

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
УРАЛЬСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ  
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

УРАЛЬСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ



Уральский  
федеральный  
университет

имени первого Президента  
России Б.Н.Ельцина



## СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ И ЕЁ ПРИЛОЖЕНИЙ

Тезисы Международной (49-й Всероссийской) молодёжной школы-конференции  
4 — 10 февраля 2018 г.

Екатеринбург  
2018

УДК 51

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ И ЕЁ ПРИЛОЖЕНИЙ: тезисы Международной (49-й Всероссийской) молодёжной школы-конференции. Екатеринбург: Институт математики и механики УрО РАН, Уральский федеральный университет, 2018.

Настоящее издание включает тезисы Международной (49-й Всероссийской) молодёжной школы-конференции, прошедшей с 4 по 10 февраля 2018 года в г. Екатеринбурге.

Представлены работы по следующим направлениям: алгебра и дискретная математика, математическая теория оптимального управления и дифференциальные игры, топология и геометрия, компьютерные науки и параллельные вычисления, обработка изображений и навигация по геофизическим полям, приближение функций, математическое программирование, некорректные задачи и анализ данных, математическая биология, стохастические методы, нелинейные уравнения в частных производных и вариационные неравенства. Сборник представляет интерес для специалистов по указанным областям науки.

Конференция проведена при финансовой поддержке Уральского федерального университета и РФФИ (грант 18-31-10010 мол\_г).

Ответственный редактор  
чл.-корр. РАН А.А. Махнёв.

Ответственные за выпуск:  
С.Ф. Правдин,  
П.А. Чистяков.

© Институт математики и механики УрО РАН,  
Уральский федеральный университет,  
авторы тезисов, 2018

**О стационарной стабилизации линейной полной обратной связью  
линейных нестационарных управляемых систем в форме Хессенберга  
Ким И.Г. (Удмуртский государственный университет, Ижевск, Россия)**

Рассмотрим линейную нестационарную управляемую систему

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u, \quad t \in \mathbb{R}, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R}^m, \quad (1)$$

здесь  $A(\cdot)$ ,  $B(\cdot)$  — измеримые и ограниченные на  $\mathbb{R}$  матрицы. Пусть управление в системе (1) строится в виде линейной обратной связи по состоянию

$$u = Ux. \quad (2)$$

Замкнутая система (1), (2) примет вид

$$\dot{x} = (A(t) + B(t)U)x, \quad t \in \mathbb{R}, \quad x \in \mathbb{R}^n. \quad (3)$$

В системе (3) управляющими воздействиями являются коэффициенты матрицы  $U$ . Исследуется задача *стационарной стабилизации* системы (1). Будем говорить, что система (1) *экспоненциально стабилизируема с показателем  $\varkappa > 0$  посредством линейной стационарной обратной связи* (2), если существует постоянная  $m \times n$ -матрица  $\widehat{U}$  такая, что всякое решение  $x_{\widehat{U}}(t)$ ,  $t \geq 0$ , замкнутой системы (3) с  $U = \widehat{U}$  удовлетворяет условию  $\|x_{\widehat{U}}(t)\| = O(e^{-\varkappa t})$  при  $t \rightarrow +\infty$ .

Если система (1) стационарная, т.е.  $A(t) \equiv A$ ,  $B(t) \equiv B$ , то она стационарно стабилизируема с произвольным наперед заданным показателем в том случае, если система (1) является вполне управляемой. В общем случае, если система (1) нестационарная, вопрос о *стационарной стабилизации* системы (1) с заданным показателем является открытым (хотя вопрос о *нестационарной стабилизации* системы (1) решен, в частности, в предположении равномерной полной управляемости системы (1) в смысле Калмана). Здесь получены новые достаточные условия стационарной стабилизации нестационарных систем.

