Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Удмуртский государственный университет»
Институт нефти и газа им. М.С. Гуцериева
Кафедра теплоэнергетики

С.А. ХОРЬКОВ, Ф.И. МАВРИКИДИ

# ЦЕНОЗЫ, СИСТЕМЫ И ИХ МОДЕЛИ

монография

Ижевск
2021

УДК 62:519.876
ББК 30.1в631.9я43
Х831

**Рецензенты:** д. т. н., проф., Калининградский государственный технический университет В.И. Гнатюк,
к. т. н., доц., ИжГТУ имени М.Т. Калашникова В.К. Барсуков,

**Хорьков С.А., Маврикиди Ф.И.**
Х831 Ценозы, системы и их модели: монография. – Ижевск: Издательский центр «Удмуртский университет», 2021. – 92 с.

**ISBN 978-5-4312-0934-5**

Целью авторов является исследование возможности математического описания сложных объектов – ценозов и систем. Сформулированный авторами для этого новый подход к формализации проблемы единства природы и человека, введение в модель *p*-адических чисел и их интерпретации наравне с вещественными числами, и привлечение известных фактов фрактальной геометрии, дает возможность в первом приближении согласовать формальные методы математики со смыслом технической и естественнонаучной областей. Подход оказывается хорошо обеспеченным различными разрозненными фактами математики, которые теперь объединяются в целостную теорию.

В настоящем издании объединены материалы трех журнальных статей и трех статей, написанных на основе докладов конференций.

УДК 62:519.876
ББК 30.1в631.9я43



ISBN 978-5-4312-0934-5

# ПРЕДИСЛОВИЕ

На сегодняшний день взаимодействие и взаимовлияние Природы с техногенной цивилизацией, биосферы с техносферой, представляет особый интерес, затрагивающий все области человеческой жизни. Все сферы деятельности и все науки испытывают возрастающий стресс от этого столкновения, которое известно как букет кризисов человечества. Сегодня развилось множество научных направлений и идей, направленных на преодоление критического состояния планеты. Нет только единой идеи и, соответственно, методологии, объединяющей все частные воззрения. В центре этой проблемы стоит проблема единства Природы и человека. Обе стороны этой проблемы – «Вавилонской башни» языка науки выживания человечества, изучаются различными дисциплинами, с различными методами и языками. В итоге усилия наук уподобляются сизифову труду – появляются и гаснут искорки надежды на построение этой «Вавилонской башни» согласованного языка наук. Однако за всеми построениями и концепциями угадывается непоколебимая стать физико-математической науки – все дисциплины при всех своих вариациях теорий прибегают к её языку, как единственно верному. Сложилось мнение о междисциплинарной, фундаментальной природе математической физики. Внимательное и длительное наблюдение и анализ результатов этой междисциплинарности ясно показывает, что она является простым паразитированием математики на сложности естественных и социальных наук. Принципиальные вопросы каждой из них остались нерешенными, достигнутые решения оказывались тривиальными, часто их воплощение приводило к бессмысленным и вредным результатам [1-3]. И хотя на сегодняшний день нет недостатка в критике приложений математических методов, общепризнанной альтернативы пока не видно. Известный тезис И. Канта о математике как критерии состоятельности научной теории обернулся своей противоположностью – развитие наук лимитируется развитием математики.

Особенностью современного этапа развития математики следует считать её вольный или невольный поворот в сторону изучения собственной реальности. Зародилась и развивается рефлексия известных математиков в отношении математики. Вторым, как представляется авторам, более плодотворным моментом является включение в анализ ранее неиспользовавшихся методов, в частности круга вопросов, связанных с математической логикой – разрешимостью, двойственностью, вариациям аксиоматики, теории моделей и других её тем, которые считались наукой пройденным этапом и существовали отдельно от главного направления.

Сильное впечатление произвела теория хаоса и фракталов, которую известный математический реферативный журнал Mathematical Reviews относил в раздел «Фракталы, хаос и другие патологии». Как оказалось, фракталы являются областью пересечения множества математических дисциплин, часто, упрощая понимание, как отдельного явления, так и связей между различными феноменами. Сегодня число книг, посвященных фракталам и хаосу многократно возросло, кроме того не счесть отдельных глав монографий, которые полностью базируются на этих идеях. Но вновь, как в случае с кибернетикой, теория увязла в физических представлениях и пока кроме интересных и широких трансдисциплинарных и межкультурных аналогий не выработала.

В итоге вырисовывается новая формулировка «Вавилонской башни» науки – требуется находить нематематические решения математическими методами. Это было именно то, чего ждали в XX веке естественные науки от кибернетики и прикладной математики – общего языка для различных дисциплин, который позволил бы переводить вербально-образные модели частных дисциплин на функционально-числовые схемы математики.

В связи с этим представлены основные сведения о системах, которые изложены на основе числовой асимметрии – нового математического аппарата моделирования общей теории систем, формально воспроизводящей явление двойственности, характеристическое для сложных объектов. Показаны связи ценозов и систем общего вида, делается заключение о перспективности развития математического представления сложных техногенных объектов на базе числовой асимметрии.

В качестве обоснования формализации двойственности, которая носит контрматематический характер, рассмотрена «противоречивая» версия теоремы К. Гёделя о неполноте. Показано, что в числовой асимметрии возможен переход к арифметике Пресбургера, которая в качестве логической системы является антиподом теоремы о неполноте, то есть представляет собой полную, непротиворечивую формальную систему, которая имеет потенции моделирования нефизических – техногенных и естественнонаучных, объектов.

