

Воронежский государственный университет
Московский государственный университет
имени М. В. Ломоносова
Математический институт имени В. А. Стеклова
Российской академии наук

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ТЕОРИИ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ

Материалы
Международной конференции
Воронежская весенняя математическая школа
ПОНТРЯГИНСКИЕ ЧТЕНИЯ — XXXII
Посвящается памяти Александра Дмитриевича Баева

(3–9 мая 2021 г.)

Воронеж
Издательский дом ВГУ
2021

УДК 517.53(97; 98)

ББК 22.16

C56

ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ:

Е. И. Моисеев (председатель), А. В. Боровских (зам. председателя), И. С. Ломов (зам. председателя), А. П. Хромов (зам. председателя), В. В. Власов, А. В. Глушко, М. Л. Гольдман, В. Г. Задорожный, В. Г. Звягин, М. И. Каменский, В. А. Костин, Г. А. Курина, В. И. Ряжских, Е. М. Семенов, С. М. Ситник, А. П. Солдатов, А. И. Шашкин, А. С. Шамаев.

ОРГКОМИТЕТ:

Е. И. Моисеев (председатель), Д. А. Ендовицкий (сопредседатель), В. А. Садовничий (сопредседатель), М. Ш. Бурлуцкая (зам. председателя), О. А. Козадеров (зам. председателя), И. С. Ломов (зам. председателя), А. П. Хромов (зам. председателя), И. В. Асташова, А. В. Боровских, Я. М. Ерусалимский, Д. В. Костин, М. С. Никольский, С. А. Шабров, А. С. Бондарев (ученый секретарь), И. В. Колесникова (технический секретарь).

Современные методы теории краевых задач : материалы Международной конференции : Воронежская весенняя математическая школа «Понтрягинские чтения — XXXII» (3–9 мая 2021 г.) / Воронежский государственный университет ; Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова ; Математический институт имени В. А. Стеклова РАН. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2021. — 306 с.

C56

ISBN 000-0-00000-0000-0

В сборнике представлены материалы докладов и лекций, включенных в программу Воронежской весенней математической школы «Понтрягинские чтения — XXXII», которая посвящена памяти Александра Дмитриевича Баева.

Тематика охватывает широкий спектр проблем качественной и спектральной теории дифференциальных уравнений, геометрии и анализа, моделирования, оптимального управления, теории игр и других смежных направлений, преподавания математики.

УДК 517.53(97; 98)

ББК 22.16

ISBN 000-0-00000-0000-0

- © Воронежский государственный университет, 2021
- © Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, 2021
- © Математический институт имени В. А. Стеклова РАН, 2021
- © Оформление. Издательский дом ВГУ, 2021

Содержание

<i>Абдурагимов Г.Э.</i> О существовании и единственности положительного решения краевой задачи для одного нелинейного ФДУ 2-го порядка	22
<i>Алиев А.Б., Гасымова В.Ф.</i> Начально краевая задача для одного класса систем полудиффузионных гиперболических уравнений четвертого порядка	23
<i>Амосов А.А.</i> Стационарная задача радиационно-кондуктивного теплообмена в выпуклом абсолютно черном теле с полупрозрачным включением	25
<i>Арефьев И.А., Еникеева Л.В., Агзамова М.Р.</i> Разработка математической модели процесса сернокислотного алкилирования изобутана олефинами	27
<i>Аристов А.И.</i> Точные решения уравнения с псевдолапласианом	29
<i>Асхабов С.Н.</i> Интегральное уравнение с суммарным ядром и степенной нелинейностью	30
<i>Атанов А.В.</i> Однородные гиперповерхности в \mathbb{R}^4 : компьютерные алгоритмы описания	32
<i>Афанасенкова Ю.А., Гладышев Ю.А.</i> Применение метода обобщенных степеней Берса для решения системы дифференциальных уравнений Мойсила-Теодореску	34
<i>Безмельницына Ю.Е., Корнев С.В.</i> Об асимптотическом поведении решений случайных ФДВ	35
<i>Беляева Ю.О., Скубачевский А.Л.</i> О существовании стационарных решений системы уравнений Власова-Пуассона	37
<i>Бердышев А.С., Рыскан А.Р.</i> Аналог задачи Хольмгрена для четырехмерного вырождающегося эллиптического уравнения	39
<i>Бирюков А.М.</i> Задача Коши для систем комплексных дифференциальных уравнений в классах целых функций	40
<i>Бобренева Ю.О., Еникеева Л.В., Мазитов А.А., Узянбаев Р.М., Губайдуллин И.М.</i> Численное моделирование массопереноса двухфазной жидкости в трещиноватопоровом коллекторе	41
<i>Богатов Е.М.</i> О развитии теории нелинейных интегральных уравнений в работах А.И. Некрасова	42
<i>Богомолов С.В.</i> Вероятностные агентно – ориентированные модели	45
<i>Болтачев А.В.</i> О фредгольмовых краевых задачах для волнового уравнения с данными на всей границе	47

