Решение задачи преобразования смысл – текст (текст – смысл) в силлогистике L_{S2}

Логика

Сметанин Ю. М.
к.ф.м.н.
ФГБОУ ВО «Удмуртский государственный университет»,
Инстиут математики, информационных технологий и физики заведующий кафедрой
gms1234gms@rambler.ru
Сметанина Л. П.
к.т.н.
ФГБОУ ВО «Удмуртский государственный университет»,
Инстиут математики, информационных технологий и физики доцент
gms1234gms@rambler.ru

Аннотация: Исследуются причины вариативности смыслов, которые порождаются конъюнкциями суждений вида <объект - свойство>. Предлагается универсальная силлогистика L_{S2} в которой можно построить конъюнктивную формулу выражающую логическое содержание любой модельной схемы. Также указывается способ перехода от конъюнктивной формулы, к модельной схеме выражающей ее семантику. Приводится пример смыслового анализа задачи Порецкого П.С.

Ключевые слова: силлогистика, семантика, конъюнктивная формула суждения вида <объект - свойства>.

Solution of the problem of sense - text transformation (text-sense) in LS2 syllogistics

Logic

Smetanin Iu. M.
candidate of physical and mathematical sciences
Udmurt State University, head of departmen
Smetana L. P.
candidate of technical *sciences
Udmurt State University, head of departmen

Abstract: The reasons of variability of semantic content , which are generated by conjunctions of judgments of the form <object - properties>, are investigated. We propose a universal syllogistic of L_{S2} in which you can build a conjunctive formula expressing the logical content of any model scheme. Also, the method of transition from the conjunctive formula to the model scheme expressing its semantics is indicated. An example of semantic analysis of p. S. Poretsky's problem is considered.

Keywords: syllogistics, semantics, conjunctive judgment formula of the form < object-properties>

Рассматриваются вариативность смыслового содержания правильно построенных формул силлогистической системы L_{s_2} с односмысловыми атомарными суждениями (1).

$$NOB_S = \langle A(X,Y), Eq(X,Y), IO(X,Y), X \subset U, X = U \rangle \qquad (1)$$

Они задают объемные отношения пар модельных множеств X, Y и универсума U. В качестве X, Y могу выступать ППФ алгебры множеств, составленные из модельных множеств. Семантика их представлена равносильностями (2) см. также рис. 1.

$$A(X,Y) \equiv (X \subset Y)\cdot(X \subset U)\cdot(X' \subset U)\cdot(Y \subset U)\cdot(Y' \subset U) \equiv G_{13}(X,Y)$$
$$Eq(X,Y) \equiv (X = Y)\cdot(X \subset U)\cdot(X' \subset U)\cdot(Y \subset U)\cdot(Y' \subset U) \equiv G_{9}(X,Y) \qquad (2)$$
$$IO(X,Y) \equiv (X\cdot Y \subset U)\cdot(X\cdot Y' \subset U)\cdot(X'\cdot Y \subset U)\cdot(X'\cdot Y' \subset U) \equiv G_{15}(X,Y)$$

Смысл категорических высказываний Аристотелевой силлогистики, с учетом справедливости отношений квадрата Псела, представляется бинарными модельными схемами $G_1 - G_{15}$ следующим образом (смотри рисунок 1). Для традиционной силлогистики $AXY \equiv G_9 + G_{13}$, $EXY \equiv G_6 + G_{14}$, согласно закону исключенного восьмого: $IXY \equiv (AXY)' \equiv G_6 + G_7 + G_{11} + G_{14} + G_{15}$, $OXY \equiv (EXY)' \equiv G_7 + G_9 + G_{11} + G_{13} + G_{15}$. Частно - отрицательное суждение OXY по смыслу равносильно утверждению о том, что выполняется одно из Жергонновых отношений $G_7, G_9, G_{11}, G_{13}, G_{15}$, (смотри рис.1). Для силлогистик, допускающих пустые и универсальные термины:
$AXY \equiv G_1 + G_4 + G_5 + G_8 + G_{12} + G_9 + G_{13}$, $EXY \equiv G_2 + G_4 + G_8 + G_{10} + G_{12} + G_6 + G_{14}$.
Согласно закону исключенного шестнадцатого:
$IXY \equiv (AXY)' \equiv G_2 + G_3 + G_6 + G_7 + G_{10} + G_{11} + G_{14} + G_{15}$,
$OXY \equiv (EXY)' \equiv G_1 + G_3 + G_5 + G_7 + G_9 + G_{11} + G_{13} + G_{15}$.

