Министерство науки и высшего образования РФ

ФГБОУ ВО «Удмуртский государственный университет»

Институт экономики и управления

Кафедра математического анализа

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ
ЗАДАЧИ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Ижевск 2020

УДК 519.21 (075.8)
ББК 22.171я73
Т338

Рекомендовано к изданию учебно-методическим советом УдГУ

Рецензент: Горбушина Н.В., к.э.н., доцент кафедры экономической кибернетики и информационных технологий ФГБОУ ВО «Ижевская ГСХА».

Составители:
Бадаш Е.Х., старший преподаватель кафедры математического анализа
Соловьева Н.А., к.ф.-м.н., доцент кафедры математического анализа

Т338 Теория вероятностей. Задачи для проведения практических занятий: учебно – метод. пособие / сост. Е.Х. Бадаш, Н.А. Соловьева. - 4-ое издание, перераб. и доп. Ижевск: изд-во ИЭиУ ФГБОУ ВО «УдГУ», 2020. – 85 с.

Учебно-методическое пособие содержит систематизированную подборку задач, для проведения практических занятий по теории вероятностей и самостоятельной работы студентов. Все задачи, начиная со второго раздела, имеют ответы.

Пособие предназначено для студентов очной и заочной форм обучения ИЭиУ, а также для студентов других институтов, изучающих раздел теория вероятностей.

УДК 519.21 (075.8)
ББК 22.171я73

© Е.Х.Бадаш, Н.А.Соловьева, 2020
© ИЭиУ ФГБОУ ВО «УдГУ», 2020

Содержание

Введение …….…….….4

1. Алгебра событий ……5

2. Непосредственный подсчет вероятности ……9
Ответы……..15

3. Теоремы сложения и умножения вероятностей ……16

Ответы……..24

4. Вероятность появления хотя бы одного события ……25

Ответы……..29

5. Формула полной вероятности. Формула Байеса ……...30

Ответы……..38

6. Схема независимых испытаний Бернулли ……39

Ответы……..45

7. Дискретные случайные величины. Числовые характеристики ……46

Ответы……..57

8. Локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа ……62

Ответы……..69

9. Непрерывные случайные величины.……...70

Ответы……..78

Список литературы…..……81

Приложения.…….……82

Введение

Теория вероятностей является одним из разделов, изучаемым как в курсе математики, так и в курсе «Теория вероятностей и математическая статистика».

Настоящее пособие представляет собой систематизированную подборку задач по теории вероятностей. Предложенные задачи предполагается использовать как для проведения практических занятий, так и для самостоятельной работы студентов. Пособие состоит из 9 разделов. Вначале каждого раздела приведены примеры подробного решения задач и способов их оформления.

Целью освоения теории вероятностей является овладение основами анализа процессов и явлений, имеющих стохастическую природу, методами их моделирования и использования вероятностных моделей в практике.

Изучение раздела теория вероятностей позволит сформировать следующие компетенции обучающегося:

- ОПК – способность применять соответствующий математический аппарат для решения профессиональных задач;
- ПК – способность собрать и проанализировать исходные данные, необходимые для расчета экономических и социально-экономических показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов.

Учебное пособие предназначено для студентов института экономики и управления, изучающих теорию вероятности в курсе математики. Но оно также может быть использовано при проведении практических занятий на тех направлениях подготовки, где дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» включена в учебный план.

1. Алгебра событий

Пример 1.

Из множества цифр 1,2,3,4,5,6,7,8,9 выбирают последовательно три цифры. Выписать следующие случайные события: A – выбранные цифры образуют число 279; B – первой выбрана цифра 2, а третьей -9; C – произведение выбранных цифр равно 18.

Решение:

В качестве элементарного события надо взять упорядоченный набор из трех различных цифр от 1 до 9. Тогда указанные случайные события будут иметь вид:

событие A={(279)};

событие B={(219), (239), (249), (259), (269), (279), (289)};

событие C={(129), (192) ,(219), (291), (912), (921), (136), (163), (316), (361), (613), (631)}.

Пример 2.

Над изготовлением детали работают трое рабочих. Рассматриваются события: A – первый рабочий допустил брак, B – второй рабочий допустил брак, C – третий рабочий допустил брак. Найти выражения для следующих событий: D – изготовлена качественная деталь, E – деталь изготовлена с браком, F – только один рабочий допустил брак.

Решение:

Событие D означает, что ни один из рабочих не допустил брака, то есть события $\bar{A}$ – первый рабочий не допустил брака, $\overline{B}$ – второй рабочий не допустил брака, $\overline{C}$ – третий рабочий не допустил брака; произошли одновременно, следовательно $D = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$. Событие E означает, что хотя бы один из рабочих допустил брак, то есть либо произошло событие A,

либо – событие B, либо – событие C, либо произошли любые два из них, либо произошли одновременно все три события, следовательно, E=A+B+C. Событие F означает, что если первый рабочий допустил брак, то второй и третий рабочие не допустили брака $(A\overline{B}\overline{C})$, аналогично относительно второго и третьего рабочих, поэтому $F = A\overline{B}\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C$.

Ответ: $D = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$, E=A+B+C, $F = A\overline{B}\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}\overline{B}C$.

1.1. Из 5 различных книг *A*, *B*, *C*, *E*, *K*, отбираются 3 книги. Выпишите пространство элементарных событий Ω и следующие события: A - среди отобранных книг есть книга *A;* B - нет книги *A;* C - есть книги *B* и *C;* E - есть либо *E*, либо *K*.

1.2. Из слова «барабан» наугад выбираются две буквы. Выпишите пространство элементарных событий Ω и события: A - выбранные буквы одинаковы, B - различны.

1.3. Бросается две монеты. Являются ли несовместными события A - появление герба на первой монете и B – появление цифры на второй монете?

1.4. Производятся два выстрела по мишени. Являются ли несовместными события A - ни одного попадания, B - одно попадание, C - два попадания? Тот же вопрос для событий E - хотя бы одно попадание и K - хотя бы один промах.

1.5. Из колоды извлекаются две карты. Являются ли несовместными события A - появление двух черных карт, B – появление туза, C - появление дамы?

1.6. Образуют ли полную группу события A и B из задачи 1.3?

1.7. Образуют ли полную группу события A, B, C из задачи 1.4?

1.8. Бросаются две монеты. Рассматриваются события: A - появление герба на первой монете, B - появление цифры на первой монете, C - появление герба на второй монете, E - появление цифры на второй монете, H- появление хотя бы одного герба, K - появление хотя бы одной цифры, M - появление одного герба и одной цифры, X - появление двух гербов. Каким событиям этого списка равносильны следующие события: 1) A+C; 2) AC; 3) HK; 4) H+M; 5) HM; 6) BE; 7) H+X?

1.9. Назовите противоположные для следующих событий: A - выпадение двух гербов при бросании двух монет; B - три попадания при трех выстрелах; C - хотя бы одно попадание при пяти выстрелах; E - не более двух попаданий при пяти выстрелах; H - выигрыш первого игрока при игре в шахматы.

1.10. Имеется 5 билетов по одному рублю, 3 билета по 3 рубля и 2 билета по 5 рублей. Наугад берутся 3 билета. Запишите пространство элементарных событии Ω и события: A — хотя бы два билета имеет одинаковую стоимость; B - сумма стоимостей всех трех билетов равна семи рублям.

1.11. Производится три выстрела по мишени. Рассматриваются события A_i - попадание при i-ом выстреле $(i = 1, 2, 3)$. Представьте в виде сумм, произведений или сумм произведений событий A_i и $\overline{A_i}$ следующие события: A - все три попадания; B - все три промаха; C - хотя бы одно попадание; E - хотя бы один промах; H- не меньше двух попаданий; K - не больше одного попадания; M - попадание в мишень не раньше, чем при третьем выстреле.

1.12. Пусть A, B, C — три произвольных события. Найти выражения для событий, состоящих в том, что: а) произошли все три события;

б) произошло хотя бы одно из событий; в) произошли хотя бы два события; г) произошли два и только два события; д) произошло одно событие; е) ни одно событие не произошло; ж) произошло не более двух событий.

1.13. Рабочий обслуживает три автоматических станка. Событие А — первый станок потребует внимания рабочего в течение часа, В — второй станок потребует внимания рабочего в течение часа, С — третий станок потребует внимания рабочего в течение часа. Что означают события: а) $A \cdot B \cdot C$; б) $A + B + C$; в) $A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C$; г) $A \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot C + \overline{A} \cdot B \cdot C$; д) $\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$; е) $A + B + C - A \cdot B \cdot C$?

1.14. Производится испытание трех, приборов на надежность. Пусть событие A_k — k-й прибор выдержал испытание ($k = 1, 2, 3$). Представить в виде объединения и пересечения событий A_k и $\overline{A}_k$ следующие события: A — хотя бы один прибор выдержал испытание, B — не менее двух приборов выдержали испытание.

1.15. Прибор состоит из трех блоков первого типа и четырех блоков второго типа. Событие $A_i (i = 1, 2, 3)$ — исправен i-й блок первого типа, $B_j (j = 1, 2, 3, 4)$ — исправен j-й блок второго типа. Прибор работает, если исправны хотя бы один блок первого типа и не менее трех блоков второго типа. Найти выражение для события C, которое соответствует работе прибора.

2. Непосредственный подсчет вероятности

Пример.

В ящике имеется 7 деталей, среди них 3 бракованных; выбираем 5 деталей. Какова при этом вероятность того, что среди отобранных деталей окажется 2 бракованных.

Решение:

В этом примере можно применять классическую схему подсчета вероятности. Пространство элементарных событий этого опыта представляет собой всевозможные наборы по 5 деталей, $n(\Omega) = C_7^5$. Событие А состоит в том, что среди отобранных деталей окажется 2 бракованных, поэтому в событие А входят наборы, содержащие 2 бракованных и 3 стандартных детали. Сколько таких наборов? Две бракованные детали выбираются из имеющихся в ящике 3 бракованных деталей; этот выбор можно сделать C_3^2 способами. Три стандартных детали выбираются из 4 стандартных, это можно сделать C_4^3 способами. Каждый набор из 2 бракованных деталей может сочетаться с каждым набором из 3 стандартных деталей, следовательно $n(A) = C_3^2 \cdot C_4^3$ и $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_3^2 \cdot C_4^3}{C_7^5} = \frac{3 \cdot 4}{21} = \frac{4}{7}$.

Ответ: P(A)=4/7.

2.1. Два стрелка ведут огонь по группе, состоящей из 4 мишеней. Каждый стрелок выбирает мишень случайным образом. Найти вероятность того, что оба стрелка будут стрелять а) по одной

мишени; б) по разным.

2.2. Набирая номер телефона, абонент забыл две последние цифры и помня лишь, что эти цифры различны, набрал их наугад. Найти вероятность того, что он набрал их правильно.

2.3. 6 книг расставлены наугад на полке. Найти вероятность того, что две определенные книги стоят рядом.

2.4. Найти вероятность того, что в записи наугад выбранного трехзначного числа: а) все цифры одинаковые; б) две цифры одинаковые; в) все цифры различные.

2.5. На 8 одинаковых карточках написаны соответственно числа 2, 4, 6, 7, 8, 11, 12 и 13. Наугад берутся две карточки. Найти вероятность того, что образованная из двух полученных чисел дробь сократима.

2.6. В ящике 100 деталей, из них 10 бракованных. Наугад извлечены 4 детали. Какова вероятность того, что среди них: а) нет бракованных; б) нет годных?

2.7. В ящике 10 одинаковых деталей, помеченных номерами 1, 2, ..., 10. Наугад извлечено 6 деталей. Найти вероятность того, что - среди них окажутся: а) деталь №1; б) детали № 1 и №2.

2.8. Из колоды в 36 карт извлекаются 4. Какова вероятность того, что среди них ровно один туз? хотя бы один туз?

2.9. Среди студентов группы, из которых 8 девушек, разыгрывается 7 билетов. Какова вероятность того, что среди обладателей билетов окажутся 4 девушки, если в группе 17 студентов?

2.10. Группа из 4 мужчин и 4 женщин случайным образом делится на две подгруппы (равные по численности). Какова вероятность того, что: а) в каждой подгруппе одинаковое число женщин и мужчин; б) все женщины попадут в одну подгруппу?

2.11. Для уменьшения общего количества игр на соревнованиях

16 волейбольных команд разбиты на две равночисленные подгруппы. Найти вероятность того, что две наиболее сильные команды окажутся: а) в одной подгруппе; б) в разных подгруппах.

2.12. Бросаются две тетраэдральные кости, на гранях которых нанесены очки: на первой соответственно 1, 1, 2, 2; на второй - 1, 2, 2, 2. Какова вероятность того, что сумма выпавших очков равна 2? 3? 4?

2.13. Какова вероятность того, что наудачу составленное четырехзначное число составлено только из нечетных цифр?

2.14. Буквы Т, Е, И, Я, Р, О написаны на отдельных карточках. Ребенок берет карточки в случайном порядке и прикладывает одну к другой: а) 3 карточки; б) все 6 карточек. Какова вероятность того, что получится слово: а) «ТОР»; б) «ТЕОРИЯ»?

2.15. В партии 100 изделий, из которых 4 – бракованные. Партия произвольно разделена на две равные части, которые отправлены двум потребителям. Каковая вероятность того, что все бракованные изделия достанутся: а) одному потребителю; б) обоим потребителям поровну?

2.16. В магазине было продано 21 из 25 холодильников трех марок, имеющихся в количествах 5, 7 и 13 штук. Полагая, что вероятность быть проданным для холодильника каждой марки одна и та же, найти вероятность того, что остались нераспроданными холодильники: а) одной марки; б) трех разных марок.

2.17. Пятитомное собрание сочинений расположено на полке в случайном порядке. Какова вероятность того, что книги стоят слева направо в порядке нумерации томов (от 1 до 5)?

2.18. Из 20 сбербанков 10 расположены за чертой города. Для обследования случайным образом отобрано 5 сбербанков. Какова

вероятность того, что среди отобранных окажется в черте города: а) 3 Сбербанка; б) хотя бы один.

2.19. Из ящика, содержащего 5 пар обуви, из которых три пары мужской, а две пары женской обуви, перекладывают наудачу 2 пары обуви в другой ящик, содержащий одинаковое количество пар женской и мужской обуви. Какова вероятность того, что во втором ящике после этого окажется одинаковое количество пар мужской и женской обуви?

2.20. В магазине имеются 30 телевизоров, причем 20 из них импортных. Найти вероятность того, что среди 5 проданных в течение дня телевизоров окажется более 3 импортных телевизоров, предполагая, что вероятности покупки телевизоров разных марок одинаковы.

2.21. Наудачу взятый телефонный номер состоит из 5 цифр. Какова вероятность того, что в нем все цифры: а) различные; б) одинаковые; в) нечетные? Известно, что номер телефона не начинается с цифры ноль.

2.22. Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Зачет считается сданным, если студент ответит не менее чем на 3 из 4 поставленных в билете вопросов. Взглянув на первый вопрос билета, студент обнаружил, что он его знает. Какова вероятность того, что студент: а) сдаст зачет; б) не сдаст зачет?

2.23. У сборщика имеются 10 деталей, мало отличающихся друг от друга, из них четыре — первого, по две — второго, третьего и четвертого видов. Какова вероятность того, что среди шести взятых одновременно деталей три окажутся первого вида, два — второго и одна — третьего?

2.24. Найти вероятность того, что из 10 книг, расположенных в

случайном порядке, 3 определенные книги окажутся рядом.

2.25. В старинной игре в кости необходимо было для выигрыша получить при бросании трех игральных костей сумму очков, превосходящую 10. Найти вероятности: а) выпадения 11 очков; б) выигрыша.