<i>Бондаренко Н.П.</i> Неполная обратная задача для дифференциального оператора на произвольном графе	48
<i>Боревич Е.З.</i> Явление бифуркации в нелинейной краевой задаче из теории полупроводников	49
<i>Борисов Д.И.</i> О несимметричных возмущениях внутренних порогов существенного спектра	50
<i>Буксаева Л.З.</i> О покомпонентной равномерной равносходимости с тригонометрическим рядом спектральных разложений, отвечающих разрывным операторам Дирака	52
<i>Булатов М.В., Соловарова Л.С.</i> Системы интегральных уравнений Вольтерра первого рода	54
<i>Бурый А.О., Абрашина-Жадаева Н.Г.</i> К численному моделированию процессов лазерной обработки материалов	55
<i>Васильев В.Б., Ходырева А.А.</i> Дискретная задача Дирихле в четверти плоскости	56
<i>Ватолкин М.Ю.</i> О новой форме представления решений квазидифференциального уравнения	57
<i>Вирченко Ю.П., Новосельцева А.Э.</i> Гиперболичность ковариантных систем квазилинейных уравнений первого порядка для векторного и скалярных полей	60
<i>Власов В.В.</i> Спектральный анализ и устойчивость решений интегро-дифференциальных уравнений	62
<i>Гагарин Ю.Е., Никитенко У.В., Степович М.А.</i> Алгоритм последовательного распространения вероятностей с учётом интервальных оценок исходной информации	63
<i>Галин А.Ш., Еникеева Л.В., Еникеев М.Р.</i> Применение методов машинного обучения в задаче идентификации сфер мезофазы игольчатого кокса	65
<i>Гаркавенко Г.В., Ускова Н.Б.</i> О спектральных свойствах одного разностного оператора с инволюцией	66
<i>Гетманова Е.Н., Обуховский В.В.</i> О периодических решениях одного класса случайных дифференциальных включений	68
<i>Гладышев Ю.А., Лошкарева Е.А.</i> О построении обобщенных степеней для уравнения квантовой электродинамики Дирака	70
<i>Гликлик Ю.Е., Сергеева Д.С.</i> Об условиях глобальной по времени продолжимости решений стохастических дифференциально-алгебраических уравнений	72
<i>Годжаева Х.Р.</i> Скорость равномерной равносходимости ортогонального разложения с тригонометрическим рядом для дифференциального оператора четного порядка	74