**Теорема 1.** Пусть коэффициенты системы (1) имеют специальный вид (форму Фробениуса):

$$\begin{aligned} A(t) &= \{a_{ij}(t)\}_{i,j=1}^n, \quad a_{ij}(t) \equiv 0, \quad j \neq i+1; \quad a_{ij}(t) \equiv 1, \quad j = i+1; \quad i = \overline{1, n-1}; \quad t \in \mathbb{R}; \\ B(t) &= \{b_i(t)\}_{i=1}^n, \quad b_i(t) \equiv 0, \quad i = \overline{1, n-1}; \quad b_n(t) \equiv 1; \quad t \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Тогда система (1) экспоненциально стабилизируема с произвольным наперед заданным показателем  $\varkappa > 0$  посредством линейной стационарной обратной связи (2).

**Теорема 2.** Пусть коэффициенты системы (1) имеют форму Хессенберга (ее частный случай):

$$\begin{aligned} A(t) &= \{a_{ij}(t)\}_{i,j=1}^n, \quad a_{ij}(t) \equiv 0, \quad j > i+1; \quad a_{ij}(t) \equiv 1, \quad j = i+1; \quad i = \overline{1, n-1}; \quad t \in \mathbb{R}; \\ B(t) &= \{b_i(t)\}_{i=1}^n, \quad b_i(t) \equiv 0, \quad i = \overline{1, n-1}; \quad b_n(t) \equiv 1; \quad t \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Пусть функции  $a_{ij}(\cdot)$ ,  $i = \overline{1, n-1}$ ,  $j = \overline{1, i}$ , имеют абсолютно непрерывные и ограниченные на  $\mathbb{R}$  производные до порядка  $(n-i-1)$  и измеримую ограниченную (п.в. на  $\mathbb{R}$ ) производную порядка  $n-i$ . Тогда система (1) экспоненциально стабилизируема с произвольным наперед заданным показателем  $\varkappa > 0$  посредством линейной стационарной обратной связи (2).

Доказательства теорем 1, 2 опираются на результаты работ [1, 2].

Работа поддержана РФФИ (грант № 16-01-00346-а).

### Список литературы

1. Зайцев В.А., Ким И.Г. О стабилизации линейного нестационарного дифференциального уравнения линейной стационарной обратной связью // Тезисы докладов международной конференции по математической теории управления и механике. Суздаль. 2017. С. 71–72.
2. Зайцев В.А. К теории стабилизации управляемых систем: дис. ... докт. физ.-мат. наук: 01.01.02. Ижевск, 2015. 293 с.

# Содержание

## Алгебра и дискретная математика (председатель к.ф.-м.н. Н.В. Маслова)

1	Ketkov S.S., Prokopyev O.A. On a Strategic Evader in Sequential Interdiction with Incomplete Information.....	4
2	Shabana H. $D_3$ -synchronization in nondeterministic automata.....	5
3	Алероев М.Т., Алероев Т.С. Исследование вещественного спектра одной краевой задачи для дробного дифференциального уравнения с помощью персимметрических матриц.....	6
4	Буртыка Ф.Б. Алгоритм нахождения аннуляторов односторонних матричных полиномов второго порядка над простыми конечными полями, основанный на переходе к полю разложения характеристического полинома.....	7
5	Волков М.В., Китов Н.В. Полиномиальный алгоритм проверки тождеств в моноиде Кауфмана $K_3$ .....	9
6	Гейн П.А. Об оценке числа разбиений вершин для однозначно раскрашиваемых графов.....	10
7	Гусев С.В. О кодистрибутивных и верхнемодулярных элементах решетки многообразий моноидов.....	12
8	Долгов Д.А. О вычислении наибольшего общего делителя чисел и полиномов.....	13
9	Ефимов К.С. Автоморфизмы дистанционно регулярного графа с массивом пересечений $\{39,36,4;1,1,36\}$ .....	14
10	Кабанов В.В., Валуженич А.А., Горяинов С.В., Константинова Е.В., Шалагинов Л.В. Собственные функции графа транспозиций симметрической группы.....	15
11	Маткин И.А. Классы Камерона-Либлера в $PG(n, 5)$ .....	16
12	Трепачева А.В. Моделирование алгоритма синтеза вероятностно логарифмически сжимающих функций над кольцом вычетов по модулю труднофакторизуемого числа.....	18
13	Циовкина Л.Ю. О группе автоморфизмов $AT_4(5,7,r)$ -графа.....	20
14	Чупраков Д.В., Вечтомов Е.М. Описание конечных идемпотентных циклических полуколец в терминах идеалов полукольца натуральных чисел.....	21

