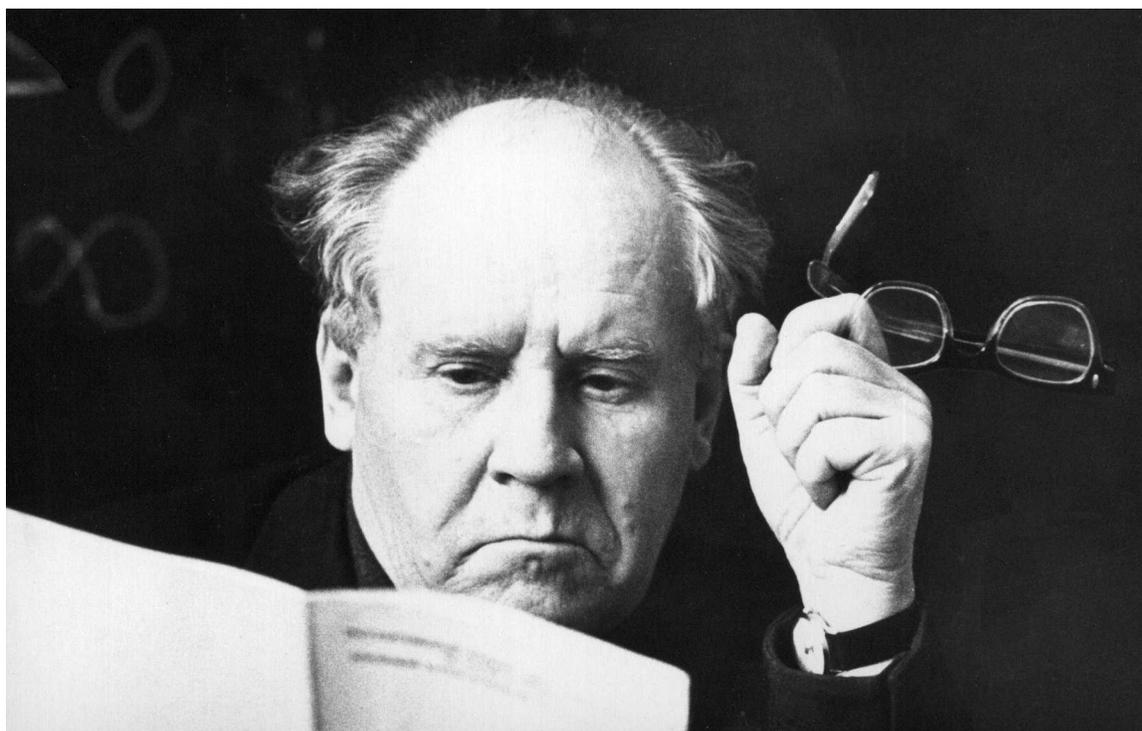


ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ НАН БЕЛАРУСИ  
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

**XIX Международная научная конференция  
по дифференциальным уравнениям  
(ЕРУГИНСКИЕ ЧТЕНИЯ–2019)**



**Материалы конференции**

**Часть 1**

**Аналитическая теория дифференциальных уравнений  
Асимптотическая теория дифференциальных уравнений  
Качественная теория дифференциальных уравнений  
Теория устойчивости и управления движением**

**МИНСК 2019**

УДК 517.9  
ББК 22.161.6я43  
Д25

Редакторы:  
А. К. Деменчук, С. Г. Красовский, Е. К. Макаров

**XIX Международная научная конференция по дифференциальным**  
Д25 **уравнениям (ЕРУГИНСКИЕ ЧТЕНИЯ–2019):** материалы Международной научной конференции. Могилев, 14–17 мая 2019 г. — Часть 1. — Мн.: Институт математики НАН Беларуси, 2019. — 144 с.

**ISBN 978-985-7160-11-2 (Часть 1)**  
**ISBN 978-985-7160-13-6**

Сборник содержит доклады, представленные на XIX Международной научной конференции по дифференциальным уравнениям (Еругинские чтения–2019) по вопросам аналитической, асимптотической и качественной теории дифференциальных уравнений, теории устойчивости и управления движением.

с граничными данными вида

$$x_0(t) = g(t), \quad t \in [0, 1], \quad x_k(0) = c_k, \quad x_k(1) = d_k, \quad k = 1, \dots, N.$$