2.26. В коробке 10 красных, 3 синих и 7 желтых карандашей. Наудачу вынимают 3 карандаша. Какова вероятность того, что они все: а) разных цветов; б) одного цвета?

2.27. Контролер ОТК, проверив качество сшитых 20 пальто, установил, что 16 из них первого сорта, а остальные — второго. Найти вероятность того, что среди взятых наудачу из этой партии трех пальто одно будет второго сорта.

2.28. Найти вероятность того, что в записи наугад выбранного двузначного числа не содержится ни одной цифры два.

2.29. На десяти карточках написаны буквы А, А, А, М, М, Т, Т, Е, И, К. После перестановки вынимают наугад одну карточку за другой и раскладывают их в том порядке, в котором они были вынуты. Найти вероятность того, что на карточках будет написано слово «МАТЕМАТИКА».

2.30. Группа состоит из четырех мужчин и восьми женщин. Найти вероятность того, что при случайной группировке по три человека в каждой группе будет мужчина.

2.31. В лотерее разыгрывается 1000 билетов. Среди них два выигрыша по 50 руб., пять по 20 руб., десять по 10 руб. и 25 по 5 руб. Некто покупает один билет. Найти вероятность: а) выигрыша не менее 20 руб.; б) какого-либо выигрыша.

2.32. В мастерскую для ремонта поступило 15 телевизоров. Известно, что шесть из них нуждаются в общей регулировке. Мастер

берет первые попавшиеся пять телевизоров. Какова вероятность того, что два из них нуждаются в общей регулировке?

2.33. Пять шариков случайно разбрасываются по пяти лункам; каждый шарик попадает в ту или другую лунку с одинаковой вероятностью и независимо от других (в одну лунку может попадать любое число шариков). Найти вероятность того, что в каждой лунке окажется по одному шарику.

2.34. В лифт девятиэтажного дома на первом этаже вошли пять человек. Каждый из них с одинаковой вероятностью выходит на любом из этажей, начиная со второго. Найти вероятность того, что все пассажиры выйдут: а) на одном и том же этаже; б) на шестом этаже; в) на разных этажах.

2.35. Из партии, состоящей из 20 радиоприемников, для проверки произвольно отбирают три приемника. Партия содержит пять неисправных приемников. Какова вероятность того, что в число отобранных войдут: а) только исправные приемники; б) только неисправные приемники; в) один неисправный и два исправных приемника?

2.36. На десяти карточках написаны цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Две из них вынимают наугад и укладывают в порядке появления, затем читают полученное число. Найти вероятность того, что число будет нечетным.

Ответы

2.1. а) 1/4; б) 3/4;
2.2. 1/90;
2.3. 1/3;
2.4. а) 0,01; б) 0,27; в) 0,72;
2.5. 5/14;
2.6. а) 0,652; б) 0,00005;
2.7. а) 3/5; б) 1/3;
2.8. а) 0,34; б) 0,39;
2.9. 0,302;
2.10. а) 18/35; б) 1/35;
2.11. а) 7/15; б) 8/15;
2.12. а) 1/8; б) 1/2; в) 3/8;
2.13. 5/72;
2.14. а) 1/120; б) 1/720;
2.15. а) 0,117; б) 0,383;
2.16. а) 0,06; б) 0,396;
2.17. 1/120;
2.18. а) 0,348; б) 0,984;
2.19. 0,6;
2.20. 0,449;
2.21. а) 189/625; б) 0,0001; в) 5/144;
2.22. а) 0,901; б) 0,099;
2.23. 4/105;
2.24. 1/15;
2.25. а) 0,125; б) 0,5;
2.26. а) 7/38; б) 13/95;
2.27. 8/19;
2.28. 4/5;
2.29. 1/151200;
2.30. 9/55;
2.31. а) 0,007; б) 0,042;
2.32. 60/143;
2.33. 24/625;
2.34. а) 1/4096; б) 1/32768; в) 105/512;
2.35. а) 91/228; б) 1/114; в) 35/76;
2.36. 1/2.

3. Теоремы сложения и умножения вероятностей

Пример.

Студент знает 15 вопросов из 30 в первом разделе курса и 25 из 40 вопросов второго раздела этого курса. В билете по одному вопросу из каждого раздела. Найти вероятность того, что студент:

1) знает ответы на оба вопроса;

2) не знает ответов на оба вопроса;

3) знает ответ только на один вопрос в билете.

Решение:

Обозначим общее число вопросов первого раздела курса $n(\Omega_1) = 30$, а количество выученных вопросов этого раздела (т.е. способствующих хорошему ответу) $n(A) = 15$.

Общее число вопросов второго раздела курса $n(\Omega_2) = 40$, а количество выученных вопросов этого раздела $n(B) = 25$.

Введём обозначения следующих событий:

A – событие, состоящее в том, что студент знает ответ на вопрос, случайным образом предложенный ему из первого раздела курса;

$\overline{A}$ - противоположное событие, состоит в том, что студент не знает ответ на вопрос, случайным образом предложенный ему из первого раздела курса;

В – событие, состоящее в том, что студент знает ответ на вопрос, случайным образом предложенный ему из второго раздела курса;

$\overline{\mathrm{B}}$ – противоположное событие, состоит в том, что студент не знает ответ на вопрос, случайным образом предложенный ему из второго раздела курса.

Вероятности событий A и B найдём, пользуясь классической схемой

подсчёта вероятности:

$$P(A) = \frac{n(A)}{\mathrm{n}(\Omega_1)} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}; \qquad P(B) = \frac{n(B)}{\mathrm{n}(\Omega_2)} = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$$

Вероятности противоположных событий $\overline{A}$ и $\overline{B}$ определим, исходя из соотношения между вероятностями противоположных событий:

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2};$$

$$P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}.$$

1) Для нахождения ответа на первый пункт введем обозначение ещё одного события: пусть событие C состоит в том, что студент знает ответы на оба случайным образом предложенных ему вопроса из первого и второго разделов курса.

Опираясь на определение произведения двух событий, видим, что $C = AB$.

Для нахождения вероятности события С применим теорему умножения вероятностей независимых событий, состоящую в том, что *вероятность совместного появления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий:*

$$P(C) = P(AB) = P(A)P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{8} = \frac{5}{16} = 0{,}3125.$$

2) Для решения второго пункта задачи введем еще одно событие: событие D состоит в том, что студент не знает ответы на оба случайным образом предложенных ему вопроса из первого и второго разделов.

Используя определение произведения двух событий, получаем, что $D = \overline{A}\,\overline{B}$.

Для нахождения вероятности события D применим еще раз теорему умножения вероятностей независимых событий:

$$P(D)=P(\overline{A}\overline{B})=P(\overline{A})P(\overline{B})=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{8}=\frac{3}{16}=0{,}1875$$

3) Для решения третьего пункта введем ещё одно событие: E - состоит в том, что студент знает ответ только на один из двух случайным образом предложенных ему вопросов из первого или второго разделов курса, причем безразлично на какой именно - первый или второй.

Это событие может быть представлено в виде двух несовместных вариантов: или студент знает ответ на вопрос из первого раздела и не знает ответ на вопрос из второго раздела, т.е. $A\overline{B}$; или же студент не знает ответ на вопрос из первого раздела и знает ответ на вопрос из второго раздела, т.е. $\overline{A}B$.

Таким образом, событие $E=\overline{A}B+A\overline{B}$.

Для нахождения вероятности этого события применим теорему сложения вероятностей несовместимых событий, говорящую о том, что *вероятность появления одного из двух несовместимых событий A и B, безразлично какого, равна сумме вероятностей этих событий.*

Отсюда получаем

$$P(E)=P(\overline{A}B)+P(A\overline{B})$$

Применяя к каждому из слагаемых теорему умножения вероятностей, получаем:

$$P(E)=P(\overline{A}B)+P(A\overline{B})=P(\overline{A})P(B)+P(A)P(\overline{B})=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{8}+\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{8}=\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$$

Ответ: 1) Студент знает ответы на оба предложенных вопроса с вероятностью $P(C)=\frac{5}{16}$

2) Студент не знает ответ на оба предложенных вопроса с вероятностью $P(D)=\frac{3}{16}$.

3) Студент знает ответы на один из двух предложенных ему вопроса с вероятностью $P(E)=\frac{1}{2}$.

3.1. Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен, равна 0,9; второй – 0,9; третий – 0,8. Найти вероятность того, что студентом будут сданы: а) только 2-й экзамен; б) только один экзамен; в) три экзамена; г) по крайней мере два экзамена; д) хотя бы один экзамен.

3.2. Производительности трех станков, обрабатывающих одинаковые детали, относятся как 1:3:6. Из нерассортированной партии обработанных деталей взяты наудачу две. Какова вероятность того, что: а) одна из них обработана на 3-м станке; б) обе обработаны на одном станке?

3.3. При включении зажигания двигатель начнет работать с вероятностью 0,6. Найти вероятность того, что: а) двигатель начнет работать при третьем включении зажигания; б) для запуска двигателя придется включать зажигание не более трех раз.

3.4. Два игрока поочередно бросают игральную кость. Выигрывает тот, у которого первым выпадет «6 очков». Какова вероятность, выигрыша для игрока, бросающего игральную кость первым? Вторым?

3.5. Вероятность попадания в мишень при каждом выстреле для 1-го стрелка равна 0,7, а для 2-го – 0,8. Оба они, начиная с 1-го, поочередно стреляют, но делают не более, чем по два выстрела, причем каждый стрелок стреляет второй раз только при условии, что при первом сделанном им выстреле он промахнулся. Найти

вероятность того, что в мишени ровно 2 пробоины.

3.6. Экспедиция издательства отправила газеты в три почтовых отделения. Вероятность своевременной доставки газет в первое отделение равна 0,95, во второе отделение -- 0,9 и в третье -- 0,8. Найти вероятность следующих событий: а) только одно отделение получит газеты вовремя; б) хотя бы одно отделение получит газеты с опозданием.

3.7. Студент разыскивает нужную ему формулу в трех справочниках. Вероятность того, что формула содержится в первом, втором и третьем справочниках, равна соответственно 0,6, 0,7 и 0,8. Найти вероятность того, что эта формула содержится не менее чем в двух справочниках.

3.8. Произведено три выстрела по цели из орудия. Вероятность попадания при первом выстреле равна 0,75; при втором — 0,8; при третьем — 0.9. Определить вероятность того, что будет: а) три попадания; б) хотя бы одно попадание.

3.9. Вероятность своевременного выполнения студентом контрольной работы по каждой из трех дисциплин равна соответственно 0,6; 0,5 и 0,8. Найти вероятность своевременного выполнения контрольной работы студентом: а) по двум дисциплинам; б) хотя бы по двум дисциплинам.

3.10. Среди 20 поступающих в ремонт часов 8 нуждаются в обшей чистке механизма. Какова вероятность того, что среди взятых одновременно наудачу 8 часов, по крайней мере двое нуждаются в обшей чистке механизма?

3.11. В коробке смешаны электролампы одинакового размера и формы: по 100 Вт — 7 штук, по 75 Вт — 13 штук. Вынуты наудачу 3 лампы. Какова вероятность того, что: а) они одинаковой мощности;

б) хотя бы две из них по 100 Вт?

3.12. На связке 5 ключей. К замку подходит только один ключ. Найти вероятность того, что потребуется не более двух попыток открыть замок, если опробованный ключ в дальнейших испытаниях не участвует.

3.13. При приемке партии подвергается проверке половина изделий. Условиями приемки допускается не более 2% бракованных изделий. Определить вероятность того, что партия из 100 изделий, содержащая 5% брака, будет принята.

3.14. На обувной фабрике в отдельных цехах производятся подметки, каблуки и верхи ботинок. Дефектными оказываются 0,5% каблуков, 2% подметок и 4% верхов. Произведенные каблуки, подметки и верхи случайно комбинируются в цехе, где шьются ботинки. Найти вероятность того, что изготовленная пара ботинок будет содержать дефекты.

3.15. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,6. По мишени стреляют одиночными выстрелами до первого попадания, после чего стрельбу прекращают. Найти вероятность того, что будет сделано не более трех выстрелов.

3.16. Истребитель атакует бомбардировщик и дает по нему две независимые очереди. Вероятность сбить бомбардировщик первой очередью равна 0,2, второй — 0,3. Если бомбардировщик не сбит, он ведет по истребителю стрельбу из орудий кормовой установки и сбивает его с вероятностью 0,25. Найти вероятность того, что в результате воздушного боя будет сбит бомбардировщик или истребитель.

3.17. Три орудия ведут огонь по цели, вероятность попадания в которую при одном выстреле из первого орудия 0,5, из второго 0,6 и

из третьего 0,7. Зная, что каждое орудие стреляет один раз, найти вероятность поражения цели, если для этого достаточно двух попаданий.

3.18. Два игрока поочередно бросают монету. Выигрывает тот игрок, у которого раньше выпадет герб. Определить вероятность выигрыша для каждого из игроков.

3.19. Три стрелка поочередно ведут стрельбу по одной и той же мишени. Каждый стрелок имеет два патрона. При первом же попадании стрельба прекращается. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,2, для второго — 0,3, для третьего — 0,4. Найти вероятность того, что все три стрелка израсходуют весь свой боезапас.

3.20. Три стрелка производят по одному выстрелу по цели, вероятности попадания в которую равны: для первого стрелка 0,6, для второго 0,7, для третьего 0,8. Найти вероятность одного попадания в цель.

3.21. Четыре охотника договорились стрелять по дичи в определенной последовательности: следующий охотник производит выстрел лишь в случае промаха предыдущего. Вероятность попадания для первого охотника равна 0,6, для второго — 0,7, для третьего и четвертого — 0,8. Найти вероятность того, что будет произведено выстрелов: а) один; б) два; в) три; г) четыре.

3.22. Абонент забыл последнюю цифру номера телефона и поэтому набирает ее наугад. Определить вероятность того, что ему придется звонить не более чем в четыре места.

3.23. Вероятность того, что противник находится на обстреливаемом участке, равна 0,7; вероятность попадания в этом случае равна 0,6. Для поражения достаточно одного попадания. Найти вероятность

поражения при двух выстрелах.

3.24. Игра проводится до выигрыша одним из двух игроков двух партий подряд. Вероятность выигрыша партии каждым игроком равна 0,5 и не зависит от исходов предыдущих партий. Найти вероятность того, что игра окончится до восьмой партии.

3.25. Деталь проходит четыре операции обработки. Вероятность получения брака при первой операции равна 0,01, при второй – 0,02, при третьей – 0,03, при четвертой – 0,02. Найти вероятность получения детали без брака после четырех операций, предполагая, что события получения брака на отдельных операциях являются независимыми.

3.26. По оценкам экспертов, вероятности банкротства для выделенных трех предприятий, производящих однотипную продукцию, равны соответственно 0,1; 0,2; 0,3. Найти вероятность банкротства не менее двух предприятий.

3.27. Покупатель решил обзвонить 4 магазина в поисках интересующего товара. Вероятность обнаружить товар в наудачу взятом магазине равна 0,3. Найти вероятность того, что покупателю придется позвонить в каждый из магазинов.

Ответы

3.1. а) 0,018; б) 0,044; в) 0,648; г) 0,954; д) 0,998;
3.2. а) 0,48; б) 0,46;
3.3. а) 0,096; б) 0,936;
3.4. а) 6/11; б) 5/11;
3.5. 0,8736;
3.6. а) 0,032; б) 0,316;
3.7. 0,788;
3.8. а) 0,54; б) 0,995;
3.9. а) 0,46; б) 0,7;
3.10. 0,946;
3.11. а) 107/380; б) 77/285;
3.12. 0,4;
3.13. 0,181;
3.14. 0,124;
3.15. 0,936;
3.16. 0,58;
3.17. 0,65;
3.18. 2/3 и 1/3;
3.19. 0,188;
3.20. 0,188;
3.21. а) 0,6; б) 0,28; в) 0,096; г) 0,024;
3.22. 0,4;
3.23. 0,588;
3.24. 63/64;
3.25. 0,922;
3.26. 0,098;
3.27. 0,343.

