

Математический институт им. В. А. Стеклова РАН
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН
Международный институт прикладного системного анализа

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ: МОДЕЛИРОВАНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ

Материалы Международной конференции,
посвященной памяти академика А. В. Кряжковского,
Москва, 31 мая – 1 июня 2018 г.

SYSTEMS ANALYSIS: MODELING AND CONTROL

Materials of the International Conference
in memory of Academician A. V. Kryazhimskiy,
Moscow, May 31 – June 1, 2018

Математический институт им. В. А. Стеклова РАН
МАКС Пресс
Москва – 2018

УДК 517.9
ББК 22.16
С40

*Конференция проводится при финансовой поддержке
Российского фонда фундаментальных исследований
(проект 18-01-20021)*

Программный комитет:

*Ю. С. Осипов (председатель), Н. Л. Григоренко (зам. председателя),
В. И. Максимов (зам. председателя), Е. А. Ровенская (секретарь),
Е. И. Моисеев, М. С. Никольский, А. М. Тарасьев, А. Г. Ченцов*

Организационный комитет:

*Н. Л. Григоренко (председатель), С. М. Асеев (зам. председателя),
Л. А. Артемьева (секретарь), К. О. Бесов, А. И. Смирнов,
Н. В. Стрелковский, А. А. Дряженков, С. М. Орлов*

Ответственный редактор *К. О. Бесов*

Системный анализ: моделирование и управление: Матери-
алы Международной конференции, посвященной памяти академи-
ка А. В. Кряжковского, Москва, 31 мая – 1 июня 2018 г. / Отв. ред.
К. О. Бесов. – Москва : Математический институт им. В. А. Стекло-
ва Российской академии наук : МАКС Пресс, 2018. – 124 с.

ISBN 978-5-98419-079-4 (Математический институт им. В.А. Стеклова РАН)
ISBN 978-5-317-05838-8 (МАКС Пресс)

В сборнике содержатся материалы докладов, представленных на
Международной конференции «Системный анализ: моделирование и
управление», посвященной памяти академика А. В. Кряжковского, Москва,
31 мая – 1 июня 2018 г.

Ключевые слова: системный анализ, моделирование, оптимальное
управление, численные методы.

ISBN 978-5-98419-079-4
ISBN 978-5-317-05838-8

© Математический институт
им. В. А. Стеклова РАН, 2018

СОДЕРЖАНИЕ • CONTENTS

Algorithms for global minimum search of atomic–molecular clusters of extremely large dimensions <i>Anton Anikin, Alexander Gornov, Pavel Sorokovikov</i>	9
Оптимизация долговременной динамики в управляемой модели бизнес-цикла Калдора (Optimization of asymptotic dynamics in the controlled Kaldor business cycle model) <i>A. С. Асеев (A. S. Aseev)</i>	11
An existence theorem for infinite-horizon optimal control problems and its application to a model of optimal exploitation of a renewable resource <i>Sergey M. Aseev</i>	14
Задача оптимального управления лечением псориаза на бесконечном горизонте (An optimal control problem of psoriasis treatment on an infinite horizon) <i>Ю. Ю. Бугаков (Yu. Yu. Bugakov)</i>	18
Динамическое программирование в задачах маршрутизации: теория и некоторые приложения (Dynamic programming in routing problems: theory and some applications) <i>А. Г. Ченцов (A. G. Chentsov), П. А. Ченцов (P. A. Chentsov)</i> ..	21
On the stationarity conditions in an optimal control problem for a trajectory with smooth boundary contact on a single interval <i>Andrei Dmitruk, Ivan Samylovskiy</i>	25
О некоторых задачах позиционного граничного управления для волнового уравнения (On some positional boundary control problems for the wave equation) <i>А. А. Дряженков (A. A. Dryazhenkov), М. М. Потанов (M. M. Potanov)</i>	28

On linking optimization models under asymmetric information <i>Yuri Ermoliev, Tatiana Ermolieva, Petr Havlik, Michael Obersteiner, Elena Rovenskaya</i>	30
The method for global extremum search of objective functional based on Pontryagin maximum principle <i>Alexander Gornov, Tatiana Zarodnyuk</i>	33
Построение управления первого игрока в одной нелинейной дифференциальной игре (Constructing the control of the first player in a nonlinear differential game) <i>Н. Л. Григоренко (N. L. Grigorenko), И. А. Какоткин (I. A. Kakotkin), А. Е. Румянцев (A. E. Rumyantsev)</i>	36
Параллельный алгоритм решения и калибровки динамических моделей общего экономического равновесия (Parallel algorithm for solving and calibrating dynamic general equilibrium models) <i>А. П. Груздев (A. P. Gruzdev), Н. Б. Мельников (N. B. Melnikov), М. Г. Дальтон (M. G. Dalton), М. Витсель (M. Weitzel), Б. Ч. О'Нилл (B. C. O'Neill)</i>	40
Системный анализ в горных науках и уменьшении природного ущерба (System analysis in mining sciences and decreasing environment damage) <i>А. Д. Гвишиани (A. D. Gvishiani), Л. А. Вайсберг (L. A. Vaisberg), В. Н. Татаринков (V. N. Tatarinov), А. И. Маневич (A. I. Manevich)</i>	43
Оптимальные стратегии лечения псориаза путем подавления взаимодействий между Т-лимфоцитами, кератиноцитами и дендритными клетками (Optimal strategies of the psoriasis treatment by suppressing the interactions between T-lymphocytes, keratinocytes and dendritic cells) <i>Е. Н. Хайлов (E. N. Khailov), Э. В. Григорьева (E. V. Grigorieva)</i>	46

