

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
УРАЛЬСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ  
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

УРАЛЬСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ



**Уральский  
федеральный  
университет**

имени первого Президента  
России Б.Н.Ельцина

## СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ И ЕЁ ПРИЛОЖЕНИЙ

Тезисы Международной (50-й Всероссийской) молодёжной школы-конференции  
3 — 9 февраля 2019 г.

Екатеринбург  
2019

УДК 51

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ И ЕЁ ПРИЛОЖЕНИЙ: тезисы Международной (50-й Всероссийской) молодёжной школы-конференции. Екатеринбург: Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН, Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина, 2019.

Настоящее издание включает тезисы Международной (50-й Всероссийской) молодёжной школы-конференции, прошедшей с 3 по 9 февраля 2019 года в окрестностях г. Екатеринбурга.

Представлены работы по следующим направлениям: алгебра и дискретная математика, математическая теория оптимального управления и дифференциальные игры, топология и геометрия, компьютерные науки и параллельные вычисления, обработка изображений и навигация по геофизическим полям, приближение функций, математическое программирование, некорректные задачи и анализ данных, математическая биология, теория вероятностей и случайные процессы, нелинейные уравнения в частных производных. Сборник представляет интерес для специалистов по указанным областям науки.

Конференция проведена при финансовой поддержке УрФУ.

Ответственный редактор  
чл.-корр. РАН А.А. Махнёв.

Ответственные за выпуск:  
С.Ф. Правдин,  
П.А. Чистяков.

© ИММ УрО РАН, УрФУ,  
авторы тезисов, 2019

## СТАБИЛИЗАЦИЯ ДВУХМАССОВОЙ СИСТЕМЫ СТАТИЧЕСКОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ ПО ВЫХОДУ

И. Г. Ким

Рассмотрим систему, состоящую из пружины жесткостью  $k_1$ , один конец которой жестко закреплен, а на другом находится тело массой  $m_1$ , связанное с телом массой  $m_2$  пружиной жесткостью  $k_2$ . Силы  $u_1$ ,  $u_2$  приложены к массам  $m_1$ ,  $m_2$

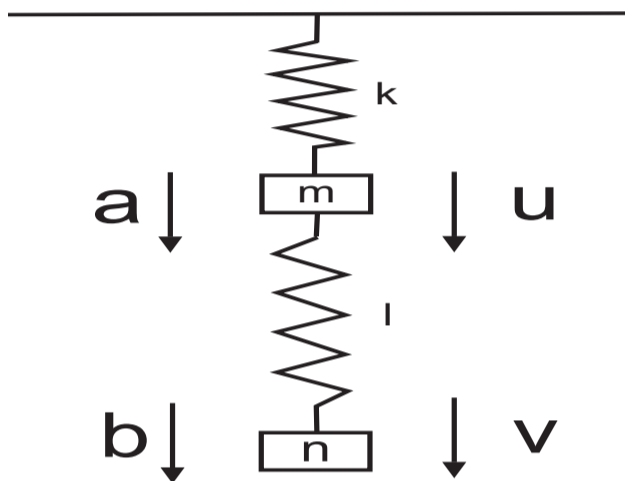


Рис. 1. Двухмассовый объект

соответственно. Положение тел определяется переменными  $z_1$  и  $z_2$  (рис. 1). Сопротивлением воздуха пренебрегаем. Согласно второму закону Ньютона имеем

$$(1) \quad \begin{cases} m_1 \vec{a}_1 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{u}_1, \\ m_2 \vec{a}_2 = -\vec{F}_2 + \vec{u}_2. \end{cases}$$

Здесь  $\vec{F}_2 = k_2 \Delta z$  в силу закону Гука, где  $k_2$  — коэффициент жесткости пружины, связывающей оба тела,  $\Delta z = z_2 - z_1$  — изменение длины пружины;  $\vec{F}_1 = -k_1 z_1$  — сила сопротивления пружины жесткостью  $k_1$ .