Эмпирическим базисом работ служит материально-идеальная универсальность природных фракталов, которая далее при посредстве p-адических чисел преобразуется в необходимый формальный аппарат представления системной двойственности.

Объединяющая потенция природных фракталов позволяет рассматривать их как первоначальный вариант материала «Вавилонской башни» науки, который может решить проблему единства Природы и человека. Эта проблема существенным образом включает в себя как природные, так и технические, созданные человеком образования и процессы, включая его самого.

К решению этой проблемы пытаются найти путь авторы этой книги. Здесь она представлена технической стороной как ценозы и естественнонаучной как общая теория систем. Как оказалось эти два комплекса вопросов имеют много общего в основаниях своих моделей. Этот ограниченный круг вопросов является сквозной темой публикации – установление общности естественного и технического языков. К этому результату ведут многочисленные факты и выводы, полученные в XX веке в период развития прикладной математики, кибернетики и теории систем, которые, однако, остались разрозненными фрагментами общей картины.

Моделирование промышленного производства, эколого-экономических систем, которые нагружены большой финансовой, социальной, экологической и политической ответственностью, пока лишено математического фундамента и относится, как правило, к эвристическим моделям. Рассмотренные авторами отдельные вопросы позволяют надеяться на развитие этого направления в будущем.

***

Ценоз (от греческого – koinos – общий, английского – cenosis) – есть система (сообщество) самоподобных элементов, нагруженных материальным, энергетическим и/или информационным ресурсом. Самоподобие здесь означает, что форма элементов, скорее всего, в статистическом смысле, одинакова, при этом элементы ценоза на разных уровнях имеют разный размер. Поэтому они принимают и содержат различное количество ресурса. Элементы ценоза можно ранжировать (упорядочить). Обычно аппроксимированный ранжированный ряд ценоза имеет степенной, чаще всего говорят, «гиперболический» вид. Известными примерами ценоза являются биоценоз и биогеоценоз. Ценоз имеет, как правило, иерархическую структуру. Для внешнего окружения ценоз представляет собой некую целостность, которая может эволюционировать. Основа ценоза – пищевая или энергетическая цепочка. Появившись, такая цепочка прирастает новыми элементами и связями. Пищевая цепочка включает, исходный материал, устройство для его переработки (оно объединяет в некоторых случаях «технологию» и «технику»), выходной продукт (материал). Процесс переработки исходного материала сопровождается появлением отходов. Если отходы становятся исходным продуктом для другой цепочки и полностью потребляется ею, то производство становится безотходным, а цепочки объединяются в сеть. Энергетическая цепочка включает источник энергии и потребителей энергии. Источник и потребители связаны сетью передачи энергии. Очень часто один источник и множество потребителей связаны радиальной (древесной иерархической) сетью. Несложно показать, что уровни такой сети имеют гиперболическое распределение. Существуют ценозы на основе передачи информации. Примером такого информационного ценоза является всемирная паутина – WWW.

Во второй половине XX века стали исследовать техноценозы. Большой вклад в развитие нового подхода к техническим системам внес профессор Б.И. Кудрин, предложивший свою концепцию техноэволюции. Он стал использовать для её описания некоторые понятия и термины из биологии и экологии, например, «вид», «популяция», «семейство», «ценоз», «экосистема», «генотип», «фенотип». Приведем рабочее определение техноценоза, данное Кудриным: «Техноценоз – сообщество изделий конвенционально определенного объекта, включающего популяции всех видов выделенного семейства; множество образующих целостность элементов изделий, характеризующееся слабыми связями и слабыми взаимодействиями относительно друг друга; система техногенного происхождения, рассматриваемая как сообщество классифицируемых по видам единиц техники, технологии, материала, продукции, отходов, и выделяемая административно – территориально для целей инвестиционного проектирования, построения (сооружение, монтаж, наладка), обеспечение функционирования (эксплуатация, ремонт), управления (менеджмент). Гносеологически такое определение позволяет опереться на ценологический подход естествознания и математический аппарат негауссовых гиперболических *H*-распределений для исследования систем (объектов) типа: цех, производство, предприятие (организация) или отдельное его хозяйство, отрасль, мировое производство продукта (сталь, нефть, зерно); село, район, город, область, регион, страна, сообщество государств или общественных движений. Исследование технического ценоза – исследование целостности, которая структурируется и характеризуется устойчивыми параметриами.» [4].

В ценологическом исследовании Кудрин выделяет: неделимые элементарные единицы-особи, технические виды, входящие в ценоз, и собственно ценоз. Он ввел в ценозе гиперболические *H*-распределения: видовое, ранговидовое, ранговое по параметру. Кудрин также предложил модель ценоза на основе разложения факториала некоторого числа в произведение простых чисел в некоторых степенях. В техноценозах промышленной энергетики он ввел 6 иерархических уровней электроснабжения, что позволяет на научной основе решать вопросы проектирования, планирования, управления, обеспечения функционирования заводов и заводских электрохозяйств. Теоретическую основу ценологических утверждений Кудрина составляют работы академиков Колмогорова, Хинчина и Гнеденко о безгранично делимых распределениях. Класс этих законов шире класса предельных законов для сумм независимых случайных величин, сходящихся к нормальному закону Гаусса.