4. Вероятность появления хотя бы одного события

Пример.

Вероятность безотказной работы в течение гарантированного срока составляет для пылесоса 0,8 и для холодильника 0,95. Какова вероятность того, что в течение гарантийного срока окажется работоспособным хотя бы один прибор?

Решение:

Введём обозначение событий:

событие A состоит в том, что пылесос не сломается в течение гарантийного срока;

$\overline{A}$ - противоположное событие, состоит в том, что пылесос сломается в течение гарантийного срока;

событие B состоит в том, что холодильник не сломается в течение гарантийного срока;

$\overline{B}$ - противоположное событие, состоит в том, что холодильник сломается в течение гарантийного срока.

Вероятности событий A и B известны из условия задачи: P(A)=0,80; P(B) = 0,95.

Вероятности противоположных событий $\overline{A}$ и $\overline{B}$ определим, исходя из соотношения между вероятностями противоположных событий:

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2;$$
$$P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0{,}95 = 0{,}05.$$

Обозначим интересующее нас событие через D.

По теореме вероятность появления хотя бы одного события получим:

$$P(D) = 1 - P(\overline{A})P(\overline{B}) = 1 - 0{,}2 \cdot 0{,}05 = 0{,}99.$$

Ответ: Вероятность того, что хотя бы один из приборов будет работать в течение гарантийного срока $P(D) = 0{,}99$.

4.1. Рабочий обслуживает три станка, работающих независимо друг от друга. Вероятность того, что в течение часа не потребует внимания рабочего первый станок, равна 0,9, второй — 0,8, третий — 0,85. Найти вероятность того, что в течение часа хотя бы один станок потребует внимания рабочего.

4.2. Три исследователя, независимо один от другого, производят измерения некоторой физической величины. Вероятность того, что первый исследователь - допустит ошибку при считывании показаний прибора, равна 0,1. Для второго и третьего исследователей эта вероятность соответственно равна 0,15 и 0,2. Найти вероятность того, что при однократном измерении хотя бы один из исследователей допустит ошибку.

4.3. Пакеты акций, имеющихся на рынке ценных бумаг, могут дать доход владельцу с вероятностью 0,5 (для каждого пакета). Сколько пакетов акций различных фирм нужно приобрести, чтобы с вероятностью, не меньшей 0,96875, можно было ожидать доход хотя бы по одному пакету акций?

4.4. Устройство содержит два независимо работающих элемента, вероятности отказа которых равны 0,05 и 0,08. Найти вероятность отказа устройства, если для этого достаточно, чтобы отказал хотя бы один элемент.

4.5. Для разрушения объекта достаточно попадания одной бомбы. Найти вероятность разрушения объекта, если на него сброшены

4 бомбы, вероятности попадания которых, соответственно равны 0,3; 0,4; 0,6; 0,7.

4.6. Сколько нужно взять чисел из таблицы случайных чисел, чтобы с вероятностью не менее 0,9 быть уверенным, что среди них хотя бы одно нечетное?

4.7. Вероятность попадания в движущуюся цель при одном выстреле равна 0,05. Сколько надо сделать выстрелов, чтобы с вероятностью, не меньшей 0,75 иметь хотя бы одно попадание?

4.8. Сколько раз нужно бросить пару игральных костей, чтобы с вероятностью, не меньшей 0,5 можно было утверждать, что хотя бы один раз появится 12 очков.

4.9. Вероятность хотя бы одного попадания в цель при четырех выстрелах равна 0,9984. Найти вероятность попадания в цель при одном выстреле.

4.10. Сколько раз нужно повторять испытание, чтобы с вероятностью, не меньшей 0,75, утверждать, что хотя бы один раз произойдет событие *A,* вероятность которого в каждом испытании равна 0,05?

4.11. Сколько раз нужно бросить монету, чтобы вероятность хотя бы однократного появления герба была больше 0,875?

4.12. Среди билетов денежно-вещевой лотереи половина выигрышных. Сколько лотерейных билетов нужно купить, чтобы с вероятностью, не меньшей 0,999, быть уверенным в выигрыше хотя бы по одному билету?

4.13. На заводе производятся изделия, каждое из которых с вероятностью 0,01 имеет дефект. Каков должен быть объем случайной выборки, чтобы вероятность встретить в ней хотя бы одно дефектное изделие была не менее 0,95?

4.14. Вероятность попадания в десятку при одном выстреле равна 0,3. Сколько должно быть произведено независимых выстрелов, чтобы вероятность, по меньшей мере одного попадания в десятку была больше 0,9?

4.15. Вероятность успешного выполнения упражнения для каждого из двух спортсменов равна 0,5. Спортсмены выполняют упражнение по очереди, причем каждый делает по две попытки. Выполнивший упражнение первым получает приз. Найти вероятность получения приза спортсменами.

4.16. Вероятность попадания в мишень каждым из двух стрелков равна 0,3. Стрелки стреляют по очереди, причем каждый должен сделать по два выстрела. Попавший в мишень первым получает приз. Найти вероятность того, что стрелки получат приз.

4.17. Вероятность хотя бы одного попадания стрелком в мишень при трех выстрелах равна 0,875. Найти вероятность попадания при одном выстреле.

4.18. Вероятность появления события А хотя бы один раз в пяти независимых опытах равна 0,9. Какова вероятность появления события А в одном опыте, если в каждом опыте эта вероятность одинакова?

4.19. Стрелок стреляет по цели до первого попадания. Найти вероятность того, что у стрелка останется хотя бы один неизрасходованный патрон, если он получил десять патронов и вероятность попадания в цель при каждом выстреле постоянна и равна 0,2.

4.20. На полке стоят 10 книг, среди которых 3 книги по теории вероятностей. Наудачу берутся три книги. Какова вероятность, что среди отобранных хотя бы одна книга по теории вероятностей?

4.21. Радист трижды вызывает корреспондента. Вероятность того, что будет принят первый вызов, равна 0,2, второй — 0,3, третий — 0,4. События, состоящие в том, что данный вызов будет услышан, независимы. Найти вероятность того, что корреспондент услышит вызов радиста.

4.22. На фирме работают 8 аудиторов, из которых 3 — высокой квалификации, и 5 программистов, из которых 2 — высокой квалификации. В командировку надо отправить группу из 3 аудиторов и 2 программистов. Какова вероятность того, что в этой группе окажется, по крайней мере 1 аудитор высокой квалификации и хотя бы 1 программист высокой квалификации, если каждый специалист имеет равные возможности поехать в командировку?

Ответы

4.1. 0,388;
4.2. 0,388;
4.3. $n \geq 5$;
4.4. 0,126;
4.5. 0,95;
4.6. $n \geq 4$;
4.7. $n \geq 28$;
4.8. $n \geq 25$;
4.9. 0,8;
4.10. $n \geq 28$;
4.11. $n \geq 4$;
4.12. $n \geq 10$;
4.13. $n \geq 299$;
4.14. $n \geq 7$;
4.15. 0,9375;
4.16. 0,76;
4.17. 0,5;
4.18. 0,37;
4.19. 0,866;
4.20. 17/24;
4.21. 0,664;
4.22. 23/40.

5. Формула полной вероятности. Формула Байеса

Пример 1.

Магазин получил две равные по количеству партии обуви в одинаковых упаковках. Известно, что в среднем 8% обуви в первой партии и 14% во второй партии имеют определённые дефекты отделки верха. Какова вероятность того, что взятая наугад в магазине пара обуви будет иметь дефект отделки верха?

Решение:

Эта задача решается с применением формулы полной вероятности.

Событие *A* состоит в том, что наугад выбранная пара обуви имеет дефект отделки верха.

Гипотеза H_1 - наугад выбранная пара обуви взята из первой партии;

гипотеза H_2 - наугад выбранная пара обуви взята из второй партии.

Вероятность события *A* найдём, пользуясь формулой полной вероятности:

$P(A) = P(H_1) \cdot P(A|H_1) + P(H_2) \cdot P(A|H_2)$.

Так как по объёму обе партии одинаковые, то вероятности $P(H_1)$ и $P(H_2)$ равны между собой и $P(H_1) = P(H_2) = 0{,}5$.

$P(A|H_1)$ - условная вероятность того, что наугад взятая пара обуви из первой партии имеет дефект отделки верха. По условию задачи $P(A|H_1) = 0{,}08$.

$P(A|H_2)$ - условная вероятность того, что наугад взятая пара обуви из второй партии имеет дефект отделки верха.

По условию задачи $P(A|H_2) = 0{,}14$.

Подставляем все значения в формулу полной вероятности:

$$P(A) = P(H_1) \cdot P(A|H_1) + P(H_2) \cdot P(A|H_2) = 0{,}5 \cdot 0{,}08 + 0{,}5 \cdot 0{,}14 = 0{,}11.$$

Ответ: Вероятность того, что наугад выбранная пара обуви имеет дефект отделки верха, равна *P(A) = 0,11*.

Пример 2.

Покупатель может приобрести нужный ему товар в двух магазинах. Вероятность обращения в эти магазины: 0,3 - в первый и 0,7-во второй. Вероятность того, что к моменту прихода покупателя нужный товар уже распродан, равна 0,2 для первого и 0,6 для второго магазинов. Покупатель посетил один из магазинов и приобрёл нужный ему товар. Какова вероятность того, что он купил его именно в первом магазине?

Решение:

Эта задача решается с применением формул полной вероятности и Байеса.

Событие A состоит в том, что покупатель приобрёл нужный ему товар.

Гипотеза H_1 - покупатель посетил первый магазин;

Гипотеза H_2 - покупатель посетил второй магазин.

1) Вероятность события A найдём, пользуясь формулой полной вероятности $P(A) = P(H_1) \cdot P(A|H_1) + P(H_2) \cdot P(A|H_2)$.

Вероятности гипотез H_1 и H_2 нам заданы в условии задачи:

$P(H_1) = 0{,}3;\ P(H_2) = 0{,}7.$

$P(A|H_1)$- условная вероятность того, что к моменту прихода покупателя в первый магазин там есть нужный ему товар.

По условию задачи $P(A|H_1) = 1 - 0{,}2 = 0{,}8.$

$P(A|H_2)$ - условная вероятность того, что к моменту прихода покупателя во второй магазин там есть нужный ему товар.

По условию задачи $P(A|H_2) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4.$

Подставляем все вероятности в формулу полной вероятности:

$P(A) = P(H_1) \cdot P(A|H_1) + P(H_2) \cdot P(A|H_2) = 0{,}3 \cdot 0{,}8 + 0{,}7 \cdot 0{,}4 = 0{,}52.$

2) Вероятность того, что необходимый товар покупатель приобрёл именно в первом магазине, найдём, пользуясь формулой Байеса:

$$P(H_1|A) = \frac{P(H_1) \cdot P(A|H_1)}{P(H_1) \cdot P(A|H_1) + P(H_2) \cdot P(A|H_2)}$$

Подставляя сюда все найденные вероятности, получим:

$$P(H_1|A) = \frac{0{,}3 \cdot 0{,}8}{0{,}3 \cdot 0{,}8 + 0{,}7 \cdot 0{,}4} = 0{,}4615.$$

Ответ: Вероятность того, что необходимый товар покупатель приобрёл именно в первом магазине, равна $P(H_1|A) = 0{,}4615$.

5.1. В первой урне 10 шаров, из них 8 белых, во второй 20 шаров, из них 4 белых. Из каждой урны извлекли по одному шару, а затем из этих двух наугад взяли один. Какова вероятность того, что взят белый шар?

5.2. Прибор может работать в двух режимах: 1) нормальном и 2) ненормальном. Нормальный режим работы наблюдается в 80% всех случаев работы прибора, ненормальный - в 20%. Вероятность выхода прибора из строя в течение дня в нормальном режиме равна 0,1, в ненормальном - 0,7. Найти полную вероятность выхода прибора из строя в течение дня.

5.3. В группе из 10 студентов, пришедших на экзамен, 3 подготовлены на отлично, 4 - хорошо, 2 - посредственно, 1 - плохо. Отлично подготовленный студент может ответить на все 20 вопросов, хорошо подготовленный - на 15, посредственно - на 10 и плохо - на 5. Какова вероятность того, что вызванный наугад студент ответит на 3 произвольно выбранных вопроса?

5.4. В условиях задачи 5.3. студент ответил на 3 заданных ему

вопроса. Какова вероятность того, что это отлично подготовленный студент?

5.5. Из 1000 одинаковых по весу и форме монет одна имеет два герба. Выбранную наугад монету 5 раз подбросили, и она 5 раз упала гербом кверху.1) Какова вероятность того, что: а) это монета с одним гербом; б) это монета с двумя гербами? 2) Сколько раз надо подбросить монету, чтобы эти вероятности были примерно равными?

5.6. На наблюдательной станции установлены 4 радиолокатора. Вероятность обнаружения цели с помощью первого локатора равна 0,86, второго - 0,90, третьего – 0,92, четвертого - 0,951. Наблюдатель наугад включает один из локаторов. Какова вероятность обнаружения цели?

5.7. Среди 6 винтовок пристреленными оказались только 2. Вероятность попадания в цель из пристреленной винтовки равна 0,9, а из непристреленной - 0,2. Выстрелом из наугад взятой винтовки цель поражена. Какова, вероятность того, что взята пристреленная винтовка?

5.8. В первой урне $a = 3$ белых и $b = 4$ черных, во второй $c = 2$ белых и $d = 3$ черных шаров. Из первой урны перекладывают во вторую два шара, а затем из второй извлекают один. Он оказался белым. Какой состав переложенных шаров наиболее вероятен?

5.9. Число грузовых автомобилей, проезжающих мимо АЗС, относится к числу легковых как 3:2. Вероятность того, что будет заправляться горючим грузовой автомобиль, равна 0,1; для легкового эта вероятность равна 0,2. К АЗС подъехал автомобиль. Какова вероятность того, что это грузовик?

5.10. Три охотника одновременно выстрелили по зверю, который

был убит одной пулей. Вероятности попадания для охотников равны соответственно 0,2; 0,4; 0,6. Какова вероятность того, что зверь убит третьим охотником?

5.11. Имеются две урны. В первой a = 8 белых и b= 2 черных шара, во второй c = 6 белых и d = 4 черных шара. Из одной из урн взята выборка <u>без возвращения</u> объемом m=5 шаров, в которой оказалось k=3 белых шаров. Какова вероятность того, что эта выборка взята из первой урны?

5.12. Три стрелка произвели залп, причем две пули поразили мишень. Найти вероятность того, что третий стрелок поразил мишень, если вероятность попадания в мишень первым, вторым и третьим стрелками равны соответственно 0,6; 0,5 и 0,4.

5.13. Два из трех независимо работающих элементов вычислительного, устройства отказали. Найти вероятность того, что отказали первый и второй элементы, если вероятности отказа элементов соответственно равны 0,2; 0,4; 0,3.

5.14. Вероятность попадания в цель при первом выстреле равна 0,4, при втором - 0,5. При одном попадании цель разрушается с вероятностью 0,2, при двух с вероятностью 0,6. Найти вероятность разрушения цели при двух выстрелах.

5.15. В группе из двадцати стрелков имеются четыре отличных, десять хороших и шесть посредственных стрелков. Вероятность попадания в цель при одном выстреле для отличного стрелка равна 0,9, для хорошего — 0,7, для посредственного — 0,5, На линию огня вызываются наугад два стрелка. Они производят по одному выстрелу. Найти вероятность того, что стрелки попадут в цель.

5.16. Два автомата производят детали, которые поступают на общий конвейер. Вероятность получения нестандартной детали на первом

автомате равна 0,075, а на втором—0,09. Производительность второго автомата вдвое больше, чем первого. Найти вероятность того, что наугад взятая с конвейера деталь стандартна.