Таким образом, система (1) принимает вид [1]

$$\begin{cases} m_1 \ddot{z}_1 = -k_1 z_1 + k_2(z_2 - z_1) + u_1, \\ m_2 \ddot{z}_2 = -k_2(z_2 - z_1) + u_2, \end{cases}$$

или

$$(2) \quad \begin{cases} \ddot{z}_1 = -\frac{k_1}{m_1} z_1 + \frac{k_2}{m_1} (z_2 - z_1) + \frac{1}{m_1} u_1, \\ \ddot{z}_2 = -\frac{k_2}{m_2} (z_2 - z_1) + \frac{1}{m_2} u_2. \end{cases}$$

Введем четыре переменные состояния  $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (z_1, \dot{z}_1, z_2, \dot{z}_2)$ . В работе [1] рассмотрена система (2) с выходом

$$(3) \quad y_1 = x_1, \quad y_2 = x_3,$$

и построена динамическая обратная связь по выходу, стабилизирующая систему (2), (3). Здесь рассматривается система (2) с выходом

$$(4) \quad y_1 = x_1, \quad y_2 = x_2.$$

Управление строится по принципу линейной *статической* обратной связи по выходу

$$(5) \quad u = Qu.$$

Требуется построить  $2 \times 2$ -матрицу  $Q$  такую, что система (2), (4), замкнутая обратной связью (5) асимптотически устойчива.

**Теорема.** Система (2), (4) стабилизируема статической обратной связью (5) по выходу.

Доказательство теоремы и методика построения стабилизирующего управления основываются на результатах работ [2, 3, 4].

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-51-41005).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] А. А. Воевода, Е. В. Шоба, *Стабилизация двухмассовой системы: модальный метод синтеза в пространстве состояний*, Сборник научных трудов НГТУ. (1)59 (2010), 21–31.
- [2] В. А. Зайцев, *Управление спектром в линейных системах с неполной обратной связью*, Дифференциальные уравнения. **45**:9 (2009), 1320–1328.
- [3] В. А. Зайцев, *Необходимые и достаточные условия в задаче управления спектром*, Дифференциальные уравнения. **46**:12 (2010), 1789–1793.
- [4] В. А. Зайцев, *Согласованные системы и управление спектром собственных значений. I*, Дифференциальные уравнения. **48**:1 (2012), 117–131.

УДМУРТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ, ИЖЕВСК (Россия)  
E-mail address: kimingeral@gmail.com

# Содержание

## Алгебра и дискретная математика (председатель к.ф.-м.н. Н.В. Маслова)

1	I.B. Gorshkov. On a connection between the order of a finite group and the set of conjugacy classes size.....	4
2	V.V. Kabanov. Eigenvalues and eigenfunctions of Cayley graphs.....	6
3	Lu Li. Classical generators for category of coherent sheaves and the regular locus.....	7
4	Lu Li. Structural theorem for gr-injective modules over gr-noetherian G-graded commutative rings and the gr-Bass numbers.....	8
5	H. Shabana. Careful synchronization of nondeterministic automata.....	10
6	Е.А. Беспалов. О совершенных раскрасках графов Дуба с параметрами $(m, 5m, 3m, 3m)$ ..	12
7	А.А. Валюженич, С.В. Горяинов, В.В. Кабанов, Е.В. Константинова, Л.В. Шалагинов. О минимальных носителях собственных функций некоторых графов Кэли на симметрической группе.....	14
8	А.С. Васильев. О нормализаторах силовских подгрупп в классических группах.....	15
9	М.В. Волков, Н.В. Китов. Тождества в моноиде Кауфмана $K_4$ .....	16
10	К.Ю. Коротицкий, Д.О. Ревин. Максимальные разрешимые подгруппы нечетного индекса в симметрических группах.....	17
11	Д.В. Литичевский. Списочное декодирование вейвлет-кодов.....	18
12	В.В. Сидоров. Автоморфизмы полукольца многочленов $\mathbb{R}_+^{\vee}[x]$ и решетки его подалгебр (с единицей).....	20
13	А.П. Храмова, А.А. Бутурлакин. О существовании разрешимых холловых подгрупп.....	21
14	Л.Ю. Циовкина. О простом спектре группы автоморфизмов $AT_4(p, p+2, r)$ -графа.....	22
15	А.А. Шлепкин. Периодические группы, насыщенные конечными простыми группами лиева типа ранга 1 и группами $L_3(2^n)$ .....	24