## Математическая теория оптимального управления и дифференциальные игры (председатели к.ф.-м.н. Д.В. Хлопин и к.ф.-м.н. М.И. Гомоюнов)

1	Банников А.С. Уклонение в линейных дифференциальных играх дробного порядка с фазовыми ограничениями.....	22
2	Банщикова И.Н. К свойству равномерной полной управляемости систем с дискретным временем.....	23
3	Березин А.А. Позиционные стратегии в задачах управления средним полем на пространстве конечного числа состояний.....	24
4	Гомоюнов М.И., Плаксин А.Р. Об аппроксимации функциональных уравнений Гамильтона—Якоби для систем с запаздыванием.....	25
5	Гомоюнов М.И., Плаксин А.Р. Об уравнении Гамильтона—Якоби в задачах управления системами нейтрального типа.....	26
6	Ершов А.А., Ушаков В.Н., Цой В.К. О сближении управляемой системы, содержащей неопределённый параметр.....	27
7	Зыков И.В. Алгоритм построения множеств достижимости при наличии нескольких интегральных ограничений.....	29

8	Карасев А.А., Кувшинов Д.Р., Осипов С.И. Исследование связности множеств движений в дифференциальной игре Штакельберга.....	30
9	Ким И.Г. О стационарной стабилизации линейной полной обратной связью линейных нестационарных управляемых систем в форме Хессенберга.....	31
10	Крупенников Е.А. К задаче обращения матриц с непостоянными элементами.....	32
11	Ламоткин А.Е., Осипов С.И. Исследование игровой задачи торможения диска в случае кусочно-постоянных управлений с малым числом переключений.....	33
12	Малахова А.П., Марова Е.В., Громова Е.В. Теоретико-игровая модель управления объемами вредных выбросов со случайными компонентами.....	34
13	Марова Е.В., Малахова А.П., Громова Е.В. Различные способы определения характеристической функции в дифференциальных играх с предписанной продолжительностью. Конструктивный подход.....	36
14	Мунц Н.В., Кумков С.С. Сходимость численной схемы решения дифференциальных игр быстрого действия с линией жизни.....	38
15	Новоселова Н.Г. Оптимальный синтез в задаче управления системой с кусочно монотонной динамикой.....	39
16	Родин А.С. Нахождение точек бифуркации кусочно-гладкого минимаксного решения уравнения Гамильтона—Якоби—Беллмана.....	40
17	Романенко А.Д. Решение параболической задачи оптимального управления с наблюдением и управлением потоком на части границы области.....	41
18	Стонякин Ф.С., Степанов А.Н. Разные постановки задач о справедливом разделе ресурсов и связанные аналоги теоремы А.А. Ляпунова о выпуклости образа векторной меры.....	42
19	Шабуров А.А. Решение сингулярно возмущенной задачи оптимального управления с интегральным выпуклым критерием качества, зависящим только от медленных переменных.....	43
20	Щелчков К.А. Об одной нелинейной задаче преследования с дискретным временем.....	45
21	Юферева О.О. Игра «Лев и Человек» при различных условиях поимки.....	46