Здесь  $A(t)$ ,  $D(t)$  – матрицы с элементами из пространства измеримых квадратично суммируемых на отрезке  $[0, 1]$  функций,  $B(t)$  – матрица, элементы которой ограничены в существенном,  $u_k(t)$  –  $m$ -вектор функции управления из  $L_m^2[0, 1]$ ,  $c_k$ ,  $d_k$  и  $f_k(t)$ ,  $g(t)$  – заданные  $n$  векторы и  $n$ -вектор-функции соответственно. Обозначим через  $H_n[0, 1]$  гильбертово пространство абсолютно непрерывных  $n$ -вектор-функций  $x(t)$ ,  $t \in [0, 1]$ , таких, что  $\dot{x}(t) \in L_n^2[0, 1]$ . Введем также пространства  $W = (L_n^2[0, 1])^N \times (\mathbb{R}^n)^N \times (\mathbb{R}^n)^N$  и  $E = (H_n[0, 1])^{N+1} \times (L_m^2[0, 1])^N$ . Рассмотрим ограниченный оператор  $\mathcal{M} : E \rightarrow W$ , который определяется правой частью системы управления и граничными условиями так, что его значение задается формулой  $\mathcal{M}(x, u) = (y, \alpha, \beta)$ , где

$$\begin{pmatrix} y \\ \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{cases} \dot{x}_k(t) - A(t)x_k(t) - D(t)x_{k-1}(t) - B(t)u_k(t), \\ x_k(0), \\ x_k(1), k = 1, \dots, N. \end{cases}$$

Таким образом, исходная система управления может быть представлена в операторной форме

$$\mathcal{M}(x, u) = (f, c, d), \quad f \in (L_n^2[0, 1])^N, \quad c \in (\mathbb{R}^n)^N, \quad d \in (\mathbb{R}^n)^N.$$

Следовательно, управляемость системы может быть изучена на основе свойств инъективности введенного оператора. Предложенный операторный подход используется затем для решения задачи оптимизации квадратичного функционала на траекториях изучаемой системы управления. В работе получено представление оптимального управления через переменные двойственной системы управления, а также посредством фазовых переменных исходной системы

Работа выполнена при финансовой поддержке проектов в рамках ГПНИ «Конвергенция–2020», НИР № 20162023.

#### Литература

1. Дымков М. Р., Gaishun I. V., Rogers E., Galkowski K. *Exponential stability of discrete linear repetitive processes* // Inter. J. Control. 2002. V. 75. № 12. P. 861–869.
2. Дымков М., Rogers E., Дымков С., Galkowski, K. *Constrained optimal control theory for differential linear repetitive processes* // SIAM J. Contr. Optim. 2008. V. 47. № 1. P. 396–420.
3. Ландо Ю. К. *Об управляемых операторах* // Дифференц. уравнения. 1974. Т. 10. № 3. С. 531–536.
4. Борухов В. Т. *Интегро-дифференциальные управляемые операторы Вольтерра* // Дифференц. уравнения. 1978. Т. 14. № 4. С. 699–705.

## ОБ УПРАВЛЕНИИ СПЕКТРОМ И СТАБИЛИЗАЦИИ БИЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С НЕСКОЛЬКИМИ ЗАПАЗДЫВАНИЯМИ

В.А. Зайцев, И.Г. Ким

Рассмотрим билинейную стационарную дифференциальную систему с несколькими запаздываниями в состоянии следующего вида:

$$\dot{x}(t) = A_{00}x(t) + u_{01}A_{01}x(t) + \dots + u_{0r_0}A_{0r_0}x(t) +$$

$$\begin{aligned}
& + A_{10}x(t - h_1) + u_{11}A_{11}x(t - h_1) + \dots + u_{1r_1}A_{1r_1}x(t - h_1) + \dots \\
& \dots + A_{s0}x(t - h_s) + u_{s1}A_{s1}x(t - h_s) + \dots + u_{sr_s}A_{sr_s}x(t - h_s), \quad (1)
\end{aligned}$$

с начальными условиями  $x(\tau) = \mu(\tau)$ ,  $\tau \in [-h_s, 0]$ , где  $h_j$  – постоянные вещественные запаздывания такие, что  $0 = h_0 < h_1 < \dots < h_s$ ,  $\mu : [-h_s, 0] \rightarrow \mathbb{K}^n$  – непрерывная функция;  $x \in \mathbb{K}^n$  – фазовый вектор,  $u_k = \text{col}(u_{k1}, \dots, u_{kr_k}) \in \mathbb{K}^{r_k}$  – векторы управляющих воздействий,  $A_{kj}$  –  $n \times n$ -матрицы над полем  $\mathbb{K}$ ,  $k = \overline{0, s}$ ,  $j = \overline{0, r_k}$ ; здесь  $\mathbb{K} = \mathbb{C}$  или  $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ .

Через

$$\varphi(\lambda) = \det \left[ \lambda I - \left( A_{00} + \sum_{j=1}^{r_0} u_{0j} A_{0j} \right) - \sum_{k=1}^s e^{-\lambda h_k} \left( A_{k0} + \sum_{\ell=1}^{r_k} u_{k\ell} A_{k\ell} \right) \right]$$

обозначим характеристическую функцию системы (1). Эта функция является квази-полиномом. Множество  $\sigma = \{\lambda \in \mathbb{C} : \varphi(\lambda) = 0\}$  корней характеристического уравнения образует спектр системы (1). В общем случае спектр  $\sigma$  системы с запаздыванием (1) состоит из счетного числа точек  $\lambda_m \in \mathbb{C}$ ,  $m \in \mathbb{N}$ . Если характеристический квазиполином обращается в полином, то характеристическое уравнение имеет конечное число корней, т.е. спектр  $\sigma$  является конечным множеством.