<i>Горелов В.А.</i> О когradientности и контргradientности линейных дифференциальных уравнений	76
<i>Гриценко С.А.</i> О модели засоления грунта	78
<i>Давыдов А.В.</i> Корректная разрешимость и спектральный анализ интегродифференциальных уравнений, возникающих при изучении флаттера вязкоупругой пластины	80
<i>Даринский Б.М., Лобода А.В., Сайко Д.С.</i> О некоторых характеристиках гармонических многочленов	82
<i>Джабраилов А.Л.</i> Задача Коши для одного интегродифференциального уравнения с точечной сингулярностью	84
<i>Джениалиев М.Т., Ергалиев М.Г.</i> О граничной задаче для двумерной системы Навье-Стокса в конусе	85
<i>Джениалиев М.Т., Иманбердиев К.Б., Касымбекова А.С.</i> О однородной задаче Дирихле для двумерного уравнения Бюргерса в конусе	87
<i>Додонов А.Е.</i> Необходимое условие сходимости рядов наимпростейших дробей в $L_p(\mathbb{R})$	88
<i>Додонов А.Е.</i> Неравенство разных метрик для наимпростейших дробей	89
<i>Домнич А.А., Барановский Е.С., Артемов М.А.</i> Нелинейные задачи о протекании неравномерно нагретой вязкой жидкости через заданную область	90
<i>Дубинский Ю.А.</i> О некоторых нелокальных задачах теории поля на плоскости	91
<i>Дубовцев Д.А., Еникеева Л.В., Губайдуллин И.М.</i> Исследование математической модели синтеза метил-третбутилового эфира (МТБЭ)	93
<i>Еникеева Л.В., Губайдуллин И.М.</i> Эвристические методы оптимизации при решении обратных задач химической кинетики	95
<i>Ерусалимский Я.М., Русаков В.А., Скороходов В.А.</i> О потоках в сетях с барьерной достижимостью	97
<i>Жуйков К.Н., Савин А.Ю.</i> Эта-инвариант для семейств с параметром и периодическими коэффициентами	98
<i>Заборский А.В., Нестеров А.В.</i> Математическая модель переноса полидисперсной примеси в атмосфере при ветровом подхвате с подстилающей поверхности	100
<i>Задорожская Н.С.</i> Линейная задача о свободных длинноволновых колебаниях идеальной жидкости	101
<i>Задорожская Н.С., Кручинина Е.В.</i> Расчет водопроницаемости грунтопленочного экрана в случае неполного размыва защитного покрытия	103

<i>Зайнуллина Э.З., Павленко В.С., Сесекин А.Н., Гредасова Н.В.</i> Об устойчивости по Уламу-Хайерсу решений дифференциальных уравнений первого порядка с обобщенным воздействием	104
<i>Зайцева Н.В.</i> Классические решения гиперболических дифференциально-разностных уравнений с несоизмеримыми сдвигами	105
<i>Засорин Ю.В.</i> Принцип эквивалентности и теоремы единственности для некоторых классов псевдодифференциальных уравнений	107
<i>Зверева М.Б.</i> Двумерная задача о деформациях струны с нелинейным граничным условием	108
<i>Звягин А.В.</i> Термовязкоупругая модель движения растворов полимеров	110
<i>Звягин В.Г., Костенко Е.И.</i> О дробной модели Фойгта с бесконечной памятью	112
<i>Зубова С.П., Раецкая Е.В.</i> Решение задачи стабилизации движения дескрипторной системы управления	114
<i>Иванова Е.П.</i> Краевые задачи для дифференциально-разностных уравнений с бесконечной орбитой границы	115
<i>Изварина Н.Р., Савин А.Ю.</i> Об эллиптических комплексах в относительной эллиптической теории	116
<i>Ильинкова Н.И., Рушинова И.И., Чехменок Т.А.</i> Об электронном учебно-методическом комплексе «Математический анализ. Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной»	118
<i>Кадченко С.И., Рязанова Л.С.</i> Решение обратных спектральных задач, порожденных операторами Штурма-Лиувилля произвольного четного порядка	120
<i>Калитвин В.А.</i> Об алгоритмах численного решения одного класса уравнений с частными интегралами	122
<i>Калманович В.В., Картанов А.А.</i> О моделировании процесса теплопроводности в многослойной среде при неидеальном тепловом контакте матричным методом	125
<i>Карпов Е.А.</i> Модель колебаний балки с гистерезисными свойствами	127
<i>Катрахова А.А., Купцов В.С.</i> Об исследовании свойств модифицированных функций Бесселя первого рода	129
<i>Качалов В.И.</i> Точные и ε -регулярные решения дифференциальных уравнений с малым параметром	130
<i>Кащенко А.А.</i> Динамика одной сингулярно возмущенной модели трех связанных осцилляторов	132