## Топология и геометрия (председатель д.ф.-м.н. А.В. Осипов)

1	Lempert A.A., Le Q.M. The double covering problem for the multiply connected set with non-Euclidean metric.....	47
2	Агапов С.В. Об одном субримановом геодезическом потоке на группе Гейзенберга.....	48
3	Борбунов А.Н. Алгоритм векторного квантования, основанный на сферической классификации точек.....	49
4	Лебедев П.Д., Казаков А.Л. Итерационные методы построения упаковок из кругов различного диаметра на плоскости.....	50
5	Лебедев П.Д., Успенский А.А. Геометрические особенности решения краевой задачи Дирихле для уравнения типа Гамильтона—Якоби при низком порядке гладкости границы краевого множества.....	51
6	Липин А.Е. Топологические свойства пространств, разложимых в точке.....	52
7	Осипов А.В. Секвенциальная сепарабельность пространства полунепрерывных сверху функций.....	53
8	Осипов А.В., Филатова М.А. О свойствах $P$ -пространств.....	54
9	Шерстобитов А.В. Геометрия полуднородных многогранников.....	55

## Компьютерные науки и параллельные вычисления (председатель М.А. Чернокутов)

1	Васёв П.А., Бахтерев М.О., Форгани М.А., Филоненко Д.Ю. Интерактивная визуализация вычислений в веб-среде.....	56
2	Веретенников А.Б. Полнотекстовый поиск с гарантированным временем отклика.....	57
3	Доненко И.Л., Доненко А.В. Математическое 3D моделирование оптических фрактальных картин.....	58
4	Куклин Е.Ю. Веб-сервис для быстрого запуска серий экспериментов на суперкомпьютере.....	59
5	Смолин В.Р. Система типов для описания свойств параллельных вычислений.....	60

## Обработка изображений и навигация по геофизическим полям (председатели к.ф.-м.н. В.Б. Костоусов и Д.С. Перевалов)

1	Булгаков С.А. $\varepsilon$ -оптимальный алгоритм восстановления квадратично интегрируемых функций, заданных на конечномерном компакте.....	61
2	Дунаева А.В., Корнилов Ф.А. Классификация природно-техногенных объектов на спутниковых снимках земной поверхности.....	62
3	Дунаевская К.В. Разработка и исследование алгоритма навигации по высотам объектов местности.....	63
4	Киселева С.В. Моделирование случайного поля рассеивания радиоволн миллиметрового диапазона.....	64
5	Корнилов Ф.А. Метод построения ортогональной проекции спутникового снимка на основе стереосъемки и матрицы высот.....	65
6	Костоусов В.Б., Бердышев В.И., Попов А.А. Построение множества оптимальных траекторий в условиях наблюдения.....	66
7	Малыгин Я.В. Поиск похожих фрагментов изображений в задаче навигации по многолучевому сканеру.....	67
8	Соколов П.А., Дунаева А.В. Применение компьютерного зрения для обнаружения медицинских меток на коже человека.....	68
9	Хау Ву Ксан, Кумков С.И. Фильтрация зашумленной информации корабельного цифрового магнитного компаса. Интервальный и регрессионный подход.....	69

## Приближение функций (председатель к.ф.-м.н. Р.Р. Акопян)

1	Zhdanov A.E., Dorosinskiy L.G. Modeling of Estimated Respiratory Waveform.....	71
2	Байрамов Э.Б. О многочленах Чебышева на квадрате комплексной плоскости.....	72
3	Берестова Е.В. Неравенство Планшереля—Полиа для целых функций экспоненциального типа в $L^2(\mathbb{R})$ .....	73
4	Горячева Ю.С. Оценка сверху точной константы в неравенстве Турана для компактного множества со спрямляемой границей.....	74
5	Гриднев М.Л. Расходимость рядов Фурье непрерывных функций с ограничением на фрактальность их графиков.....	75
6	Леонтьева А.О. Неравенство Бернштейна—Сеге для производной Вейля тригонометрических полиномов в пространстве $L_0$ .....	76
7	Паюченко Н.С. Обобщение неравенства Маркова на отрезке.....	77
8	Плещева Е.А. Быстрые алгоритмы вычисления коэффициентов разложения функции по биортогональным базисам $n$ -раздельных периодических всплесков.....	78
9	Торгашова А.Ю. Одностороннее приближение в $L^{\infty}(-1,1)$ с весом характеристической функции промежутка алгебраическими многочленами.....	79