**Определение 1.** Будем говорить, что для системы (1) разрешима задача назначения произвольного конечного спектра посредством стационарного управления, если для любых  $\gamma_i \in \mathbb{K}$ ,  $i = \overline{1, n}$ , существуют постоянные  $\hat{u}_k \in \mathbb{K}^{r_k}$ ,  $k = \overline{0, s}$ , такие, что характеристический квазиполином  $\varphi(\lambda)$  системы (1) с управлениями  $\hat{u}_k$ ,  $k = \overline{0, s}$ , совпадает с полиномом  $q(\lambda) = \lambda^n + \gamma_1 \lambda^{n-1} + \dots + \gamma_n$ .

Пусть коэффициенты системы (1) имеют следующий специальный вид: матрица  $A_{00}$  имеет нижнюю форму Хессенберга с ненулевыми элементами наддиагонали; первые  $p - 1$  строк и последние  $n - p$  столбцов матриц  $A_{kj}$ ,  $k = \overline{0, s}$ ,  $j = \overline{0, r_k}$ ,  $(k, j) \neq (0, 0)$ , равны нулю, т.е.

$$A_{00} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n-1,1} & a_{n-1,2} & \dots & \dots & a_{n-1,n} \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}, \quad a_{i,i+1} \neq 0, \quad i = \overline{1, n-1}; \quad (2)$$

$$A_{kj} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \hat{A}_{kj} & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{A}_{kj} \in M_{n-p+1,p}(\mathbb{K}), \quad k = \overline{0, s}, \quad j = \overline{0, r_k}, \quad (k, j) \neq (0, 0), \quad p \in \{1, \dots, n\}. \quad (3)$$

По системе (1) построим матрицы  $\Gamma_k \in M_{n,r_k}(\mathbb{K})$ ,  $k = \overline{0, s}$ ,  $A_k \in M_{n,1}(\mathbb{K})$ ,  $k = \overline{1, s}$ :

$$\Gamma_k = \begin{pmatrix} \text{Sp}(A_{k1}) & \text{Sp}(A_{k2}) & \dots & \text{Sp}(A_{kr_k}) \\ \text{Sp}(A_{k1}A_{00}) & \text{Sp}(A_{k2}A_{00}) & \dots & \text{Sp}(A_{kr_k}A_{00}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \text{Sp}(A_{k1}A_{00}^{n-1}) & \text{Sp}(A_{k2}A_{00}^{n-1}) & \dots & \text{Sp}(A_{kr_k}A_{00}^{n-1}) \end{pmatrix}, \quad A_k = \begin{pmatrix} \text{Sp}(A_{k0}) \\ \text{Sp}(A_{k0}A_{00}) \\ \dots \\ \text{Sp}(A_{k0}A_{00}^{n-1}) \end{pmatrix};$$

и матрицы  $\Delta_k = [\Gamma_k, A_k] \in M_{n,r_k+1}(\mathbb{K})$ ,  $k = \overline{1, s}$ .

**Теорема.** Пусть матрицы  $A_{kj}$ ,  $k = \overline{0, s}$ ,  $j = \overline{0, r_k}$ , системы (1) имеют специальный вид (2), (3). Тогда для системы (1) разрешима задача назначения произвольного

конечного спектра посредством стационарного управления в том и только в том случае, если выполнены следующие условия:

$$\text{rank } \Gamma_0 = n, \quad \text{rank } \Gamma_k = \text{rank } \Delta_k, \quad k = \overline{1, s}. \quad (4)$$

Теорема обобщает результаты работы [1] на системы с запаздываниями по состоянию.

**Следствие.** Пусть матрицы  $A_{kj}$ ,  $k = \overline{0, s}$ ,  $j = \overline{0, r_k}$ , системы (1) имеют специальный вид (2), (3). Пусть выполнены условия (4). Тогда система (1) стабилизируема (с произвольной наперед заданной скоростью затухания) посредством стационарного управления.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 18–51–41005) и Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках базовой части госзадания в сфере науки (проект 1.5211.2017/8.9).

#### Литература

1. Зайцев В. А. Необходимые и достаточные условия в задаче управления спектром // Дифференц. уравнения. 2010. Т. 46. № 12. С. 1789–1793.

## ОТНОСИТЕЛЬНАЯ УПРАВЛЯЕМОСТЬ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ НА ПОДПРОСТРАНСТВО

А.И. Калинин

Рассмотрим нестационарную сингулярно возмущенную динамическую систему

$$\dot{y} = A_1(t)y + A_2(t)z + B_1(t)u, \quad \mu \dot{z} = A_3(t)y + A_4(t)z + B_2(t)u, \quad t \in [t_*, t^*], \quad (1)$$

где  $\mu$  – малый положительный параметр,  $y$  –  $n$ -вектор медленных переменных,  $z$  –  $m$ -вектор быстрых переменных,  $t_*, t^*$  – заданные моменты времени ( $t_* < t^*$ ).