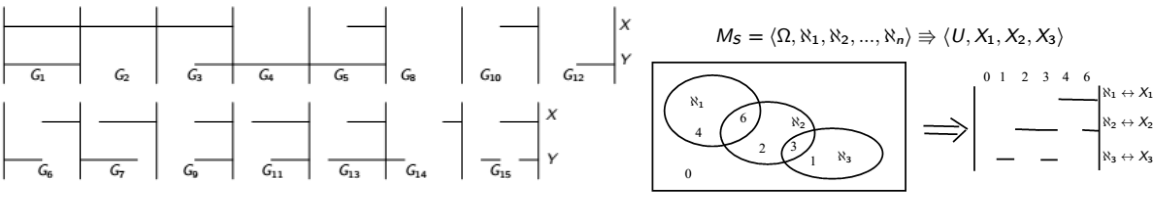

Рис. 1 Бинарные модельные схемы и преобразование схемы в А-онтологию

Категорические суждения Аристотеля не могут выразить односмысловое содержание некоторых отношений из $G_1 - G_{15}$, например G_5. В отличие от этого, в NOB_S это отношение выражается однозначно $G_5 \equiv (X \subset U)\cdot(X' \subset U)\cdot(Y = U)$. В работах [1,2] показана функциональная полнота суждений NOB_S относительно выражения ими логического содержания любой модельной схемы с конечным числом модельных множеств. Будем считать модельную схему, моделью понятия неаристотелевого типа. Объем его выражается универсумом, а логическое содержание выражается конъюнкцией атомарных суждений из NOB_S. Интерпретация конъюнктивных формул (КФ) для L_{s_2} проводится в модельных схемах. Интерпретация неконъюнктивных формул (НКФ) проводится в семействах модельных схем [1]. Для вычисления семантических значений посылок и заключений модельные схемы $\boldsymbol{M_S}$ преобразуются в дискретные диаграммы, называемые А-онтологиями. В правой части рис. 1 показана А-онтология $I_3 = \langle U, X_1, X_2, X_3 \rangle$ с конституент-ными модельными множествами $X_1 = \{4,6\}, X_2 = \{2,3,6\}, X_3 = \{1,3\}$ и универсумом $U = \{0,1,2,3,4,6\}$. А-онтология, составленная из n конституентных множеств, имеющая максимальное число непустых конституент, равное 2^n, называется **канонической**. Универсум А - онтологии называется ее единицей ***M***, множество номеров пустых конституент – ее нулем ***N***. На рис.1 универсум U определяет единицу $M(I_3)$ и нуль $N(I_3) = \{5,7\}$ и является семантическим значением для следующих КФ из NOB_S:

$$X_1' + X_1 \cdot X_3' = U \equiv \underbrace{(X_1' + X_2 + X_3')}_{2=2^3-1-5} \cdot \underbrace{(X_1' + X_2' + X_3')}_{0=2^3-1-7} = U \equiv \underbrace{X_1 \cdot X_2' \cdot X_3}_{5} + \underbrace{X_1 \cdot X_2 \cdot X_3}_{7} = \varnothing \equiv$$

$$\underbrace{X_1' \cdot X_2' \cdot X_3'}_{0} + \underbrace{X_1' \cdot X_2' \cdot X_3}_{1} + \underbrace{X_1' \cdot X_2 \cdot X_3'}_{2} + \underbrace{X_1' \cdot X_2 \cdot X_3}_{3} + \underbrace{X_1 \cdot X_2' \cdot X_3'}_{4} + \underbrace{X_1 \cdot X_2 \cdot X_3'}_{6} = U \qquad -$$

Последняя КФ есть совершенная нормальная форма Кантора (СНФК). Наиболее простой из равносильных по семантическому значению КФ является $Eq(X_1, X_1X_3')$ – «объемы терминов X_1 и X_3 не пересекаются».