Ученик профессора Кудрина профессор В.И. Гнатюк предложил в качестве основы для построения оптимального техноценоза использовать начала термодинамики и понятие устойчивости систем [5].

Понятие техноценоза еще окончательно не сформировано. Если Кудрин делает акцент, главным образом, на структуре ценоза, конечно, его подход не ограничивается только указанным аспектом, то существуют подходы, делающие упор или на эволюции ценоза [6], или на управлении распределенной сетью техноценоза [7], или на использовании понятия техноценоза в качестве этапа исторической формации [8,9].

Известный систематик профессор К.М. Завадский много лет занимался исследованием эволюции сначала биоценозов, а затем и техноценозов. Он ввел понятие синтезогенеза – формирования ценоза из готовых частей и увеличения числа потенциально возможных свойств, которые могут пригодиться при встрече системы с новыми ситуациями, сегрегациогенеза – специализации элементов ценоза. Им введены понятия арогенеза (расширение организмом адаптационных возможностей), аллогенеза (смена организмом одной экологической ниши на другую, более выгодную для него в некотором смысле), телогенеза (более глубокая адаптация организма к заданным условиям экологической среды) [6].

Исследованием управления в техноценозах занимались профессора В.И. Варшавский и Д.А. Поспелов [6]. Они описали классические автоматные и игровые модели коллективного поведения сложных искусственных систем. Их вывод: управление в техноценозе не может быть централизованным. Оно предполагает согласование действий различных подсистем, при отсутствии единого (центрального), для всего ценоза, органа управления. Авторы работ [6, 7] не дают определения техноценозу.

Специалисты по прикладной математике (по образованию) кандидаты физико-математических наук Л.Г. Бадалян и В.Ф. Криворотов рассматривают техноценоз в контексте математической истории [8]. Техноценоз у них – способ передачи неравновесия из одного места (топа) в другое место (нишу) и в определенном смысле аналог общественно-экономической формации. В [9] выделено 7 техноценозов от неолитической революции по сегодняшний день: неолитический, ассиро-вавилонский, греко-римский, средних веков, географических открытий, промышленных революций, постиндустриальный. «Мы моделируем видимую историю как последовательную передачу импульса (дисбаланса) через серию технологических революций. *Каждая традиционно выделяемая историческая эпоха*, от неолитической революции до общества XX в., персонифицируемого через США, *привязывается к освоению конкретной геоклиматической зоны со своей четко очерченной территорией, специфическим набором полезных растений и животных, доминантным ресурсом, одним на зону. Последний становится доступен благодаря некоторому фундаментальному открытию и связанным с ним специфическим социальным институтом, которые делают возможным присвоение богатств новой зоны, недоступных на уровне предыдущих технологий и энерговооруженности*. Это мы называем *(техно)ценозом*, имея в виду пищевые цепочки и технологии, позволяющие освоить новую зону…» [9]. Бадалян и Криворотов предложили модель техноценоза на основе концепции лагранжевой механики. Модель описывает освоение новой зоны через последовательность двух технологических революций сначала в производстве, а затем в инфраструктуре. Такая модель имеет связь с циклами/волнами Кондратьева. «Передача неравновесия масштаба технологических революций повторялись в истории много раз и можно утверждать, что они и определяют её ход» [9].

Охватить весь спектр подходов, связанный с исследованием ценозов, в небольшой работе не представляется возможным. Нам в наибольшей степени импонирует подход профессора Б.И. Кудрина. Его мы и будем придерживаться.

Поскольку энергетические сети имеют древесную (и/или гиперболическую) структуру или могут быть сведены к ней, то в качестве примеров мы будем рассматривать ценозы на их основе.

На основе найденных техноценологических закономерностей (необходимых связей) и инвариантов возможно (и следует) проектировать и строить энергетические объекты, эксплуатировать и ремонтировать энергетическое оборудование, управлять режимами энергопотребления и энергетическим хозяйством в целом.

В настоящем издании объединены материалы трех журнальных статей и трех статей, написанных на основе докладов конференций.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. Дернер, Д. Логика неудачи / Д. Дернер. – М.: Мысль, 1997.2.– 43 с.
2. Скотт, Д. Благими намерениями государства/ Д. Скотт. – М.: Университетская книга, 2005. – 402 с.
3. Тутубалин, В.Н. Математическое моделирование в экологии: Историко-методологический анализ / В.Н. Тутубалин, Ю.М. Барабашева, А.А. Григорян, Г.Н. Девяткова, Е.Г. Угер. – М.: Языки русской культуры, 2009. – 134 с.
4. Кудрин, Б.И. Математика ценозов: видовое, ранговидовое, ранговое по параметру гиперболические H-распределения и законы Лотки, Ципфа, Парето, Мандельброта / Б.И. Кудрин. В кн.: Философские основания технетики. Вып. 19. "Ценологические исследования". – М.: Центр системных исследований, 2002. – С. 357–412.
5. Гнатюк, В.И. Закон оптимального построения техноценозов / В.И. Гнатюк. В кн.: Философские основания технетики. Вып. 19. "Ценологические исследования". – М.: Центр системных исследований, 2002. – С. 413–417.
6. Завадский, К.М. К проблеме прогресса живых и технических систем / Теоретические вопросы прогрессивного развития живой природы и техники. – Л.: Издательство Наука, 1970. – С. 3–28.