## **Математическое программирование, некорректные задачи и анализ данных (председатель д.ф.-м.н. М.Ю. Хачай)**

1	Forghani M. Particle Decomposition: A Wavelet-based Method with Application in Protein Comparison.....	80
2	Khachay M., Ogorodnikov Ju. Combining Fixed-point Iteration Method and Bayesian Rounding for approximation of Integer Factorization Problem.....	82
3	Kobylkin K.S. Approximation algorithms for special geometric Hitting Set problems.....	84
4	Pasynkov M.K. Fingerprint image segmentation using neural networks.....	85
5	Salii Ja.V. On Precedence Constrained Orienteering Problem.....	86
6	Бакланов А., Пасынков М. Сегментация промышленных плантаций на спутниковых снимках Индонезии.....	87
7	Беликова М.Ю. Кластеризация пространственно-временных событий в конкурентном пространстве.....	88
8	Ершова А.А., Танана В.П. Оценка погрешности метода, основанного на обобщенном принципе невязки, для задачи восстановления спектральной плотности кристаллов.....	89
9	Иванов А.В., Емельянов В.В., Сидорова Л.П., Цейтлер Т.А. Разработка и исследование алгоритма постобработки результатов молекулярного докинга.....	90
10	Сабанов М.А. Алгоритм преобразования географических данных о транспортной сети в нормализованный граф.....	91
11	Стонякин Ф.С., Титов А.А. Адаптивный метод зеркального спуска для задач минимизации выпуклого функционала с липшицевым градиентом при липшицевых функциональных ограничениях.....	92
12	Чистяков П.А. Итеративно регуляризованные методы наискорейшего спуска и минимальной невязки для нелинейных нерегулярных операторных уравнений.....	93

## **Математическая биология (председатель к.ф.-м.н. С.Ф. Правдин)**

1	Бажутина А.Е. Моделирование униполярных и биполярных электрограмм для исследования электрофизиологической активности тонкого среза левого желудочка сердца.....	94
2	Будеева Е.А., Рывкин А.М. Моделирование влияния ингибиторов ионных каналов на функционирование клеток водителя сердечного ритма.....	95
3	Васильев С.Н. Прогнозирование тахикардии по данным сердечного имплантата.....	96
4	Вахнина Д.И., Лукин О.Н., Соловьева О.Э. Изучение эффекта растяжения на характеристики спада кальциевого перехода в математической модели механо-кальциевой регуляции сокращения кардиомиоцита.....	97
5	Епанчинцев Т.И., Правдин С.Ф., Панфилов А.В. Индуцирование дрейфа спиральной волны с помощью низковольтной стимуляции анизотропного миокарда в модели Луо—Руди.....	98
6	Курсанов А.Г., Зверев В.С., Кацнельсон Л.Б., Соловьева О.Э. Конечно-элементная модель электромеханического сопряжения в миокардиальной ткани.....	99
7	Марков Н.С., Рывкин А.М. Численное решение 2D задачи диффузии ионов $Ca^{2+}$ в сердечных клетках.....	100
8	Мячина Т.А., Лукин О.Н. Разработка настраиваемого алгоритма определения средней длины саркомеров кардиомиоцита методом дискретного преобразования Фурье.....	101
9	Незлобинский Т.В., Батраков А.О., Соловьева О.Э., Панфилов А.В. Моделирование электрофизиологических свойств миокарда с диффузным структурным фиброзом в двумерной изотропной среде.....	102
10	Незлобинский Т.В., Правдин С.Ф., Панфилов А.В. Моделирование эффекта низковольтной дефибрилляции на трехмерных моделях сердечной ткани.....	103

