

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова
Российской академии наук

**УСТОЙЧИВОСТЬ И КОЛЕБАНИЯ
НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ**
(конференция Пятницкого)

Материалы XIV Международной
научной конференции

30 мая – 1 июня 2018 г.

**Москва
ИПУ РАН
2018**

УДК 681.51
ББК 32.96
У81

Устойчивость и колебания нелинейных систем управления:
Материалы XIV Международной научной конференции (30 мая – 1 июня 2018г., Москва) / [Ред. В.Н. Тхай]. – М.: ИПУ РАН, 2018. – 499 с.
– ISBN 978-5-91450-214-7.

В научное издание включены материалы XIV Международной конференции «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления» (конференция Пятницкого). Рассматриваются вопросы устойчивости, стабилизации, управления, колебаний, нелинейной динамики в различных областях.

Издание предназначено для научных работников и специалистов в области фундаментальной теории управления, теории устойчивости, теории колебаний, прикладных задач управления.

Утверждено к печати Программным комитетом конференции

Программный комитет конференции: В. Ажмяков, А.Ю. Александров, И.М. Ананьевский, А.С. Андреев, И.Н. Барабанов, Н.Н. Болотник, С.Н. Васильев, А.В. Карапетян, А.М. Ковалев, А.П. Крищенко, А.Б. Куржанский, Ю.С. Ледаев, Г.А. Леонов, А.А. Мартынюк, Л.Б. Рапопорт, Е.Я. Рубинович, А.А. Тихонов, В.Н. Тхай, Т.Ф. Филиппова, Ф.Л. Черноусько

**Конференция проводится при поддержке
Российского фонда фундаментальных исследований
(проект № 18-01-20029-г)**

XIV Международная конференция «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления» (конференция Пятницкого) проводится Федеральным государственным бюджетным учреждением науки Институтом проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук при поддержке Отделения энергетики, машиностроения, механики и процессов управления РАН (ОЭММПУ РАН). Конференция проводится при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-01-20029-г), а также при информационной поддержке IEEE Russia Section.

Основные научные направления XIV Конференции: общие вопросы теории устойчивости и стабилизации движения; общие вопросы и методы теории нелинейных колебаний; методы функций Ляпунова; гладкая и негладкая динамика; вопросы управляемости и наблюдаемости; проблемы робастного управления; управление в механических и электромеханических системах; управление роботами и мехатронными системами; колебания, устойчивость и стабилизация в сетевых и взаимосвязанных системах, устойчивость и управление гибридными системами и системами с переключениями.

Конференция проводится один раз в два года. Ранее конференция проходила (до 2004 г. — в формате Международного семинара): в Таллине (1987), в Москве (1992), в Самаре (1994), в Москве (1996, 1998, 2000, 2002, 2004, 2006, 2008, 2010, 2012, 2016).



form of Germeyer convolution we derive necessary conditions for Pareto optimality and characterize Pareto optimal controllers in terms of LMIs as optimal solutions for this cost function. Fundamental problems of optimal protection from shock and vibration as well as a control problem for rotor in active magnetic bearings are considered.

УДК 517.977.8, 519.837.4

Уклонение от группы преследователей в линейных дробно-дифференциальных играх

А. С. Банников

Удмуртский ГУ, Ижевск, Россия
asbannikov@gmail.com

Рассматривается задача уклонения убегающего от группы преследователей в конечномерном евклидовом пространстве. Движение описывается линейной системой дробного порядка. В начальный момент времени заданы начальные условия. Управления игроков ограничены одним и тем же выпуклым компактом. Убегающий дополнительно стеснен фазовыми ограничениями — выпуклым многогранным множеством с непустой внутренностью. В терминах начальных позиций и параметров игры получены достаточные условия разрешимости задачи уклонения.

Ключевые слова: дифференциальные игры, производная по Капуто, уклонение, простая матрица

1. Введение

Важное направление развития современной теории дифференциальных игр связано с разработкой методов решения игровых задач преследования–уклонения с участием нескольких объектов [1, 2], причем, кроме углубления классических методов решения, активно ведется поиск новых задач, к которым применимы уже разработанные методы. В частности, в работах [3, 4] рассматривались задачи преследования двух лиц, описываемые уравнениями с дробными производными, где были получены достаточные условия поимки.

В настоящей работе рассматривается одна задача преследования группой преследователей одного убегающего при условии, что движение всех участников описывается линейными уравнениями с дробными по Капуто производными, матрица системы — простая, а убегающий в процессе игры не покидает пределы выпуклого многогранного

множества. Получены достаточные условия уклонения, выраженные в терминах начальных позиций и параметров игры. Работа продолжает исследования [5].

