

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
УРАЛЬСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ  
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

УРАЛЬСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ



**Уральский  
федеральный  
университет**

имени первого Президента  
России Б.Н.Ельцина

## СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ И ЕЁ ПРИЛОЖЕНИЙ

Тезисы Международной (50-й Всероссийской) молодёжной школы-конференции  
3 — 9 февраля 2019 г.

Екатеринбург  
2019

УДК 51

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ И ЕЁ ПРИЛОЖЕНИЙ: тезисы Международной (50-й Всероссийской) молодёжной школы-конференции. Екатеринбург: Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН, Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина, 2019.

Настоящее издание включает тезисы Международной (50-й Всероссийской) молодёжной школы-конференции, прошедшей с 3 по 9 февраля 2019 года в окрестностях г. Екатеринбурга.

Представлены работы по следующим направлениям: алгебра и дискретная математика, математическая теория оптимального управления и дифференциальные игры, топология и геометрия, компьютерные науки и параллельные вычисления, обработка изображений и навигация по геофизическим полям, приближение функций, математическое программирование, некорректные задачи и анализ данных, математическая биология, теория вероятностей и случайные процессы, нелинейные уравнения в частных производных. Сборник представляет интерес для специалистов по указанным областям науки.

Конференция проведена при финансовой поддержке УрФУ.

Ответственный редактор  
чл.-корр. РАН А.А. Махнёв.

Ответственные за выпуск:  
С.Ф. Правдин,  
П.А. Чистяков.

© ИММ УрО РАН, УрФУ,  
авторы тезисов, 2019

## О НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧЕ УКЛОНЕНИЯ С ДИСКРЕТНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

К. А. Щелчков

Рассматривается дифференциальная игра  $\Gamma(x_0)$  двух лиц, описываемая системой вида

$$\dot{x} = f(x, v) + g(x, u), \quad x \in \mathbb{R}^k, \quad u \in U, \quad v \in V.$$

где  $V = \{v_1, \dots, v_m\} \subset \mathbb{R}^k$  — множество значений управления убегающего,  $U \subset \mathbb{R}^k$  — компакт — множество значений управления преследователя. Целью убегающего является уклонение от встречи, то есть не допустить попадание траектории в некоторую окрестность нуля. Получены достаточные условия разрешимости задачи уклонения в классе кусочно-программных стратегий убегающего на бесконечном и любом конечном интервалах времени. Условия накладываются на вектограмму скоростей в нулевой точке фазового пространства. В случае уклонения от встречи на бесконечном интервале времени эти условия обеспечивают некоторое преимущество на убегающего. Для доказательства полученных результатов существенную роль играют свойства положительного базиса.

Введём следующие обозначения:  $\text{int } A$  — внутренность множества  $A$ ;  
 $H(q) = \{x \in \mathbb{R}^k \mid (x, q) \leq \|q\|^2\}$ ;  $H(Q) = \bigcap_{q \in Q} H(q)$ ;

Справедливы следующие теоремы.

**Теорема 1.** Пусть  $f(0, v_1), \dots, f(0, v_m)$  образуют положительный базис и  $-g(0, U) \subset \text{int } H(f(0, V))$ .

Тогда в игре  $\Gamma(x_0)$  происходит уклонение от встречи для любого  $x_0 \in \mathbb{R}^k \setminus \{0\}$ .

**Теорема 2.** Пусть  $f(0, v_1), \dots, f(0, v_m)$  образуют положительный базис и  $-g(0, U) \subseteq \text{int } H(f(0, V))$ .

Тогда, для любого  $T > 0$  в игре  $\Gamma(x_0)$  происходит уклонение от встречи на отрезке  $[0, T]$  для любого  $x_0 \in \mathbb{R}^k \setminus \{0\}$ .