7. Варшавский, В.И., Оркестр играет без дирижера: размышления об эволюции некоторых технических систем и управлении ими / В.И. Варшавский, Д.А. Поспелов. – М.: Издательство Наука, 1984. – 208 с.

8. Бадалян, Л.Г., История. Кризисы. Перспективы: Новый взгляд на прошлое и будущее / Под. ред и с предисл. Г.Г. Малинецкого // Л.Г Бадалян, В.Ф. Криворотов. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010. – 288 с.

9. Бадалян, Л.Г. Динамическая модель исторических экономик / Л.Г Бадалян, В.Ф. Криворотов // Проблемы математической истории: математическое моделирование исторических процессов / Отв.ред. Г.Г. Малинецкий, А.В. Коротаев – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 208. – С. 49–78.

# 1. СИСТЕМНО-ЦЕНОЛОГИЧЕСКИЙ ПОДХОД К МАТЕМАТИЧЕСКОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ ТЕХНОГЕННЫХ ОБЪЕКТОВ

**Аннотация.** Основу данного раздела составляет близость понятий системы и ценоза, которые задают два способа описания и управления техногенными объектами. Используя развитый авторами подход к моделированию систем и ценозов, в работе представлен метод математического моделирования, основанный на включении в аппарат моделирования *p*-адических чисел. Этот шаг дает возможность моделировать специфически системно-ценологические свойства объектов и их взаимодействия с внешней средой. Описываемый подход основан на ряде известных математических фактов, не вошедших в образовательный арсенал науки, но, представляющий собой логически связную последовательность результатов, имеющих отношение к практике и теории фракталов.

***Ключевые слова:*** система, ценоз, математическое моделирование, числовая асимметрия, фрактальная геометрия, *p*-адические числа,

Техногенные объекты, эколого-экономические системы, водохозяйственные комплексы, системы разработки полезных ископаемых (прежде всего нефтегазовое производство) имеют двойную – искусственно-естественную природу, являясь плодами технической деятельности человека, погруженными и взаимодействующими с естественными геолого-географическими, биологическими и социальными процессами. Общая теория систем, хотя и включала в себя производство, однако в большей степени была нацелена на вскрытие естественной природы систем, имея ввиду свой исток в виде биологии, дающей большое разнообразие немеханического, целевого поведения. Итогом развития теории сложных объектов в XX веке явилось отсутствие особого математического аппарата для их моделирования. Поэтому по сей день общая теория систем использует физико-математические методы, оставаясь зависимой переменной от их развития, не демонстрируя оригинальных результатов системных явлений.

Однако, как показано авторами этой статьи, в математике осталась часть, незадействованная в моделировании и несущая в себе потенции существенного прогресса в моделировании сложных техногенных объектов [1,2]. Говоря естественнонаучным языком, суть этого подхода заключается в объединении физического атомизма с биологической ан-атомией. Философски – это объединение непрерывности с разрывностью. Формально он выражается сведением двух основных числовых систем математики – вещественных и *p*-адических чисел в единую самодвойственную систему, названную числовой асимметрией. Этот система двойственности воспроизводят известную с древности пару универсальных сил – притяжения и отталкивания, которые порождают пару универсальных же процессов конвергенции и дивергенции, известных во всех науках под различными именами: энтропия и негэнтропия, денудация и седиментогенез, асимметричный дуализм лингвистического знака, концентрация и распределение материального ресурса в производстве и т.д. Равнодействующими этой универсальной пары являются фракталы, которые, снабженные самодвойственной числовой асимметрией, проявляют все признаки кандидата в качестве базы для формального описания систем, отличной от традиционных физико-математических оснований. Это усматривается в том, что физические способы координатизации дополняются координатой делимости (декомпозируемости сложных систем), тем самым расширяя физические процессы *ан*-атомическими, биологическими.

Предлагаемая работа нацелена на общее описание интегрального подхода к моделированию техногенных объектов, основанного на числовой асимметрии систем и математики ценологии [3].

Предварительно следует пояснить, какой смысл вложен в сложный термин «системно-ценологический подход», указанный в заголовке статьи. Для этого следует показать сходство и отличие терминов и понятий «система» и «ценоз». Термин «система» употребляют в науке в составе таких словосочетаний как, «сложная система», «динамическая система», «техническая система», «электрическая система», «социальная система». Термин «ценоз» встречают в составе таких сложных терминов, как «биоценоз», «биогеоценоз», «техноценоз», «социоценоз». Следует отметить также, что отсутствуют общепринятые определения понятий «система» и «ценоз». В тоже время имеются значительные количества, их так называемых, «рабочих» определений.

В главе «Основы термодинамики и статистической физики» [4] «Системой называется набор реальных или воображаемых элементов, произвольно выбранных из окружающего мира. Этот набор является системой, если:

1. Задана связь между элементами.

2. Элементы системы считаются неделимыми. Конечно, в зависимости от изучаемой проблемы каждый элемент можно рассматривать как отдельную систему.

3. С окружающим миром система взаимодействует, как одно целое.

4. В ходе эволюции во времени набор остаётся системой, если существует однонаправленное соответствие между старыми и новыми элементами. Это соответствие должно быть именно однонаправленным. В случае дивергенции новые элементы могут рассматриваться, как одна система, или вводиться понятие «субсистема»…».