<i>Кокурин М.М.</i> Класс методов аппроксимации квазирешений нелинейных нерегулярных операторных уравнений с апостериорным критерием останова итераций . . .	133
<i>Кокурин М.Ю.</i> О кластеризации решений нерегулярных уравнений с негладкими операторами	134
<i>Кокурин М.Ю., Недопёкин А.Е.</i> Итеративно регуляризованный метод Гаусса–Ньютона в обратной задаче восстановления профиля электронной концентрации ионосферы	135
<i>Колесникова И.В.</i> Квартичные бинарные формы	137
<i>Колтаков А.И., Райцин А.М.</i> Контроль параметров оптического делителя мощности лазерного излучения в информационно-измерительной система эталона	138
<i>Кораблина Э.В., Левенштам В.Б.</i> Волновое уравнение с быстро осциллирующими данными. Восстановление неизвестных функций по частичным асимптотикам решений	140
<i>Корнев В.В., Хромов А.П.</i> Расходящиеся ряды и смешанная задача для волнового уравнения, не допускающая разделение переменных	141
<i>Коровина М.В.</i> Проблема Пуанкаре в аналитической теории обыкновенных дифференциальных уравнений	144
<i>Коронова Л.Н., Коростелева Д.М., Соловьёв С.И.</i> Конечно-элементная аппроксимация спектральной задачи о продольных собственных колебаниях стержня с упруго присоединёнными грузами	149
<i>Коростелева Д.М., Левинская К.О., Соловьёв С.И.</i> Исследование существования и свойств решений задачи о поперечных собственных колебаниях балки с упруго присоединёнными грузами	150
<i>Крутских В.В., Лобода А.В.</i> О 7-мерных алгебрах Ли с единственным 4-мерным абелевым идеалом	151
<i>Крымов Н.Е.</i> Оценка погрешности дискретной аппроксимации стационарной задачи радиационно-кондуктивного теплообмена в двумерной периодической структуре . .	153
<i>Кузнецова М.А.</i> О восстановлении операторов Штурма–Лиувилля с замороженным аргументом на временной шкале	154
<i>Кулаев Р. Ч., Уртаева А.А.</i> Качественные свойства дифференциальных уравнений четвертого порядка на графах	156
<i>Курбанов В.М., Исмаилова А.И.</i> Оценка скорости равносходимости для одномерного оператора шредингера с потенциалом из класса $L, r \geq 1$	158

<i>Левинская К.О., Коростелева Д.М., Соловьёв С.И.</i> Конечно-элементная аппроксимация спектральной задачи о собственных колебаниях составной механической системы	160
<i>Лобода А.В.</i> О невырожденных орбитах в \mathbb{C}^4 7-мерных нильпотентных алгебр Ли	161
<i>Лобода А.В., Даринский Б.М.</i> Об унитарных преобразованиях гармонических многочленов	163
<i>Ломов И.С.</i> Построение обобщенного решения смешанной задачи для гиперболического уравнения с нелокальными краевыми условиями	164
<i>Ляхов Л.Н., Иноземцев А.И.</i> О существовании и единственности решения уравнения Фредгольма в анизотропных пространствах Лебега	166
<i>Макин А.С.</i> О спектре несамосопряженного оператора Дирака с периодическими краевыми условиями	168
<i>Марушкина Е.А.</i> Бифуркация Неймарка-Сакера в системе трех связанных разностных автогенераторов	169
<i>Махмутова Д.Ф., Еникеева Л.В.</i> Моделирование алкилирования генетическим алгоритмом и методом оптимизации роя частиц.	171
<i>Мейрманов А.М., Гальцев О.В., Сельдемиров В.Е.</i> Математические модели нефтяного резервуара	172
<i>Мирзоев К.А., Сафонова Т.А.</i> Дифференциальные операторы с постоянными коэффициентами и формулы для сумм некоторых сходящихся рядов	174
<i>Миронов А.Н.</i> О функции Римана — Адамара для трехмерного уравнения Бианки	176
<i>Миронова Л.Б.</i> Задача Дарбу для одной системы с двумя независимыми переменными	178
<i>Мохаммад А.Х.</i> Условия для решения дифференциальных уравнений неразрешенных относительно производной в частных производных	180
<i>Неверова Д.А.</i> Гладкость обобщенных решений третьей краевой задачи для сильно эллиптического дифференциально-разностного уравнения	181
<i>Осин Р.А.</i> О дискретном неравенстве среднего для субгармонических функций	183
<i>Пальшин Г.П.</i> Новая бифуркационная диаграмма в одной модели вихревой динамики	185
<i>Перескоков А.В.</i> Об асимптотике спектра атома водорода в электромагнитном поле вблизи верхних границ спектральных кластеров	187

