α_{\max} и e_{cr} указаны в тексте.

описывающие форму и угловую скорость классических трехосных эллипсоидов Якоби.

Подчеркнем, что при $\alpha \neq 0$ уравнения (17), (18) и (19) определяют два новых класса фигур относительного равновесия. Назовем их обобщенными сфероидами и обобщенными трехосными эллипсоидами. Эти новые фигуры равновесия целесообразно изучать по отдельности. В этой работе мы ограничимся изучением обобщенных сфероидов.

3. СФЕРОИДАЛЬНЫЕ ФИГУРЫ РАВНОВЕСИЯ

При $a_1 = a_2$ имеем двухпараметрическое семейство обобщенных сфероидальных фигур равновесия, вращение которых описывается новой формулой

$$\frac{\Omega^2(e)}{2\pi G\rho} = \frac{\Omega_0^2(e)}{2\pi G\rho} - \frac{\alpha}{\pi G\rho} (3 - 2e^2), \quad (22)$$

где согласно (17)

$$\begin{aligned} \frac{\Omega_0^2(e)}{2\pi G\rho} &= \frac{\sqrt{1-e^2}}{e^3} (3 - 2e^2) \times \\ &\times \arcsin e - \frac{3}{e^2} (1 - e^2), \\ e &\equiv e_{13} = \sqrt{1 - a_3^2/a_1^2} \end{aligned} \quad (23)$$

— нормированный квадрат угловой скорости классического сфероиды Маклорена. Здесь мы учли известные выражения для коэффициентов внутреннего потенциала сжатого сфероиды $A_1(e)$ и $A_3(e)$ [27]:

$$\begin{aligned} A_1 &= A_2 = \frac{\sqrt{1-e^2}}{e^3} \arcsin e - \frac{1-e^2}{e^2}, \\ A_3 &= \frac{2}{e^2} - 2 \frac{\sqrt{1-e^2}}{e^3} \arcsin e. \end{aligned} \quad (24)$$

Формулу (22) полезно изобразить графически (рис. 2).

Каждая из последовательностей имеет конкретное значение параметра α ; при $\alpha = 0$ (кольцо отсутствует) имеем последовательность сфероидов Маклорена. Графики для последовательностей с $\alpha > 0$ лежат ниже серии Маклорена. Эти графики вырождаются в точку при $\alpha = \alpha_{\max}$. Критические значения α_{\max} и e_{cr} находим из уравнений:

$$\frac{\alpha}{\pi G\rho} (3 - 2e^2) = \frac{\Omega_0^2(e)}{2\pi G\rho}, \quad (25)$$

$$\frac{d}{de} \Omega^2(e) = 0 \rightarrow \frac{d}{de} \frac{\Omega_0^2(e)}{2\pi G\rho} + 4e \frac{\alpha}{\pi G\rho} = 0,$$

или в развернутом виде

$$\frac{\sqrt{1-e^2} (3 - 2e^2) \arcsin e}{e^3} - \frac{3(1-e^2)}{e^2} - \frac{4\alpha}{\pi G\rho} = 0, \quad (26)$$

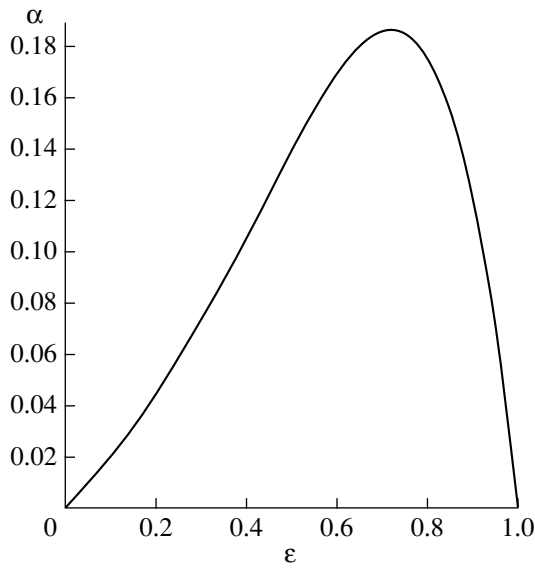


Рис. 3. Зависимость нормированного параметра $\frac{\alpha}{\pi G\rho}$ от сжатия ϵ сфероида, сплюснутость которого обусловлена собственной гравитацией и притяжением внешнего кольца из темной материи. Точка максимума $\frac{\alpha_{\max}}{\pi G\rho} \approx 0.1867$ разделяет все фигуры на планетоидные и дисковые сфероиды

$$-\frac{\alpha}{\pi G\rho} (3 - 2e^2) = 0;$$

$$\frac{9 - 2e^2}{e^3} - \frac{9 - 8e^2}{e^4\sqrt{1 - e^2}} \arcsin e + 4\frac{\alpha}{\pi G\rho} e = 0.$$