Прямое вычисление константы оптимального регулятора и функции Беллмана в задаче Фуллера с привлечением возможностей среды Maple (Direct calculation of the optimal regulator's constant and Bellman function in the Fuller problem using the Maple system possibilities)	
<i>Ю. Н. Киселёв (Yu. N. Kiselev),</i> <i>С. Н. Аввакумов (S. N. Avvakimov)</i>	51
Решение задачи Фуллера на основе принципа максимума Понтрягина (Solution of Fuller's problem based on Pontryagin's maximum principle)	
<i>Ю. Н. Киселёв (Yu. N. Kiselev), М. В. Орлов (M. V. Orlov),</i> <i>С. М. Орлов (S. M. Orlov)</i>	55
Критерий корректности в параболической обратной задаче (Correctness criterion in an inverse parabolic problem)	
<i>А. Б. Костин (A. B. Kostin)</i>	58
Уравнения Гамильтона–Якоби для динамических систем нейтрального типа (Hamilton–Jacobi equations for neutral-type dynamical systems)	
<i>Н. Ю. Лукьянов (N. Yu. Lukoyanov)</i>	61
Задача управления для системы второго порядка при наличии возмущений (Control problem for a second-order system in the presence of perturbations)	
<i>Л. Н. Лукьянова (L. N. Luk'yanova)</i>	65
Обратная связь в задачах обращения–управления (Feedback in inversion–control problems)	
<i>В. И. Максимов (V. I. Maksimov)</i>	69
Об оценивании множества достижимости для некоторых классов управляемых объектов (Estimation of the attainable set for some classes of control objects)	
<i>М. С. Никольский (M. S. Nikolskii)</i>	71

Множество достижимости для машины Дубинса с односторонним поворотом (Reachable set for a Dubins car with one-sided turn)	
<i>В. С. Пацко (V. S. Patsko), А. А. Федотов (A. A. Fedotov)</i>	74
Об одной задаче группового преследования с дробными производными (On a problem of group pursuit with fractional derivatives)	
<i>Н. Н. Петров (N. N. Petrov)</i>	76
On necessary conditions in the Mayer problem with differential inclusion	
<i>Evgenii Polovinkin</i>	80
Задачи оптимального управления динамическими системами дробного порядка с сосредоточенными и распределенными параметрами (Optimal control problems for fractional-order dynamical systems with lumped and distributed parameters)	
<i>С. С. Постнов (S. S. Postnov)</i>	82
Определение функции управления для динамических систем нецелого порядка (Determination of a control function for dynamic systems of non-integer order)	
<i>Е. А. Постнова (E. A. Postnova)</i>	86
Задачи оптимального управления и обратные задачи для уравнений первого порядка в банаховых пространствах (Optimal control and inverse problems for first-order equations in Banach spaces)	
<i>А. И. Прилепко (A. I. Prilepko)</i>	88
On optimal solutions in a problem with two-dimensional bounded control	
<i>М. И. Ronzhina, L. A. Manita</i>	90

Динамическая реконструкция входов диффузионной стохастической системы (Dynamical reconstruction of inputs in a stochastic diffusion system)	
<i>В. Л. Розенберг (V. L. Rozenberg)</i>	93
Численное решение задачи оптимального управления с интегральным функционалом качества (Numerical solution of an optimal control problem with integral cost functional)	
<i>С. П. Самсонов (S. P. Samsonov)</i>	96
A method for calculation of program package elements for singular clusters	
<i>Nikita Strelkovskii, Sergey Orlov</i>	97
Сопряженные переменные в задачах динамической реконструкции (Adjoint variables in dynamic reconstruction problems)	
<i>Н. Н. Субботина (N. N. Subbotina), Т. В. Токманцев (T. V. Tokmantsev)</i>	99
Асимптотические регуляторы в задачах оптимального экономического развития (Asymptotic stabilizers in problems of optimal economic development)	
<i>А. М. Тарасьев (A. M. Tarasyev), А. А. Усова (A. A. Usova)</i> ...	103
Задача о приближении управляемой системы, содержащей неопределенный параметр (An approach problem for a control system with an unknown parameter)	
<i>В. Н. Ушаков (V. N. Ushakov), А. А. Ершов (A. A. Ershov)</i> ...	107
Повторяющаяся игра как модель для анализа соглашений об охране окружающей среды (The repeated game as a model for analysis of environmental agreements)	
<i>А. А. Васин (A. A. Vasin), А. Г. Дивцова (A. G. Divtsova)</i>	110

