

Степенное распределение ценоза и восприятия

Хорьков С. А., инженер

Удмуртский государственный университет, Ижевск

Рассмотрен подход к построению числовой модели ценоза и восприятия на основе степенного распределения. Модель включает вещественную и p -адические части. Наглядным образом модели является иерархическое дерево. Уточнены свойства и характеристики распределения.

Ключевые слова: степенное распределение, ценоз, восприятие, вещественная числовая модель, p -адическая числовая модель.

Ценоз и человеческое восприятие имеют степенное распределение [1 – 3]. Уточнение свойств и характеристик этого распределения позволит получить новые знания о ценозе и восприятии.

В настоящее время общепринятое определение ценоза отсутствует. Примерами ценозов являются: фитоценоз, объединяющий ассоциации растений; биоценоз, включающий сообщества видов и их местообитание; биогеоценоз, объединяющий системы биоэкологической и биогеохимической направленности, и др. По теории Б. И. Кудрина [4], ценоз — это сообщество составляющих конвенционно выделенного объекта. Поскольку элементы ценоза самоподобны, то они могут быть вложены друг в друга. Другими словами, элементы ценоза имеют степенное распределение (гиперболическое распределение, H -распределение). С этой точки зрения степенные распределения Парето, Лотки, Вильямса, Брэдфорда, Ципфа, Мандельброта и другие описывают различные ценозы. Очевидно, что расширительное понимание ценоза предполагает одновременно структурирование вещества, энергии, информации, носителем которой является ценоз. К ценозам относят и сообщества искусственно произведенных изделий — техноценозы [4]. По степени сложности (иерархии связей между элементами) они в настоящее время существенно уступают биоценозам. С точки зрения системного подхода под ценозом следует понимать такую структуру со слабыми связями и самоподобными элементами, которая представляет собой целостность и способна эволюционировать [5].

Восприятие по Канту есть сознание с ощущениями, т. е. восприятие превращает ощущения в чувственный образ того предмета, с которым контактируют рецепторы человека. Известны три психофизических закона, связывающие стимул (ощущение) и реакцию

(восприятие): Вебера, Фехнера, Стивенса. Объединенному закону Вебера – Фехнера соответствуют аддитивная, аффинная и мультипликативная группы преобразований. Закон Стивенса имеет степенной вид [2, 3].

Степенные распределения трансдисциплинарны. Их встречают во всех природных, социальных и технических системах и обнаруживают либо простым наблюдением, либо измерением. При этом отсутствует необходимость в применении специальной экспериментальной или теоретической техники. Поэтому объяснение их существования не может быть частным [6]. Степенные распределения неаналитичны. Они соединяют величины разной природы, физической размерности и топологии [3].

В качестве порождающей схемы степенных распределений выступают различные мультипликативные процессы, процессы с нарушением гладкости и связности, коммуникационные сети и сети множества взаимодействующих элементов. Степенные распределения связывают: частотность и частоту, амплитуду и частоту, мощность и частоту, периметр и площадь, площадь и объем [7].

Для объяснения степенных распределений применяют статистический и/или системный подход. Опора на стандартную теоретико-вероятностную технику при анализе степенных распределений встречает определенные трудности, поскольку природа этих явлений имеет неполное соответствие основам теории вероятностей. Системный подход помещает степенные законы в контекст идеи дополнительности и общего бинарного архетипа естественных наук [8]. Источниками самоорганизации и самодвижения являются оппозиции: целое-часть, локальное-глобальное, большое-малое и др. [3].

Перечисленные оппозиции являются формами проблемы Единое-Многое, поставленной Платоном в диалогах “Парменид” и

“Тимей”. Платон решил её, наделив Единое множеством противоположных определений. Очевидно, что между этими определениями должны существовать связи. Образом всех связей Многого в Едином может быть иерархическое дерево. Оно выражает связи-различия тех знаков, вещей, предметов, явлений, множество которых имеет общую границу Единого. Механизмом, порождающим иерархию и инвариант границ, является процесс деления. Следует отметить, что иерархические связи присущи как материальным, так и идеальным объектам. Большую роль в преобразовании дерева играет инверсия — особый вид симметрии, пример которой — преобразование плоскости относительно окружности. Эта симметрия может быть интерпретирована в виде связи пары внутреннее-внешнее сложных систем. Она позволяет получить новый образ иерархического дерева. Для этого необходимо присвоить порядковые номера, начиная с первого, уровня его ветвления (деления). Инверсия даёт ряд обратных чисел, который однозначно соответствует исходному ряду уровней дерева. Полученный ряд имеет гиперболическое распределение. Это распределение получают также на основе оппозиции большое-малое, которая представляет собой числовую форму топологической пары локальное-глобальное.