Исключая α из обоих уравнений (26), после преобразований получим неявное уравнение для критического эксцентриситета сфероида e_{cr}

$$\frac{3}{e^3} + \frac{4e}{(3 - 2e^2)^2} - \frac{(3 - 2e^2) \arcsin e}{e^4\sqrt{1 - e^2}} = 0. \quad (27)$$

Решая уравнение (27), находим

$$e_{cr} = 0.9600029518. \quad (28)$$

Соответствующее ему предельное значение параметра α_{\max} оказывается равным

$$\frac{\alpha_{\max}}{\pi G\rho} = 0.1866928655. \quad (29)$$

На рис. 3 первое уравнение в (25) представлено также в графическом виде.

Важно заметить, что для каждого значения приливного параметра $\frac{\alpha}{\pi G\rho}$ из найденного интервала $0 \leq \frac{\alpha}{\pi G\rho} \leq 0.1867$ существуют две сфероидальные фигуры равновесия. Но лишь одна фигура существует для критического значения параметра $\frac{\alpha}{\pi G\rho} \approx 0.1867$. Мы изучаем здесь только планетоидную

ветвь сфероидов (есть еще дисковая), которая начинается от шара и заканчивается сфероидом со сжатием E7.

Таким образом, рассматриваемые осесимметричные фигуры внутри кольца представлены семейством последовательностей обобщенных сфероидов. Для каждого значения α из интервала

$$0 \leq \alpha \leq \alpha_{\max} = \pi G\rho \times 0.1866928655 \quad (30)$$

существует своя последовательность равновесных сфероидов в интервале сплюснутостей

$$e_{\min}(\alpha) \leq e \leq e_{\max}(\alpha). \quad (31)$$

Значения $e_{\min}(\alpha)$ и $e_{\max}(\alpha)$ находятся из неявного уравнения

$$\frac{\Omega_0^2(e)}{2\pi G\rho} = \frac{\alpha}{\pi G\rho} (3 - 2e^2). \quad (32)$$

При $\alpha = 0$ серия фигур равновесия сфероидов (это классические сфероиды Маклорена) начинается от сферы и заканчивается плоским диском. При $\alpha < \alpha_{cr}$ на каждой последовательности есть два сфероида (первый и последний), которые не вращаются. При $\alpha = \alpha_{cr}$ последовательность фигур вырождается в единственный сфероид, который не вращается и эксцентриситет которого равен $e_{cr} = 0.9600029518$.

4. ОБ АНИЗОТРОПИИ ДИСПЕРСИИ СКОРОСТЕЙ В ГАЛАКТИКАХ С МАЛЫМ ВРАЩЕНИЕМ

Как известно [28, 29], энергия вращения гравитирующей конфигурации в инерциальной системе отсчета выражается изящной формулой

$$T_{rot} = \frac{1}{2} (2\tilde{k}W_{33} - W_{11} - W_{22}), \quad (33)$$

где W_{ij} — компоненты тензора гравитационной энергии тела

$$W_{ij} = \int_V \rho(x) \varphi_{ij}(x) dV, \quad (34)$$

$\rho(x)$ — плотность, а

$$\varphi_{ij}(x) = G \int_V \rho(x') \frac{(x_i - x'_i)(x_j - x'_j)}{|x - x'|^3} dV' \quad (35)$$

— тензорный потенциал тела в пробной точке x . Коэффициент \tilde{k} в формуле (33)

$$\tilde{k} = \frac{\Pi_{11} + \Pi_{22}}{2\Pi_{33}} \quad (36)$$

выражается через компоненты тензора энергии хаотического движения звезд

$$\Pi_{ij} = \int_V \rho(x) (\dot{x}_i - u_i) (\dot{x}_j - u_j) dV. \quad (37)$$

Очевидно, коэффициент \tilde{k} , как и $k = \frac{1}{\tilde{k}}$ из формулы (1), является мерой анизотропии дисперсии скоростей. Для краткости назовем k первым коэффициентом, а \tilde{k} — вторым. Для систем с изотропным давлением $\tilde{k} = 1$, но обратное не верно, так как при $\tilde{k} = 1$ возможно и $\Pi_{11} \neq \Pi_{22}$.

Для численных оценок рассмотрим случай осесимметричной звездной системы $\Pi_{11} = \Pi_{22}$. Второй коэффициент анизотропии для нее равен

$$\tilde{k} = \frac{\Pi_{11}}{\Pi_{33}} = \frac{\sigma_{11}^2}{\sigma_{33}^2}. \quad (38)$$

Заметим [27, 28], что отношение энергии вращения к гравитационной энергии у неоднородных эллипсоидов (сфероидов), состоящих из подобных слоев равной плотности, не зависит от степени концентрации вещества в них и в точности совпадает с одноименным отношением для классических однородных фигур равновесия. Это фундаментальный теоретический результат. Для сфероидов, например, это отношение равно [29]

$$t(e) = \frac{T_{rot}}{|W|} = \frac{3}{2e^2} - 1 - \frac{3\sqrt{1-e^2}}{2e \arcsin e} \quad (39)$$

и является функцией только от эксцентриситета слоя.