5.17. На распределительной базе находятся электрические лампочки, изготовленные на двух заводах. Среди них 60 % изготовлено на первом заводе и 40 % —на втором. Известно, что из каждых 100 лампочек, изготовленных на первом заводе, 90 соответствуют стандарту, а из 100 лампочек, изготовленных на втором заводе, соответствуют стандарту 80, Определить вероятность того, что взятая наугад лампочка с базы будет соответствовать стандарту.

5.18. Три стрелка производят по одному выстрелу по одной и той же мишени. Вероятность попадания для первого стрелка равна 0,6, для второго — 0,5, для третьего — 0,4. В результате произведенных выстрелов в мишени оказались две пробоины. Найти вероятность того, что в мишень попали второй и третий стрелки.

5.19. Один из трех стрелков вызывается на линию огня и производит выстрел. Цель поражена. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,3, для второго — 0,5, для третьего — 0,8. Найти вероятность того, что выстрел произведен вторым стрелком.

5.20. В партии из 50 изделий число бракованных не может превысить двух, причем все значения (0, 1, 2) числа бракованных изделий одинаково возможны. Зная, что пять наугад взятых изделий оказались годными, найти вероятность того, что все оставшиеся изделия также являются годными.

5.21. По воздушной цели производится стрельба из двух различных ракетных установок. Вероятность поражения цели первой установкой равна 0,85, второй — 0,9, а вероятность поражения цели

двумя установками равна 0,99. Найти вероятность поражения цели, если известно, что первая установка срабатывает с вероятностью 0,8, а вторая — с вероятностью 0,7.

5.22. С первого автомата на сборку поступает 40 %, со второго — 35%, с третьего — 25 % деталей. Среди деталей первого автомата 0,2 % бракованных, второго —0,3%, третьего —0,5 %. Найти вероятность того, что: а) поступившая на сборку деталь бракованная; б) деталь, оказавшаяся бракованной, изготовлена на втором автомате.

5.23. В группе из 20 стрелков пять отличных, девять хороших и шесть посредственных. При одном выстреле отличный стрелок попадает в мишень с вероятностью 0,9, хороший — с вероятностью 0,8 и посредственный — с вероятностью 0,7. Наугад выбранный стрелок выстрелил дважды; отмечено одно попадание и один промах. Каким, вероятнее всего, был этот стрелок: отличным, хорошим или посредственным?

5.24. Для контроля продукции из трех партий деталей взята одна деталь. Как велика вероятность обнаружения бракованной продукции, если в одной партии 1/3 деталей — бракованные, а в двух других все доброкачественные?

5.25. Имеются две партии одинаковых изделий по 15 и 20 шт., причем в первой партии два, а во второй — три бракованных изделия. Наугад взятое изделие из первой партии переложено во вторую, после чего выбирается наугад одно изделие из второй партии. Определить вероятность того, что выбранное изделие является бракованным.

5.26. По цели производится три независимых выстрела. Вероятность попадания в цель при первом выстреле равна 0,1, при втором — 0,2 и

при третьем — 0,3. Для поражения цели достаточно двух попаданий. При одном попадании цель поражается с вероятностью 0,6. Найти вероятность поражения цели.

5.27. В данный район изделия поставляются тремя фирмами в соотношении 5:8:7. Среди продукции первой фирмы стандартные изделия составляют 90%, второй — 85%, третьей — 75%. Найти вероятность того, что: а) приобретенное изделие окажется нестандартным; б) приобретенное изделие оказалось стандартным. Какова вероятность того, что оно поставлено третьей фирмой?

5.28. В одной урне 5 белых и 6 черных шаров, а в другой — 4 белых и 8 черных шаров. Из первой урны случайным образом вынимают три шара и опускают во вторую урну. После этого из второй урны также случайно вынимают 4 шара. Найти вероятность того, что все шары, вынутые из второй урны, белые.

5.29. В урну, содержащую два шара, опущен белый шар, после чего из нее наудачу извлечен один шар. Найти вероятность того, что извлеченный шар окажется белым, если равновозможны все возможные предположения о первоначальном составе шаров (по цвету).

5.30. Имеются три партии деталей по 20 деталей в каждой. Число стандартных деталей в первой, второй и третьей партиях соответственно равно 20, 15, 10. Из наудачу выбранной партии извлечена деталь, оказавшаяся стандартной. Деталь возвращают в партию и вторично из той же партии наудачу извлекают деталь, которая также оказывается стандартной. Найти вероятность того, что детали были извлечены из третьей партии.

Ответы

5.1. 0,5;
5.2. 0,22;
5.3. 183/380;
5.4. 38/61;
5.5. 1) а) 0,97; б) 0,03;
2) 10;
5.6. 0,90775;
5.7. 9/13;
5.8. наиболее вероятно, что переложили один белый и один черный шар (1/5, 3/5, 1/5);
5.9. 3/7;
5.10. 18/29;
5.11. 7/22;
5.12. 10/19;
5.13. 14/47;
5.14. 0,22;
5.15. 0,46;
5.16. 0,915;
5.17. 0,86;
5.18. 4/19;
5.19. 5/16;
5.20. 490/1327;
5.21. 0,8844;
5.22. а) 0,0031; б) 0,339;
5.23. вероятнее всего, это был хороший стрелок (1/7; 16/35; 2/5);
5.24. 1/9;
5.25. 47/315;
5.26. 0,3368;
5.27. а) 0,1725; б) 0,317;
5.28. 0,0073;
5.29. 2/3;
5.30. 4/29.

6. Схема независимых испытаний Бернулли

Пример 1.

Вероятность того, что телевизор имеет скрытые дефекты, равна 0,2. На склад поступило 20 телевизоров. Какое событие вероятнее: что в этой партии имеется два телевизора со скрытыми дефектами или три?

Решение:

Интересующее событие – наличие скрытого дефекта. Всего телевизоров n=20, вероятность скрытого дефекта p=0,2. Соответственно, вероятность получить телевизор без скрытого дефекта равна q=1- p=0,8. Получили исходные данные для формулы Бернулли

$P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$.

Рассмотрим два события А и В:

А – из 20 телевизоров два телевизора имеют скрытые дефекты (k=2)

В – из 20 телевизоров три телевизора имеют скрытые дефекты (k=3).

$$P(A) = P_{20}(2) = C_{20}^2 \cdot 0{,}2^2 \cdot 0{,}8^{18} = \frac{20!}{2! \cdot 18!} \cdot 0{,}2^2 \cdot 0{,}8^{18} \approx 0{,}137$$

$$P(B) = P_{20}(3) = C_{20}^3 \cdot 0{,}2^3 \cdot 0{,}8^{17} = \frac{20!}{3! \cdot 17!} \cdot 0{,}2^3 \cdot 0{,}8^{17} \approx 0{,}41.$$

Ответ: P(B)>P(A), т.е. вероятность получить три телевизора со скрытыми дефектами больше вероятности получить два таких телевизора.

Пример 2.

Установлено, что в данном технологическом процессе в среднем 90% выпускаемых изделий являются стандартными. При выборочном контроле качества продукции было случайным образом отобрано 400 изделий. Каково наивероятнейшее число стандартных изделий среди 400 отобранных?

Решение:

Наивероятнейшее число k_0 появлений событий в серии из n повторных

независимых испытаний находим как целое число, заключённое в пределах

$$np-q < k_0 < np+p.$$

В нашей задаче общее число испытаний n = 400 (количество отобранных для контроля изделий),

$p = 0{,}9$ – вероятность того, что наугад выбранное изделие является стандартным,

$q = 1 - p = 1 - 0{,}9 = 0{,}1$ – вероятность того, что наугад выбранное изделие является нестандартным.

Подставляя числовые данные в двойное неравенство, получим:

$$400 \cdot 0{,}9 - 0{,}1 \le k \le 400 \cdot 0{,}9 + 1$$

$$359{,}9 \le k \le 360{,}9$$

В этих пределах находится единственное целое число: $k_0 = 360$, т.е. вероятнее всего, что из наугад выбранных 400 изделий, стандартными окажутся 360.

Заметим, что при больших значениях n наивероятнейшее число k_0 появлений событий приближенно можно находить из соотношения $k_0 \approx np = 360$.

Ответ: Вероятнее всего, что из 400 наугад выбранных для контроля изделий, стандартными окажутся k_0 = 360 шт.

6.1. Вероятность появления события А в каждом из пятнадцати независимых опытов равна 0,3. Определить вероятность появления событий А по крайней мере два раза.

6.2. Орудие делает шесть выстрелов по цели, вероятность попадания в которую при одном выстреле равна 0,25. Для поражения

цели достаточно двух попаданий, при одном попадании цель поражается с вероятностью 0,7. Найти вероятность того, что цель будет поражена.

6.3. В экзаменационном билете содержится пять вопросов. На каждый вопрос даны три возможных ответа, среди которых необходимо выбрать один правильный. Какова вероятность того, что методом простого угадывания удается ответить по крайней мере на четыре вопроса?

6.4. Из кошелька на стол высыпали 25 монет. Какова вероятность того, что число монет, упавших гербом вверх, заключено между 8 и 15, включая и эти два крайних значения?

6.5. По самолету производится четыре независимых выстрела. Вероятность попадания в самолет при одном выстреле равна 0,1. Чтобы вывести самолет из строя, достаточно трех попаданий. При одном попадании вероятность вывода самолета из строя равна 0,6, при двух — 0,8. Найти вероятность того, что самолет будет выведен из строя.

6.6. Вероятность изготовления нестандартной детали равна 0,05. Сколько деталей должно быть в партии, чтобы наивероятнейшее число нестандартных деталей в ней было равно 55?

6.7. Вероятность изготовления изделия отличного качества равна 0,9. Изготовлено 50 изделий. Чему равны наивероятнейшее число изделий отличного качества и вероятность такого числа изделий отличного качества?

6.8. По цели производится три независимых выстрела. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,4. Для поражения цели достаточно двух попаданий. При одном попадании цель практически не поражается. Найти вероятность поражения цели.

6.9. Рабочий обслуживает десять однотипных станков. Вероятность того, что станок потребует внимания рабочего в течение часа, равна 0,05. Найти вероятность того, что в течение часа этих требований будет от трех до пяти.

6.10. Событие *B* наступает только в том случае, если событие *A* появится не менее трех раз. Определить вероятность наступления события *B,* если вероятность появления события *A* при одном опыте равна 0,4 и произведено шесть независимых опытов.

6.11. Производится стрельба тремя ракетами по кораблю. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,6. Для потопления корабля достаточно двух попаданий; при попадании одной ракеты корабль тонет с вероятностью 0,7. Найти вероятность того, что корабль будет потоплен.

6.12. В мастерской имеется десять моторов. При существующем режиме работы вероятность того, что мотор в данный момент работает с полной нагрузкой, равна 0,8. Найти вероятность того, что в данный момент не менее восьми моторов работают с полной нагрузкой.

6.13. Проводятся испытания прибора. При каждом испытании прибор выходит из строя с вероятностью 0,1. После первого выхода из строя прибор ремонтируется, после второго — признается негодным. Найти вероятность того, что прибор окончательно выйдет из строя точно при шестом испытании.

6.14. Три охотника одновременно выстрелили по волку. Вероятности попадания каждым из охотников одинаковы и равны 0,4. Определить вероятность того, что волк будет убит, если известно, что при одном попадании охотники убивают волка с вероятностью 0,2, при двух — с вероятностью 0,5 и при трех — с вероятностью 0,8.

6.15. Вероятность изготовления изделия высшего сорта на данном

предприятии равна 0,78. Чему равно наивероятнейшее число изделий высшего сорта в случайно отобранной партии из 150 изделий?

6.16. Сколько раз надо подбросить игральную кость, чтобы наивероятнейшее число выпадений тройки было равно 55?

6.17. Чему равна вероятность наступления события в каждом опыте, если наивероятнейшее число наступлений события A в 160 опытах равно 40?

6.18. Вероятность того, что данный баскетболист забросит мяч в корзину, равна 0,3. Произведено 12 бросков. Найти наивероятнейшее число попаданий и соответствующую вероятность.

6.19. Что вероятнее — победить равносильного противника в игре, в которой нет ничейных исходов, выиграв не менее четырех партий из пяти или не менее пяти партий из восьми?

6.20. Монету бросают шесть раз. Найти вероятность того, что герб появится не менее четырех раз.

6.21. В среднем 20% пакетов акций на аукционах продаются по первоначально заявленной цене. Найти вероятность того, что из 9 пакетов акций в результате торгов по первоначально заявленной цене: 1) не будут проданы 5 пакетов; 2) будет продано: а) менее 2 пакетов; б) не более 2; в) хотя бы 2 пакета; г) наивероятнейшее число пакетов.

6.22. В среднем пятая часть поступающих в продажу автомобилей некомплектны. Найти вероятность того, что среди десяти автомобилей имеют некомплектность: а) три автомобиля; б) менее трех.

6.23. Производится залп из шести орудий по некоторому объекту. Вероятность попадания в объект из каждого орудия равна 0,6. Найти вероятность ликвидации объекта, если для этого необходимо не

менее четырех попаданий.

6.24. В среднем по 15% договоров страховая компания выплачивает страховую сумму. Найти вероятность того, что из десяти договоров с наступлением страхового случая будет связано с выплатой страховой суммы: а) три договора; б) менее двух договоров.

6.25. Предполагается, что 10% открывающихся новых малых предприятий прекращают свою деятельность в течение года. Какова вероятность того, что из шести малых предприятий не более двух в течение года прекратят свою деятельность?

6.26. Два баскетболиста делают по 3 броска мячом в корзину. Вероятности попадания мяча в корзину при каждом броске равны соответственно 0,6 и 0,7. Найти вероятность того, что: а) у обоих будет одинаковое количество попаданий; б) у первого баскетболиста будет больше попаданий, чем у второго.

6.27. Некоторая компания имеет сеть дилеров на бирже. Вероятность того, что дилер будет играть удачно, равна 0,7. Найти вероятность того, что из пяти дилеров окажутся в убытке: а) двое; б) хотя бы двое (считается, что действия дилеров на бирже независимы друг от друга).

6.28. Имеются две урны. В первой $a = 8$ белых и $b = 2$ черных шара, во второй $c = 6$ белых и $d = 4$ черных шара. Из одной из урн взята выборка <u>с возвращением</u> объемом $m=5$ шаров, в которой оказалось $k=3$ белых шаров. Какова вероятность того, что эта выборка взята из второй урны?

Ответы

6.1. 0,965;
6.2. 0,715;
6.3. 11/243;
6.4. 0,864;
6.5. 0,21754;
6.6. $1099 \le n \le 1119$;
6.7. $n = 45$; 0,185;
6.8. 0,352;
6.9. 0,0115;
6.10. 0,45568;
6.11. 0,8496;
6.12. 0,678;
6.13. 0,0328;
6.14. 0,2816;
6.15. 117;
6.16. $329 \le n \le 335$;
6.17. $0{,}248 \le p \le 0{,}255$;
6.18. 3, 0,2397;
6.19. $3/16 < 93/256$;
6.20. 11/32;
6.21. 1) 0,066; 2а) 0,436; 2б) 0,738; 2в) 0,564; 2г) 1 или 2;
6.22. а) 0,201; б) 0,678;
6.23. 0,544;
6.24. а) 0,1298; б) 0,544;
6.25. 0,984;
6.26. а) 0,321; б) 0,243;
6.27. а) 0,309; б) 0,472;
6.28. 27/43

7. Дискретные случайные величины. Числовые характеристики

Пример 1.

В таблице приведен закон распределения дискретной случайной величины. Требуется:

а) проверить, действительно ли значения, представленные в таблице, являются законом распределения дискретной случайной величины;

б) определить математическое ожидание M(X), дисперсию D(X) и $\sigma(X)$ среднее квадратическое отклонение этой дискретной случайной величины.