В этом определении зафиксированы структурные (элементы и связи) и динамические свойства (эволюция) некоторой целостности окружающего мира, выделенного с научной или производственной целью. Причем здесь предпочтение не отдается ни структурной, ни динамической стороне условий рабочего определения.

«Динамическая система», как абстракция, есть термин и понятие математики. При этом исходят из того, что все процессы, происходящие вокруг нас (или почти все) могут быть описаны дифференциальными уравнениями. Эволюционные процессы на пространстве состояний (фазовом пространстве) описывают динамической системой. Порядок описания предполагает наличие самого пространства, исходной точки пространства, оператора эволюции, задающего траекторию движения исходной точки, области притяжения (аттрактора) или области отталкивания (репеллера). Очень часто вместо сложного оператора – дифференциального уравнения, используют более простой способ описания динамики – итерации отображения одной области пространства внутрь себя. Нетрудно заметить, что в этом определении упор сделан на динамику (эволюцию) событий, структурному аспекту описываемой ситуации уделено гораздо меньше внимания.

Термин «ценоз», впервые появившийся ещё во второй половине 19 века в составе «биоценоза», получил новый импульс к развитию во второй половине 20 века после введения Б.И. Кудриным термина «техноценоз» [5]. Кудрин рассматривает его в составе сложного отношения «изделие (особь)-ценоз-сфера» и считает, что родовым термином для «ценоза» является термин «сообщество», а главным инструментом для его изучения считает негауссову статистику. Ценоз состоит из единичных элементов (особей), но представляет собой целое образование, из ценозов складывается сфера. Например, множества отдельных представителей флоры и фауны образуют различные биоценозы; биосфера, в свою очередь, состоит из биоценозов. Кудрин исследовал техноценозы – естественным образом сложившиеся сообщества технических изделий и агрегатов. Множества техноценозов, в свою очередь, составляют техносферу. Техносфера и биосфера взаимодействуют, их взаимодействие в настоящее время достигло такого уровня, что вызовы технического не всегда могут быть компенсированы адекватным ответом биосферы. Биосфера – дом всего живого, деформируется до такой степени, что теряет способность к восстановлению.

Кудрин предложил ранжировать элементы ценозов и выделил видовое, ранговидовое и ранговое по параметру распределения. Эти распределения аппроксимируют гиперболическими (степенными) распределениями и называют гиперболическими $H$-распределениями. Они являются эмпирическим основанием для изучения ценозов. Теорией ценозов, по Кудрину, является теория безгранично-делимых распределений, основной вклад в создание которой сделали Колмогоров, Хинчин и Гнеденко.

Сильным, и имеющим эмпирические основания, утверждением Кудрина является положение о том, что техноэволюция, порождающая техноценозы, является таким же естественным процессом как и биоэволюция. И «правильное» создание (проектирование) техноценозов должно являться следствием открытия и изучения естественных законов техноэволюции.

По Кудрину техноценоз не является системой («ни кибернетической, ни большой»), потому что связи между элементами техноценоза слабее, чем связи между элементами техноценоза и элементами других ценозов. Однако Кудрин не указывает на способ для количественной оценки силы-слабости этих связей. Существенна также размытость, неопределенность границ техноценоза, определяемая лишь конвенционно. [5]

Вслед за Кудриным сложилось понимание ценоза как сообщества, состоящего из разновеликих элементов. Для построения гиперболических распределений таких элементов не требуется ни специальных приборов, ни специальных средств измерений. Например, Парето получил гиперболическое распределение богатства по различным слоям населения на основе доступного статистического материала; Лотка получил степенную зависимость для ученых, написавших определенное количество статей, на основе статистического исследования массива публикаций.

Анализ эволюции техноценоза требует выделения временных этапов в значительном объеме статистических данных. Для исследования зарождения, функционирования (развития) и старения (угасания, утилизации) крупного техноценоза нужны документы, охватывающие значительный период времени. Получение их в полном объеме чрезвычайно редкая удача. Работа с такими документами требует специальной исследовательской работы.

По нашему мнению, дать рабочее определение «ценоза» можно как через «систему», так и через «сообщество». (Важно подчеркнуть также, что процесс, запущенный интерсубъективным механизмом формирования понятия «ценоза» ещё не завершен, и продолжается в настоящее время). Если акцент делают на динамике ценоза, то удобно говорить о ценозе, как о системе, если упор делают на его структуре, то удобно говорить о ценозе, как о сообществе.

Главным в «структурном» определении ценоза является то, что он имеет иерархическую структуру, состоящую из самоподобных элементов, т.е. таких элементов, форма которых совпадает с формой целого, и/или элементы и целое ценоза являются статистически однородными образованиями. Такую структуру, как правило, описывают гиперболическими $H$-распределениями. Следует подчеркнуть также, что структура ценоза появляется при приеме материального, энергетического или информационного ресурса и эволюционирует, как единое целое.

Поскольку структура ценоза формируется естественным образом и является иерархической (гиперболической и/или древесной), то для её описания и формализации используют математику фракталов, $p$-адических чисел, ветвящихся процессов, негауссовых статистических распределений, т.е. тех разделов математики, которые нельзя отнести к разряду традиционных.