Из формулы (33) тогда следует

$$\tilde{k} = \frac{a_1^2 A_1}{a_3^2 A_3}, \quad (40)$$

где величины A_1 и A_3 даны в (24). С учетом (38) находим, что искомое отношение квадратов дисперсии скоростей звезд в экваториальной плоскости сфероида к дисперсии скоростей в направлении оси Ox_3 равно

$$k = 1 - \frac{a_3^2 A_3}{a_1^2 A_1}. \quad (41)$$

Таким образом, анизотропия давления (см. формулу 1) для невращающихся сфероидов оказывается равной

$$k = 3 - \frac{2e^2 \arcsin e}{\arcsin e - e\sqrt{1-e^2}}. \quad (42)$$

График функции (42) показан на рис. 4.

В частности, при $e \approx 0.96$ показатель анизотропии имеет значение $k \approx \frac{2}{3}$, которое больше предельного $k_{\max} \approx 0.6$.

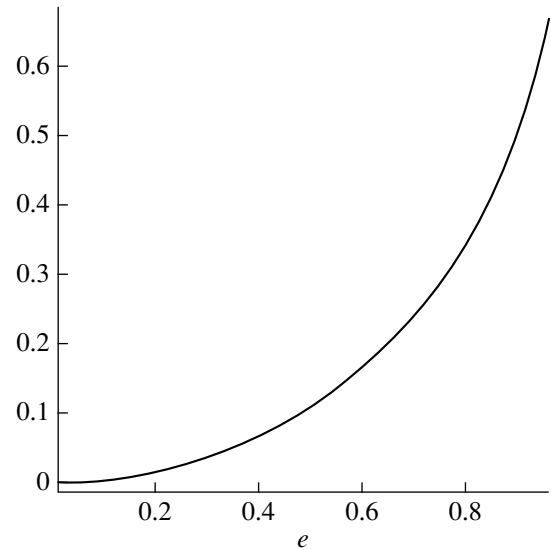


Рис. 4. Зависимость коэффициента анизотропии k от эксцентриситета сфероидов e . Значение $e \approx 0.96$ примерно соответствует эллиптической галактике с предельной наблюдаемой сплюснутостью E7.

5. ОБСУЖДЕНИЕ

В статье предложен новый подход к объяснению равновесной формы эллиптических галактик с учетом колец из темной материи, который особенно важен для галактик с аномально малым вращением. В основе метода лежат современные представления о том, что галактики не являются изолированными, а взаимодействуют с огромными массами темной материи. Так как в динамическом отношении темная материя ведет себя подобно обычной барионной материи, она также может образовывать структуры кольцевого типа. Это предположение согласуется с объяснением эффекта малых скоростей звезд на периферии эллиптических галактик [22]. Подчеркнем, что гипотеза колец не является альтернативой фазовым моделям, но она расширяет и дополняет известные методы исследования эллиптических галактик. Для правильного учета взаимодействия галактик с внешними кольцами необходимо сначала изучить фигуры равновесия внутри колец.

В первой части работы были построены фигуры равновесия вращающейся гравитирующей жидкости с изотропным давлением внутри гравитирующего кольца или тора. Они образуют семейство последовательностей обобщенных сжатых сфероидов, где любому значению приливного параметра α из интервала $0 \leq \frac{\alpha}{\pi G \rho} \leq 0.1867$ соответствует последовательность сфероидов нового типа с диапазоном сплюснутостей $e_{\min}(\alpha) \leq e \leq e_{\max}(\alpha)$. Интересно, что условие малости угловой скорости еще не означает, что обобщенный сфероид мало отличается от сферы. Действительно, при $0 < \alpha \leq \alpha_{\max}$

на каждой последовательности фигур равновесия есть два граничных невращающихся сфероида с разной сплюснутостью. Важно, что в верхнем пределе $\alpha = \alpha_{\max}$ последовательность вырождается в единственный сжатый сфероид, который не вращается и имеет эксцентриситет $e_{cr} \approx 0.9600$, соответствующий предельному сжатию эллиптических галактик E7.

Во второй части работы эти результаты применяются к динамике эллиптических галактик. Мы обращаем главное внимание на сильно сжатые E-галактики с очень малым вращением и заключаем, что их форма из-за неустойчивости не может поддерживаться одной только анизотропией дисперсии скоростей звезд.