Работа поддержана грантом РФФИ 18–51–41005\_Узб.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Петров Н.Н. Об управляемости автономных систем // Дифференц. уравнения. 1968. Т. 4. № 4. С. 606–617.
- [2] Щелчков К.А. Об одной нелинейной задаче преследования с дискретным управлением и неполной информацией // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2018. Т. 28. № 1. С. 111–118. DOI: 10.20537/vm180110.

УДМУРТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ, ИЖЕВСК

# Содержание

## Алгебра и дискретная математика (председатель к.ф.-м.н. Н.В. Маслова)

|    |  |    |
|----|--|----|
| 1  | I.B. Gorshkov. On a connection between the order of a finite group and the set of conjugacy classes size.....  | 4  |
| 2  | V.V. Kabanov. Eigenvalues and eigenfunctions of Cayley graphs.....   | 6  |
| 3  | Lu Li. Classical generators for category of coherent sheaves and the regular locus.....  | 7  |
| 4  | Lu Li. Structural theorem for gr-injective modules over gr-noetherian G-graded commutative rings and the gr-Bass numbers.....  | 8  |
| 5  | H. Shabana. Careful synchronization of nondeterministic automata.....  | 10 |
| 6  | Е.А. Беспалов. О совершенных раскрасках графов Дуба с параметрами $(m, 5m, 3m, 3m)$ ..   | 12 |
| 7  | А.А. Валюженич, С.В. Горяинов, В.В. Кабанов, Е.В. Константинова, Л.В. Шалагинов. О минимальных носителях собственных функций некоторых графов Кэли на симметрической группе..... | 14 |
| 8  | А.С. Васильев. О нормализаторах силовских подгрупп в классических группах.....   | 15 |
| 9  | М.В. Волков, Н.В. Китов. Тождества в моноиде Кауфмана $K_4$ .....  | 16 |
| 10 | К.Ю. Коротицкий, Д.О. Ревин. Максимальные разрешимые подгруппы нечетного индекса в симметрических группах.....   | 17 |
| 11 | Д.В. Литичевский. Списочное декодирование вейвлет-кодов.....   | 18 |
| 12 | В.В. Сидоров. Автоморфизмы полукольца многочленов $\mathbb{R}_+^{\vee}[x]$ и решетки его подалгебр (с единицей).....   | 20 |
| 13 | А.П. Храмова, А.А. Бутурлакин. О существовании разрешимых холловых подгрупп.....   | 21 |
| 14 | Л.Ю. Циовкина. О простом спектре группы автоморфизмов $AT_4(p, p+2, r)$ -графа.....  | 22 |
| 15 | А.А. Шлепкин. Периодические группы, насыщенные конечными простыми группами лиева типа ранга 1 и группами $L_3(2^n)$ .....  | 24 |

## Математическая теория оптимального управления и дифференциальные игры (председатели к.ф.-м.н. Д.В. Хлопин и к.ф.-м.н. М.И. Гомоюнов)

|    |   |    |
|----|---|----|
| 1  | N. Pogodaev, M. Staritsyn. On optimal impulsive control of continuity equations.....  | 25 |
| 2  | M. Staritsyn. Control and relaxation of dynamic complementarity systems with measures.....  | 26 |
| 3  | А.Л. Багно. Численные методы построения функции цены задачи оптимального управления на бесконечном горизонте.....                                       | 27 |
| 4  | И.Н. Банщикова. Об устойчивости показателей Ляпунова линейной системы с дискретным временем.....  | 28 |
| 5  | Т.Д. Барбашов, А.Д. Романенко. Численный анализ решения уравнения параболического типа с дробной производной по времени.....                            | 30 |
| 6  | А.В. Егорова. Об одной задаче оптимальной добычи возобновляемого ресурса.....   | 32 |
| 7  | А.А. Ершов, В.Н. Ушаков. Оценка хаусдорфова расстояния между альфа-множеством и его выпуклой оболочкой.....   | 34 |
| 8  | И.В. Зыков. Внешние оценки множеств достижимости управляемых систем с интегральными ограничениями.....  | 36 |
| 9  | В.О. Карандина. Обоснование устойчивости алгоритмов управления с поводырем в задаче оптимизации гарантии с функциональными ограничениями на помеху..... | 37 |
| 10 | И.Г. Ким. Стабилизация двухмассовой системы статической обратной связью по выходу.....  | 38 |