2. Постановка задачи

В пространстве $\mathbb{R}^k$ ($k \geq 2$) рассматривается дифференциальная игра на $n+1$ лиц: n преследователей P_i , $i = 1, \dots, n$, и убегающего E . Закон движения каждого из преследователей P_i имеет вид

$$(1) \quad ({}^C D_{0+}^\alpha x_i)(t) = ax_i(t) + u_i(t), \quad x_i(0) = x_i^0, \quad u_i \in Q.$$

Закон движения убегающего имеет вид

$$(2) \quad ({}^C D_{0+}^\alpha y)(t) = ay(t) + v(t), \quad y(0) = y^0, \quad v \in Q.$$

Здесь $\alpha \in (0, 1)$, ${}^C D_{0+}^\alpha f$ — производная по Капуто порядка α функции f , $x_i, y, u_i, v \in \mathbb{R}^k$, Q — выпуклый компакт в $\mathbb{R}^k$, a — вещественное число. Считаем, что $x_i^0 \neq y^0$ для всех i . Дополнительно предполагается, что убегающий E в процессе игры не покидает пределы выпуклого многогранного множества Ω с непустой внутренностью вида

$$\Omega = \{\xi \in \mathbb{R}^k \mid \langle p_j, \xi \rangle \leq \mu_j, \quad j = 1, \dots, r, \quad r \geq 0\},$$

где p_j , $j = 1, \dots, r$, — единичные векторы $\mathbb{R}^k$, μ_j , $j = 1, \dots, r$, — вещественные числа, такие, что $\text{int } \Omega \neq \emptyset$; при $r = 0$ считаем, что $\Omega = \mathbb{R}^k$.

Вместо систем (1), (2) рассмотрим системы

$$({}^C D_{0+}^\alpha z_i)(t) = az_i(t) + u_i(t) - v(t), \quad z_i(0) = z_i^0 = x_i^0 - y^0, \quad u_i, v \in Q.$$

Пусть $T > 0$ — произвольное положительное число, $\sigma = \{0 = t_0 < t_1 < \dots < t_{s+1} = T\}$ — конечное разбиение отрезка $[0, T]$.

Определение 1. *Кусочно-программной стратегией S_E убегающего E , заданной на $[0, T]$, соответствующей разбиению σ , называется семейство отображений b_l , $l = 0, \dots, s$, ставящих в соответствие величинам $(t_l, z_1(t_l), \dots, z_n(t_l))$ измеримую функцию $v_l(t)$, определенную для $t \in [t_l, t_{l+1})$ и такую, что $v_l(t) \in Q$, $y(t) \in \Omega$ для всех $t \in [t_l, t_{l+1}]$.*

Определение 2. *Кусочно-программной контрстратегией CS_{P_i} преследователя P_i , заданной на $[0, T]$, соответствующей разбиению σ , называется семейство отображений c_l , $l = 0, \dots, s$, ставящих в соответствие величинам $(t_l, z_1(t_l), \dots, z_n(t_l))$ и управлению $v_l(t)$, $t \in [t_l, t_{l+1})$, измеримую функцию $u_l^i(t)$, определенную для $t \in [t_l, t_{l+1})$ и такую, что $u_l^i(t) \in Q$ для всех $t \in [t_l, t_{l+1}]$.*

Определение 3. В дифференциальной игре происходит *уклонение от встречи*, если для любого $T > 0$ существуют разбиение σ отрезка $[0, T]$ и стратегия S_E убегающего E такие, что для любых траекторий $x_i(t)$ преследователей P_i выполнено

$$x_i(t) \neq y(t), \quad t \in [0, T].$$

Пусть далее $\text{Int } A$ и $\text{co } A$ — внутренность и выпуклая оболочка множества A соответственно, $I(l) = \{1, 2, \dots, n + l\}$, $E_\rho(z; \mu) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\mu + k/\rho)}$ — обобщенная функция Миттаг-Леффлера,

$$\begin{aligned} \lambda_i(v) &= \max \{ \lambda \geq 0 \mid -\lambda z_i^0 \in Q - v \}, \quad i \in I(0), \\ \lambda_{n+j}(v) &= \langle p_j, v \rangle, \quad j = 1, \dots, r, \quad \delta_r = \min_{v \in Q} \max_{l \in I(r)} \lambda_l(v). \end{aligned}$$

3. Достаточные условия уклонения от встречи

Теорема 1. Пусть $r = 0$ ($\Omega = \mathbb{R}^k$), $\delta_0 = 0$. Тогда в дифференциальной игре происходит уклонение от встречи.

Следствие 1. Пусть $r = 0$ ($\Omega = \mathbb{R}^k$), V — выпуклый строго выпуклый компакт с гладкой границей и

$$0 \notin \text{Int co } \{z_1^0, \dots, z_n^0\}.$$

Тогда в дифференциальной игре происходит уклонение от встречи.