Выражением ограниченной делимости и соединимости является пара текст-слово. Текст потому и существует, что состоит из множества слов, а слова приобретают нужный смысл, лишь занимая определённое положение среди других слов текста. Эмпирически установлено, что в хорошо осмысленных текстах имеет место степенное (гиперболическое) распределение слов. Теория вероятностей не имеет к этому распределению никакого отношения, так как слова не являются частицами, а текст не представляет собой ансамбля [3].

Иерархическая структура присуща процессам естественного распределения вещества и энергии. Бассейны крупных рек, ветвящиеся каналы молниевых разрядов, различного вида биоценозы являются примерами такой структуры. Во многих случаях в связи с этим говорят о фрактальности природных объектов. Фракталы характеризуют скейлингом — степенным масштабно-инвариантным распределением [7 – 9].

Безграничная делимость иерархического дерева Порфирия задает в философии структуру сущности, которая для существования

не нуждается ни в каком основании, кроме себя самой [10]. Движение по иерархической структуре — это уподобление и различение знаков, вещей и предметов. Кажущаяся априорность степенных распределений, таким образом, обусловлена операциями различения и уподобления предметов, вещей и явлений на иерархическом дереве.

Следует отметить, что степенные зависимости возникают и как сопоставление двух способов измерения одного и того же объекта. Один способ позволяет измерить целое, другой — множество его частей. Другими словами, с одной стороны измеряют (указывают) координату целого на вещественной оси, с другой — используют (применяют) алгоритм измерения, который выражает последовательность действий с отрезками, составляющими целое. Эту общую схему усматривают в аксиоме Архимеда. Впервые она была выделена в конце XIX века математиками Д. Веронезе и Д. Гильбертом. Следует отметить, что при измерении фрактальных множеств также используют её алгоритм. При этом в выражение для аксиомы Архимеда вводят фрактальную размерность, и аксиома приобретает вид степенного закона [3].

Степенное распределение ценозов и восприятий позволяет построить их числовую модель. Она может быть получена как на поле вещественных, так и на поле p -адических чисел. Эта модель включает бещественную и p -адические части [3, 11].

p -адические числа были введены в научный обиход в конце XIX века немецким математиком-алгебраистом К. Гензелем. Он обнаружил, что если дроби, т. е. рациональные числа, выражать через степени простого числа, то получается особый мир чисел. p -адические числа записывают в виде бесконечного ряда по степеням (по позициям) любого простого числа p или в виде слова, “буквами” которого являются коэффициенты указанного ряда. Необычность p -адической конструкции заключается в том, что абстрактную математическую идею непрерывности можно выводить последовательно и непротиворечиво на основе модели, которая значительно отличается от привычных действительных чисел. Если действительные числа можно упорядоченно расположить на числовой оси, а всякий отрезок на числовой оси можно последовательно делить на меньшие отрезки, имеющие общую границу, то p -адические числа нельзя упорядочить, а потому, и сравнивать. Однако числовое поле p -адических чисел также дели-