Разработано исчисление конституентных множеств и М - алгоритм вычисления А-онтологии $I(Q)$ и ее единицы $M(I(Q))$ для КФ Q, который переводит текст КФ в смысл.

Показано, что логическое содержание любой А-онтологии можно задать конъюнктивной формулой в L_{s_2}, состоящей из базовых конъюнктов (1), то есть набор базовых конъюнктов NOB_S функционально полон. Доказано, что А-онтология, получаемая в результате удаления необходимого и достаточного числа конституент из канонической для выполнения требуемого логического отношения, Q является **максимальной** по числу непустых конституент.

Доказано, что любая НКФ в логике L_{s_2} может быть преобразована в равносильную дизъюнкцию попарно ортогональных КФ. Ортогональность КФ заключается в том, что их конъюнкция в качестве семантического значения имеет пустое конституентное множество.

Рассмотрим всевозможные универсумы U_n как подмножества канонического универсума $U_n{}^0 = \{0,1,...,2^n - 1\}$. Им сопоставляются модельные схемы в форме А-онтологий, посредством вычисления модельных множеств $\tilde{X}_n = \langle X_1, X_2, \ldots, X_n \rangle$ по правилу $X_i = X_i^0 \cdot U_n$. Получается А-онтология $I_n = \langle U_n, X_1, X_2, \ldots, X_n \rangle$. Модель мира I_n, имеет объем, выражаемый конституентным множеством U_n, и логическое содержание, являющееся n-арным логическим отношением между модельными множествами. Логическое содержание А-онтологии записывается конъюнктивными формулами логики L_{s_2}, состоящими из базовых конъюнктов (1). Разработан алгоритм вычисления А-онтологии $I(Q)$ и ее универсума (единицы $M(I(Q))$) для конъюнкции Q суждений NOB_S (1). Доказано, что имеет место функциональная полнота простых суждений NOB_S, то есть любая А-онтология может быть выражена конъюнкцией суждений NOB_S.

В качестве примера преобразований текста в смысл и наоборот рассмотрим задачу Порецкого П.С. о птицах в зоосаде. Посылки сформулированы Порецким следующим образом.[1 стр. 109].Между птицами данного зоологического сада существуют 5 отношений:

1) Птицы певчие (S) суть или крупные (G), или обладающие качеством Y;
2) птицы, имеющие качество Y, или не крупны, или не имеют качества X;
3) птицы певчие вместе с крупными объемлют всех птиц с качеством X;
4) каждая некрупная птица есть или певчая, или обладающая качеством X;
5) между птицами с качеством X совсем нет таких птиц с качеством Y, которые, не будучи певчими, были бы крупны. Не зная качеств X и Y, определить, были ли птицы качества X певчие или нет, крупные или нет. Узнать то же в отношении птиц качества Y. Найти, были ли между птицами качества X птицы качества Y и обратно.

Логические условия задачи, записанные в форме утверждений о равенстве либо строгом включении множеств, имеют вид (3).

$$P1.\,(S \subset Y + G) + (S = Y + G);\, P2.\,(Y' \subset X' + G') + (Y' = X' + G');$$
$$P3.\,(X \subset S + G) + (X = S + G);\, P4.\,(G' \subset S + X) + (G' = S + X); \qquad (3)$$
$$P5.(X \subset (Y \cdot S' \cdot G)') + (X = (Y \cdot S' \cdot G)').$$

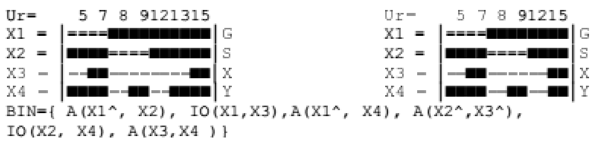

Рис. 4 Бинарный инвариант посылок задачи о птицах.