Теорема 2. Пусть $r = 1$, $\delta_1 = 0$ и $a\mu_1 \leq 0$. Тогда в дифференциальной игре происходит уклонение от встречи.

Теорема 3 (уклонение в конусе). Пусть $r \geq 1$, $\delta_r = 0$ и $\mu_j = 0$, $j = 1, \dots, r$ (Ω — выпуклый конус). Тогда в дифференциальной игре происходит уклонение от встречи.

Следствие 2. Пусть $r > 0$, $\delta_r = 0$ и $a\mu_j \leq 0$ для всех $j = 1, \dots, r$. Тогда в дифференциальной игре происходит уклонение от встречи.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (Проект № 16-01-000346-а).

Список литературы

1. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974.
2. Благодатских А.И., Петров Н.Н. Конфликтное взаимодействие групп управляемых объектов. Ижевск: Изд-во «Удмуртский университет», 2009.

3. Чикрий А.А., Матичин И.И. Игровые задачи для линейных систем дробного порядка // Тр. ИММ УрО РАН. 2009. № 3. Т. 15. С. 262–278.
4. Чикрий А.А., Матичин И.И. О линейных конфликтно управляемых процессах с дробными производными // Тр. ИММ УрО РАН. 2011. № 2. Т. 17. С. 256–270.
5. Петров Н.Н. Одна задача группового преследования с дробными производными и фазовыми ограничениями // Вест. Удмурт. ун-та. Матем. Мех. Комп. науки. 2017. Вып. 1. Т. 27. С. 54–59. DOI: 10.20537/vm170105

Evasion from Pursuers in the Problem of Group Pursuit with Fractional Derivatives and Phase Constraints

A. S. Bannikov

Udmurt State University, Izhevsk, Russia
asbannikov@gmail.com

In this paper we consider the evasion problem from the group of pursuers in the finite-dimensional Euclidean space. The motion is describe by the linear system of fractional order $\alpha \in (0, 1)$ with Caputo derivative and a simple matrix. The initial positions are given at the initial time. The set of admissible controls of all players is a convex compact. It is further assumed that the evader does not leave the convex polyhedron with nonempty interior. In terms of the initial positions and the parameters of the game, sufficient conditions for the solvability of the evasion problem are obtained.

АЛФАВИТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Garziera R.	285	Бутырин С. А.	408 404
Hwang S. S.	118	Волковицкий А. К.	201
Lin C. H.	118	Волокитин Д. А.	363
Su F. -C.	144	Гавриков А. А.	7
Yeh C. -H.	144	Гаджиян В. А.	98
Аверина Т. А.	4	Галяев А. А.	101
Акуленко Л. Д.	7	Гарбуз М. А.	104
Александров А. Ю.	10 13	Гелиг А. Х.	174
Алесова И. М.	16	Генералов А. А.	422
Алферов Г. В.	177	Глазков Т. В.	108
Ананьев Б. И.	20	Глумов В. М.	112 115
Ананьевский И. М.	24	Голуб А. П.	118 104
Анашкин О. В.	27	Голубев А. Е.	108
Андреев А. С.	30	Голубев Ю. Ф.	121 125
Андрианова О. Г.	33	Горовенко П. А.	177
Антипов А. С.	36	Грезина А. В.	128
Антоновская О. Г.	39	Губар А. Е.	131
Ахметзянов А. В.	43	Гусев М. И	271
Баладин Д. В.	50 47	Димова А. С.	134
Банников А. С.	53	Дмитрук А. В.	138
Банщикова И. Н.	339	Долгий Ю. Ф.	141 486
Барabanов И. Н.	57	Досаев М. З.	144
Барсегян В. Р.	60	Дружинина О. В.	148
Батхин А. Б.	63	Елфимов А. Н.	151
Белов А. А.	33	Епифанов Р. Ю.	226
Белова И. А.	67	Желонкина Н. И.	154
Берсенев Н. В.	70	Житкова Е. М.	131
Бильченко Г. Г.	77 73	Завалищин Д. С.	158
Бильченко Н. Г.	77	Зайцев В. А.	161 164
Бирюков Р. С.	47	Зимовщиков А. С.	167
Бойченко В. А.	81	Зиновьев Г. С.	67
Болотник Н. Н.	84	Золотухин Ю. Н.	170
Бортаковский А. С.	87	Зубер И. Е.	174
Булгакова М. А.	91	Иванов Г. Г.	177
Буре В. М.	264 318	Игумнов Л. А.	181
Буркин И. М.	94	Измestьев И. В.	448