Предполагается, что элементы матриц, формирующих систему (1), непрерывно дифференцируемы, а действительные части всех собственных значений матрицы  $A_4(t)$ ,  $t \in [t_*, t^*]$ , отрицательны.

Пусть  $H_1$ ,  $H_2$  – соответственно  $n_1 \times n$ - и  $m_1 \times m$ -матрицы полного ранга ( $n_1 \leq n$ ,  $m_1 \leq m$ ). Говорят, что динамическая система (1) является управляемой на отрезке  $[t_*, t^*]$  относительно подпространства  $H_1 y = 0$ ,  $H_2 z = 0$  [1], если для любого начального состояния  $y(t_*) = y_*$ ,  $z(t_*) = z_*$  найдется такое кусочно-непрерывное управление  $u(t, \mu)$ ,  $t \in [t_*, t^*]$ , что для порожденной им траектории имеет место  $H_1 y(t^*, \mu) = 0$ ,  $H_2 z(t^*, \mu) = 0$ .

Наряду с системой (1) рассмотрим так называемую вырожденную систему

$$\dot{y} = A_0(t)y + B_0(t)u,$$

где  $A_0(t) = A_1(t) - A_2(t)A_4^{-1}(t)A_3(t)$ ,  $B_0(t) = B_1(t) - A_2(t)A_4^{-1}(t)B_2(t)$ .

**Теорема.** Если вырожденная система управляема на отрезке  $[t_*, t^*]$  относительно подпространства  $H_1 y = 0$ , и выполнено условие

$$\text{rank}(H_2 B_2(t^*), H_2 A_4(t^*) B_2(t^*), \dots, H_2 A_4^{m-1}(t^*) B_2(t^*)) = m_1, \quad (2)$$

## АВТОРЫ ДОКЛАДОВ

*Акимов В.А.* vakim50@mail.ru. Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь. С. 3.

*Алдибеков Т.М.* tamash59@mail.ru. Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан. С. 23.

*Альсевич В.В.* alsevichvv@mail.ru. Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь. С. 102.

*Амелькин В.В.* vamlkn@mail.ru. Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь. С. 4, 63.

*Андреева Т.К.* tatsyana.andreeva@gmail.com. Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь. С. 5.

*Асташова И.В.* ast.diffiety@gmail.com. Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова, Москва, Россия. С. 24, 25.

*Астровский А.И.* aastrov@tut.by. Белорусский государственный экономический университет, Минск, Беларусь. С. 104.

*Барабанов Е.А.* bar@im.bas-net.by. Институт математики НАН Беларуси, Минск, Беларусь. С. 28.

*Безяев В.И.* vbezyaev@mail.ru. Российский университет дружбы народов, Москва, Россия. С. 105.

*Бекряева Е.Б.* evgenia.bekriaeva@gmail.com. Военная академия Республики Беларусь, Минск, Беларусь. С. 30.

*Белокурский М.С.* drakonsm@ya.ru. Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель, Беларусь. С. 64.

*Березкина Н.С.* berezkanata@mail.ru. Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь. С. 5.

*Бондарев А.Н.* alex-bondarev@tut.by. Белорусско-Российский университет, Могилев, Беларусь. С. 65.

*Бондарь А. А.* anna.alex.bondar@gmail.com. Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия. С. 31.

*Боревич Е.З.* danitschi@gmail.com. Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет, Санкт-Петербург, Россия. С. 67.

*Борковская И.М.* borkovskaia@gmail.com. Белорусский государственный технологический университет, Минск, Беларусь. С. 106.

*Борухов В.Т.* borukhov@im.bas-net.by. Институт математики НАН Беларуси, Минск, Беларусь. С. 68.

*Быков В.В.* vvykov@gmail.com. Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия. С. 28, 32.

*Василевич М.Н.* vasilevich.m@gmail.com. Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь. С. 4.

*Ветохин А.Н.* anveto27@yandex.ru. Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия. С. 36.

*Гордиенко Л.И.* gorlev98@mail.ru. Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь. С. 124.

*Горячкин В.В.* GorVV@bsu.by. Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь. С. 109.

*Гребенцов Ю.М.* y7412895@yandex.ru. Могилевский государственный университет продовольствия, Могилев, Беларусь. С. 70.

*Гринь А.А.* grin@grsu.by. Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь. С. 71, 79.

*Громак В.И.* vgramak@gmail.com. Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь. С. 7.

*Грончарова М.Н.* m.gonchar@grsu.by. Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь. С. 107.

*Деменчук А.К.* demenchuk@im.bas-net.by. Институт математики НАН Беларуси, Минск, Беларусь. С. 38.

*Демиденко Г.В.* demidenk@math.nsc.ru. Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия. С. 39.

*Денисковец А.А.* aleksei\_deniskov@mail.ru. Гродненский государственный аграрный университет, Гродно, Беларусь. С. 73.

*Денисов В.С.* primakovasv@tut.by. Витебский государственный технологический университет, Витебск, Беларусь. С. 75.

*Детченя Л.В.* detchenya\_lv@mail.ru. Гродненский государственный университет, Гродно, Беларусь. С. 76.