Если раскрыть скобки, в конъюнкции P1-P5, то получится дизъюнкция из 32 конъюнкций. Смысловое содержание задачи для конъюнкции строгих включений, изображено на рис 4. Решение задачи считывается с левой максимальной А-онтологий на рис.4. Для перевода смыслового содержания А-онтологии в текст КФ введено понятие бинарного инварианта $BIN(I)$ как набора Жергонновых отношений между ее модельными множествами. Логическое содержание максимальной А-онтологии, несущей данный $BIN(I)$, выражается конъюнкцией его отношений $FBIN$. Для задачи Порецкого $FBIN$ имеет вид.
$FBIN = A(X_1', X_2) \cdot IO(X_1, X_2) \cdot A(X_1', X_4) \cdot A(X_2', X_3') \cdot IO(X_2, X_3) \cdot A(X_3, X_4)$. Отношения независимости по умолчанию можно опускать. Логические отношения $FBIN$ определяют две А-онтологии, изображенные на рис. 4, одна из которых максимальна. Логическое содержание правой А-онтологии:

$$Log(U_r) = A(X_1', X_2) \cdot A(X_1', X_4) \cdot A(X_2', X_3') \cdot A(X_3, X_4) \cdot \big((X_1 \cdot X_2 \cdot X_3' \cdot X_4)' = U\big) =$$
$$= A(X_1', X_2) \cdot A(X_1', X_4) \cdot A(X_2', X_3') \cdot A(X_3, X_4) \cdot \big((X_1' + X_2' + X_3 + X_4') = U\big).$$

Последний «со-множитель» указывает на пустоту конституенты с номером 13.

Среди всех 32 вариантов КФ, задачи Порецкого только две имеют семантическое значение, интерпретируемое в традиционной силлогистике смотри рис. 5.

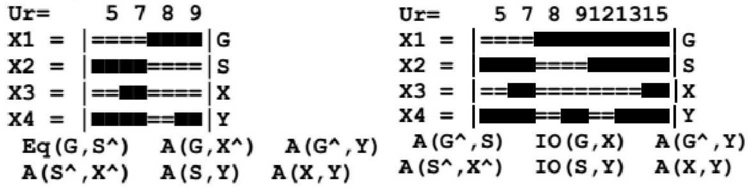

Рис. 5 Два бинарных инварианта (максимальных А-онтологий получаемых из соотношений (3) в традиционной силлогистике.

Левую А-онтологию можно выразить как $X_1' \cdot X_2 \cdot X_4 + X_1 \cdot X_2' \cdot X_3' = U$ либо как конъюнкцию $Eq(G, S') \cdot A(G, X') \cdot A(G', Y) \cdot A(S', X') \cdot A(S, Y) \cdot A(X, Y)$.

Таким образом, максимальная А-онтология для КФ Q однозначно определяется в исчислении констиуентных множеств. Равносильные преобразования *SNFK* для данной А – онтологии I_n позволяют выразить ее логической содержание различными конъюнктивными формулами в силлогистике L_{s_2}, то есть одному конституентному множеству можно сопоставлять разные, но по смыслу одинаковые тексты.

Если логическое содержание содержание А-онтологии выражено *FBIN,* то базовые отношения из которых эта КФ составлена выполняются во всех А – онтологиях входящих в бинарный инвариант максимальной А-онтологии с единицей $M(FBIN)$ (смотри рис.4). Это обстоятельство имеет важное значение в прикладных задачах, например, в распознавании образов, где ограниченная обучающая выборка, определяющая импликативные связи между признаками, может быть элементом бинарного инварианта с большим числом А-онтологий.

Список литературы

1. Сметанин, Ю. М. Верификация логического следования в неклассической многозначной логике / Ю. М. Сметанин // Известия Института математики и информатики Удмуртского государственного университета. - 2017. - Т. 50. - С. 62-82.
2. Smetanin Yu. Syllogistical system on the basis of the propositional multivalued logic: Proceedings of the 2015 International Conference "Stability and Control Processes" in Memory of V.I. Zubov (SCP). Publisher IEEE, 2015. P. 596-599
3. Порецкий П.С. О способах решения логических равенств и об одном обратном способе математической логики // Собрание протоколов заседаний секции физико-математических наук общ-ва естествоиспытателей при Казанском ун-те. Т. 2. XXIV. Казань: 1884. 170с.