|   |    |
|---|----|
| 11 К.О. Левинская. Анализ сеточных аппроксимаций параболического уравнения с дробной производной по времени.....  | 40 |
| 12 Н.Г. Новоселова. О построении области разрешимости в задаче химиотерапии злокачественной опухоли.....  | 41 |
| 13 А.В. Паршиков. Исследование алгоритмов управления высотой полета в режиме огибания рельефа.....  | 43 |
| 14 А.С. Родин. О построении сингулярного дифференцируемого подмногообразия размерности 1 для минимаксного решения уравнения Гамильтона—Якоби—Беллмана.... | 45 |
| 15 А.Д. Романенко. Численное решение параболической задачи оптимального управления с производной дробного порядка по времени.....                         | 47 |
| 16 А.А. Усова. Стабилизация взаимодействия диссипативных систем с квадратичной функцией расхода.....  | 49 |
| 17 Р.И. Шевченко, Ю.Ф. Долгий. Построение канонического разложения для линейной периодической системы с последствием.....                                 | 51 |
| 18 К.А. Щелчков. О нелинейной задаче уклонения с дискретным управлением.....  | 53 |
| 19 П.А. Юровских. О вычислении информационных множеств многошаговых систем.....   | 54 |

## Топология и геометрия

(председатель д.ф.-м.н. А.В. Осипов)

|  |    |
|--|----|
| 1 М.А. Filatova, A.V. Osipov, D.A. Vinokurskij. On one-sided sequential separability of functional spaces.....   | 56 |
| 2 K.S. Gotin. Markov theorem for doodles on two-sphere.....  | 57 |
| 3 A.V. Osipov. Selectors for sequences of subsets of hyperspaces.....  | 58 |
| 4 A.V. Osipov, D.Y. Lyakhovets. Selection principles and games in bitopological function spaces.....   | 59 |
| 5 П.Д. Лебедев, А.Л. Казаков. Итерационные алгоритмы построения оптимальных покрытий плоских фигур наборами кругов различного радиуса.....                             | 60 |
| 6 П.Д. Лебедев, А.А. Успенский. Построение решения задачи быстрогодействия с круговыми вектограммами скоростей с помощью рассеивающих кривых в неоднородной среде..... | 62 |
| 7 А.Е. Липин. Конечная и $\omega$ -разложимость в точке.....   | 64 |
| 8 Д.В. Пермикин, В.С. Пермикин. Геометрия Лобачевского—Больяи. Преобразование системы координат. Следствия.....  | 66 |
| 9 В.Р. Смолин. Пример $\pi$ -пространства без Лузинской $\pi$ -базы.....   | 68 |

## Компьютерные науки и параллельные вычисления

(председатели д.ф.-м.н. Е.Е. Иванко и М.А. Черноскутов)

|  |    |
|--|----|
| 1 А.С. Берсенев, П.А. Васёв, А.С. Игумнов, Д.В. Манаков, А.А. Попель, С.В. Шарф. Визуализация NFS-активности суперкомпьютера.....            | 69 |
| 2 А.Б. Веретенников. Классификация алгоритмов полнотекстового поиска с учетом расстояния, использующих индексы многокомпонентных ключей..... | 72 |