11	Нестерова Т.М., Ушенин К.С. Исследование эктопической активности сердца с использованием одномерной модели мышечного волокна.....	104
12	Панфилов А.В. Математика сердечных аритмий.....	105
13	Правдин С.Ф., Незлобинский Т.В., Епанчинцев Т.И., Панфилов А.В. Моделирование низковольтной кардиоверсии в двумерной изотропной возбудимой среде.....	106
14	Разумов А.А., Ушенин К.С. Исследование влияния геометрических характеристик сердца человека на псевдо-ЭКГ.....	107
15	Ушенин К.С. Алгоритмы объединения поверхностных треугольных сеток в трехмерном пространстве с целью построения персонализированной модели торса и сердца человека.....	109
16	Хамзин С.Ю., Япаров Б.Я., Москвин А.С. Кластеризация рианодиновых рецепторов в диадном пространстве.....	110
17	Хмелев Д.В., Ушенин К.С. Оценка влияния размеров элемента расчетной сетки на результат моделирования механической функции сердца.....	111
18	Шмарко Д.В., Хохлова А.Д. Исследование in silico влияния лекарственного препарата лидокаина на электрическую активность клеток синоатриального узла сердца.....	112
19	Шолохов В.Д., Зверев В.С., Кацнельсон Л.Б., Соловьева О.Э. Моделирование насосной функции левого желудочка с использованием персонифицированной аналитической модели его формы.....	113

## Стохастические методы

(председатель к.ф.-м.н. Ю.В. Авербух)

1	Абрамова Е.П., Рязанова Т.В. Анализ индуцированных шумом явлений в модели сосуществования двух популяций.....	114
2	Асылгареев А.С. Об одном частном случае сравнения решений стохастических дифференциальных уравнений.....	115
3	Башкирцева И.А., Беляева Т.Д. Анализ и управление стохастическими колебаниями в модели электронного генератора с жестким возбуждением.....	116
4	Башкирцева И.А., Зайцева С.С. Исследование стохастической возбудимости в модели ферментативной реакции.....	117
5	Беляев А.В., Рязанова Т.В. Кусочно-гладкая модель нейронной активности: детерминированный и стохастический случаи.....	118
6	Бовкун В.А. Связь между абстрактными стохастическими задачами и детерминированными задачами для вероятностных характеристик.....	119
7	Кагирова Г.Р., Насыров Ф.С. Задача оптимальной фильтрации одномерных диффузионных процессов.....	120
8	Колениченко А.П., Ряшко Л.Б. Анализ пространственных паттернов в стохастической модели брасселятора с диффузией.....	121
9	Конищева А.А., Емельянова Т.В. Об оценивании параметров тригонометрического сигнала с зависимыми шумами.....	122
10	Митрофанова А.А., Рязанова Т.В. Влияние аддитивного и параметрического шума на динамику взаимодействия двух потребителей.....	123
11	Насырова В.М., Ряшко Л.Б. Стохастическое расщепление осцилляций в дискретной модели нейронной активности.....	124
12	Ряшко Л.Б., Слепухина Е.С. Стохастическая деформация инвариантных торов в модели нейрона.....	125
13	Сметанников Д.И., Белова М.В. Исследование связи между стохастическим уравнением и уравнением для вероятностных характеристик процесса.....	126
14	Швемлер Н.А., Мосягин В.Е. Статистическое оценивание точки разрыва плотности распределения.....	127
15	Шерстобитова А.О. О последовательном подходе к оцениванию параметров процесса устойчивой авторегрессии.....	128

# **Нелинейные уравнения в частных производных и вариационные неравенства (председатель д.ф.-м.н. А.А. Ковалевский)**

1 Глушенкова В.В., Пименов В.Г. Численные алгоритмы решения системы уравнений параболического типа с запаздыванием.....	129
2 Горбова Т.В., Солодушкин С.И. Разностная схема для нелинейных уравнений в частных производных с запаздыванием.....	130
3 Курдяева Ю.А., Кшевецкий С.П. Моделирование распространения акустико-гравитационных волн от вариаций атмосферного давления.....	131
4 Миронова Е.М. Инвариантные (автомодельные) решения уравнений в частных производных, возникающих в механике поврежденности.....	132
5 Стонякин Ф.С. Адаптивные алгоритмы для задач выпуклой оптимизации и вариационных неравенств.....	133