Исанькин М. А.	184	Ложкинс А.	264
Ишханян Т. А.	24	Локшин Б. Я.	204
Каледина Е. А.	148	Лысенко П. В.	101
Каленова В. И.	295	Лычагин В. В.	43
Калинин А. И.	187	Лычев С. А.	267
Калитин Б. С.	191	Макаренко А. В.	274
Каменецкий В. А.	194	Малафеев О. А.	277
Канатников А. Н.	197	Маликов А. И.	184 281
Карелин В. В.	151	Мартыненко А. В.	433
Карцев Н. М.	208	Масина О. Н.	148
Каршаков Е. В.	201	Мастерова А. А.	285
Ким И. Г.	164	Матвийчук О. Г.	288
Климина Л. А.	104 204	Мелкумова Е. В.	121
Коган М. М.	50 47	Метрикин В. С.	181
Коньков А. Е.	208 212	Митришкин Ю. В.	208 291
Коренев П. С.	291	Морозов В. М.	295
Корнеев В. А.	84 215	Морозов Ю. В.	298
Королев В. С.	167	Мухарлямов Р. Г.	301
Корянов В. В.	125	Мырзаев Р. С.	439
Костин Г. В.	219 267	Нефедов Г. А.	305
Костоусова Е. К.	222	Никифорова И. В.	181
Котов К. Ю.	170 226	Окунев Ю. М.	308
Кочетков С. А.	229	Омарова У. Ш.	439
Красинский А. Я.	232	Онегин Е. Е.	311
Краснов Д. В.	234	Павлов Б. В.	201
Краснова С. А.	36 237	Пак Э. Е.	395
Крищенко А. П.	241	Панасенко А. Г.	128
Кугушев Е. И.	244	Панкратова Я. Б.	334
Кудашкина И. В.	324	Пантелеев А. В.	314
Кузенков О. А.	247	Парилина Е. М.	318
Кузнецов Е. А.	250	Перегудова О. А.	321 324
Кузнецова О. И.	94	Пестерев А. В.	328
Кулешов А. С.	254	Петров Н. Н.	331
Кумакшев С. А.	257	Петрова М. С.	415
Кумачева С. Ш.	131	Петросян Л. А.	91 334
Курдюков А. П.	476	Погодаев Н. И.	337
Кушнер А. Г.	43	Поляхова Е. Н.	167
Лавринович Л. И.	187	Попова С. Н.	339
Левин М. А.	244	Попова Т. В.	244
Ли Инъ	261	Привалова О. Г.	308

Провоторов В. В.	342	Теклина Л. Г.	426
Прохоров А. А.	291	Тимин В. Н.	429
Пучков А. М.	115	Тимофеева Г. А.	433
Рапопорт Л. Б.	346 349	Тимошин С. А.	368
Рассадин Ю. М.	353	Тихонов А. А.	13
Рединских Н. Д.	277	Толкачев Д. Е.	372
Решмин А. И.	356	Томилина Г. А.	131
Решмин С. А.	356 359	Тормагов Т. А.	346
Родионова Д. А.	314	Трофимова И. В.	436
Рукавишникова А. С.	232	Турешбаев А. Т.	439
Румянцев Д. С.	363	Тхай В. Н.	57 442
Рутковский В. Ю.	112	Утина Н. В.	395
Рыбаков К. А.	4	Уткин А. В.	234 445
Палис С.	267	Уткин В. А.	70 445
Сальникова Т. В.	366	Ухоботов В. И.	448
Самсонов В. А.	308	Федюков А. А.	451
Самсонюк О. Н.	368 372	Фетисов Д. А.	455
Самыловский И. А.	138	Филиппова Т. Ф.	459
Саурин В. В.	267 375	Халина А. С.	462
Свитова А. М.	170	Хасанова Р. И.	324
Седаков А. А.	379	Хлебников М. В.	466
Седова Н. О.	381	Хрусталёв М. М.	311 462
Селюцкий Ю. Д.	144 285	Хрящев С. М.	469
Сергеев В. С.	385	Царьков К. А.	363 472
Сергеев И. Н.	388	Чайковский М. М.	476
Сесекин А. Н.	154	Черноусько Ф. Л.	479
Симонов П. М.	392	Чжэнь М.	379
Смирнова В. Б.	395	Чэнь Я.	10
Соболев М. А.	170	Шамолин М. В.	482
Соколов Б. В.	436	Шевченко Р. И.	486
Соколов В. Ф.	398	Шинкарьюк А. Г.	353
Соловьев А. С.	115	Шматков А. М.	257
Солодуша С. В.	401	Щенников В. Н.	148
Сомов Е. И.	408 404	Щенникова Е. В.	148
Сомов С. Е.	404	Щербакова Е. В.	98
Сомова Т. Е.	408	Юркевич В. Д.	67 489
Староверова К. Ю.	411	Юрченков А. В.	429 492
Стребуляев С. Н.	415		
Талагаев Ю. В.	418		
Татарников Д. В.	422		