*Дмитрук Н.М.* dmitrukn@bsu.by. Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь. С. 111, 120, 127.

*Дымков М.П.* dymkov\_m@bseu.by. Белорусский государственный экономический университет, Минск, Беларусь. С. 113.

*Зайцев В.А.* verba@udm.ru. Удмуртский государственный университет, Ижевск, Россия. С. 114.

*Зараник У.П.* zaranik\_u@list.ru. Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия. С. 122.

*Изобов Н.А.* izobov@im.bas-net.by. Институт математики НАН Беларуси, Минск, Беларусь. С. 40.

*Ильин А.В.* iline@cs.msu.su. Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Россия. С. 40.

*Калинин А.И.* kalininai@bsu.by. Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь. С. 116.

*Калитин Б.С.* Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь. С. 117.

*Кашпар А.И.* alex.kashpar@tut.by. Белорусско-Российский университет, Могилев, Беларусь. С. 77.

*Кветко О.М.* tx1@tut.by. Белорусский государственный аграрный технический университет, Минск, Беларусь. С. 68.

*Ким И.Г.* kimingeral@gmail.com. Удмуртский государственный университет, Ижевск, Россия. С. 114.

*Козлов А.А.* kozlova@tut.by. Полоцкий государственный университет, Новополоцк, Беларусь. С. 118.

*Костюкевич Д.А.* kostukDA@bsu.by. Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь. С. 120.

*Кракотко В.В.* Krakhotko@bsu.by. Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь. С. 109.

*Криваль О.Ф.* Минск, Беларусь. С. 42.

*Кузьмич А.В.* andrei-ivn@mail.ru. Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь. С. 79.

*Кулеш Е.Е.* kulesh@grsu.by. Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь. С. 9.

*Купцова С.Е.* sekuptsova@yandex.ru. Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия. С. 122.

*Лавринович Л.И.* lavrinovich@bsu.by. Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь. С. 124.

*Лавтинский В.Н.* lavani@tut.by. Институт технологии металлов НАН Беларуси, Могилев, Беларусь. С. 81.

*Ливинская В.А.* vita\_liv@tut.by. Белорусско-Российский университет, Могилев, Беларусь. С. 82.

*Липницкий А.В.* ya.andrei173@yandex.by. Институт математики НАН Беларуси, Минск, Беларусь. С. 44.

*Макаров Е.К.* jcm@im.bas-net.by. Институт математики НАН Беларуси, Минск, Беларусь. С. 47.

*Маковецкая О.В.* olya.makzi@gmail.com. Белорусско-Российский университет, Могилев, Беларусь. С. 83.

*Маковецкая Т.В.* shcheglovskaya@tut.by. Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь. С. 76.

*Маковецкий И.И.* imi.makzi@gmail.com. Белорусско-Российский университет, Могилев, Беларусь. С. 85.

*Мальшева О.Н.* malolgsud@gmail.com. Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь. С. 86.

*Мартынов И.П.* i.martynov@grsu.by. Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь. С. 18.

*Матвеева И.И.* matveeva@math.nsc.ru. Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия. С. 125.

*Метельский А.В.* ametelski@bntu.by. Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь. С. 126.

*Мироненко В.В.* vladimir.v.mironenko@gmail.com. Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель, Беларусь. С. 88.

*Мироненко В.И.* vmironenko@tut.by. Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель, Беларусь. С. 89.

*Мусафиров Э.В.* musafirov@bk.ru. Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь. С. 90.

*Немец В.С.* nemets@grsu.by. Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь. С. 10.

*Павловец М.Е.* maryia.paulavets@gmail.com. Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь. С. 127.

*Пецевич В.М.* pecevich@mail.ru. Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь. С. 11.

*Пилипчук Л.А.* pilipchuk@bsu.by. Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь. С. 129.

*Подольн С.В.* y7412895@yandex.ru. Могилевский государственный университет продовольствия, Могилев, Беларусь. С. 91.

*Попова С.Н.* udsu.popova.sn@gmail.com. Удмуртский государственный университет, Ижевск, Россия. С. 49.

*Проневич А.Ф.* pranevich@grsu.by. Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь. С. 12.

*Пронько В.А.* v.a.pronko@gmail.com. Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь. С. 5, 18.

*Пыжкова О.Н.* olga.pyzhcova@gmail.com. Белорусский государственный технологический университет, Минск, Беларусь. С. 106.

*Равчиев А.В.* rav4eev@yandex.ru. Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия. С. 50.

*Размыслович Г.П.* razmysl@bsu.by. Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь. С. 109.

*Ратушева Ю.Л.* yuliainvisible@tut.by. Белорусский государственный экономический университет. С. 76.

*Роголев Д.В.* d-rogolev@tut.by. Белорусско-Российский университет, Могилев, Беларусь. С. 92.

*Рудевич С.В.* serhiorov@gmail.com. Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь. С. 71.

*Руденок А.Е.* roudenok@bsu.by. Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь. С. 63, 94.

*Садовский А.П.* sadovskii@bsu.by. Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь. С. 76.