## Математическая теория оптимального управления и дифференциальные игры (председатели к.ф.-м.н. Д.В. Хлопин и к.ф.-м.н. М.И. Гомоюнов)

1	N. Pogodaev, M. Staritsyn. On optimal impulsive control of continuity equations.....	25
2	M. Staritsyn. Control and relaxation of dynamic complementarity systems with measures.....	26
3	А.Л. Багно. Численные методы построения функции цены задачи оптимального управления на бесконечном горизонте.....	27
4	И.Н. Банщикова. Об устойчивости показателей Ляпунова линейной системы с дискретным временем.....	28
5	Т.Д. Барбашов, А.Д. Романенко. Численный анализ решения уравнения параболического типа с дробной производной по времени.....	30
6	А.В. Егорова. Об одной задаче оптимальной добычи возобновляемого ресурса.....	32
7	А.А. Ершов, В.Н. Ушаков. Оценка хаусдорфова расстояния между альфа-множеством и его выпуклой оболочкой.....	34
8	И.В. Зыков. Внешние оценки множеств достижимости управляемых систем с интегральными ограничениями.....	36
9	В.О. Карандина. Обоснование устойчивости алгоритмов управления с поводырем в задаче оптимизации гарантии с функциональными ограничениями на помеху.....	37
10	И.Г. Ким. Стабилизация двухмассовой системы статической обратной связью по выходу.....	38

11 К.О. Левинская. Анализ сеточных аппроксимаций параболического уравнения с дробной производной по времени.....	40
12 Н.Г. Новоселова. О построении области разрешимости в задаче химиотерапии злокачественной опухоли.....	41
13 А.В. Паршиков. Исследование алгоритмов управления высотой полета в режиме огибания рельефа.....	43
14 А.С. Родин. О построении сингулярного дифференцируемого подмногообразия размерности 1 для минимаксного решения уравнения Гамильтона—Якоби—Беллмана....	45
15 А.Д. Романенко. Численное решение параболической задачи оптимального управления с производной дробного порядка по времени.....	47
16 А.А. Усова. Стабилизация взаимодействия диссипативных систем с квадратичной функцией расхода.....	49
17 Р.И. Шевченко, Ю.Ф. Долгий. Построение канонического разложения для линейной периодической системы с последствием.....	51
18 К.А. Щелчков. О нелинейной задаче уклонения с дискретным управлением.....	53
19 П.А. Юровских. О вычислении информационных множеств многошаговых систем.....	54

## Топология и геометрия

(председатель д.ф.-м.н. А.В. Осипов)

1 М.А. Filatova, A.V. Osipov, D.A. Vinokurskij. On one-sided sequential separability of functional spaces.....	56
2 K.S. Gotin. Markov theorem for doodles on two-sphere.....	57
3 A.V. Osipov. Selectors for sequences of subsets of hyperspaces.....	58
4 A.V. Osipov, D.Y. Lyakhovets. Selection principles and games in bitopological function spaces.....	59
5 П.Д. Лебедев, А.Л. Казаков. Итерационные алгоритмы построения оптимальных покрытий плоских фигур наборами кругов различного радиуса.....	60
6 П.Д. Лебедев, А.А. Успенский. Построение решения задачи быстрогодействия с круговыми вектограммами скоростей с помощью рассеивающих кривых в неоднородной среде.....	62
7 А.Е. Липин. Конечная и $\omega$ -разложимость в точке.....	64
8 Д.В. Пермикин, В.С. Пермикин. Геометрия Лобачевского—Больяи. Преобразование системы координат. Следствия.....	66
9 В.Р. Смолин. Пример $\pi$ -пространства без Лузинской $\pi$ -базы.....	68