X	0	1	2	3
p	0,29	0,41	0,21	0,09

Решение:

а) Чтобы значения, представленные в таблице, являлись законом распределения дискретной случайной величины, должны быть выполнены два условия:

1) *значения* x_i *, следуют в строго возрастающем порядке;*

2) *сумма всевозможных вероятностей* p_i*, равна единице, т.к. в таблице представлены все возможные значения дискретной случайной величины и они образуют полную группу событий:*

$$\sum_{i=1}^{k} P(X = x_i) = \sum_{i=1}^{k} p_i = 1.$$

Проверяем их выполнение.

Условие 1) выполнено: значения x_i дискретной случайной величины расположены в строго возрастающей последовательности: 0, 1, 2, 3.

Проверяем второе условие:

$$\sum_{i=1}^{k} P(X = x_i) = \sum_{i=1}^{k} p_i = 1.$$

Вычисляем сумму вероятностей, стоящих во второй строке:

$$\sum_{i=1}^{4} p_i = p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 0{,}29 + 0{,}41 + 0{,}21 + 0{,}09 = 1.$$

Второе условие тоже выполнено. Значит, в таблице действительно приведен закон распределения дискретной случайной величины.

б) Находим числовые характеристики заданной дискретной случайной величины.

1) Определим математическое ожидание

$$M(X) = \sum_{i=1}^{4} x_i \cdot p_i = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + x_3 \cdot p_3 + x_4 \cdot p_4 =$$

$$= 0 \cdot 0{,}29 + 1 \cdot 0{,}41 + 2 \cdot 0{,}21 + 3 \cdot 0{,}09 = 1{,}1.$$

Итак, математическое ожидание $M(X) = 1{,}1$.

2) Для нахождения дисперсии по формуле $D(X) = M(X^2) - (M(X))^2$ необходимо сначала найти $M(X^2)$:

$$M(X^2) = \sum_{i=1}^{4} x_i^2 \cdot p_i = x_1^2 \cdot p_1 + x_2^2 \cdot p_2 + x_3^2 \cdot p_3 + x_4^2 \cdot p_4 =$$

$$= 0 \cdot 0{,}29 + 1 \cdot 0{,}41 + 4 \cdot 0{,}21 + 9 \cdot 0{,}09 = 2{,}06.$$

Находим дисперсию:

$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = 2{,}06 - (1{,}1)^2 = 2{,}06 - 1{,}21 = 0{,}85.$

3) Вычисляем среднее квадратическое отклонение $\sigma(x)$, характеризующее средний разброс значений x_i дискретной случайной величины вокруг ее математического ожидания.

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{0{,}85} \approx 0{,}92.$$

Ответ: Математическое ожидание $M(X) = 1,1$; дисперсия D(X) = =0,85; среднее квадратическое отклонение $\sigma(X) = 0,92$.

Пример 2.

Стоимость одного билета мгновенной лотереи 50 рублей, вероятность выигрыша равна 0,2. Игрок покупает по одному билету до получения выигрыша, но не более пяти билетов. Построить закон распределения случайной величины – сумма потраченных денег.

Решение:

Возможные значения случайной величины (в рублях), очевидно, будут равны: $x_1 = 50, x_2 = 100, x_3 = 150, x_4 = 200, x_5 = 250$. Для вычисления вероятностей используем теоремы сложения и умножения вероятности. Рассмотрим событие A_i - *i-ый* приобретенный билет выигрышный,

i=1,2,3,4,5, $P(A_i) = 0,2$ и $P(\overline{A}_i) = 0,8$. Тогда

$P(X = x_1) = P(A_1) = 0,2$

$P(X = x_2) = P(\overline{A}_1 A_2) = 0,8 \cdot 0,2 = 0,16$

$P(X = x_3) = P(\overline{A}_1 \overline{A}_2 A_3) = 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,2 = 0,128$

$P(X = x_4) = P(\overline{A}_1 \overline{A}_2 \overline{A}_3 A_4) = 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,2 = 0,1024$

$$P(X = x_5) = P(\overline{A}_1 \overline{A}_2 \overline{A}_3 \overline{A}_4 A_5 + \overline{A}_1 \overline{A}_2 \overline{A}_3 \overline{A}_4 \overline{A}_5) =$$

$$= 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,2 + 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,8 = 0,4096$$

И так, закон распределения имеет вид:

X	50	100	150	200	250
p	0,2	0,16	0,128	0,1024	0,4096

7.1. Стрелок ведет стрельбу по цели с вероятностью попадания при каждом выстреле 0,2. За каждое попадание он получает 5 очков, а в случае промаха очков ему не начисляют. Составить закон распределения числа очков, полученных стрелком за 3 выстрела, и вычислить математическое ожидание этой случайной величины.

7.2. В рекламных целях торговая фирма вкладывает в каждую десятую единицу товара денежный приз размером 1 тыс. руб. Составить закон распределения случайной величины — размера выигрыша при пяти сделанных покупках. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

7.3. Клиенты банка, не связанные друг с другом, не возвращают кредиты в срок с вероятностью 0,1. Составить закон распределения числа возвращенных в срок кредитов из 5 выданных. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины.

7.4. Контрольная работа состоит из трех вопросов. На каждый вопрос приведено 4 ответа, один из которых правильный. Составить закон распределения числа правильных ответов при простом угадывании. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

7.5. В билете три задачи. Вероятность правильного решения первой задачи равна 0,9, второй — 0,8, третьей — 0,7. Составить закон распределения числа правильно решенных задач в билете и вычислить математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

7.6. Рабочий обслуживает четыре станка. Вероятность того, что в течение часа станок не потребует внимания рабочего, равна для первого станка 0,7, для второго 0,75, для третьего 0,8. для четвертого

0,9. Построить ряд распределения и найти математическое ожидание и дисперсию числа станков, которые не потребуют внимания рабочего в течение часа.

7.7. На пути движения автомобиля четыре светофора; каждый из них либо разрешает, либо запрещает дальнейшее движение автомобиля с вероятностью 0,5. Составить ряд распределения и построить функцию распределения числа светофоров, пройденных автомобилем до первой остановки. Чему равны математическое ожидание и дисперсия этой случайной величины?

7.8. Имеется шесть ключей, из которых только один подходит к замку. Составить ряд распределения числа попыток при открывании замка, если ключ, не подошедший к замку, в последующих опробованиях не участвует. Чему равны математическое ожидание и дисперсия этой случайной величины?

7.9. Два стрелка стреляют поочередно по мишени, причем стрельба ведется до первого попадания. Найти закон распределения числа X произведенных выстрелов, если извечно, что при одном выстреле вероятность попадания для первого стрелка равна p_1 для второго p_2

7.10. Найти закон распределения дискретной случайной величины X, которая может принимать только два значения: x_1 — с вероятностью $p_1 = 0,4$ и x_2 (причем $x_1 < x_2$), если известны математическое ожидание $M(X) = 3,2$ и дисперсия $D(X) = 0,96$.

7.11. При производстве некоторого изделия вероятность брака составляет 0,2. В этом случае предприятие терпит убыток от производства этого изделия в 10 тыс. руб. При изготовлении небракованного изделия прибыль предприятия равна 20 тыс. руб. За день изготовлено 2 изделии. Составить закон распределения случайной величины — дневной прибыли предприятия. Найти ее

математическое ожидание.

7.12. Вероятность того, что кредит размером до 1 млн. руб. не будет возвращен, равна 0,1; для кредита размером свыше 1 млн. руб. аналогичная вероятность равна 0,05. Банк выдал два кредита: в размере 500 тыс. и 3 млн. руб. Составить закон распределения случайной величины — числа не возвращенных кредитов из этих двух выданных.

7.13. Из урны, содержащей три белых и пять черных шаров, наугад извлекают три шара. Пусть X — число вынутых черных шаров. Построить ряд распределений случайной величины X и найти ее математическое ожидание.

7.14. В группе из десяти изделий имеется одно бракованное. Чтобы его обнаружить, выбирают наугад одно изделие за другим и каждое проверяют. Построить ряд распределения и найти математическое ожидание и дисперсию числа проверенных изделий.

7.15. Два стрелка стреляют по одной мишени, делая независимо друг от друга по два выстрела. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,5, для второго — 0,6. Построить ряд распределения случайной величины X - общего числа попаданий и найти ее характеристики $M(X)$ и $D(X)$.

7.16. Охотник, имеющий пять патронов, стреляет в цель до первого попадания или пока не израсходует все патроны. Найти математическое ожидание и дисперсию числа израсходованных патронов. Построить график функции распределения этой случайной величины, если вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,4.

7.17. Два стрелка стреляют по одной мишени, делая независимо друг от друга по два выстрела. Вероятность попадания в мишень для первого

стрелка равна 0,4, для второго — 0,5. Пусть X — число попаданий первым стрелком в мишень, Y — число попаданий вторым стрелком. Построить ряд распределения случайной величины $Z = X - Y$ и найти ее характеристики $M(Z)$ и $D(Z)$.

7.18. Производятся последовательные испытания пяти приборов на надежность. Каждый следующий прибор испытывается только в том случае, если предыдущий оказался надежным. Построить ряд распределения и найти математическое ожидание числа испытаний, после которых заканчивается проверка, если вероятность выдержать испытание для каждого прибора равна 0,6.

7.19. Проводится четыре независимых опыта, в каждом из которых событие A появляется с вероятностью 0,4. Рассматривается случайная величина X — число появления события A в четырех опытах. Построить ряд и функцию распределения случайной величины X. Найти ее математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$ и среднеквадратичное отклонение $\sigma(X)$.

7.20. Какова должна быть вероятность попадания при одном выстреле, чтобы при четырех выстрелах $P(X=0)=P(X=1)$, где случайная величина X – число попаданий в цель?

7.21. Сколько игральных костей необходимо бросить для того, чтобы математическое ожидание числа костей, на которых выпали два очка, равнялось шести?

7.22. Вероятность того, что стрелок попадет в мишень при одном выстреле, равна 0,8. Стрелку выдаются патроны до тех пор, пока он не промахнется. Требуется составить закон распределения дискретной случайной величины X — числа патронов, выданных стрелку.

7.23. Из двух орудий поочередно ведется стрельба по цели до первого

попадания одним из орудий. Вероятность попадания в цель первым орудием равна 0,3, вторым — 0,7. Начинает стрельбу первое орудие. Составить законы распределения дискретных случайных величин X и Y — числа израсходованных снарядов соответственно первым и вторым орудием.

7.24. В 1-й урне содержится 6 белых и 4 черных шара, а во 2-й — 3 белых и 7 черных шаров. Из 1-й урны берут наудачу два шара и перекладывают во 2-ю урну, а затем из 2-й урны берут наудачу один шар и перекладывают в 1-ю урну. Составить законы распределения числа белых шаров в 1-й и 2-й урнах.

7.25. Найти закон распределения числа пакетов трех акций, по которым владельцем будет получен доход, если вероятность получения дохода по каждому из них равна соответственно 0,5, 0,6, 0,7. Найти математическое ожидание и дисперсию данной случайной величины, построить функцию распределения.

7.26. Дан ряд распределения случайной величины X

x_i	2	4
p_i	p_1	p_2

Найти функцию распределения этой случайной величины, если ее математическое ожидание равно 3,4, а дисперсия равна 0,84.

7.27. Из 10 телевизоров на выставке 4 оказались фирмы «Сони». Наудачу для осмотра выбрано 3. Составить закон распределения числа телевизоров фирмы «Сони» среди 3 отобранных.

7.28. В магазине продаются 5 отечественных и 3 импортных телевизора. Составить закон распределения случайной величины — числа импортных из четырех наудачу выбранных телевизоров. Найти функцию распределения этой случайной величины.

7.29. Вероятность того, что в библиотеке необходимая студенту книга

свободна, равна 0,3. Составить закон распределения числа библиотек, которые посетит студент, если в городе 4 библиотеки. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

7.30. Экзаменатор задает студенту вопросы, пока тот правильно отвечает. Как только число правильных ответов достигнет четырех либо студент ответит неправильно, экзаменатор прекращает задавать вопросы. Вероятность правильного ответа на один вопрос равна 2/3. Составить закон распределения числа заданных студенту вопросов.

7.31. Торговый агент имеет 5 телефонных номеров потенциальных покупателей и звонит им до тех пор, пока не получит заказ на покупку товара. Вероятность того, что потенциальный покупатель сделает заказ, равна 0,4. Составить закон распределения числа телефонных разговоров, которые предстоит провести агенту. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

7.32. Каждый поступающий в институт должен сдать 3 экзамена. Вероятность успешной сдачи первого экзамена 0,9, второго — 0,8, третьего — 0,7. Следующий экзамен поступающий сдает только в случае успешной сдачи предыдущего. Составить закон распределения числа экзаменов, сдававшихся поступающим в институт. Найти математическое ожидание этой случайной величины.

7.33. Охотник, имеющий 4 патрона, стреляет по дичи до первого попадания или до израсходования всех патронов. Вероятность попадания при первом выстреле равна 0,6, при каждом последующем - уменьшается на 0,1. Необходимо: а) составить закон распределения числа патронов, израсходованных охотником; б) найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной

величины.

7.34. Из поступивших в ремонт 10 часов 7 нуждаются в общей чистке механизма. Часы не рассортированы по виду ремонта. Мастер, желая найти часы, нуждающиеся в чистке, рассматривает их поочередно и, найдя такие часы, прекращает дальнейший просмотр. Составить закон распределения числа просмотренных часов. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

7.35. Абонент забыл последнюю цифру нужного ему номера телефона, однако помнит, что она нечетная. Составить закон распределения числа сделанных им наборов номера телефона до попадания на нужный номер, если последнюю цифру он набирает наудачу, а набранную цифру в дальнейшем не набирает. Найти математическое ожидание и функцию распределения этой случайной величины.

7.36. Даны законы распределения двух независимых случайных величин:

X:

x_i	0	1	3
p_i	0,2	0,5	?

и

Y:

y_i	2	3
p_i	0,4	?

Найти вероятности, с которыми случайные величины принимают значение 3, а затем составить закон распределения случайной величины $3X— 2Y$ и проверить выполнение свойств математических ожидании и дисперсий:

$M(3X-2Y)=3M(X)-2M(Y)$, $D(3X-2Y)=9D(X)+4D(Y)$.

7.37. На двух автоматических станках производятся одинаковые изделия. Даны законы распределения числа бракованных изделий, производимых в течение смены на каждом из них:

а) для первого

X:

x_i	0	1	2
p_i	0,1	0,6	0,3

б) для второго

Y:

y_i	2	3
p_i	0,4	?

Необходимо: а) составить закон распределения числа производимых в течение смены бракованных изделий обоими станками; б) проверить свойство математического ожидания суммы случайных величин.

7.38. Одна из случайных величин задана законом распределения

x_i	-1	0	1
p_i	0,1	0,8	0,1

А другая имеет биноминальное распределение с параметрами $n = 2,\ p = 0,6$. Составить закон распределения их суммы и найти математическое ожидание этой случайной величины.

7.39. Случайные величины *X* и *Y* независимы и имеют один и тот же закон распределения:

Значение	1	2	4
Вероятность	0,2	0,3	0,5

Составить закон распределения случайной величины *2X* и *X+Y*. Убедиться в том, что $2X \neq X+Y$, но $M(2X)=M(X+Y)$.

