

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
УРАЛЬСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ



СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ И ЕЁ ПРИЛОЖЕНИЙ

Тезисы Международной (51-й Всероссийской) молодёжной школы-конференции
3 — 7 февраля 2020 г.

Екатеринбург
2020

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ И ЕЁ ПРИЛОЖЕНИЙ: тезисы Международной (51-й Всероссийской) молодёжной школы-конференции. Екатеринбург: Институт математики и механики УрО РАН, 2020.

Настоящее издание включает тезисы Международной (51-й Всероссийской) молодёжной школы-конференции, прошедшей с 3 по 7 февраля 2020 года в г. Екатеринбурге.

Представлены работы по следующим направлениям: алгебра и комбинаторика (теория групп, алгебраическая теория графов, алгебра и ее приложения); компьютерные науки, анализ данных и искусственный интеллект; математическая биология; математическое программирование, некорректные задачи и анализ данных; оптимальное управление и дифференциальные игры; теория вероятностей и случайные процессы; теория функций. Сборник представляет интерес для специалистов по указанным областям науки.

Ответственный редактор
д.ф.-м.н. Н.Ю. Антонов.

Ответственный за выпуск:
Н.А. Минигулов.

О СТАБИЛИЗАЦИИ БИЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

И. Г. КИМ

Пусть $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ или $\mathbb{K} = \mathbb{R}$; $\mathbb{K}^n = \{x = \text{col}(x_1, x_2, \dots, x_n) : x_i \in \mathbb{K}\}$; $M_{m,n}(\mathbb{K})$ — пространство $m \times n$ -матриц с элементами из поля $\mathbb{K}$.

Рассмотрим стационарную билинейную управляемую систему с запаздыванием

$$(1) \quad \dot{x}(t) = (A_0 + u_1 A_1 + \dots + u_r A_r)x(t) + (B_0 + v_1 B_1 + \dots + v_s B_s)x(t - h),$$

здесь $A_j, B_\ell \in M_{n,n}(\mathbb{K})$, $j = \overline{0, r}$, $\ell = \overline{0, s}$; h — постоянное запаздывание; $x \in \mathbb{K}^n$ — фазовый вектор; $u = (u_1, \dots, u_r) \in \mathbb{K}^r$, $v = (v_1, \dots, v_s) \in \mathbb{K}^s$ — векторы управляющего воздействия. Исследуется задача стабилизации системы (1): требуется построить векторы управления $u = (u_1, \dots, u_r) \in \mathbb{K}^r$, $v = (v_1, \dots, v_s) \in \mathbb{K}^s$ такие, что система (1) асимптотически устойчива.

Пусть коэффициенты системы (1) имеют специальный вид: матрица A_0 имеет форму Хессенберга; $r = n$; матрицы A_j , $j = \overline{1, r}$, — нижние треугольные, и элементы выше $(j - 1)$ -й поддиагонали матрицы A_j равны нулю; первые $p - 1$ строк и последние $n - p$ столбцов матриц B_ℓ , $\ell = \overline{0, s}$, нулевые, то есть

$$(2) \quad A_0 = \begin{pmatrix} a_{11}^0 & a_{12}^0 & 0 & \dots & 0 \\ a_{21}^0 & a_{22}^0 & a_{23}^0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n-1,1}^0 & a_{n-1,2}^0 & \dots & \dots & a_{n-1,n}^0 \\ a_{n1}^0 & a_{n2}^0 & \dots & \dots & a_{nn}^0 \end{pmatrix}, \quad a_{i,i+1}^0 \neq 0, \quad i = \overline{1, n-1};$$

$$(3) \quad A_1 = \begin{pmatrix} a_{11}^1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ a_{n1}^1 & \dots & \dots & a_{nn}^1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 0 & \dots & \dots & 0 \\ a_{21}^2 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}^2 & \dots & a_{n,n-1}^2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \dots,$$

$$(4) \quad A_n = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_{11}^n & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}, \quad B_\ell = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \widehat{B}_\ell & 0 \end{pmatrix}, \quad \widehat{B}_\ell \in M_{n-p+1,p}(\mathbb{K}),$$