## Компьютерные науки и параллельные вычисления

(председатели д.ф.-м.н. Е.Е. Иванко и М.А. Черноскутов)

1 А.С. Берсенев, П.А. Васёв, А.С. Игумнов, Д.В. Манаков, А.А. Попель, С.В. Шарф. Визуализация NFS-активности суперкомпьютера.....	69
2 А.Б. Веретенников. Классификация алгоритмов полнотекстового поиска с учетом расстояния, использующих индексы многокомпонентных ключей.....	72

## **Обработка изображений и навигация по геофизическим полям (председатели к.ф.-м.н. В.Б. Костоусов и к.ф.-м.н. Ф.А. Корнилов)**

1	Н.В. Дмитриев. Алгоритм поиска и распознавания чисел на топографических картах.....	74
2	А.В. Дунаева. Применение сверточных нейронных сетей для обнаружения строений на спутниковых снимках земной поверхности.....	76
3	К.В. Дунаевская, В.Б. Костоусов. Новый метод оценки ошибок коррекции по полю микрорельефа.....	78
4	Ф.А. Корнилов. Поиск структурных различий изображений как решение задачи глобальной оптимизации.....	80
5	Е.А. Крупенников. Регуляризованный метод отрицательной невязки для решения задач реконструкции управлений.....	81

## **Теория функций (председатель к.ф.-м.н. Р.Р. Акопян)**

1	E. V. Berestova. Plancherel—Pólya inequality for entire functions of exponential type in $L^2(\mathbf{R}^n)$ .....	83
2	T. M. Nikiforova. Polynomials least deviating from zero on an ellipse.....	85
3	А.Р. Алимов. Солнечные свойства локально чебышёвских множеств.....	86
4	Ю.С. Горячева. Неравенство Турана для интегральной нормы по границе компактной области.....	87
5	М.Л. Гриднев. Поведение рядов Фурье функций с ограничением на фрактальность их графиков.....	88
6	А.О. Леонтьева. Неравенство Бернштейна—Сеге для производной нулевого порядка тригонометрических полиномов в пространстве $L_0$ .....	89
7	Т.М. Никифорова. Многочлены, наименее уклоняющиеся от нуля на эллипсе.....	91
8	Н.С. Паюченко. Слабое неравенство Маркова на отрезке.....	92
9	А.А. Селезнев. Наилучшее $L^2$ -продолжение алгебраических многочленов с единичной окружности на окружность большего радиуса.....	93
10	А.Ю. Торгашова. Одностороннее приближение в $L$ с весом характеристической функции симметричного интервала алгебраическими многочленами.....	95
11	Д.А. Ямковой. Гармонические интерполяционные всплески в краевой задаче Неймана....	96

## **Математическое программирование, некорректные задачи и анализ данных (председатель д.ф.-м.н. М.Ю. Хачай)**

1	А.А. Ершова. О решении обратной граничной задачи для композитных материалов.....	97
2	Д.А. Жураев. Задача Коши для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца в пространстве $\mathbf{R}^m$ .....	98
3	С.С. Кетков. Об одном алгоритме для задачи дробной оптимизации.....	100
4	Ю.А. Мезенцев, Ю.Л. Короткова. Задача оптимального оперативного управления графиком движения воздушных судов при условии минимизации задержек.....	102
5	М.А. Сабанов. Алгоритм приведения графа сети железных дорог к нормализованному виду.....	104
6	А.А. Спиридонов, С.С. Кумков. Формирование бесконфликтного слияния потоков судов при заданном расписании их прибытия.....	105