мо и непрерывно. Инвариантом любого деления является граница. Поэтому мир p -адических чисел — это мир границ, а потому он нульмерен [12, 13]. Дальнейшими исследованиями было установлено, что эти числа получают пополнением поля рациональных чисел пределами фундаментальных последовательностей. Пополнение осуществляют путем нормирования. Норма — это отображение числового поля на множество неотрицательных вещественных чисел, отвечающее условиям положительности, умножения на скаляр и неравенства треугольника. На поле p -адических чисел существует специальная норма. Она отличается от обычной (евклидовой) нормы тем, что отвечает условию не обычного, а “усиленного” треугольника. Суть этого условия удобнее всего пояснить на языке метрик. Оно заключается в том, что любая сторона “усиленного” треугольника не превышает любую из двух оставшихся сторон. Традиционная интуиция здесь не работает. Все треугольники геометрии с такой метрикой либо равнобедренные, либо равносторонние. Причем, если треугольник равнобедренный, то его основание меньше стороны. “Усиленная” норма обратно пропорциональна степени делимости данного числа на фиксированное простое число. Тогда умножение на простое число есть сжатие. Наряду с p -адической моделью рационального числа существует его вещественная модель, полученная пополнением рационального ряда обычной (евклидовой) метрикой. Образом p -адического числа является раскидистое дерево, которое вырастает из вещественного числа. Для любого вещественного числа по определенным правилам можно найти соответствующую величину на древовидной структуре. Произведение обычной (евклидовой) нормы какого-либо числа на p -адическую норму этого числа есть константа. Эта операция на множестве норм позволяет сформулировать понятия бинарности и дополненности, поскольку в произведении две нормы (бинарность) и значение одной нормы обратно пропорционально другой (дополненность). Из дополненности следует, что произведение этих норм имплицитно содержит гиперболу. С другой стороны, гиперболическое распределение получают инверсией последовательного ряда номеров для уровней ветвления p -адического дерева. На различных уровнях ветвления находится различное количество точек ветвления [3, 12, 13].

“Усиленная” норма индуцирует ультраметрику, лежащую в основе неархимедовой геометрии. Как отмечено выше, треугольники неархимедовой геометрии либо равнобедренные, либо равносторонние. В ультраметрическом пространстве выделяют особое множество, которое называют шаром. Эти шары обладают свойствами, которые трудно согласовать с традиционной интуицией. Здесь уместно вспомнить о характеристике, данной Б. Паскалем для некоторой сферы, центр которой расположен везде, а радиус — нигде. В нашем случае имеют нечто подобное. В ультраметрическом пространстве каждая точка шара является его центром. Если два шара имеют общую точку, то один содержится в другом. Шары, не имеющие общих точек, не пересекаются. Диаметр шара не превосходит его радиуса. Шары являются одновременно и открытыми (при взгляде изнутри) и замкнутыми (при взгляде снаружи). Эти свойства позволяют утверждать, что ультраметрическое пространство обладает естественной иерархией. Неархимедовость ультраметрического пространства означает, что на нём не выполняется аксиома Архимеда. Другими словами, в этом пространстве существуют расстояния, которые нельзя измерить при помощи других расстояний. И хотя практическое значение этого смысла неархимедовости минимально, неархимедов анализ имеет большое значение. Приложения его имеют место в тех отраслях знаний и практики, которые адекватно могут быть описаны p -адическими числами. Такой вид математических моделей получил распространение в квантовой физике, биологии и теории мышления. Сюда же относят структуры и процессы гранулированных множеств, фракталов и мультифракталов [3, 11, 13]. Поскольку модели на основе p -адики безгранично делимы, они находят и статистическое оформление [14, 15].

Теорема Островского из теории чисел даёт удивительный математический результат [12, 13]. Из неё следует, что существуют только вещественные и p -адические метрики и модели числовых полей. Других метрик и моделей нет. Поэтому следует считать, что только рациональные числа являются числами физическими, поскольку только они в полной мере приспособлены к процедуре физических измерений. Модели на основе вещественных чисел преимущественно описывают материальный мир, p -адические числа тесно связаны не только с такими физиче-

скими теориями, как гравитация, космология, теория струн, но и с ментальным миром мышления и сознания.

Следует заметить, что вещественная и p -адическая части общей модели имеют не только разные виды нотаций, но и используют разные виды операций-действий. Вещественная часть модели допускает аддитивные операции, а p -адическая — мультипликативные. Первая часть преимущественно оперирует с экстенсивными величинами, а вторая — с интенсивными. Бесконечность в первой части модели потенциальна, во второй части — актуальна [3].