Таким образом, системно-ценологический подход к математическому моделированию техногенных объектов означает соединение наработок теории систем, теории ценозов и тех достижений математики, которые остались в тени традиционных подходов к моделированию и исследованию сложных природных и технических систем. Перспективность такого подхода обусловлена актуальными задачами, стоящими перед современной наукой и практикой.

*Теорема К. Гёделя* – краеугольный камень реализуемости единого подхода к формализации. Теорема Гёделя о неполноте имеет большую литературу как математическую, так философско-методологического плана. Однако она не является первым шагом в построении модели. До него следует выбрать метод измерения – их два, метод наблюдения – их тоже два. Очевидно, что с точки зрения общей теории систем в нынешнем виде эта теорема запрещает двойственность в математических моделях, несмотря на то, что сам Гёдель говорил, что источником его идеи нумерации послужил парадокс Лжеца – “Я лгу”, который, очевидно, имеет двойной смысл. Как показал анализ, в тени конструкции Гёделя осталась нумерация Р. Смальяна – двоичными, или вернее 2-адическими строками. Эта нумерация в железе реализована в компьютере, который является наиболее знакомым и выразительным примером числовой асимметрии – синтеза вещественных и 2-адических чисел (численных расчётов и текстовых, графических редакторов). Эти 2-адические числа представляют собой интерпретацию арифметики Пресбургера, в которой есть отрицания, но нет противоречий и которая являет полную и непротиворечивую логическую систему, в отличие от неполных и непротиворечивых физических. Как показал Дж. Майхилл, такие системы могут формулировать истину собственными средствами – доказуемость совпадает с выводимостью. Поэтому, такой – системный, вариант теоремы Гёделя, дополненный результатами М. Пресбургера и Дж. Майхилла, представляет логическую основу системно-ценологического моделирования (все сведения из математики, потребные для дальнейшего приведены в [1]). Кратко, для ясности картины, скажем, что они представляют собой оставшиеся в тени развития физико-математической науки результаты, которые неожиданным образом образуют связное целое и смысл при снабжении их эмпирией фрактальной геометрии.

*Пространство-время* техногенных систем состоит из двух числовых систем с противоположными порядками – вещественных $R$ и 2-адических чисел $Z_2$, которые объединены в единую самодвойственную числовую систему $Q_2^{\#} = R \times Z_2$, которая образована числами вида:

$$x = a_{-n} \cdot p^{-n} + a_{-n+1} \cdot p^{-n+1} + \ldots + a_{-1}p^{-1} + a_0 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2 + \ldots + a_k \cdot p^k + \ldots = \\ = \sum_{i=-n}^{\infty} a_i \cdot p^i \qquad a_i \in A = \{\, 0, 1, 2, \ldots, p-1 \,\} \tag{1}$$

Точно так же одинакова позиционная запись обоих видов чисел в виде слов:

$$x = a_{-n}a_{-n+1} \ldots a_0 a_1 \ldots a_k \ldots \tag{2}$$

Разложения (1)-(2) имеют двойной смысл. При чтении справа налево или с обратной стороны листа они превращаются в правильную запись вещественных чисел. Иными словами, два вида чисел связаны *инверсией-отрицанием*, меняющей порядок чтения/записи. В предлагаемой модели (1)-(2) числа рассматриваются частично как $p$-адические, частично как вещественные, т.е. их можно читать с обеих сторон листа. Например, с $n>0$ вправо разложение представляет собой *p*-адическое число, влево – вещественное. Формы (1)-(2) являются также числовым и бескоординатным прототипом *итеративной системы функций*, которая является основным генератором фракталов и перекрестком физики, языка, биологии и т.п., где она известна под видом иерархии. Её действие – делимость материи, декомпозируемость систем, различение и границы, нарушения связности. Впервые такую интерпретацию *p*-адических чисел в 1955 г. предложил С. Улам при исследовании мультипликативных процессов, возникающих в цепной реакции деления [6]. Бесконечное деление приводит к нульмерным множествам или фракталам.

Позже два российских ученых – химик И.В. Тананаев и математик А.Н. Паршин значительно расширили интерпретацию Улама таким образом, что *p*-адические числа обрели системно-ценологическое содержание. Тананаев предложил считать размер частиц, получающихся при делении, отдельной степенью свободы, поскольку при таком движении меняются качества материи. Это движение становится, таким образом, аналогичным фазовому переходу или химической реакции, производящей новое вещество-качество. Тем самым ось делимости приобрела статус линии философских мер – узлов развития. Известно, что мерой философы называют единство количественного и качественного, которое определяет границы развития целого. Мера есть количественный интервал в рамках заданного качества. Паршин проинтерпретировал дерево 2-адических чисел как единство противоположностей и показал, что оно «растет» как в материальном, так и в идеальном мире.

Содержание координат узлов развития дано С.И. Сухоносом в виде масштабной оси или М-оси [7]. Их анализ с точки зрения динамики описан в [8]. В частности, *p*-адические числа образуют внутреннее пространство систем/объектов, дополнительное к внешнему. Эти два способа введения координат хорошо известны. Можно по карте указать координаты точки, а можно выписать её адрес по цепочке: страна, область, город, улица, дом, квартира. Этот же способ адресации применяется в сети интернет. Поэтому, как и фракталы, *p*-адические числа, как их числовое содержание – встречают повсюду. *Р*-адические числа как нульмерные множества не имеют физических свойств, они невидимы, являются числовыми кандидатами на роль полей различной природы – физических (электромагнитных, гравитационных, и т.п.), морфогенетических в биологии, различных лингвистических. Причем все эти разнородные поля сосуществуют в каждой точке физического пространства, т.е. *р*-адические числа *многомодальны*. Поэтому числовые системы математики составляют пару «материальное – идеальное». Иными словами это пространство включает в себя как материальные так и мыслительные процессы техногенных систем – движение оборудования, проектирование технологий, принятие решений различного уровня и т.п.