*Селивёрстова А.О.* seliverstovaania13@gmail.com. Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь. С. 11.

*Сергеев И.Н.* igniserg@gmail.com. Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия. С. 51, 52.

*Сидоренко И.Н.* sidorenkoin@tut.by. Могилевский государственный университет им. А.А. Кулешова, Могилев, Беларусь. С. 96.

- Скворцова М.А.* sm-18-nsu@yandex.ru. Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия. С. 130.
- Турковец Е.С.* tur-e-s@yandex.ru. Московский государственный университет им. Ломоносова, Москва, Россия. С. 57.
- Туфик И.* touficissa0@gmail.com. Бейрут, Ливан. С. 118.
- Тыщенко В.Ю.* valentinet@mail.ru. Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь. С. 73, 97.
- Фоминых Е.И.* fletl@list.ru. Гомельский торгово-экономический колледж, Гомель, Беларусь. С. 42.
- Хартовский В.Е.* hartovskij@grsu.by. Гродненский государственный университет им. Янки Купалы, Гродно, Беларусь. С. 126.
- Хартовский В.Е.* hartovskij@grsu.by. Гродненский государственный университет им. Янки Купалы, Гродно, Беларусь. С. 131.
- Хвоцинская Л.А.* ludmila.ark@gmail.com. Белорусский государственный аграрный технический университет, Минск, Беларусь. С. 14.
- Цегельник В.В.* tsegv54@gmail.com. Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь. С. 15.
- Чергинец Д.Н.* cherginetsdn@gmail.com. Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь. С. 98.
- Чжан Б.* binbinzhanghkj@163.com. Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь. С. 16, 18.
- Чнь Я.* 578211973@g.g.com. Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь. С. 18.
- Шамолин М.В.* shamolin@rambler.ru. Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия. С. 100.
- Широканова Н.И.* Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь. С. 109.
- Ыскак Т.К.* istima92@mail.ru. Институт математики им С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия. С. 132.
- Babiarz A.* artur.babiarz@polsl.pl. Silesian University of Technology, Gliwice, Poland. С. 59, 60.
- Czornik A.* adam.czornik@polsl.pl. Silesian University of Technology, Gliwice, Poland. С. 59, 60.
- Dubatovskaya M.V.* dubatovska@bsu.by. Belarusian State University. Minsk, Belarus. С. 20.
- Kiguradze I.* ivane.kiguradze@tsu.ge. A. Razmadze Mathematical Institute of I. Javakhishvili Tbilisi State University, Tbilisi, Georgia. С. 61.
- Niezabitowski M.* michal.niezabitowski@polsl.pl. Silesian University of Technology, Gliwice, Poland. С. 59, 60.
- Primachuk L.P.* Belarusian State University, Minsk, Belarus. С. 20.
- Rogosin S.V.* rogosin@bsu.by. Belarusian State University, Minsk, Belarus. С. 20.
- Tsekhan O.B.* tsekhan@grsu.by. Grodno State University named after of Ya. Kupala, Grodno, Belarus. С. 133.

# СОДЕРЖАНИЕ

## Аналитическая теория дифференциальных уравнений

<b>Акимов В.А.</b> Об одном аналитическом решении дифференциального уравнения $k$ -го порядка .....	3
<b>Амелькин В.В., Василевич М.Н.</b> О фундаментальной матрице одного модельного уравнения Фукса .....	4
<b>Андреева Т.К., Березкина Н.С., Пронько В.А.</b> Об одном классе систем двух дифференциальных уравнений первого и второго порядков без подвижных многозначных особых точек .....	5
<b>Громак В.И.</b> О свойствах обобщенных полиномов Яблонского–Воробьева .....	7
<b>Кулеш Е.Е.</b> О свойстве Пенлеве для одного дифференциального уравнения в частных производных шестого порядка .....	9
<b>Немец В.С.</b> Целые решения с конечным числом нулей дифференциального уравнения второго порядка с экспоненциально-полиномиальными коэффициентами .....	10
<b>Пецевич В.М., Селиверстова А.О.</b> Свойство Пенлеве для дифференциальной системы специального вида .....	11
<b>Проневич А.Ф.</b> Обобщенная теорема Пуассона построения первых интегралов гамильтоновой дифференциальной системы .....	12
<b>Хвоцинская Л.А.</b> Некоторые частные случаи общего решения проблемы Римана для двух пар функций .....	14
<b>Цегельник В.В.</b> О решениях семейства трехмерных консервативных динамических систем с одной квадратичной нелинейностью .....	15
<b>Чжан Б.</b> О свойствах решений некоторых не полиномиальных дифференциальных уравнений третьего порядка .....	16
<b>Чжан Б., Чэнь Я., Мартынов И.П., Пронько В.А.</b> О рациональных решениях дифференциальных уравнений третьего порядка с подвижной особой линией .....	18
<b>Rogosin S.V., Primachuk L.P., Dubatovskaya M.V.</b> On solution of a case of $\mathbb{R}$ -linear conjugation problem by the method of matrix-functions factorization .....	20