Можно показать, что мультипликативная и аддитивная операции с евклидовой и 2-адической (двадцатической) нормами числа 2 позволяют получить известный принцип 80/20. Этот принцип и его применение довольно полно описаны в [16].

Результаты моделирования на основе вещественных и p -адических чисел можно интерпретировать в терминах ценоза и восприятия.

Ценоз представляет собой объект, который следует рассматривать в двух слоях. Один слой соответствует вещественным, а другой — p -адическим числам. Один уровень представления ценоза — материальный или энергетический, а другой — информационный, нульмерный, уместно сказать — энтропийный. Образом нульмерного (невидимого) пространства ценоза является иерархическое дерево. Инверсия уровней деления этого дерева представляет собой ряд, аппроксимация которого имеет гиперболическое H -распределение (степенное распределение). Его получают в частотной или ранговой форме. Таким образом, иерархическое дерево является своеобразной программой ценоза, степенное распределение есть его вторичный образ. Основные свойства, приписываемые ценозу: целостность, трудность установления границы, самоподобие элементов, гиперболическое H -распределение (степенное распределение), слабые связи между элементами, подчинение статистики негауссовым распределениям, эволюция и другие, легко могут быть объяснены p -адичностью модели и её иерархическим образом. Целостность ценоза и трудность установления его границ могут быть объяснены единой иерархией дерева и тем, что толщина и количество его крайних веточек зависят от того, в какой момент будет зафиксирован (остановлен) процесс деления. Самоподобие элементов и вид их распределения (скейлинг

— масштабная инвариантность) зависят от итерационного алгоритма процесса деления и вложенности уровней ветвления иерархического дерева друг в друга. Величина “слабости” связей между элементами не может быть измерена физическими методами, поскольку связи являются связями нульмерной иерархической структуры. Подчинение статистики устойчивым негауссовым распределениям обусловлено безграничным процессом деления иерархического дерева. Очевидно, что статистика на отдельных ветках иерархического дерева является гауссовой. Эволюция ценоза представляет собой развёртывание реального дивергентного процесса, образом которого как раз и является иерархическое дерево. Такой же геометрический образ имеет энтропия, отвечающая за естественное рассеивание (деление) энергии. Поверхность, на которой развёртываются эволюция и энтропия, в пределе является гиперболической.

Уместно заметить, что для моделирования ценоза Б. И. Кудриным была предложена эйлера форма записи натуральных чисел через степени простых чисел [1]. Геометрическим образом этой модели ценоза является сложное иерархическое дерево с различными простыми числами, соответствующими различным точкам и уровням ветвления.

Пространство ценоза является гиперболическим, поскольку иерархическое дерево, как и гиперболоид, асимптотически “сходится” к конусу, сечениями которого, произведенными параллельно ортогональным осям, являются гиперболы и окружности [17].

Поскольку фрактал — это масштабно-инвариантная, итерационно организованная структура, то в большинстве приведенных выше случаев p -адичность имеет смысл фрактальности. При этом замена одного термина на другой практически ничего не изменяет.

Восприятие формирует чувственный образ предмета на основе ощущений по структуре иерархического дерева. Крона дерева оцифровывает воспринимаемый предмет, иерархическая структура создает его чувственный образ. В этой схеме событие на границе тела связано инволюцией (двукратной инверсией) с нульмерным образом контакта (пятна внимания). Восприятие зависит от разрешающей способности органов зрения, слуха, осязания, обоняния, тактильных и мышечных органов перцепции. Акт восприятия инволютивно связывает внешний и внутренний мир человека. Иерархическая сеть сопрягает материальный мир и мир ментальных нульмерных

образов. При этом можно говорить о дивергентно-конвергентных процессах восприятия. Свернутой записью иерархии является степенное распределение. Оно связывает стимул и реакцию восприятия. Если иерархию восприятия моделируют p -адическими числами, то степенное распределение является результатом синтеза архимедовых и неархимедовых модулей (норм), получаемых через декомпозицию уровней древовидной структуры. При этом архимедов модуль соответствует целой части числа, а неархимедов — величине его бесконечно делимой части [3].