где $\ell = \overline{0, s}$, $p \in \{1, \dots, n\}$. По системе (1) построим матрицы $\Gamma_0 \in M_{n,n}(\mathbb{K})$, $\Gamma_1 \in M_{n,s}(\mathbb{K})$ (см. [1, 2]):

$$(5) \quad \Gamma_0 = \begin{pmatrix} \text{Sp}(A_1) & \text{Sp}(A_2) & \dots & \text{Sp}(A_n) \\ \text{Sp}(A_1 A_0) & \text{Sp}(A_2 A_0) & \dots & \text{Sp}(A_n A_0) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \text{Sp}(A_1 A_0^{n-1}) & \text{Sp}(A_2 A_0^{n-1}) & \dots & \text{Sp}(A_n A_0^{n-1}) \end{pmatrix},$$

$$(6) \quad \Gamma_1 = \begin{pmatrix} \text{Sp}(B_1) & \text{Sp}(B_2) & \dots & \text{Sp}(B_s) \\ \text{Sp}(B_1 A_0) & \text{Sp}(B_2 A_0) & \dots & \text{Sp}(B_s A_0) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \text{Sp}(B_1 A_0^{n-1}) & \text{Sp}(B_2 A_0^{n-1}) & \dots & \text{Sp}(B_s A_0^{n-1}) \end{pmatrix}.$$

Для системы (1), (2), (3), (4) без запаздываний ($B_\ell = 0$, $\ell = \overline{0, s}$) было установлено [1], что условие $\text{rank } \Gamma_0 = n$ является достаточным условием стабилизации.

Теорема 1. Пусть коэффициенты системы (1) имеют специальный вид (2), (3), (4). Если выполнены условия

$$(7) \quad \text{rank } \Gamma_0 = n, \quad \text{rank } \Gamma_1 = n,$$

то система (1) стабилизируема.

Теорема 1 обобщает результаты работы [1] о стабилизации на билинейные системы специального вида с запаздыванием. Работа примыкает к статьям [2, 3].

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18–51–41005, 20–01–00293).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Зайцев В.А. Согласованные системы и управление спектром собственных значений. II // Дифференциальные уравнения. 2012. Т. 48. № 6. С. 1320–1328.
- [2] Зайцев В.А., Ким И.Г. Задача назначения конечного спектра в билинейных системах с запаздыванием в состоянии // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2019. Т. 29. Вып. 1. С. 19–28.
- [3] Зайцев В.А., Ким И.Г., Хартовский В.Е. Задача назначения конечного спектра для билинейных систем с несколькими запаздываниями // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2019. Т. 29. Вып. 3. С. 319–331.

УДМУРТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ, ИЖЕВСК (Россия)
E-mail address: kimingeral@gmail.com

Содержание

Алгебра и комбинаторика: теория групп (председатель д.ф.-м.н. Н.В. Маслова)

- 1 Кондратьев А.С., Минигулов Н.А. О конечных 4-примарных неразрешимых группах без элементов порядка 6..... 4

Алгебра и комбинаторика: алгебраическая теория графов (председатель к.т.н. Е.В. Константинова)

- 1 Kaushan K.A., Rukhlyada N.O. Classification of 4-regular integral graphs 6
- 2 Makhnev A.A. Golubyatnicov M.P. Nonexistence of some Q-polynomial graphs 7
- 3 Валюженич А.А. Минимальные носители собственных функций в графе Хэмминга..... 8
- 4 Кабанов В.В. Спектральная теория графов Деза 9

Алгебра и комбинаторика: алгебра и ее приложения (председатель д.ф.-м.н. В.А. Баранский)