Основываясь на полученных выше формулах, можно оценить массу внешнего кольца из темной материи. Так как по современным данным темной материи во Вселенной значительно (на полтора порядка) больше, чем барионного вещества, внешние кольца вокруг галактик могут иметь огромную массу. Для конкретной оценки используем формулу из [24], связывающую величину приливного параметра α с массой внешнего тора M_1

$$\alpha = \frac{M_1 G}{3\pi r_0} \frac{1}{k R_0^2} \times \quad (43)$$

$$\times [(1 - k^2) K(k) - (1 - 2k^2) E(k)],$$

где r_0 — радиус рукава тора, R_0 — радиус его средней линии, $k = \frac{r_0}{R_0}$ — параметр стандартных полных эллиптических интегралов. Полагая для оценок

$$\frac{\alpha}{\pi G \rho_1} = 0.1, \quad R_0 = 20 \text{ кпк}, \quad (44)$$

$$k = 0.05, \quad \rho_1 = 2 \times 10^{-30} \frac{\text{г}}{\text{см}^3},$$

где ρ_1 — плотность темной материи, по формуле (43) получим массу внешнего тора из темной материи $M_1 \approx 4 \times 10^{12} M_\odot$.

Таким образом, для создания критического сжатия у средней эллиптической галактики масса кольца должна быть примерно на порядок больше массы самой галактики. Этот вывод согласуется с известным соотношением масс темной и барионной материи во Вселенной.

Так как в верхнем пределе $\alpha = \alpha_{\max}$ последовательность фигур равновесия вырождается в единственный сжатый сфероид, который не вращается и имеет сжатие E7, можно предположить, что влияние массивных внешних колец может пролить свет

на загадку существования галактик с критическим сжатием E7.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. I. R. Gott, *Astrophys. J.* **201**, 296 (1975).
2. C. P. Wilson, *Astron. J.* **80**, 175 (1975).
3. R. B. Larson, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **173**, 671 (1975).
4. F. Bertola and M. Capassoli, *Astrophys. J.* **200**, 439 (1975).
5. G. Illingwort, *Astrophys. J.* **218**, L43 (1977).
6. J. J. Binney, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **183**, 501 (1978).
7. Б. П. Кондратьев, *Письма в Астрон. журн.* **7**, 83 (1981).
8. Б. П. Кондратьев, Л. М. Озерной, *Письма в Астрон. журн.* **5**, 67 (1979).
9. Б. П. Кондратьев, *Астрон. журн.* **60**, 858 (1983).
10. R. Caimmi, *Serbian Astron. J.* **179**, 31 (2009).
11. J. L. Tonry, *Astrophys. J.* **266**, 58 (1983).
12. A. Toomre, *Astrophys. J.* **139**, 1217 (1984).
13. В. Л. Поляченко, И. Г. Шухман, *Письма в Астрон. журн.* **3**, 254 (1977).
14. В. Л. Поляченко, И. Г. Поляченко, *Астрон. журн.* **56**, 724 (1977).
15. В. А. Антонов, *Астрон. журн.* **50**, 667 (1973).
16. В. Л. Поляченко, А. М. Фридман, *Равновесие и устойчивость гравитирующих систем* (М.: Наука, 1976).
17. M. J. Duncan and J. G. Wheeler, *Astrophys. J.* **237**, L27 (1980).
18. R. L. Davies, G. Efstathiou, S. M. Fall, G. Illingworth, and P. L. Schechter, *Astrophys. J.* **266**, 41 (1983).
19. Y. Sofie, Y. Tutui, and M. Honma, *Astrophys. J.* **523**, 136 (1999).
20. R. E. White and R. A. Chevalier, *Astrophys. J.* **275**, 69 (1983).
21. G. A. Mamon and E. L. Lokas, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **362**, 95 (2005).
22. A. Dekel, F. Stoehr, G. A. Mamon, T. J. Cox, G. S. Novak, and J. R. Primack, *Nature* **437**, 707 (2005).
23. P. Das, O. Gerhard, E. Churazov, and I. Zhuravleva, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **409**, 1362 (2010).
24. Б. П. Кондратьев, Н. Г. Трубицына, *Астрофизика* **53**, 217 (2010).
25. С. Чандрасекхар, *Эллипсоидальные фигуры равновесия* (М: Мир, 1973).
26. М. Ф. Субботин, *Курс небесной механики*, т. 3. (Л.-М.: ГИТТЛ, 1949).
27. Б. П. Кондратьев, *Динамика эллипсоидальных гравитирующих фигур* (М.: Наука, 1989).
28. Б. П. Кондратьев, *Астрон. журн.* **59**, 458 (1982).
29. Б. П. Кондратьев, *Теория потенциала и фигуры равновесия* (Москва-Ижевск: РХД, 2003).