Таким образом, поводом для совместного рассмотрения ценоза и восприятия является их степенное распределение. Результат работы — двуслойная числовая модель и интерпретация результатов её исследования. Модель объединяет вещественную и p -адическую части. Наглядным образом модели является иерархическое дерево. Степенное распределение есть его числовой образ. Интерпретация результатов, полученных при помощи модели, показывает, что и ценоз, и восприятие содержат физическую и ментальную (нульмерную) части. Образом их единства является степенное распределение.

Список литературы

1. Кудрин, Б. И. Семнадцать лекций по общей и прикладной ценологии: монография / Б. И. Кудрин: 3-е изд. — М.: Технетика, 2014.
2. Восприятие. Механизмы и модели. — М.: Мир, 1974.
3. Маврикиди, Ф. И. Числовая асимметрия в прикладной математике. Фракталы, p -адические числа, апории Зенона, сложные системы / Ф. И. Маврикиди. — М.: Дельфис. 2015.
4. Кудрин, Б. И. Математика ценозов: видовое, ранго-видовое, ранговое по параметру гиперболические H -распределения и законы Лотки, Ципфа, Парето, Мандельброта / Б. И. Кудрин. В кн.: Философские основания техники. Вып. 19. “Ценологические исследования”. — М.: Центр системных исследований, 2002.
5. Блюменфельд, Л. А. Решаемые и нерешаемые проблемы биологической физики / Л. А. Блюменфельд: Изд. стереотип. — М.: Едиторал УРСС, 2014. — 160 с.
6. Чайковский, Ю. В. О природе случайности: Монография / Ю. В. Чайковский. Вып. 18. “Ценологические исследования” — М.: Центр системных исследований — Институт истории естествознания и техники РАН, 2001.
7. Шредер, М. Фракталы, хаос, степенные законы. Миниатюры из бесконечного рая / М. Шредер. — Ижевск: НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”, 2005.
8. Шрейдер, Ю. А. Системы и модели / Ю. А. Шрейдер, А. А. Шаров. — М.: Радио и связь, 1982.
9. Мандельброт, Б. Фрактальная геометрия природы / Б. Мандельброт. — Москва — Ижевск: НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”, 2004.
10. Порфирий. Жизнь Пифагора. Жизнь Плотина / Порфирий. Пер. М. Л. Гаспарова // Диоген Лаэртский. О жизни, учениях и изречениях знаменитых философов. — М.: Мысль, 1979.
11. Хренников, А. Ю. Неархимедов анализ и его приложения / А. Ю. Хренников. — М.: Физматлит, 2003.
12. Хренников, А. Ю. Моделирование процессов мышления в p -адических системах координат / А. Ю. Хренников. — М.: Физматлит, 2003.
13. Коблиц Н. P -адические числа, p -адический анализ и дзета-функции / Н. Коблиц. Пер. с англ. В. В. Шокурова / Под ред. и с предисловием Ю. И. Манина. — М.: Мир, 1981.
14. Золотарев, В. М. Одномерные устойчивые распределения / В. М. Золотарев. — М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1983.
15. Золотарев, В. М. Устойчивые законы и их применения / В. М. Золотарев. — М.: Знание, 1984.
16. Кох, Р. Принцип 80/20 / Р. Кох. Пер. с англ. Д. И. Кашкан. — 2-е изд. — Минск: ООО Попурри, 2004.
17. Хорьков, С. А. Техноценологические модели, методики и расчёты электропотребления промышленного предприятия / С. А. Хорьков. — Ижевск: Книгоград. — 2011.