7.40. Пусть *X, Y, Z* – случайные величины: *X* – выручка фирмы, *Y* – ее затраты, *Z=X-Y* – прибыль. Найти распределение прибыли *Z*, если затраты и выручка независимы и заданы распределениями:

X:

x_i	3	4	5
p_i	1/3	1/3	1/3

Y:

y_i	1	2
p_i	1/2	1/2

7.41. Пусть X – выручка фирмы в долларах. Найти распределение выручки в рублях $Z=XY$ в пересчете по курсу доллара Y, если выручка X не зависит от курса Y, а распределения X и Y имеют вид:

X:

x_i	1000	2000
p_i	0,7	0,3

Y:

y_i	25	27
p_i	0,4	0,6

7.42. Сделано два высоко рисковых вклада: 10 тыс. руб. в компанию A и 15 тыс. руб. – в компанию B. Компания A обещает 50% годовых, но может «лопнуть» с вероятностью 0,2. Компания B обещает 40% годовых, но может «лопнуть» с вероятностью 0,15. Составить закон распределения случайной величины – общей суммы прибыли (убытка), полученной от двух компаний через год, и найти ее математическое ожидание.

Ответы

7.1.

X	0	5	10	15
P	0,512	0,384	0,096	0,008

MX=3;

7.2.

X	0	1	2	3	4	5
P	0,59049	0,32805	0,0729	0,0081	0,00045	0,00001

MX=0,5; DX=0,45;

7.3.

X	0	1	2	3	4	5
P	0,00001	0,00045	0,0081	0,0729	0,32805	0,59049

MX=4,5; DX=0,45; σ(X)=0,67;

7.4.

X	0	1	2	3
P	27/64	27/64	9/64	1/64

MX=3/4; DX=9/16;

7.5.

X	0	1	2	3
P	0,006	0,092	0,398	0,504

MX=2,4; DX=0,46;

7.6.

X	0	1	2	3	4
P	0,0015	0,0275	0,1685	0,4245	0,378

MX=3,15; DX=0,6475;

7.7.

X	0	1	2	3	4
P	0,5	0,25	0,125	0,0625	0,0625

MX=0,9375; DX=1,4336;

7.8.

X	1	2	3	4	5	6
P	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

MX=3,5; DX=35/12;

7.10.

X	2	4
P	0,4	0,6

7.11.

X	-20	10	40
P	0,04	0,32	0,64

MX=28;

7.12.

X	0	1	2
P	0,855	0,14	0,005

7.13.

X	0	1	2	3
P	1/56	15/56	30/56	10/56

MX=105/56;

7.14.

X	1	2	…	10
P	0,1	0,1	…	0,1

MX=5,5; DX=8,25;

7.15.

X	0	1	2	3	4
P	0,04	0,2	0,37	0,3	0,09

MX=2,2; DX=0,98;

7.16.

X	1	2	3	4	5
P	0,4	0,24	0,144	0,0864	0,1296

MX=2,3056; DX=1,9626;

7.17.

Z	-2	-1	0	1	2
P	0,09	0,3	0,37	0,2	0,04

MX=-0,2; DX=0,98;

7.18.

X	1	2	3	4	5
P	0,4	0,24	0,144	0,0864	0,1296

MX=2,3056; DX=1,9626;

7.19.

X	0	1	2	3	4
P	0,1296	0,3456	0,3456	0,1536	0,0256

MX=1,6; DX=0,96; σ(X)=0,98;

7.20. 0,5

7.21. 36

7.22.

X	1	2	3	…
P	0,2	0,16	0,128	…

7.23.

X	1	2	3	…
P	0,79	$0,79 \cdot 0,21$	$0,79 \cdot 0,21^2$	…

Y	0	1	2	…
P	0,3	0,553	$0,553 \cdot 0,21$	…

7.24.

X	4	5	6	7
P	7/36	89/180	5/18	1/30

Y	2	3	4	5
P	1/30	5/18	89/180	7/36

7.25.

X	0	1	2	3
P	0,06	0,29	0,44	0,21

MX=1,8; DX=0,7;

7.26. $$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 2\\ 0{,}3, & 2<x\le 4\\ 1, & x>4\end{cases}$$

7.27.

X	0	1	2	3
P	1/6	1/2	3/10	1/30

MX=1,2; DX=0,62;

7.28.

X	0	1	2	3
P	1/14	3/7	3/7	1/14

7.29.

X	1	2	3	4
P	0,3	0,21	0,147	0,343

MX=2,533; DX=1,5349;

7.30.

X	1	2	3	4
P	1/3	2/9	4/27	8/27

7.31.

X	1	2	3	4	5
P	0,4	0,24	0,144	0,0864	0,1296

MX=2,3056; DX=1,9626;

7.32.

X	1	2	3
P	0,1	0,18	0,72

MX=2,62;

7.33.

X	1	2	3	4
P	0,6	0,2	0,08	0,12

MX=1,72; DX=1,0816;

7.34.

X	1	2	3	4
P	7/10	7/30	7/120	1/120

MX=1,375; DX=0,401;

7.35.

X	1	2	3	4	5
P	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

MX=3;

7.36.

3X-2Y	-6	-4	-3	-1	3	5
P	0,12	0,08	0,3	0,2	0,18	0,12

7.37.

X+Y	2	3	4	5
P	0,04	0,3	0,48	0,18

7.38.

X+Y	-1	0	1	2	3
P	0,016	0,176	0,436	0,336	0,036

M(X+Y)=1,2;

7.39.

2X	2	4	8
P	0,2	0,3	0,5

X+Y	2	3	4	5	6	8
P	0,04	0,12	0,09	0,2	0,3	0,25

7.40.

Z	1	2	3	4
P	1/6	1/3	1/3	1/6

7.41.

Z	25	27	50	54
P	0,28	0,42	0,12	0,18

7.42. MX=4,85

X	-25	-10	-4	11
P	0,03	0,12	0,17	0,68

8. Локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа

Пример.

Установлено, что в данном технологическом процессе в среднем 90% выпускаемых изделий являются стандартными. При выборочном контроле качества продукции было случайным образом отобрано 400 изделий.

1) Каково наивероятнейшее число стандартных изделий среди 400 отобранных и чему равна соответствующая этому событию вероятность?

2) Какова вероятность того, что среди этих 400 изделий окажется от 34 до 50 нестандартных?

Решение:

1) В нашей задаче общее число испытаний n = 400 (количество отобранных для контроля изделий),

p = 0,9 - вероятность того, что наугад выбранное изделие является стандартным,

$q = 1 - p = 1 - 0{,}9 = 0{,}1$ - вероятность того, что наугад выбранное изделие является нестандартным.

Наивероятнейшее число k_0 появлений событий в серии из n повторных независимых испытаний было найдено в примере раздела 6 и равно $k_0 = 360$.

Найдем вероятность $P_{400}(360)$, используя локальную теорему Лапласа:

$$P_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} = \frac{1}{\sqrt{npq}} \cdot \varphi(x)$$, где

$$x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}; \ \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$$ - нормированная функция Гаусса.

Таблицы функции Гаусса имеются в приложении 2.

Вычисляем $\boldsymbol{x}$, используя найденные ранее значения $k=k_0$, p и q:

$$x = \frac{k_0 - np}{\sqrt{npq}} = \frac{360 - 400 \cdot 0{,}9}{\sqrt{400 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}1}} = \frac{360 - 360}{\sqrt{36}} = 0.$$

По таблицам находим, что $\varphi(0) = 0{,}3989$.

Тогда искомая вероятность будет равна:

$$P_{400}(360) \approx \frac{\varphi(0)}{\sqrt{400 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}1}} = \frac{0{,}3989}{\sqrt{36}} = \frac{0{,}3989}{6} = 0{,}0665.$$

2)Вероятность $P_{400}(34 \le k \le 50)$ того, что среди 400 изделий окажется от 34 до 50 нестандартных найдем, используя интегральную теорему Муавра-Лапласа:

$$P_n(k_1 \le k \le k_2) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{z_1}^{z_2} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = \Phi(z_2) - \Phi(z_1),$$ где

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_0^z e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$ - функция Лапласа,

$$z_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}, \qquad z_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}.$$

p - вероятность того, что наугад выбранное изделие является не стандартным, p = 0,1;

q - вероятность того, что наугад выбранное изделие является стандартным, q = 0,9.

Находим аргументы функции Лапласа:

$$z_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \frac{34 - 400 \cdot 0{,}1}{\sqrt{400 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9}} = \frac{34 - 40}{\sqrt{36}} = \frac{-6}{6} = -1;$$

$$z_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \frac{50 - 400 \cdot 0{,}1}{\sqrt{400 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9}} = \frac{50 - 40}{\sqrt{36}} = \frac{10}{6} = 1{,}67.$$

Тогда $P_n(k_1 \le k \le k_2) \approx \Phi(z_2) - \Phi(z_1) = \Phi(1{,}67) - \Phi(-1)$.

Значения функции Лапласа находим в приложении 1, учитывая, что эта функция нечетная *Ф(-x) = -Ф(x)*: *Ф(1,67) =0,4525, Ф(-1)=-0,3413.*

Окончательно получаем:

$$P_{400}(34 \le k \le 50) \approx \Phi(z_2) - \Phi(z_1) = \Phi(167) - \Phi(-1) = 0{,}4552 + 0{,}3413 = 0{,}7938.$$

Ответ:

1) Вероятность того, что из 400 наугад выбранных для контроля изделий стандартными окажутся ровно 360, равна $P_{400}(360) \approx 0{,}0665 \approx 0{,}07$.

2) Вероятность того, что из 400 наугад выбранных для контроля изделий нестандартными окажутся не менее 34 и не более 50, будет равна $P_{400}(34 \le k \le 50) \approx 0{,}7938 \approx 0{,}79$.

8.1. По результатам проверок налоговыми инспекциями установлено, что в среднем каждое второе малое предприятие региона имеет нарушение финансовой дисциплины. Найти вероятность того, что из 1000 зарегистрированных в регионе малых предприятий имеют нарушения финансовой дисциплины: а) 480 предприятий; б) наивероятнейшее число предприятий; в) не менее 480; г) от 480 до 520.

8.2. В страховой компании 10 тыс. клиентов. Страховой взнос каждого клиента составляет 500 руб. При наступлении страхового случая, вероятность которого по имеющимся данным и оценкам экспертов можно считать равной p=0,005, страховая компания обязана выплатить клиенту страховую сумму размером 50 тыс. руб. На какую прибыль может рассчитывать страховая компания с надежностью 0,95?

8.3. Строительная фирма, занимающаяся установкой летних

коттеджей, раскладывает рекламные листки по почтовым ящикам. Прежний опыт работы компании показывает, что примерно в одном случае из двух тысяч следует заказ. Найти вероятность того, что при размещении 100 тыс. листков число заказов будет: а) равно 48; б) находиться в границах от 45 до 55.

8.4. Учебник издан тиражом 10000 экземпляров. Вероятность того, что экземпляр учебника сброшюрован неправильно, равна 0,0001. Найти вероятность того, что: а) тираж содержит 5 бракованных книг; б) по крайней мере 9998 книг сброшюрованы правильно.

8.5. Аудиторную работу по теории вероятностей с первого раза успешно выполняют 50% студентов. Найти вероятность того, что из 400 студентов работу успешно выполнят: а) 180 студентов, б) не менее 180 студентов.

8.6. При обследовании уставных фондов банков установлено, что пятая часть банков имеют уставный фонд свыше 100 млн. руб. Найти вероятность того, что среди 1800 банков имеют уставный фонд свыше 100 млн. руб.: а) не менее 300; б) от 300 до 400 включительно.

8.7. Вероятность того, что дилер, торгующий ценными бумагами, продаст их, равна 0,7. Сколько должно быть ценных бумаг, чтобы можно было утверждать с вероятностью 0,996, что доля проданных среди них отклонится от 0,7 не более, чем на 0,04 (по абсолютной величине)?

8.8. У страховой компании имеются 10 000 клиентов. Каждый из них, страхуясь от несчастного случая, вносит 500 руб. Вероятность несчастного случая 0,0055, а страховая сумма, выплачиваемая пострадавшему, составляет 50 000 руб. Какова вероятность того, что: а) страховая компания потерпит убыток; б) на выплату страховых сумм уйдет более половины всех средств, поступивших от клиентов?

8.9. Отдел технического контроля проверяет на стандартность 900 деталей. Вероятность того, что деталь стандартна, равна 0,9. Найти с вероятностью 0,95 границы, в которых будет заключено число m стандартных деталей среди проверенных.

8.10. Отдел технического контроля проверяет 475 изделий на брак. Вероятность того, что изделие бракованное, равна 0,05. Найти с вероятностью 0,95 границы, в которых будет заключено число m бракованных изделий среди проверенных.

8.11. Игральную кость бросают 80 раз. Найти с вероятностью 0,99 границы, в которых будет заключено число m выпадений шестерки.

8.12. Вероятность появления события в каждом из независимых испытаний равна 0,5. Найти число испытаний n, при котором с вероятностью 0,7698 можно ожидать, что относительная частота появления события отклонится от его вероятности по абсолютной величине не более чем на 0,02.

8.13. Вероятность появления события в каждом из независимых испытаний равна 0,2. Найти наименьшее число испытаний n, при котором с вероятностью 0,99 можно ожидать, что относительная частота появлений события отклонится от его вероятности по абсолютной величине не более чем на 0,04.

8.14. В урне содержатся белые и черные шары в отношении 4:1. После извлечения шара регистрируется его цвет и шар возвращается в урну. Чему равно наименьшее число извлечений n, при котором с вероятностью 0,95 можно ожидать, что абсолютная величина отклонения относительной частоты появления белого шара от его вероятности будет не более чем 0,01?

8.15. Вероятность появления события в каждом из 2100 независимых испытаний равна 0,7. Найти вероятность того, что событие появится:

а) не менее 1470 и не более 1500 раз; б) не менее 1470 раз; в) не более 1469 раз.

8.16. Вероятность появления события в каждом из 21 независимых испытаний равна 0,7. Найти вероятность того, что событие появится в большинстве испытаний.

8.17. Вероятность появления события в каждом из независимых испытаний равна 0,8. Сколько нужно произвести испытаний, чтобы с вероятностью 0,9 можно было ожидать, что событие появится не менее 75 раз?

8.18. Вероятность поражения мишени при одном выстреле равна 0,8. Найти вероятность того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена ровно 75 раз.

8.19. Вероятность появления события в каждом из 100 независимых испытаний постоянна и равна $p = 0{,}8$. Найти вероятность того, что событие появится: а) не менее 75 раз не более 90 раз; б) не менее 75 раз; в) не более 74 раз.

8.20. Автоматический станок изготавливает 80 % изделии первого сорта и 20% второго сорта. Определить вероятность того, что среди выбранных наугад 10 000 изделий окажется от 7960 до 8040 изделий первого сорта.

8.21. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле из винтовки равна 0,4. Какова вероятность того, что при 500 выстрелах частота попаданий в мишень отклонится от вероятности попаданий при одном выстреле по абсолютной величине не более чем на 0,02?

8.22. Монету бросают 500 раз. Найти вероятность того, что герб появится: а) от 220 до 280; б) от 200 до 260.

8.23. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,2. Найти вероятность того, что в результате 500 выстрелов промахов

окажется от 410 до 430.

8.24. При установившемся технологическом процессе производится 98% изделий первого сорта и *2%* второго сорта. Какова вероятность того, что среди 10 000 наугад взятых изделий не более 235 окажется второго сорта?

8.25. Среди продукции, изготовленной на данном станке, 80% изделий первого сорта. Найти вероятность того, что из 1000 наугад взятых изделий не менее 830 изделий первого сорта.

8.26. При массовом производстве некоторого изделия вероятность брака равна 0,02. Найти вероятность того, что среди 10 000 наугад взятых изделий контрольной партии небракованных изделий окажется: а) больше 9779 и меньше 9821; б) больше 9765 и меньше 9814; в) меньше 9780.