## **Обработка изображений и навигация по геофизическим полям (председатели к.ф.-м.н. В.Б. Костоусов и к.ф.-м.н. Ф.А. Корнилов)**

|   |   |    |
|---|---|----|
| 1 | Н.В. Дмитриев. Алгоритм поиска и распознавания чисел на топографических картах.....   | 74 |
| 2 | А.В. Дунаева. Применение сверточных нейронных сетей для обнаружения строений на спутниковых снимках земной поверхности..... | 76 |
| 3 | К.В. Дунаевская, В.Б. Костоусов. Новый метод оценки ошибок коррекции по полю микрорельефа.....                              | 78 |
| 4 | Ф.А. Корнилов. Поиск структурных различий изображений как решение задачи глобальной оптимизации.....                        | 80 |
| 5 | Е.А. Крупенников. Регуляризованный метод отрицательной невязки для решения задач реконструкции управлений.....              | 81 |

## **Теория функций (председатель к.ф.-м.н. Р.Р. Акопян)**

|    |  |    |
|----|--|----|
| 1  | E. V. Berestova. Plancherel—Pólya inequality for entire functions of exponential type in $L^2(\mathbf{R}^n)$ .....                           | 83 |
| 2  | T.M. Nikiforova. Polynomials least deviating from zero on an ellipse.....  | 85 |
| 3  | А.Р. Алимов. Солнечные свойства локально чебышёвских множеств.....   | 86 |
| 4  | Ю.С. Горячева. Неравенство Турана для интегральной нормы по границе компактной области.....  | 87 |
| 5  | М.Л. Гриднев. Поведение рядов Фурье функций с ограничением на фрактальность их графиков.....   | 88 |
| 6  | А.О. Леонтьева. Неравенство Бернштейна—Сеге для производной нулевого порядка тригонометрических полиномов в пространстве $L_0$ .....         | 89 |
| 7  | Т.М. Никифорова. Многочлены, наименее уклоняющиеся от нуля на эллипсе.....   | 91 |
| 8  | Н.С. Паюченко. Слабое неравенство Маркова на отрезке.....  | 92 |
| 9  | А.А. Селезнев. Наилучшее $L^2$ -продолжение алгебраических многочленов с единичной окружности на окружность большего радиуса.....            | 93 |
| 10 | А.Ю. Торгашова. Одностороннее приближение в $L$ с весом характеристической функции симметричного интервала алгебраическими многочленами..... | 95 |
| 11 | Д.А. Ямковой. Гармонические интерполяционные всплески в краевой задаче Неймана....   | 96 |

## **Математическое программирование, некорректные задачи и анализ данных (председатель д.ф.-м.н. М.Ю. Хачай)**

|   |  |     |
|---|--|-----|
| 1 | А.А. Ершова. О решении обратной граничной задачи для композитных материалов.....   | 97  |
| 2 | Д.А. Жураев. Задача Коши для матричных факторизаций уравнения Гельмгольца в пространстве $\mathbf{R}^m$ .....                                      | 98  |
| 3 | С.С. Кетков. Об одном алгоритме для задачи дробной оптимизации.....  | 100 |
| 4 | Ю.А. Мезенцев, Ю.Л. Короткова. Задача оптимального оперативного управления графиком движения воздушных судов при условии минимизации задержек..... | 102 |
| 5 | М.А. Сабанов. Алгоритм приведения графа сети железных дорог к нормализованному виду.....   | 104 |
| 6 | А.А. Спиридонов, С.С. Кумков. Формирование бесконфликтного слияния потоков судов при заданном расписании их прибытия.....                          | 105 |

## **Математическая биология (председатель к.ф.-м.н. С.Ф. Правдин)**

|   |   |     |
|---|---|-----|
| 1 | A.F. Abu-Bakr, A. Yu. Zubarev. Mathematical modeling of hyperthermia in a system of interparticle interaction magnetic nanoparticles for easy magnetization axes.....                 | 107 |
| 2 | A.D. Dokuchaev, V.D. Sholohov, A.G. Kursanov. Finite element model of myocardial tissue. .  | 109 |
| 3 | G.L. Zavorokhin. Mathematical modeling of the blood circulatory system.....   | 110 |
| 4 | А.Д. Докучаев, В.Д. Шолохов, А.Г. Курсанов. Конечно-элементная модель миокардиальной ткани.....   | 112 |
| 5 | Т.И. Епанчинцев, С.Ф. Правдин, А.В. Панфилов. Адаптивный алгоритм вытеснения спиральной волны высокочастотной стимуляцией в модели миокарда сердца человека...                        | 113 |
| 6 | Д.В. Мангилева, А.Д. Докучаев, С.Ю. Хамзин, Т.В. Чумарная. Оценка влияния геометрии левого желудочка сердца человека и глубины постинфарктного рубца на динамику спиральных волн..... | 114 |