References

1. Kudrin B. I. Semnadsat' lektsii po obshchei i prikladnoi tsenologii: monografiya (Seventeen lectures on general and applied cenology: monograph), Moscow, Tekhnetika, 2014.
2. Vospriyatie. Mekhanizmy i modeli (Perception. Mechanisms and models), Moscow, Mir, 1974.
3. Mavrikidi F. I. Chislovaya asimmetriya v prikladnoi matematike. Fraktaly, p -adicheskie chisla, aporii Zenona, slozhnye sistemy (Numerical asymmetry in applied mathematics. Fractals, p -adic numbers, aporias of Zeno, complex systems), Moscow, Del'fis. 2015.
4. Kudrin B. I. Matematika tsenozov: vidovoe, rangovidovoe, rangovoe po parametru giperbolicheskie N -raspredeleniya i zakony Lotki, Tsipfa, Pareto, Mandel'brot. V kn.: Filosofskie osnovaniya tekhniki. Vyp. 19. “Tsenologicheskie issledovaniya” (Mathematics of cenoses: specific, rank-like, rank in parameter hyperbolic H -distributions and the laws of Lotka, Zipf, Pareto, Mandelbro. In the book: The philosophical foundations of technology. Issue 19 “Cenological studies”), Moscow, Tsentr sistemnykh issledovaniy, 2002.
5. Blyumenfel'd L. A. Reshaemye i nerreshaemye problemy biologicheskoi fiziki (Solvable and unsolvable problems of biological physics), Moscow, Editoral URSS, 2014, 160 p.
6. Chaikovskii Yu. V. O prirode sluchainosti: Monografiya. Vyp. 18. “Tsenologicheskie issledovaniya” (On the nature of chance: Monograph. Issue 18. “Cenological Studies”), Moscow, Tsentr sistemnykh issledovaniy — Institut istorii estestvoznaniya i tekhniki RAN, 2001.
7. Shreder M. Fraktaly, khaos, stepennye zakony. Miniatyury iz beskonechnogo raya (Fractals, chaos, power laws. Miniatures from the infinite paradise),

- Izhevsk, NITs "Regulyarnaya i khaoticheskaya dinamika", 2005.
8. **Shreider Yu. A., Sharov A. A. Sistemy i modeli** (Systems and models), Moscow, Radio i svyaz', 1982.
 9. **Mandel'brot B. Fraktal'naya geometriya prirody** (The Fractal Geometry of Nature), Moscow — Izhevsk, NITs "Regulyarnaya i khaoticheskaya dinamika", 2004.
 10. **Porfirii. Zhizn' Pifagora. Zhizn' Plotina. Diogen Laertskii. O zhizni, ucheniyakh i izrecheniyakh znamenitykh filosofov** (Porphyry. Pythagorean life. Life Dam. Diogen Laertsky. About the life, teachings and sayings of famous philosophers), Moscow, Mysl', 1979.
 11. **Khrennikov A. Yu. Nearkhimedov analiz i ego prilozheniya** (Non-Archimedean analysis and its applications), Moscow, Fizmatlit, 2003.
 12. **Khrennikov A. Yu. Modelirovanie protsessov myshleniya v p -adicheskikh sistemakh koordinat** (Modeling of thinking processes in p -adic coordinate systems), Moscow, Fizmatlit, 2003.
 13. **Koblits N. P -adicheskie chisla, p -adicheskii analiz i dzeta-funktsii** (P -adic numbers, p -adic analysis and zeta functions), Moscow, Mir, 1981.
 14. **Zolotarev V. M. Odnomernye ustoichivye raspredeleniya** (One-dimensional stable distributions), Moscow, Nauka, Glavnaya redaktsiya fiziko-matematicheskoi literatury, 1983.
 15. **Zolotarev V. M. Ustoichivye zakony i ikh primeneniya** (Stable laws and their applications), Moscow, Znanie, 1984.
 16. **Kokh R. Printsip 80/20** (Principle 80/20), Minsk, OOO Popurri, 2004.
 17. **Khor'kov S. A. Tekhnotsenologicheskie modeli, metodiki i raschety elektropotrebleniya promyshlennogo predpriyatiya** (Technological Centers, Techniques and Calculations of the Power Consumption of an Industrial Enterprise), Izhevsk, KnigoGrad, 2011.
- horkov_07@mail.ru**

Power distribution of cenosis and perception

Khor'kov S. A.

A novel approach to the construction of a numerical model of cenosis and perception based on a power-series distribution is considered. The model includes real and p -adic parts. A hierarchical tree is an illustrative image of the model. The properties and characteristics of the distribution are specified.

Keywords: power distribution, cenosis, perception, real numerical model, the p -adic numerical model.