О снижении зашумленности при моделировании параметров
методом динамической регуляризации
(On the reduction of noisiness in the modeling of parameters
by the method of dynamic regularization)

А. Ю. Вдовин (A. Yu. Vdovin), С. С. Рублева (S. S. Rubleva) .. 113

On shift of the Lyapunov spectrum for linear stationary control
systems in Banach spaces

Vasilii Zaitsev 117

Существование равновесия по Ауманну в смешанных стратегиях
(Existence of Aumann equilibrium in mixed strategies)

*В. И. Жуковский (V. I. Zhukovskii),
Л. В. Смирнова (L. V. Smirnova) 119*

ON SHIFT OF THE LYAPUNOV SPECTRUM FOR LINEAR STATIONARY CONTROL SYSTEMS IN BANACH SPACES*

Vasili Zaitsev

Udmurt State University, Izhevsk, Russia

verba@udm.ru

Let X and U be Banach spaces. Consider a linear control system

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t), \quad 0 \leq t < +\infty, \quad (1)$$

where $x(t) \in X$, $u(t) \in U$, $A(t) \in L(X, X)$, $B(t) \in L(U, X)$, $t \geq 0$; $L(Q_1, Q_2)$ is the Banach space of linear bounded operators $P: Q_1 \rightarrow Q_2$. We suppose that $A(\cdot)$ and $B(\cdot)$ are piecewise continuous and, for some $M_1 > 0$, for all $t \geq 0$, the following inequalities hold: $\|B(t)\| \leq M_1$ and

$$\|A(t)\| \leq M_1. \quad (2)$$

Consider the corresponding free system

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t), \quad 0 \leq t < +\infty. \quad (3)$$

Denote by Σ_A the (*upper*) Lyapunov spectrum of system (3) [1, Ch. III, Sect. 4, p. 117]. By (2), we have $\Sigma_A \subset [-M_2, M_2] \subset (-\infty, +\infty)$ for some $M_2 > 0$. In particular, if $X = \mathbb{R}^n$ and $A(t) \equiv A$ then $\Sigma_A = \{\operatorname{Re} \mu_j : j = \overline{1, n}\}$, where μ_j ($j = \overline{1, n}$) are eigenvalues of A [1, p. 117].

Let us construct a linear state feedback control

$$u(t) = K(t)x(t), \quad 0 \leq t < +\infty, \quad (4)$$

where $K(t) \in L(X, U)$ for $t \geq 0$, $K(\cdot)$ is piecewise continuous, and $\|K(t)\| \leq M_3$, $t \geq 0$, for some $M_3 > 0$ (we will call such an operator $K(t)$ admissible). The closed-loop system has the form

$$\dot{x}(t) = (A(t) + B(t)K(t))x(t). \quad (5)$$

Definition 1. We say that the Lyapunov spectrum of system (5) is *arbitrarily shiftable* if for any $\lambda \in \mathbb{R}$ there exists an admissible operator $K(t)$ such that $\Sigma_{A+BK} = \Sigma_A + \lambda$.

*Supported by the Russian Foundation for Basic Research (project no. 16-01-00346) and by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation in the framework of the basic part (project no. 1.5211.2017/8.9).

Consider a stationary system (1):

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad 0 \leq t < +\infty, \quad (6)$$

where $A \in L(X, X)$ and $B \in L(U, X)$.

Definition 2. The control system (6) is said to be *exactly controllable* on $[0, T]$ [2, Ch. 3, p. 51] if for any points $x^0, x^1 \in X$ there exists a control function $\hat{u} \in L^2([0, T], U)$ such that the solution $x(t)$ of system (6) with $u(t) = \hat{u}(t)$ with the initial condition $x(0) = x^0$ satisfies the condition $x(T) = x^1$.

System (6) in closed loop with (4) becomes

$$\dot{x}(t) = (A + BK(t))x(t). \quad (7)$$

Theorem. *Assume that X is a reflexive Banach space and U is a Hilbert space. Let system (6) be exactly controllable on some $[0, T]$. Then the Lyapunov spectrum of the closed-loop system (7) is arbitrarily shiftable.*

For the case $X = \mathbb{R}^n$, $U = \mathbb{R}^m$, the theorem follows from [3, 4]. For system (6), obvious corollaries on stabilization or destabilization (by means of linear state feedback (4)) follow from the above theorem.

References

1. *Daleckii Ju.L., Krein M.G.* Stability of solutions of differential equations in Banach space. Am. Math. Soc., 1974.
2. *Curtain R.F., Pritchard A.J.* Infinite dimensional linear systems theory. Springer, 1978. (Lect. Notes Control Inf. Sci.; V. 8).
3. *Makarov E.K., Popova S.N.* On the global controllability of central exponents of linear systems // Russ. Math. 1999. V. 43, N 2. P. 56–63.
4. *Zaitsev V.A.* Lyapunov reducibility and stabilization of nonstationary systems with an observer // Diff. Eqns. 2010. V. 46, N 3. P. 437–447.