<i>Переходцева Э.В.</i> Результаты успешности прогнозирования сильных шквалов и смерчей на основе гидродинамико-статистической модели прогноза в течение аномально-го лета 2020 года	189
<i>Петросян Г.Г.</i> Разрешимость задач управляемости для включений с каузальными операторами	191
<i>Половинкина М.В., Половинкин И.П.</i> Об одном свойстве мо-делей в биологии	193
<i>Преображенская М.М.</i> Периодические решения вида дис-кретных бегущих волн в кольцевой цепи генераторов типа Мэки-Гласса	194
<i>Прокопьева Д.Б., Жук Т.А., Головкин Н.И.</i> Операторный анализ СМО с диффузионной интенсивностью вход-ного потока	196
<i>Прядиев В.Л.</i> Свойства решения волнового уравнения на графе для некоторых классов условий трансмиссии	197
<i>Раецкий К.А.</i> Об одной модели движения динамической си-стемы с многоточечными условиями	199
<i>Раутиан Н.А.</i> О свойствах полугрупп операторов, поро-ждаемых вольтерровыми интегро-дифференциальными уравнениями	200
<i>Родионова Е.С., Сапронова Т.Ю.</i> Ответвления изолирован-ных экстремалей от критических орбит при разруше-нии сферической симметрии	201
<i>Руденко А.Е.</i> Задача четвертого порядка на графе – звезда с локализованными особенностями	203
<i>Русяк И.Г., Суфиянов В.Г., Клокин Д.А.</i> Математическое моделирование упругих колебаний стержней с динами-ческими внутренними силами	205
<i>Рыжлов В.С.</i> Формула Даламбера решения задачи Коши для гиперболического уравнения со смешанной произ-водной и постоянными коэффициентами	207
<i>Сабитов К.Б.</i> Начально-граничные задачи для уравнения колебаний пластинки	209
<i>Савин А.Ю., Семенова Е.Н.</i> О спектральных задачах с условиями на подмножествах произвольной размер-ности	211
<i>Сандакова С.Л.</i> Экстремальные задачи для тригонометри-ческих полиномов на отрезке, меньшем периода	213
<i>Санина Е.Л., Булатов Ю.Н., Терлецкая Е.С.</i> Оператор Лапласа—Киприянова на сфере	215
<i>Сахаров С.И.</i> Контактная задача для параболического уравнения второго порядка с Дини-непрерывными ко-эффициентами	217

<i>Сергазы Г.</i> Ортогонализация функций внутренних колебаний в многомерной эмпирической модовой декомпозиции	218
<i>Серебрянский С.М.</i> Об идентификации функциональной зависимости в граничных данных при решении обратных задач тепловой диагностики	219
<i>Сидоров С.Н.</i> Трехмерная начальнo-граничная задача для уравнения парабола-гиперболического типа с вырождающейся параболической частью	221
<i>Силаева М.Н., Алжанди Хамса Мохамад</i> Уравнение субдиффузии и задача с периодическим и краевым условием	223
<i>Симонов Б.В., Симонова И.Э., Самофалова Л.В., Мишта В.П.</i> Оценка смешанного модуля гладкости функции с преобразованным рядом Фурье	224
<i>Симонова И.Э., Самофалова Л.В., Симонов Б.В., Мишта В.П.</i> Коэффициенты Фурье функций из класса Бесова-Никольского	226
<i>Скорыходов В.А., Ерусалимский Я.М., Муртузалиева С.Ч.</i> Задача нахождения начального состояния ресурсной сети	228
<i>Снегур М.О., Лапич А.О., Смолькин Е.Ю.</i> Метод оператор-функций в задаче о вытекающих волнах неоднородного волновода	229
<i>Солиев Ю.С.</i> Об аппроксимации сингулярного интеграла с косекансным ядром	231
<i>Соловьёв П.С., Коростелева Д.М., Левинская К.О., Соловьёв С.И.</i> Аппроксимация дифференциальной задачи на собственные значения с дробно-рациональной зависимостью от спектрального параметра	235
<i>Солонуха О.В.</i> О линейной параболической задаче с нелокальными краевыми условиями	236
<i>Степович М.А., Туртин Д.В., Калманович В.В.</i> О корректности математических моделей диффузии неравновесных неосновных носителей заряда, генерированных широким электронным пучком в однородных и многослойных полупроводниковых мишенях	237
<i>Сумин В.И.</i> Вольтерровы функциональные уравнения и оптимизация распределенных систем	239
<i>Сумин М.И.</i> Принцип максимума Понтрягина и некорректные задачи оптимального управления	242
<i>Тинюкова Т.С., Чубурин Ю.П.</i> Фазовый переход в случае « p -волнового» сверхпроводника	245