8.27. При установившемся технологическом процессе вероятность изготовления бракованного изделия 0,015. Определить вероятность того, что частота бракованных изделий среди 1000 изготовленных штук будет отличаться от вероятности изготовления бракованного изделия не более чем на 0,005 в ту или другую сторону. Как изменится результат, если вместо 1000 шт. взять 625?

8.28. Определить, сколько раз нужно бросить игральную кость, чтобы с вероятностью не менее 0,99 можно было утверждать, что пять очков выпадет с частотой, заключенной в пределах от 1/6 - 0,05 до 1/6 + 0,05.

8.29. При установившемся технологическом процессе 60 % всего числа изготавливаемых заводом изделий выпускается высшим сортом. Приемщик наугад берет 200 шт. изделий. Чему равна вероятность того, что среди них изделий высшего сорта окажется от 120 до 150 шт.?

8.30. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,7. Сколько нужно сделать выстрелов, чтобы с вероятностью, не меньшей 0,96, можно было утверждать, что отклонение частоты попадания в цель от вероятности того же события будет не больше 0,01?

Ответы

8.1. а) 0,0114; б) 500; в) 0,8962; г) 0,7924;
8.2. 1919,86 тыс. руб.;
8.3. а) 0,054; б) 0,522;
8.4. а) 0,0031; б) 0,9197;
8.5. а) 0,0054; б) 0,977;
8.6. а) 0,999; б) 0,991;
8.7. 1096;
8.8. а) 0; б) 0,75;
8.9. $792 \le m \le 828$;
8.10. $14 \le m \le 34$;
8.11. $5 \le m \le 22$;
8.12. $n = 900$;
8.13. $n = 666$;
8.14. $n = 6147$;
8.15. а) 0,4236; б) 0,5; в) 0,5;
8.16. 0,95945;
8.17. $n = 100$;
8.18. 0,04565;
8.19. а) 0,8882; б) 0,8944; в) 0,1056;
8.20. 0,6826;
8.21. 0,6372;
8.22. а) 0,9926; б) 0,8133;
8.23. 0,131;
8.24. 0,9938;
8.25. 0,0089;
8.26. а) 0,8472; б) 0,8163; в) 0,0668;
8.27. а) 0,8064; б) 0,697;
8.28. 394;
8.29. 0,5;
8.30. 10507.

9. Непрерывные случайные величины

Пример.

Плотность вероятности $f(x)$ непрерывной случайной величины X имеет вид $f(x) = \begin{cases} a(x-1)^2, & \text{если } x \in [0;2]; \\ 0, & \text{если } x \notin [0;2]. \end{cases}$

Найти значение коэффициента a, функцию распределения случайной величины X и вероятность того, что значение случайной величины будет заключено в промежутке [-1;1,5].

Решение:

Плотность вероятности f(x) должна удовлетворять условию

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1.$$

Следовательно,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \int_{-\infty}^{0} 0dx + \int_{0}^{2} a(x-1)^2 dx + \int_{2}^{+\infty} 0dx =$$

$$= \frac{a(x-1)^3}{3}\Big|_0^2 = \frac{a(2-1)^3}{3} - \frac{a(0-1)^3}{3} = \frac{2a}{3} = 1 \quad \text{и} \quad a = \frac{3}{2}.$$

Функция распределения выражается через плотность вероятности по формуле $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt.$

Поэтому при $x < 0$ $F(x) = \int_{-\infty}^{x} 0dt = 0.$

При $0 \le x \le 2$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{0} 0dt + \int_{0}^{x} \frac{3}{2}(t-1)^2 dt = \frac{3}{2}\frac{(t-1)^3}{3}\Big|_0^x =$$

$$= \frac{(x-1)^3}{2} - \frac{(0-1)^3}{2} = \frac{(x-1)^3}{2} + \frac{1}{2}.$$

При $x > 2$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{0} 0dt + \int_{0}^{2} \frac{3}{2}(t-1)^2 dt + \int_{2}^{x} 0dt = \frac{3}{2}\frac{(t-1)^3}{3}\Big|_0^2 =$$

$$= \frac{(2-1)^3}{2} - \frac{(0-1)^3}{2} = 1.$$

Таким образом, $F(\text{x}) = \begin{cases} 0 \text{ при x} < 0, \\ \frac{(\text{x}-1)^3}{2} + \frac{1}{2} \quad \text{при } 0 \le \text{x} \le 2, \\ 1 \text{ при x} > 2. \end{cases}$

Вероятность того, что (-1≤X≤1,5) можно найти по формуле

P(-1≤X≤1,5) $=\int_{-1}^{1,5} f(x)dx =$

$$=\int_{-1}^{0} 0dx + \int_{0}^{1,5} \frac{3(x-1)^2}{2} dx = \frac{(x-1)^3}{2}\Big|_0^{1,5} = \frac{(1,5-1)^3}{2} - \frac{(0-1)^3}{2} = \frac{9}{16}.$$

9.1. Пусть плотность вероятности $f(x)$ случайной величины X определена с помощью равенств $f(x) = \begin{cases} a\sin x, & при \;\; 0 \le x \le \pi; \\ 0 & при \;\; x < 0 \;\; или \;\; x > \pi \end{cases}$.

Требуется: а) найти коэффициент a; б) найти функцию распределения случайной величины X; в) определить вероятность попадания случайной величины X в интервал $(0; \pi/4)$.

9.2. Случайная величина подчинена закону равномерного распределения на интервале [0; 2]. Написать выражения для плотности вероятности и функции распределения случайной величины X. Найти вероятность неравенства 0< X <1/2.

9.3. Плотность вероятности $f(x)$ случайной величины X определяется формулой (распределение Лапласа) $f(x) = ae^{-|x|}$. Определить коэффициент *a,* математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$.

9.4. Случайная величина X имеет равномерное распределение с математическим ожиданием $M(X) = 1$ и дисперсией $D(X) = 3$. Найти плотность вероятности случайной величины X .

9.5. Плотность вероятности случайной величины X задана следующим образом: $f(x) = \begin{cases} a\cos^2 x, & при\ |x| \le \pi/2; \\ 0 & при\ |x| > \pi/2 \end{cases}$. Найти постоянную величину a и вероятность того, что в двух независимых испытаниях случайная величина будет больше $\pi/4$.

9.6. Функция распределения случайной величины X имеет вид (закон арксинуса) $F(x) = \begin{cases} 0, & при\ x < -1; \\ a + b\arcsin x, & при\ -1 \le x \le 1; \\ 1, & при\ x > 1. \end{cases}$ Определить постоянные a и b. Найти плотность вероятности случайной величины и вероятность того, что в двух независимых испытаниях случайная величина будет больше 1/2.

9.7. Плотность вероятности случайной величины X задана следующим выражением $f(x) = \begin{cases} a\cos x, & при\ 0 \le x \le \pi/2; \\ 0 & при\ x < 0\ или\ x > \pi/2 \end{cases}$. Найти коэффициент a, определить математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$.

9.8. Случайная величина X имеет плотность вероятности (закон Коши) $f(x) = \dfrac{a}{1+x^2}$. Требуется: а) найти коэффициент a и функцию распределения $F(x)$; б) найти вероятность неравенства $x > \sqrt{3}$.

9.9. Плотность вероятности случайной величины X задана следующим выражением $f(x)=\begin{cases} ax^2, & при\ \ 0\le x\le 2; \\ 0 & при\ \ x<0\ \ или\ \ x>2 \end{cases}$. Найти коэффициент a. Определить вероятность того, что в результате опыта случайная величина X отклонится от своего математического ожидания не более чем на 0,5.

9.10. Случайная величина X распределена по закону Рэлея с плотностью вероятности $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x}{\sigma^2}e^{-x^2/2\sigma^2} & при\ \ x>0\ (\sigma>0); \\ 0 & при\ \ x\le 0. \end{cases}$. Найти функцию распределения случайной величины X.

9.11. Случайная величина X имеет равномерное распределение с математическим ожиданием $M(X)=3$ и дисперсией $D(X)=4/3$. Найти функцию распределения случайной величины X.

9.12. График плотности вероятности случайной величины X изображен на рис.1 (закон Симпсона). Написать выражение плотности вероятности и функцию распределения этой случайной величины; найти ее математическое ожидание и дисперсию.

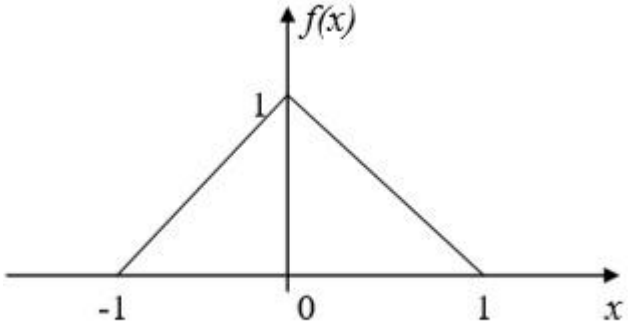

Рис.1

9.13. Случайная величина X удовлетворяет неравенству $-2\le X\le 2$. Известно, что каждое из значений –2 и 2 она принимает с вероятностью $1/8$. Кроме того, в интервале $(-2;\ 2)$ X имеет равномерное распределение. Составить функцию распределения случайной величины X и построить ее график.

9.14. Задана плотность вероятности случайной величины $f(x)=\begin{cases} ce^{-4x}, & при\ x>0; \\ 0 & при\ \ x\le 0 \end{cases}$. Найти $c,\ F(x),\ P(-1<X<1)$.

9.15. Найти значение параметра b, функцию распределения $F(x)$, вероятность попадания случайной величины в интервал $(1;\ 4)$. Плотность вероятности случайной величины равна

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{b}{x^4}, & при\ x\le -3\ \ или\ \ x\ge 3; \\ 0 & при\ \ -3<x<3. \end{cases}$$

9.16. Задана плотность вероятности случайной величины $f(x)=\begin{cases} \dfrac{c}{2}\left(1-\dfrac{x}{2}\right), & при\ x\in[0,\ 2]; \\ 0 & при\ \ x\notin[0,\ 2]. \end{cases}$ Найти $c,\ F(x),\ P(-0,5<X<0,5)$.

9.17. Задана плотность вероятности случайной величины

$$f(x)=\begin{cases} 3\cos(cx), & при\ x\in\left[-\dfrac{\pi}{2c},\ \dfrac{\pi}{2c}\right]; \\ 0 & при\ \ x\notin\left[-\dfrac{\pi}{2c},\ \dfrac{\pi}{2c}\right] \end{cases}.$$

Найти $c\ \ (c>0)$, $F(x),\ P(-0,5<X<0,5)$.

9.18. Дана функция распределения непрерывной случайной величины

$$X:\ F(x)=\begin{cases} 0 & при\ \ x\le 0, \\ \sin 2x & при\ \ 0<x\le \pi/4, \\ 1 & при\ \ x>\pi/4. \end{cases}$$

Найти плотность распределения $f(x)$.

9.19. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения $f(x)=\left(3/2\right)\sin 3x$ в интервале $\left(0,\ \pi/3\right)$; вне этого интервала $f(x)=0$. Найти вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу $\left(\pi/6,\ \pi/4\right)$.

9.20. Непрерывная случайная величина X в интервале $(0,\ \infty)$ задана плотностью распределения $f(x)=\alpha e^{-\alpha x}\ (\alpha>0)$; вне этого интервала $f(x)=0$. Найти вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу $(1,\ 2)$.

9.21. Непрерывная случайная величина X распределена по показательному закону, заданному плотностью вероятности $f(x)=3e^{-3x}$ при $x\geq 0$; при $x<0$ $f(x)=0$. Найти вероятность того, что в результате испытания X попадет в интервал $(0{,}13;\ 0{,}7)$.

9.22. Непрерывная случайная величина X распределена по показательному закону, заданному при $x\geq 0$ плотностью вероятности $f(x)=0{,}04e^{-0{,}04x}$; при $x<0$ $f(x)=0$. Найти вероятность того, что в результате испытания X попадет в интервал $(1;\ 2)$.

9.23. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение нормально распределенной случайной величины X соответственно равны 10 и 2. Найти вероятность того, что в результате испытания X примет значение, заключенное в интервале $(12,\ 14)$.

9.24. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение нормально распределенной случайной величины X соответственно равны 20 и 5. Найти вероятность того, что в результате испытания X примет значение, заключенное в интервале $(15,\ 25)$.

9.25. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X, распределенной равномерно в интервале $(2,\ 8)$.

9.26. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases}1-x_0^3/x^3 & при\ \ x\ge x_0\ \ (x_0>0)\\ 0 & при\ \ x<x_0.\end{cases}.$$

Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение *X*.

9.27. Случайная величина *X* в интервале $(0,\ 5)$ задана плотностью распределение $f(x)=\frac{2}{25}x$; вне этого интервала $f(x)=0$. Найти дисперсию *X*.

9.28. Найти дисперсию случайной величины *X*, заданной функцией распределения $F(x)=\begin{cases}0 & при\ \ x\le -2,\\ x/4+1/2 & при\ \ -2<x\le 2,\\ 1 & при\ \ x>2.\end{cases}$

9.29. Случайная величина *X* задана плотностью распределения $f(x)=c(x^2+2x)$ в интервале $(0,\ 1)$; вне интервала $f(x)=0$. Найти: а) параметр c; б) математическое ожидание величины *X*.

9.30. Найти математическое ожидание случайной величины *X*, заданной функцией распределения $F(x)=\begin{cases}0 & при\ \ x\le 0,\\ x/4 & при\ \ 0<x\le 4,\\ 1 & при\ \ x>4.\end{cases}$

9.31. Случайная величина *X* задана плотностью распределения $f(x)=\left(1/2\right)x$ в интервале $(0,\ 2)$; вне интервала $f(x)=0$. Найти математическое ожидание величины *X*.

9.32. Случайная величина *X* задана функцией распределения $F(x)=\begin{cases}0 & при\ \ x\le 2,\\ 0{,}5x-1 & при\ \ 2<x\le 4,\\ 1 & при\ \ x>4.\end{cases}$ Найти вероятность того, что в результате испытания *X* примет значение: а) меньшее 0,2; б) меньшее трех; в) не менее трех; г) не меньшее пяти.

9.33. Случайная величина X задана функцией распределения $F(x)=\begin{cases}0 & при\ \ x\le 0,\\ x^2 & при\ \ 0<x\le 1,\\ 1 & при\ \ x>1.\end{cases}$ Найти вероятность того, что в результате четырех независимых испытаний величина X ровно три раза примет значение, принадлежащее интервалу $(0,25;\ 0,75)$.

9.34. Случайная величина X распределена нормально с математическим ожиданием $a=10$. Вероятность попадания X в интервал $(10,\ 20)$ равна 0,3. Чему равна вероятность попадания X в интервал $(0,\ 10)$?

9.35. Случайная величина X распределена нормально с математическим ожиданием $a=25$. Вероятность попадания X в интервал $(10,\ 15)$ равна 0,2. Чему равна вероятность попадания X в интервал $(35,\ 40)$?

9.36. Случайная величина X распределена нормально с математическим ожиданием $a=10$ и средним квадратическим отклонением $\sigma=5$. Найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в который с вероятностью 0,9973 попадет величина X в результате испытания.

9.37. Случайная величина X распределена нормально со средним квадратическим отклонением $\sigma=5\,мм$. Найти длину интервала, симметричного относительно математического ожидания, в который с вероятностью 0,9973 попадет X в результате испытания.