Двойственность числовых систем влечёт двойственность измеряемых величин, которые являются формальными функциональными аналогами универсальной пары процессов «*конвергенция – дивергенция*». Вещественные числа получаются из (1)-(2) сложением/интеграцией всех разрядов и тогда все цифры исчезают, *р*-адические – различением цифр/дифференциацией в позиционной записи. Величины (нормы/метрики) этих чисел имеют вид

$$x \in R,\ \left| x \right|_{\infty} = \left| x \right|, \quad \xi \in Z_2 \ \ \left| \xi \right|_2 = p^{-(-n)} \tag{3}$$

Точнее, для *р*-адических чисел существуют две метрики – аддитивная и мультипликативная:

1. Аддитивная метрика даёт координату узлов развития материи/объема понятия на *экстенсиональной* оси:

$$\nu_p(\xi) = ord_p(\xi) = -n = -\ln\left|\xi\right|_p^{\alpha} \ \Rightarrow \ \nu_p(\xi+\eta) \geq \min\left\{\nu_p(\xi) + \nu_p(\eta)\right\} \tag{4}$$

2. Мультипликативная даёт размер подсистем или объем денотатов на *интенсиональной* оси:

$$\left|\xi\right|_p^{\alpha} = p^{-\alpha\cdot n}, \quad \alpha > 0 \ \Rightarrow \ \left|\xi+\eta\right|_p^{\alpha} \leq \max\left\{\left|\xi\right|_p^{\alpha}, \left|\eta\right|_p^{\alpha}\right\} \tag{5}$$

Следует отметить, что процесс восприятия мира человеком, также имеет двойное кодирование. Он заключается в том, что вербальные структуры (логика, алгоритмы (технологии), линейное письмо) дублируются образным представлением – памятью на значения слов [9]. Иными словами, фрагмент мира запоминается «снизу» линейно алгоритмически и «сверху» картой значений, т.е. совокупностью/картиной материальных объектов. Этими способами восприятия пользуются все естественные науки. Оба эти способа восприятия отражаются выбранной моделью числовой асимметрии – они совпадают с метриками двух основных числовых систем. Решение этого нетривиального вопроса требует отдельной работы, несмотря на то, что основные нужные для этого теории составляющие части, по-видимому, наличествуют.

В частности, нетрудно видеть, что *объект* – естественный или технический, в пространстве числовой асимметрии представляется следующим образом:

$$S \equiv \xi_0 \xi_1 \ldots \xi_n \circ B_r(\xi) \tag{6}$$

Здесь префикс $pr_s = \xi_0 \xi_1 \ldots \xi_n$ является именем системы/объекта, аналогичным паспортам людей, которые остаются неизменными и общими для всех их подсистем. Выражение (6) определяет информационный компакт. Тогда напрашивается формальное определение *системы как информационно замкнутого множества объектов*. Здесь все члены определения имеют формальные референты в отличие от широко распространенного «система есть множество *каким-либо образом* связанных объектов». Радиус шара $B_r$, т.е. расстояние между подсистемами не меняет свойства информационной замкнутости-открытости, т.е. системности.

Если не учитывать генезис, то на вещественной оси нормы $|x|_\infty u \ |\xi|_2$ неотличимы. Нетрудно проверить, что эти две величины связаны гиперболическим отношением, известным как степенные законы, которое позволяет их различать по поведению:

$$|x|_\infty = c \cdot |x|_2^{-D}, \tag{7}$$

где $D$ – фрактальная размерность.

Эта форма зависимости норм/метрик измеряемых величин является общей для ранговых и видовых распределений, составляющих основной аппарат ценологии [3]. Взаимная неопределимость числовых норм/метрик в (7) лежит в основе невозможности представления устойчивых распределений, *H*-распределений в виде функций. Как показывает простое сравнение, степенные зависимости (7), ранговые и видовые распределения получают одинаковой организацией измерительных процедур – подсчётом частей и сравнением их с целым. В целом все безгранично-делимые распределения и распределения сумм независимых случайных величин являются вариацией известной проблемы Платона «целое-часть», и (7) есть её числовое представление.

В итоге, поскольку порядок двух числовых систем взаимообратный, измеряемые величины реализуют *два вида причинности*, известные как *сжатие, агрегация, материализация* и *расширение, диссипация*, *дематериализация* – синонимы универсальной пары процессов, порождаемых универсальной парой сил *притяжения – отталкивания*. Тогда противонаправленность (отрицание) можно понимать как дополнительность, при которой объединяются виды причинности, направления времени, топологии, членов оппозиций. Совмещение двух способов координатизации: физической и *p*-адической, даёт основание для адекватного учёта геометрии системно-ценологического пространства – оно становится локально гиперболическим, глобально – проективным (проективной плоскостью).