## Асимптотическая теория дифференциальных уравнений

<b>Алдибеков Т.М.</b> Об одной системе дифференциальных уравнений .....	23
<b>Асташова И.В.</b> Об асимптотическом поведении сингулярных решений сингулярных уравнений типа Эмдена–Фаулера .....	24
<b>Асташова И.В.</b> О степенном и нестепенном поведении сингулярных решений .....	25
<b>Барабанов Е.А., Быков В.В.</b> Полное описание коэффициента неправильности Ляпунова семейств линейных дифференциальных систем .....	28
<b>Бекряева Е.Б.</b> Неинвариантность множества слабо экспоненциально дихотомических систем относительно операции сопряжения .....	30
<b>Бондарь А.А.</b> Условия экспоненциальной дихотомии для разностных уравнений с возмущенными коэффициентами .....	31
<b>Быков В.В.</b> Функции, определяемые показателями Ляпунова семейств линейных дифференциальных систем, непрерывно зависящих от параметра равномерно на временной полуоси .....	32
<b>Ветохин А.Н.</b> Множество точек полунепрерывности топологического давления .....	36
<b>Деменчук А.К.</b> Признак неразрешимости задачи управления асинхронным спектром линейных почти периодических систем с нулевым средним значением .....	38
<b>Демиденко Г.В.</b> Об одном классе систем дифференциальных уравнений и уравнениях с запаздывающим аргументом .....	39
<b>Изобов Н.А., Ильин А.В.</b> Эффект Перрона смены значений с произвольным суслинским множеством положительных характеристических показателей .....	40
<b>Криваль О.Ф., Фоминых Е.И.</b> О кинематическом и обобщенном кинематическом подобии матричнозначных функций с вещественным параметром-множителем .....	42

<b>Липницкий А.В.</b> Решение задачи Изобова–Богданова о множествах неправильности линейных дифференциальных систем .....	44
<b>Макаров Е.К.</b> Об адаптивных последовательностях для вычисления аналогов центрального показателя .....	47
<b>Попова С.Н.</b> О спектральном множестве двумерной системы с дискретным временем ....	49
<b>Равчеев А.В.</b> О соотношениях между бэровскими классами формул .....	50
<b>Сергеев И.Н.</b> Исследование перроновской и ляпуновской устойчивости по первому приближению .....	51
<b>Сергеев И.Н.</b> Об устойчивости решений по Перрону и по Ляпунову .....	52
<b>Турковец Е.С.</b> Об асимптотическом поведении знакопостоянных решений одного нелинейного уравнения четвертого порядка .....	57
<b>Babiarz A., Czornik A., Niezabitowski M.</b> Assignability of impropriety coefficients of discrete linear time-varying systems .....	59
<b>Babiarz A., Czornik A., Niezabitowski M.</b> Separation result for discrete Volterra equations	60
<b>Kiguradze I.</b> Two-point boundary value problems for essentially singular second order differential equations .....	61

### Качественная теория дифференциальных уравнений

<b>Амелькин В.А., Руденок А.Е.</b> Изохронные центры рациональных систем Лъенара .....	63
<b>Белокурский М.С.</b> Необходимое условие существования сильно нерегулярных периодических решений системы двух линейных дискретных периодических уравнений .....	64
<b>Бондарев А.Н.</b> К разрешимости и построению решения многоточечной краевой задачи для матричного уравнения Ляпунова с параметром .....	65
<b>Боревич Е.З.</b> Явление бифуркации в нелинейной краевой задаче из теории полупроводников .....	67
<b>Борухов В.Т., Кветко О.М.</b> Критерии сильной вложимости дифференциальных систем с полиномиальной правой частью .....	68
<b>Гребенцов Ю.М.</b> Итерационный алгоритм построения периодических решений линейных неавтономных систем второго порядка с линейным параметром .....	70
<b>Гринь А.А., Рудевич С.В.</b> Трансверсальные кривые для определения точного числа предельных циклов автономной системы на цилиндре .....	71
<b>Денисковец А.А., Тыщенко В.Ю.</b> Различение центра, фокуса и седло–фокуса для одной дифференциальной системы третьего порядка .....	73
<b>Денисов В.С.</b> О единственности устойчивого предельного цикла динамической системы с иррациональной нелинейностью по одной переменной .....	75
<b>Детченя Л.В., Маковецкая Т.В., Ратушева Ю.Л., Садовский А.П.</b> Центр одной шестипараметрической системы Колмогорова .....	76
<b>Кашпар А.И.</b> Крайности задачи Валле–Пуссена для матричного уравнения Ляпунова второго порядка с параметром .....	77
<b>Кузьмич А.В., Гринь А.А.</b> Выделение класса обобщенных систем брюсселятора с единственным предельным циклом .....	79
<b>Лаптинский В.Н.</b> К регуляризации периодической краевой задачи для существенно нелинейных неавтономных дифференциальных систем .....	81
<b>Ливинская В.А.</b> Об аналитической структуре и построении периодических решений матричного уравнения Ляпунова второго порядка с параметром .....	82
<b>Маковецкая О.А.</b> К конструктивному анализу периодической краевой задачи для матричного уравнения Ляпунова–Риккати с параметром .....	83
<b>Маковецкий И.И.</b> Левосторонняя регуляризация двухточечной краевой задачи для матричного уравнения Ляпунова с параметром .....	85
<b>Малышева О.Н.</b> О распределениях предельных циклов двухпараметрических квадратичных систем с двумя конечными особыми точками .....	86
<b>Мироненко В.В.</b> О периодических решениях двумерной дифференциальной системы с квадратичной правой частью .....	88