<i>Тихонов Ю.А.</i> Об аналитичности системы интегродифференциальных уравнений, возникающей в теории вязкоупругости	247
<i>Толкачев А.В.</i> Модифицированное отображение Эно с гистерезисной нелинейностью	249
<i>Трусова Н.И.</i> Непрерывность весового частного интегрального оператора в L_p^γ	251
<i>Усков В.И.</i> Аналог биннома Ньютона для суммы двух линейных операторов	252
<i>Усков В.И.</i> Влияние малого параметра в уравнении первого порядка	253
<i>Фасхутдинова Р.И., Еникеева Л.В.</i> Численный анализ жесткости дифференциальных уравнений в химической кинетике	254
<i>Федоров К.Д.</i> Гладкое решение задачи Дирихле для модельной параболической системы в негладкой плоской области	256
<i>Хуштова Ф.Г.</i> Третья краевая задача в полуполосе с однородным начальным условием для B -параболического уравнения	257
<i>Царьков И.Г.</i> Свойства кусочно монотонных множеств в $C[a, b]$	258
<i>Ченцов А.Г.</i> Сцепленность семейств множеств, суперкомпактность и некоторые обобщения	260
<i>Чернышов А.Д., Попов М.И.</i> применение быстрых разложений при рассмотрении разрывных функций с возможностью их многократного дифференцирования, случаи несогласованных граничных условий	262
<i>Шабров С.А., Бородина Е.А., Курклинская Э.Ю.</i> О существовании вторых решениях нелинейной математической модели шестого порядка с производными по мере	264
<i>Шабров С.А., Ильина О.М., Шаброва М.В., Голованова Ф.В.</i> Об адаптации метода конечных элементов для математической модели шестого порядка с производными Радо–Никодима	268
<i>Шамолин М.В.</i> Однородные интегрируемые системы высокого порядка с диссипацией	270
<i>Шананин Н.А.</i> О послыном продолжении инвариантности решений квазиэллиптических уравнений второго порядка	272

<i>Шафиева Г.Х.</i> Начально–краевая задача для систем волновых уравнений с граничной диссипацией и внутренним нелинейным фокусирующим источником переменного порядка роста	273
<i>Шахбазов Р.И.</i> О сходимости спектрального разложения функции из пространства $W_2^1(G)$ по корневым функциям дифференциального оператора нечетного порядка	275
<i>Шварева Е.Н., Енижеева Л.В., Шарипова Г.М.</i> Применение гармонического алгоритма при моделировании кинетического процесса окисления	278
<i>Шмырин А.М., Мишачев Н.М., Сёмина В.В.</i> Управление микроклиматом цеха обжига клинкера цементного производства на основе окрестностной модели	279
<i>Шубарин М.А.</i> Степенные пространства, часть 2	281
<i>Hussin S.M., Sufiyanov V.G.</i> On The Robust H_∞ Control Design Of Markov Jump Linear Systems By Linear Matrix Inequalities	283
<i>Lomovtsev F.E.</i> Conclusion of the smoothness criterion for the right-hand side of the model telegraph equation with rate $a(x, t)$ by the correction method	284
<i>Lomovtsev F.E.</i> Generalized Reman’s formula of the classical solution to the Cauchy problem for the general telegraph equation with variable coefficients	288
<i>Lysenko V.V., Lomovtsev F.E.</i> Mixed problem for the wave equation on a segment with non-characteristic second derivatives in boundary modes	290
<i>Nurakhmetov D., Jumabayev S., Aniyarov A., Kussainov R.</i> Symmetric Properties of Eigenvalues and Eigenfunctions of Uniform Beams under axial loads	294
<i>Piskarev S.</i> Approximation of nonhomogeneous fractional equations in banach space	295
<i>Spesivtseva K.A., Lomovtsev F.E.</i> The correctness criterion of the initial-boundary value problem for the wave equation on the half-line with characteristic second derivatives at the end	296

левают» как некорректность самой задачи и ПМП для нее, так и «неудобства» при возможной практической реализации регуляризованных ПМП, связанные с отмеченными особенностями.

Литература

1. Сумин М.И. Регуляризованные принцип Лагранжа и принцип максимума Понтрягина в оптимальном управлении и обратных задачах / М.И. Сумин // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. — 2019. — Т. 25, № 1. — С. 279–296.

ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД В СЛУЧАЕ « P -ВОЛНОВОГО» СВЕРХПРОВОДНИКА¹

Т.С. Тинюкова, Ю.П. Чубурин (Ижевск, УдГУ,
Удмуртский федеральный исследовательский центр Уро РАН)
tinyukova@mail.ru, chuburin@udman.ru

Гамильтониан Боголюбова–де Жена в случае p – волнового сверхпроводящего порядка имеет вид

$$H = \begin{pmatrix} -\partial_x^2 - \mu & -\Delta \partial_x \\ \Delta \partial_x & \partial_x^2 + \mu \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где $\Delta \neq 0$ — вещественный параметр сверхпроводящего спаривания, μ — химический потенциал. Гамильтониан (1) действует на функции вида $\Psi(x) = (\psi_e(x), \psi_h(x))^T$, описывающие квазичастицы, где T означает транспонирование; $\psi_e(x)$ и $\psi_h(x)$ — электронная и дырочная компоненты, соответственно. В случае $\mu < \Delta^2/2$ спектр H определяется неравенством $|E| \geq |\mu|$. В дальнейшем предполагаем, что $|\mu| \ll \Delta^2/2$, и рассматриваем возмущенный гамильтониан $H + V$, где потенциал

$$V = Z \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \delta(x),$$

описывает примесь; здесь Z — вещественный параметр, $\delta(x)$ — дельта-функция Дирака.

Как локализованные, так и резонансные состояния будем изучать с помощью уравнения Дайсона

$$\Psi = -(H - E)^{-1} V \Psi$$

и предварительно найденной функции Грина.

¹ Работа Т.С. Тинюковой выполнена при поддержке Минобрнауки РФ в рамках государственного задания № 075-00232-20-01, проект FEWS -2020-0010. Работа Ю.П.Чубурина поддержана программой финансирования АААА-А16-116021010082-8.

© Тинюкова Т.С., Чубурин Ю.П., 2021

Теорема 1. 1) Для сколь угодно малых $Z > 0$ в случае топологической фазы, т.е. при $\mu > 0$, вблизи верхней и нижней границы щели существуют энергетические уровни

$$E = \pm\mu \left(1 - \frac{Z^2}{2\Delta^2}\right), \quad (2)$$

соответствующие собственным функциям (АЛС)

$$\Psi_{\mu}(x) = (0, 1)^T e^{-|\mu Z x|/\Delta^2}, \quad \Psi_{-\mu}(x) = (1, 0)^T e^{-|\mu Z x|/\Delta^2}.$$

2) В случае тривиальной фазы ($\mu < 0$) верно то же самое для $Z < 0$ и с заменой $\Psi_{\pm\mu}$ на $\Psi_{\mp\mu}$ (электроны и дырки меняются местами).

При уменьшении $\mu > 0$ до нуля два АЛС, отвечающие двум граничным точкам энергетической щели, в пределе образуют два майорано-подобных состояния $\psi_e^*(x) = \psi_h(x)$.

Функция Грина имеет ветвление в граничных точках $\pm\mu$, при этом энергия на втором листе отвечает резонансному (распадающемуся) состоянию. В случае $Z > 0$ при переходе из топологической фазы в тривиальную электрон на нижней границе щели и дырка на верхней превращаются в резонансные состояния, причём электрон оказывается на верхней границе, а дырка на нижней. Это же происходит при $Z < 0$, если локализованные и резонансные состояния поменять местами.

Литература

1. Elliot S.R. Colloquium: Majorana fermions in nuclear, particle, and solid-state physics / S.R. Elliot, M. Franz // Rev. Mod. Phys. — 2015. — № 87. — P. 137–163.
2. Liu C.-X. Andreev bound states versus Majorana bound states in quantum dot–nanowire–superconductor hybrid structures: Trivial versus topological zero-bias conductance peaks / C.-X. Liu, J.D. Sau, T.D. Stanescu, S. Das Sarma // Phys. Rev. B. — 2017. — № 96. — 075161.
3. Szumniak P. Spin and charge signatures of topological superconductivity in Rashba nanowires / P. Szumniak, D. Chevallier, D. Loss, J. Klinovaja // Phys.Rev.B. — 2017. — № 96. — 041401(R).