- 1 Casas Torres D.F. Decomposition of aperiodic automata and their shortest reset word 10
- 2 Ilyenko K.A., Maslova N.V. Coincidence of Gruenberg-Kegel graphs of non-isomorphic finite groups whose Gruenberg-Kegel graphs are disconnected 12
- 3 Shabana H. Complexity of synchronization in partial finite automata 13
- 4 Башмаков С.И. Полные наборы унификаторов в предтабличных логиках РМ2 и РМ3..... 15
- 5 Волков А.М. Существование экстремально простых замкнутых кривых, разделяющих множества на плоскости 16
- 6 Волков М.В., Китов Н.В. Тожества некоторых диаграммных моноидов..... 18
- 7 Галкин А.А., Матвеев С.В. Электрический инвариант узлов 19
- 8 Зверева Т.Ю. Унификация в нетранзитивной временной логике знаний с универсальной модальностью 20
- 9 Кузьмин О.В., Погодаева Е.Н. Полиномы Тушара и их приложения..... 21
- 10 Циовкина Л.Ю. Транзитивные на дугах группы автоморфизмов антиподальных дистанционно регулярных графов диаметра 3 в аффинном случае..... 23

Компьютерные науки, анализ данных и искусственный интеллект (председатель М.А. Черноскутов, ведущий заседания Е.Ю. Куклин)

- 1 Kagan M.V., Pushko S.V., Samylovskaya A.K., Sazonov V.V., Samyslovskiy I.A., Sapelkin A.S. Shadow thermal cycling and its effect on predicted time of EOL of SA 26
- 2 Дунаевская К.В. Новый метод оценки ошибок координат по геофизическому профилю ... 28
- 3 Мангилева Д.В., Докучаев А.Д., Хамзин С.Ю., Лебедев С.Ю., Любимцева Т.А., Зубарев С.А., Соловьева О.Э. Устранение артефактов на изображениях компьютерной томографии сердца при помощи нейронной сети со слоями частичной свертки 29
- 4 Марков П.В. Ремасштабирование моделей поровых сетей на основе методов кластеризации для оценки фильтрационных параметров на масштабе месторождений нефти и газа..... 31

Математическая биология

(председатель к.ф.-м.н. С.Ф. Правдин)

- 1 Abu-Bakr A.F., Zubarev A.Yu. Mathematical modeling of magnetic hyperthermia in a system of aggregation particles 32
- 2 Нестерова Т.М., Шмарко Д.В., Ушенин К.С. Сочетание факторов нормального старения кардиомиоцитов и патологических изменений при фибрилляции предсердий 33
- 3 Шмарко Д.В., Нестерова Т.М., Ушенин К.С., Соловьева О.Э. Персонализация математических моделей кардиомиоцитов крысы на основе экспериментальных данных методом популяционного моделирования 34

Математическое программирование, некорректные задачи и анализ данных (председатель д.ф.-м.н. М.Ю. Хачай)

- 1 Беляев В.В. Раздельное восстановление компонент решения для линейных некорректных задач..... 35
- 2 Борбунов А.Н., Лаврова М.А. Методы анализа влияния темперамента младенцев и особенностей детско-родительского взаимодействия на уровень социально-эмоционального развития и навыки саморегуляции этих детей в раннем возрасте (лонгитюдное исследование)..... 36
- 3 Сороковиков П.С. Численное исследование свойств алгоритмов невыпуклой оптимизации различного генезиса 37
- 4 Спиридонов А.А., Кумков С.С. Применение методов линейного программирования к нелинейной формализации задачи бесконфликтного слияния потоков воздушных судов .. 39
- 5 Храмова А.П., Черных И.Д. О полиномиально разрешимых подслучаях задачи open shop с маршрутизацией..... 41
- 6 Чистяков П.А. Восстановление вертикального профиля метана в атмосфере Земли методом Левенберга-Марквардта и его модификациями с помощью программного обеспечения FIRE-ARMS 42

Оптимальное управление и дифференциальные игры (председатель к.ф.-м.н. В.С. Пацко)