## **Математическая биология (председатель к.ф.-м.н. С.Ф. Правдин)**

1	A.F. Abu-Bakr, A. Yu. Zubarev. Mathematical modeling of hyperthermia in a system of interparticle interaction magnetic nanoparticles for easy magnetization axes.....	107
2	A.D. Dokuchaev, V.D. Sholohov, A.G. Kursanov. Finite element model of myocardial tissue. .	109
3	G.L. Zavorokhin. Mathematical modeling of the blood circulatory system.....	110
4	А.Д. Докучаев, В.Д. Шолохов, А.Г. Курсанов. Конечно-элементная модель миокардиальной ткани.....	112
5	Т.И. Епанчинцев, С.Ф. Правдин, А.В. Панфилов. Адаптивный алгоритм вытеснения спиральной волны высокочастотной стимуляцией в модели миокарда сердца человека...	113
6	Д.В. Мангилева, А.Д. Докучаев, С.Ю. Хамзин, Т.В. Чумарная. Оценка влияния геометрии левого желудочка сердца человека и глубины постинфарктного рубца на динамику спиральных волн.....	114

## **Теория вероятностей и случайные процессы (председатель к.ф.-м.н. Ю.В. Авербух)**

1	A.P. Kolinichenko, L.B. Ryashko. Pattern sensitivity analysis in distributed models with diffusion.....	116
2	Е.П. Абрамова, Т.В. Рязанова. Анализ влияния воздействия окружающей среды на модель сосуществования двух популяций.....	117
3	И.А. Башкирцева, С.С. Зайцева. Анализ мультимодальных стохастических осцилляций в модели биохимической реакции.....	118
4	А.В. Беляев, Т.В. Рязанова. Стохастическая кусочно-гладкая модель популяционной динамики.....	119
5	А.А. Березин. Марковская модель динамической системы на сети.....	120
6	С.С. Зайцева, Л.Б. Рязко, Е.С. Слепухина. Стохастическая деформация тороидального берстинга в модели нейрона.....	121
7	А.П. Колиниченко, Л.Б. Рязко. Анализ чувствительности паттернов в распределенных моделях с диффузией.....	122
8	Н.А. Швемлер, В.Е. Мосягин. Стохастическая модель обучения рекуррентных нейронных сетей.....	123
9	А.О. Шерстобитова. Длительность последовательной процедуры оценивания параметров авторегрессионной модели.....	124

## **Нелинейные уравнения в частных производных: качественная теория и численные методы (председатель д.ф.-м.н. А.А. Ковалевский)**

1	M. Ibrahim. Direct numerical discretization for fractional differential equations with functional delay.....	125
2	M. Khadour. Indirect numerical method for functional delay differential equations with time fractional derivative.....	128
3	P.V. Markov. Classes of difference schemes for the non-linear Rapoport–Leas equation of two-phase filtration with the possibility of numerical solutions generation using continuous symmetry groups.....	130
4	Е.С. Барановский, А.А. Домнич. Об одной модели протекания неравномерно нагретой вязкой жидкости через ограниченную область.....	132
5	Г.Л. Заворохин, А.А. Мацковский. Головная волна интерференционного типа в задаче дифракции волн точечного источника на границе с положительной эффективной кривизной.....	134



6	Г.Л. Заворохин, А.А. Мацковский. Численное исследование аналитической структуры решений дисперсионного уравнения в задаче дифракции волн точечного источника на границе с положительной эффективной кривизной.....	136
7	П.В. Марков. Классы разностных схем нелинейного уравнения двухфазной фильтрации Рапопорта–Лиса с возможностью генерации численных решений с помощью непрерывных групп симметрии.....	138
8	Д.Т. Сираева. Классификация инвариантных подмоделей ранга 2 идеальной гидродинамики.....	140
9	С.В. Хабиров, Т.Ф. Мукминов. Пример цепочки вложенных подмоделей для 5-мерной подалгебры из операторов переноса по времени, переноса, галилеева переноса, вращения вокруг оси и растяжения.....	142