Ответы

9.1. а) $a=\frac{1}{2}$; б) $F(x)=\begin{cases}0, & при\ x<0\\ -\frac{1}{2}\cos x+\frac{1}{2}, & при\ 0\le x\le\pi\\ 1, & при\ x>\pi\end{cases}$; в) $P(A)=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{4}$;

9.2. $f(x)=\begin{cases}0, & при\ x<0\ или\ при\ x>2\\ \frac{1}{2}, & при\ 0\le x\le 2\end{cases}$; $F(x)=\begin{cases}0, & при\ x<0\\ \frac{x}{2}, & при\ 0\le x\le 2\\ 1, & при\ x>2\end{cases}$;

$P(0<X<\frac{1}{2})=\frac{1}{4}$;

9.3. $a=\frac{1}{2}$; MX=0; DX=2;

9.4. $f(x)=\begin{cases}0, & при\ x<-2\ или\ при\ x>4\\ \frac{1}{6}, & при\ -2\le x\le 4\end{cases}$;

9.5. $a=\frac{2}{\pi}$; $P(A)=\left(\frac{\pi-2}{4\pi}\right)^2$;

9.6. $a=\frac{1}{2}$, $b=\frac{1}{\pi}$; $f(x)=\begin{cases}0, & при\ x<-1\ или\ при\ x>1\\ \frac{1}{\pi\sqrt{1-x^2}}, & при\ -1\le x\le 1\end{cases}$; $P(A)=\frac{1}{9}$;

9.7. $a=1$, $MX=\frac{\pi}{2}-1$, $DX=\pi-3$;

9.8. а) $a=\frac{1}{\pi}$; $F(x)=\frac{1}{\pi}arctgx+\frac{1}{2}$; б) $P(X>\sqrt{3})=\frac{1}{6}$;

9.9. $a=\frac{3}{8}$; $P(A)=\frac{7}{8}$;

9.10. $F(x)=\begin{cases}0, & при\ x\le 0\\ 1-e^{-x^2/2\sigma^2}, & при\ x>0\end{cases}$;

9.11. $F(x)=\begin{cases}0, & при\ x<1\\ \frac{x-1}{4}, & при\ 1\le x\le 5\\ 1, & при\ x>5\end{cases}$

9.12. $f(x)=\begin{cases}0 & при\ x\le -1,\\ x+1 & при\ -1<x\le 0,\\ -x+1 & при\ 0<x\le 1,\\ 0 & при\ x>1.\end{cases}$;

$$F(x)=\begin{cases}0 & при\ x\le -1,\\ \frac{x^2}{2}+x+\frac{1}{2} & при -1<x\le 0,\\ -\frac{x^2}{2}+x+\frac{1}{2} & при\ 0<x\le 1,\\ 1 & при\ x>1.\end{cases};$$

MX=0, DX=1/6.

9.13 $F(x)=\begin{cases}0 & при\ x\le -2,\\ \frac{3x+8}{16} & при -2<x\le 2\ ,\\ 1 & при\ x>2.\end{cases}$

9.14. $c=4$; $F(x)=\begin{cases}0, & при\ x\le 0\\ 1-e^{-4x}, & при\ x>0\end{cases}$; $P(-1<X<1)=1-e^{-4}$;

9.15. $b=40{,}5$; $F(x)=\begin{cases}-\frac{27}{2x^3}, & при\ x\le -3\\ \frac{1}{2}, & при -3<x<3\\ 1-\frac{27}{2x^3}, & при\ x\ge 3\end{cases}$; $P(1<X<4)=\frac{37}{128}$;

9.16. $c=2$; $F(x)=\begin{cases}0, & при\ x<0\\ x-\frac{x^2}{4}, & при\ 0\le x\le 2\\ 1, & при\ x>2\end{cases}$; $P(-0{,}5<X<0{,}5)=\frac{7}{16}$;

9.17. $c=6$; $F(x)=\begin{cases}0, & при\ x<-\frac{\pi}{12}\\ \frac{1}{2}\sin 6x+\frac{1}{2}, & при -\frac{\pi}{12}\le x\le\frac{\pi}{12}\\ 1, & при\ x>\frac{\pi}{12}\end{cases}$; $P(-0{,}5<X<0{,}5)=1$;

9.18. $f(x)=\begin{cases}0, & при\ x\le 0\ или\ при\ x>\frac{\pi}{4}\\ 2\cos 2x, & при\ 0<x\le\frac{\pi}{4}\end{cases}$;

9.19. $P(\frac{\pi}{6}<X<\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{4}$;

9.20. $P(1<X<2)=e^{-\alpha}-e^{-2\alpha}$;

9.21. $P(0{,}13<X<0{,}7)=e^{-0{,}39}-e^{-2{,}1}$;

9.22. $P(1<X<2)=e^{-0{,}04}-e^{-0{,}08}$;

9.23. $P(12<X<14)=0{,}1359$;

9.24. $P(15 < X < 25) = 0{,}6826$;

9.25. MX=5; DX=3; σ(X)=1,73;

9.26. $MX = \frac{3x_0}{2}$; $DX = \frac{3{x_0}^2}{4}$; $\sigma(X) = \frac{\sqrt{3}x_0}{2}$;

9.27. $DX = \frac{25}{18}$;

9.28. $DX = \frac{4}{3}$;

9.29. а) $c = \frac{3}{4}$; б) $MX = \frac{11}{16}$;

9.30. $MX = 2$;

9.31. $MX = \frac{4}{3}$;

9.32. а) 0; б) 0,5; в) 0,5; г) 1;

9.33. $P(A) = \frac{1}{4}$;

9.34. $P(0 < X < 10) = 0{,}3$;

9.35. $P(35 < X < 40) = 0{,}2$;

9.36. (-5;25);

9.37. 30.

Список литературы

1. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие для бакалавров вузов - 11-е изд., перераб. и дополненное - Москва : Юрайт, 2013.
2. Гурский Е.И. Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике. – Минск, Выщэйшая школа, 1984.
3. Дерр В.Я. Вероятность: определения и свойства. Методические указания для самостоятельной работы студентов. – Ижевск, Издание ИМИ, 1982.
4. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей - М. : Издательство Юрайт, 2018.
5. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика в 2 ч. Часть 1. Теория вероятностей - М. : Издательство Юрайт, 2017.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Таблица значений функции $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-z^2/2} dz$

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,00	0,0000	0,46	0,1772	0,92	0,3212	1,38	0,4162
0,01	0,0040	0,47	0,1808	0,93	0,3238	1,39	0,4177
0,02	0,0080	0,48	0,1844	0,94	0,3264	1,40	0,4192
0,03	0,0120	0,49	0,1879	0,95	0,3289	1,41	0,4207
0,04	0,0160	0,50	0,1915	0,96	0,3315	1,42	0,4222
0,05	0,0199	0,51	0,1950	0,97	0,3340	1,43	0,4236
0,06	0,0239	0,52	0,1985	0,98	0,3365	1,44	0,4251
0,07	0,0279	0,53	0,2019	0,99	0,3389	1,45	0,4265
0,08	0,0319	0,54	0,2054	1,00	0,3413	1,46	0,4279
0,09	0,0359	0,55	0,2088	1,01	0,3438	1,47	0,4292
0,10	0,0398	0,56	0,2123	1,02	0,3461	1,48	0,4306
0,11	0,0438	0,57	0,2157	1,03	0,3485	1,49	0,4319
0,12	0,0478	0,58	0,2190	1,04	0,3508	1,50	0,4332
0,13	0,0517	0,59	0,2224	1,05	0,3531	1,51	0,4345
0,14	0,0557	0,60	0,2257	1,06	0,3554	1,52	0,4357
0,15	0,0596	0,61	0,2291	1,07	0,3577	1,53	0,4370
0,16	0,0636	0,62	0,2324	1,08	0,3599	1,54	0,4382
0,17	0,0675	0,63	0,2357	1,09	0,3621	1,55	0,4394
0,18	0,0714	0,64	0,2389	1,10	0,3643	1,56	0,4406
0,19	0,0753	0,65	0,2422	1,11	0,3665	1,57	0,4418
0,20	0,0793	0,66	0,2454	1,12	0,3686	1,58	0,4429
0,21	0,0832	0,67	0,2486	1,13	0,3708	1,59	0,4441
0,22	0,0871	0,68	0,2517	1,14	0,3729	1,60	0,4452
0,23	0,0910	0,69	0,2549	1,15	0,3749	1,61	0,4463
0,24	0,0948	0,70	0,2580	1,16	0,3770	1,62	0,4474
0,25	0,0987	0,71	0,2611	1,17	0,3790	1,63	0,4484
0,26	0,1026	0,72	0,2642	1,18	0,3810	1,64	0,4495
0,27	0,1064	0,73	0,2673	1,19	0,3830	1,65	0,4505
0,28	0,1103	0,74	0,2703	1,20	0,3849	1,66	0,4515
0,29	0,1141	0,75	0,2734	1,21	0,3869	1,67	0,4525
0,30	0,1179	0,76	0,2764	1,22	0,3883	1,68	0,4535
0,31	0,1217	0,77	0,2794	1,23	0,3907	1,69	0,4545
0,32	0,1255	0,78	0,2823	1,24	0,3925	1,70	0,4554
0,33	0,1293	0,79	0,2852	1,25	0,3944	1,71	0,4564
0,34	0,1331	0,80	0,2881	1,26	0,3962	1,72	0,4573
0,35	0,1368	0,81	0,2910	1,27	0,3980	1,73	0,4582
0,36	0,1406	0,82	0,2939	1,28	0,3997	1,74	0,4591
0,37	0,1443	0,83	0,2967	1,29	0,4015	1,75	0,4599
0,38	0,1480	0,84	0,2995	1,30	0,4032	1,76	0,4608
0,39	0,1517	0,85	0,3023	1,31	0,4049	1,77	0,4616
0,40	0,1554	0,86	0,3051	1,32	0,4066	1,78	0,4625
0,41	0,1591	0,87	0,3078	1,33	0,4082	1,79	0,4633
0,42	0,1628	0,88	0,3106	1,34	0,4099	1,80	0,4641
0,43	0,1664	0,89	0,3133	1,35	0,4115	1,81	0,4649
0,44	0,1700	0,90	0,3159	1,36	0,4131	1,82	0,4656
0,45	0,1736	0,91	0,3186	1,37	0,4147	1,83	0,4664

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
1,84	0,4671	2,06	0,4803	2,44	0,4927	2,82	0,4976
1,85	0,4678	2,08	0,4812	2,46	0,4931	2,84	0,4977
1,86	0,4686	2,10	0,4821	2,48	0,4934	2,86	0,4979
1,87	0,4693	2,12	0,4830	2,50	0,4938	2,88	0,4980
1,88	0,4699	2,14	0,4838	2,52	0,4941	2,90	0,4981
1,89	0,4706	2,16	0,4846	2,54	0,4945	2,92	0,4982
1,90	0,4713	2,18	0,4854	2,56	0,4948	2,94	0,4984
1,91	0,4719	2,20	0,4861	2,58	0,4951	2,96	0,4985
1,92	0,4726	2,22	0,4868	2,60	0,4953	2,98	0,4986
1,93	0,4732	2,24	0,4875	2,62	0,4956	3,00	0,49865
1,94	0,4738	2,26	0,4881	2,64	0,4959	3,20	0,49931
1,95	0,4744	2,28	0,4887	2,66	0,4961	3,40	0,49966
1,96	0,4750	2,30	0,4893	2,68	0,4963	3,60	0,499841
1,97	0,4756	2,32	0,4898	2,70	0,4965	3,80	0,499928
1,98	0,4761	2,34	0,4904	2,72	0,4967	4,00	0,499968
1,99	0,4767	2,36	0,4909	2,74	0,4969	4,50	0,499997
2,00	0,4772	2,38	0,4913	2,76	0,4971	5,00	0,499997
2,02	0,4783	2,40	0,4918	2,78	0,4973		
2,04	0,4793	2,42	0,4922	2,80	0,4974		

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Таблица значений функции $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$

x	*Сотые доли x*									
	0	***1***	***2***	***3***	***4***	***5***	***6***	***7***	***8***	***9***
0,0	0,39894	39892	39886	39876	39862	39844	39822	39797	39767	39733
0,1	39695	39654	39608	39559	39505	39448	39387	39322	39253	39181
0,2	39104	39024	38940	38853	38762	38667	38568	38466	38361	38251
0,3	38139	38023	37903	37780	37654	37524	37391	37255	37115	36973
0,4	36827	36678	36526	36371	36213	36053	35889	35723	35553	35381
0,5	35207	35029	34849	34667	34482	34294	34105	33912	33718	33521
0,6	33322	33121	32918	32713	32506	32297	32086	31874	31659	31443
0,7	31225	31006	30785	30563	30339	30114	29887	29659	29431	29200
0,8	28969	28737	28504	28269	28034	27798	27562	27324	27086	26848
0,9	26609	26369	26129	25888	25647	25406	25164	24923	24681	24439
1,0	24197	23955	23713	23471	23230	22988	22747	22506	22265	22025
1,1	21785	21546	21307	21069	20831	20594	20357	20121	19886	19652
1,2	19419	19186	18954	18724	18494	18265	18037	17810	17585	17360
1,3	17137	16915	16694	16474	16256	16038	15822	15608	15395	15183
1,4	14973	14764	14556	14350	14146	13943	13742	13542	13344	13147
1,5	12952	12758	12566	12376	12188	12001	11816	11632	11450	11270
1,6	11092	10915	10741	10567	10396	10226	10059	09893	09728	09566
1,7	09405	09246	09089	08933	08780	08628	08478	08329	08183	08038
1,8	07895	07754	07614	07477	07341	07206	07074	06943	06814	O6687
1,9	06562	06438	06316	06195	06077	05959	05844	05730	05618	05508
2,0	05399	05292	05186	05082	04980	04879	04780	04682	04586	04491
2,1	04398	04307	04217	04128	04041	03955	03871	03788	03706	03626
2,2	03547	03470	03394	03319	03246	03174	03103	03034	02965	02898
2,3	02833	02768	02705	02643	02582	02522	02463	02406	02349	02294
2,4	02239	02186	02134	02083	02033	01984	01936	01888	01842	01797
2,5	01753	01709	01667	01625	01585	01545	01506	01468	01431	01394
2,6	01358	01323	01289	01256	01223	01191	01160	01130	01100	01071
2,7	01042	01014	00987	00961	00935	00909	00885	00861	00837	00814
2,8	00792	00770	00748	00727	00707	00687	00668	00649	00631	00613
2,9	00595	00578	00562	00545	00530	00514	00499	00485	00470	00457
3,0	00443	00430	00417	00405	00393	00381	00370	00358	00348	00337
3,1	00327	00317	00307	00298	00288	00279	00271	00262	00254	00246
3,2	00238	00231	00224	00216	00210	00203	00196	00190	00184	00178
3,3	00172	00167	00161	00156	00151	00146	00141	00136	00132	00127
3,4	00123	00119	00115	00111	00107	00104	00100	00097	00094	00090
3,5	00087	00084	00081	00079	00076	00073	00071	00068	00066	00063
3,6	00061	00059	00057	00055	00053	00051	00049	00047	00046	00044
3,7	00042	00041	00039	00038	00037	00035	00034	00033	00031	00030

Продолжение приложения 2

x	***Сотые доли x***									
	0	***1***	***2***	***3***	***4***	***5***	***6***	***7***	***8***	***9***
3,8	00029	00028	00027	00026	00025	00024	00023	00022	00021	00021
3,9	00020	00019	00018	00018	00017	00016	00016	00015	00014	00014

x	***Сотые доли x***				
	0	***2***	***4***	***6***	***8***
4,	0,0001338	0000589	0000249	0000101	0000040
5,	0000015				

Бадаш Елена Хаимовна
Соловьева Надежда Александровна

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Задачи для проведения практических занятий:
учебно-методическое пособие

Подготовка к изданию: М.Д. Кононыхиной.

Подписано в печать 20.02.2020. Формат 60×84 1/16.
Отпечатано на ризографе.
Усл. печ. л. 4,93. Уч.-изд. л. 3,63.
Заказ № 911. Тираж 100 экз.

Издательство Института экономики и управления ФГБОУ ВО «УдГУ»
426034, Ижевск, ул. Университетская, 1, корп. 4.