- 1 Mustafayeva N.A. Bifurcation from zero and infinity in nonlinear eigenvalue problems for ordinary differential equation of forth order 43
- 2 Алероев М.Т., Алероева Х.Т. О положительно определенных ядрах интегральных операторов, сопутствующих краевым задачам для дробных дифференциальных уравнений 45
- 3 Антипина Е.Д., Солодуша С.В. Об устойчивом алгоритме решения одного класса думерных интегральных уравнений Вольтерра I рода 46
- 4 Банников А.С. Множество достижимости линейной системы дробного порядка 47
- 5 Васёв П.А., Пацко В.С., Федотов А.А. Визуализация трехмерного множества достижимости для машины Дубинса 48
- 6 Гомоюнов М.И. Задачи оптимального управления с фиксированным моментом окончания для линейных систем дробного порядка..... 50
- 7 Ершов А.А., першаков М.В. К задаче о нахождении максимального выпуклого подмножества..... 51
- 8 Зыков И.В. О внешних оценках множеств достижимости линейных управляемых систем с интегральными ограничениями 53
- 9 Ким И.Г. О стабилизации билинейных систем с запаздыванием 54
- 10 Костюкевич Д.А. Оптимальное управление линейными системами по данным наблюдений 56

11 Кумков С.С., Мунц Н.В. Численное исследование задач управления и дифференциальных игр, включающих динамику «машина Дубинса».....	57
12 Лебедев П.Д., Ушаков В.Н., Успенский А.А. Методы оптимизации хаусдорфова отклонения компакта от набора подвижных выпуклых множеств.....	58
13 Новоселова Н.Г. Множество выживаемости в задаче химиотерапии злокачественной опухоли, растущей по обобщенному логистическому закону	61
14 Орлов С.М. Ровенская Е.А. Оптимальная пропорция использования экономически чистой и грязной технологий в одной двухсекторной модели экономического роста.....	64
15 Родин А.С. Точки бифуркации кусочно-гладкого решения уравнения Гамильтона-Якоби-Беллмана и их классификация	65
16 Романенко А.Д. Использование сеточных схем с переменными шагами по времени для решения задачи с дробной производной по пространству	68
17 Самошкин М.А., Кумков С.И. Управление мягкой посадкой космического аппарата «Казачок» (программа ЭКЗО-МАРС-2020)	70
18 Сазонов В.В., Самысловский И.А., Соловьев С.В., Будзинский С.С., Заваротный А.Ю. Применение метода Левенберга-Марквардта в задачах пассивной навигации межпланетных космических аппаратов	71
19 Самысловский И.А., Самысловская А.К. Об условиях стационарности в задаче о выведении наборов автономных объектов объектом-носителем.....	73
20 Сороковиков П.С. Численное решение двух задач оптимального управления роботами с фазовыми ограничениями	75
21 Усова А.А., Тарасьев А.М. Безусловная стабилизируемость гамильтоновых систем в моделях роста	77
22 Щелчков К.А. Мягкая поимка в одной нелинейной задаче преследования	78

Теория вероятностей и случайные процессы (председатель к.ф.-м.н. Ю.В. Авербух)

1 Kolinichenko A.P. Analysis of stochastic sensitivity of Turing patterns in distributed reaction-diffusion systems	79
2 Абрамова Е.П., Перевалова Т.В. Анализ стохастической модели взаимодействия трех популяций.....	80
3 Беляев А.В., Перевалова Т.В. Стохастическая дискретная модель Лотки-Вольтерры	81
4 Медведева М.В. Роль риск-нейтральных мер в дискретной и непрерывной моделях европейского опциона-call.....	83
5 Насырова В.М., Ряшко Л.Б. Вариативность осцилляций в дискретной модели нейронной активности.....	84

Теория функций (председатель к.ф.-м.н. Р.Р. Акопян)

1 Berestova E.V. Plancherel-Polya inequality for entire function of exponential spherical type in $L^2(\mathbb{R}^n)$	86
2 Горячева Ю.С. Неравенство Турана для интегральной нормы на компактном множестве	88
3 Липин А.Е. Разложимость в точке и топологические свойства.....	90
4 Марковский А.Н. Дискретное равновесие плоского компакта	92
5 Паюченко Н.С. Неравенство колмогоровского типа на оси с односторонним ограничением на старшую производную	95