## **Теория вероятностей и случайные процессы (председатель к.ф.-м.н. Ю.В. Авербух)**

|   |   |     |
|---|---|-----|
| 1 | A.P. Kolinichenko, L.B. Ryashko. Pattern sensitivity analysis in distributed models with diffusion.....                 | 116 |
| 2 | Е.П. Абрамова, Т.В. Рязанова. Анализ влияния воздействия окружающей среды на модель сосуществования двух популяций..... | 117 |
| 3 | И.А. Башкирцева, С.С. Зайцева. Анализ мультимодальных стохастических осцилляций в модели биохимической реакции.....     | 118 |
| 4 | А.В. Беляев, Т.В. Рязанова. Стохастическая кусочно-гладкая модель популяционной динамики.....                           | 119 |
| 5 | А.А. Березин. Марковская модель динамической системы на сети.....   | 120 |
| 6 | С.С. Зайцева, Л.Б. Рязанова, Е.С. Слепухина. Стохастическая деформация тороидального берстинга в модели нейрона.....    | 121 |
| 7 | А.П. Колинченко, Л.Б. Рязанова. Анализ чувствительности паттернов в распределенных моделях с диффузией.....             | 122 |
| 8 | Н.А. Швемлер, В.Е. Мосягин. Стохастическая модель обучения рекуррентных нейронных сетей.....                            | 123 |
| 9 | А.О. Шерстобитова. Длительность последовательной процедуры оценивания параметров авторегрессионной модели.....          | 124 |

## **Нелинейные уравнения в частных производных: качественная теория и численные методы (председатель д.ф.-м.н. А.А. Ковалевский)**

|   |   |     |
|---|---|-----|
| 1 | M. Ibrahim. Direct numerical discretization for fractional differential equations with functional delay.....  | 125 |
| 2 | M. Khadour. Indirect numerical method for functional delay differential equations with time fractional derivative.....  | 128 |
| 3 | P.V. Markov. Classes of difference schemes for the non-linear Rapoport–Leas equation of two-phase filtration with the possibility of numerical solutions generation using continuous symmetry groups..... | 130 |
| 4 | Е.С. Барановский, А.А. Домнич. Об одной модели протекания неравномерно нагретой вязкой жидкости через ограниченную область.....   | 132 |
| 5 | Г.Л. Заворохин, А.А. Мацковский. Головная волна интерференционного типа в задаче дифракции волн точечного источника на границе с положительной эффективной кривизной.....                                 | 134 |

|   |  |     |
|---|--|-----|
| 6 | Г.Л. Заворохин, А.А. Мацковский. Численное исследование аналитической структуры решений дисперсионного уравнения в задаче дифракции волн точечного источника на границе с положительной эффективной кривизной..... | 136 |
| 7 | П.В. Марков. Классы разностных схем нелинейного уравнения двухфазной фильтрации Рапопорта–Лиса с возможностью генерации численных решений с помощью непрерывных групп симметрии.....                               | 138 |
| 8 | Д.Т. Сираева. Классификация инвариантных подмоделей ранга 2 идеальной гидродинамики.....   | 140 |
| 9 | С.В. Хабиров, Т.Ф. Мукминов. Пример цепочки вложенных подмоделей для 5-мерной подалгебры из операторов переноса по времени, переноса, галилеева переноса, вращения вокруг оси и растяжения.....                    | 142 |