<b>Мироненко В.И.</b> Отражающая функция и проблема центра-фокуса .....	89
<b>Мусафиров Э.В.</b> Достаточное условие устойчивости неавтономно возмущенной автономной системы обыкновенных дифференциальных уравнений .....	90
<b>Подольян С.В.</b> К существованию и построению периодических решений матричного уравнения Ляпунова с параметром .....	91
<b>Роголев Д.В.</b> К анализу периодической краевой задачи для линейно возмущенной системы матричных уравнений типа Риккати с параметром .....	92
<b>Руденко А.Е.</b> Рациональные системы Лъенара с центром .....	94
<b>Сидоренко И.Н.</b> Предельные циклы «нормального размера» систем Лъенара типа $3A+2S$ и симметричным векторным полем .....	96
<b>Тыщенко В.Ю.</b> О первых интегралах комплексных автономных систем уравнений в полных дифференциалах .....	97
<b>Чергинец Д.Н.</b> Об аналитической неразрешимости проблемы центра и фокуса .....	98
<b>Шамолин М.В.</b> Интегрируемые динамические системы пятого порядка с диссипацией ...	100

### Теория устойчивости и управления движением

<b>Альсевич В.В.</b> Условия оптимальности для систем с запаздыванием в классе дискретных управляющих воздействий .....	102
<b>Астровский А.И.</b> Стационарные орбиты линейных нестационарных систем наблюдения ...	104
<b>Безяев В.И.</b> Устойчивость решений одного класса недиагональных квазилинейных параболических систем .....	105
<b>Борковская И.М., Пыжкова О.Н.</b> Достаточные условия стабилизируемости гибридной системы .....	106
<b>Гончарова М.Н.</b> О решении одной задачи быстродействия с фазовым ограничением .....	107
<b>Горячкин В.В., Крахотко В.В., Размыслович Г.П., Широканова Н.И.</b> Управление ансамблем линейных двухпараметрических нестационарных дискретных систем в условиях неопределенности .....	109
<b>Дмитрук Н.М.</b> Алгоритм децентрализованного управления линейными динамическими системами с возмущениями и смешанными ограничениями .....	111
<b>Дымков М.П.</b> Управляемость и оптимизация линейных нестационарных многошаговых систем управления .....	113
<b>Зайцев В.А., Ким И.Г.</b> Об управлении спектром и стабилизации билинейных систем с несколькими запаздываниями .....	114
<b>Калинин А.И.</b> Относительная управляемость сингулярно возмущенных линейных систем на подпространство .....	116
<b>Калитин Б.С.</b> О теореме Ляпунова для полудинамических систем .....	117
<b>Козлов А.А., Туфик И.</b> Свойство равномерной полной управляемости в гильбертовом пространстве .....	118
<b>Костюкевич Д.А., Дмитрук Н.М.</b> Управление по прогнозирующей модели линейными системами с возмущениями на основе стратегий с замыканиями .....	120
<b>Кушцова С.Е., Зараник У.П.</b> Об асимптотической устойчивости систем с запаздыванием .....	122
<b>Лавринович Л.И., Гордиенко Л.И.</b> Асимптотика решения линейно-квадратичных задач оптимального управления с большой длительностью процесса при наличии линейных терминальных ограничений .....	124
<b>Матвеева И.И.</b> Об устойчивости решений некоторых классов систем дифференциальных уравнений с запаздыванием .....	125
<b>Метельский А.В., Хартовский В.Е.</b> О точном восстановлении решения линейных систем нейтрального типа .....	126
<b>Павловец М.Е., Дмитрук Н.М.</b> Применение методов машинного обучения в системах управления по прогнозирующей модели .....	127
<b>Пилипчук Л.А.</b> О математических моделях и конструктивных методах построения решений обратных задач дробно-линейного потокового программирования .....	129
<b>Скворцова М.А.</b> Устойчивость положений равновесия в модели хищник–жертва с запаздыванием .....	130

---

<b>Хартовский В.Е.</b> Об асимптотической оценке решения асимптотически наблюдаемых линейных систем нейтрального типа .....	131
<b>Ыскак Т.К.</b> О робастной устойчивости систем дифференциальных уравнений нейтрального типа с распределенным запаздыванием .....	132
<b>Tsekhan O.V.</b> On sufficient robust conditions of function space controllability for linear singularly perturbed systems with multiple delays on the basis of decoupling transformation .....	133
Авторы докладов .....	136