Формально имеем:

$U = R \times Z_2$, $u = x \cdot \xi$, $x \in R, \xi \in Z_2$ – пространство и представление рационального числа через вещественные и *p*-адические числа;

$P^2(R) = R^2 \cup P^1(R)$ – проективная плоскость в геометрии; (8)

$R = inv\, Z_2 = \neg Z_2$ – «оси координат» *U*. (*inv* – инволюция, $\neg$ – отрицание);

$\| u \| = | x |_\infty \cdot | \xi |_2$ – общая формула числа.

Любое утверждение логики $P(x,t,f,g,\dots)$, формулы, уравнения, имеет смысл в обеих числовых системах:

$$R \leftarrow P(x,t,f,g,\dots) \rightarrow Z_2, \qquad (9)$$

в частности:

$$2 = \left|2\right|_{\infty} \in R \leftarrow 2 \rightarrow \left| 2 \right|_2 = 2^{-1} \in Q_2^{\#} .$$

Для мер неопределённости: вероятности *prob* и возможности *poss* с мерами Лебега и Хаара имеют, соответственно:

$$Th\ prob(\mu_L) \xleftarrow{\wedge} Q_2 \xrightarrow{\vee} Th\ poss(\mu_{Haar}), \quad (10)$$

а для логики: классической и Пресбургера, соответственно:

$$CL \xleftarrow{\wedge} Q^{\#}{}_2 \xrightarrow{\vee} AP . \quad (11)$$

Выражения (9-11) соответствуют принципу переноса, включающего в себя принцип двойственности для решёток (сетей) [1].

Многомодальность *p*-адических чисел имеет вид:

$$Z_2 \cong Z_2 \times Z_2 \times \ldots \times Z_2 \cong (Z_2)^N \text{, для любого счётного } N. \quad (12)$$

Здесь каждому сомножителю может соответствовать свое поле и своя ультраметрика (3), определяющая степень возможности – материальной проявленности того или иного фактора.

Общая формула, дающая возможность связать воедино иерархию, топологию, показатели степени распределений (7), дана А. Робертом [10]. Она представляет детализацию итеративной системы функций в направлении создания евклидовых образов/объектов. Как показывает её вид, все материальные преобразования проистекают их идеальной сферы. В технетике, соединяющей технологию, технику, материалы, продукцию и отходы [5], – определяются проектами и принятием решений.

$$\varphi_{\nu,b} : Z_p \mapsto E: \ \sum_{i \geq 0} a_i \cdot p^i \ \mapsto \ \theta \cdot \sum_{i \geq 0} \frac{\nu(a_i)}{b^{i+1}}, \quad b \geq p \quad (13)$$

В (13) параметры $\theta, b, i$ – могут интерпретироваться с помощью понимания их с понятиями *H*-распределениями ценологии. Точнее $\nu(a_i)$ – векторизованные цифры, параметры сдвига, задающие разметку евклидова пространства *E*, а $\theta$ – масштабный множитель, задающий диаметр фрактального множества. Положив $b = p^{\alpha}$ $\alpha \geq 1$ при различных $\alpha$, получим различную степень интеграции системы $F \subset E$ во внешней среде, т.е. различные наборы параметров сдвига и масштаба порождают различные визуальные образы фракталов, т.е. различные размеры и структуру технических объектов.

Система $F$ состоит из самоподобных копий [2], которые задаются итеративно:

$$F_1 = \bigcup_{\nu} (\theta \cdot \frac{\nu}{b} + \frac{F}{b}) = \bigcup_{\nu} (\theta \cdot \frac{\nu}{b} + \frac{1}{b} \bigcup_{\nu} (\theta \cdot \frac{\nu}{b} + \frac{F_1}{b}) . \qquad (14)$$

Выражение (14) может использоваться как множество-носитель, соответствующий распределению ресурса. Аналитическими операциями из (6) возможно получать нужные в каждом конкретном случае результаты.

*Время в теории систем и ценозов* имеет два направления течения $T$:

$$t \times \tau \equiv \left| T \right|_{\infty} \cdot \left| T \right|_{2} = const\,,\; T \in Z_2 . \qquad (15)$$

Одно из них $t$ можно назвать физическим, второе $\tau$ - системным, биологическим. По аналогии с двумерной системой координат (X,Y) представленной комплексными числами – аддитивной версией связи осей $z = x + i \cdot y$, также связаны оси времени $t = i \cdot \tau$ .

Вообще говоря, соотношения типа (3, 4, 5) неединственны в том смысле, что варианты их числовых значений определяются разнообразием конкретных формальных выражений для составляющих его числовых метрик. Существует большое количество способов измерений, принятых в естественных науках [11], которые, однако, не соотнесены с двумя основными математическими числовыми метриками. Включение их в контекст числовой асимметрии дело отдельной и очень важной работы, как для теории систем, так и для частной дисциплины. Мы, упрощая ситуацию, априори положим, что все частные метрики могут быть расклассифицированы нужным образом и используемые нами числовые метрики имеют своим содержанием способы измерений в естественных науках. Этот шаг оправдывается тем, что способы измерений формально совпадают со способами человеческого восприятия [1]. Поэтому мы ограничимся стандартной их версией.

$\left| T \right|_{\infty} \propto t$ – физическое время движения в евклидовом пространстве. (16)

Системная ось времени – это время развития. Она, как и $p$-адические числа неопределима в вещественном пространстве и, поэтому, может считаться мнимой осью, мнимым временем. Полагая нормировку $p$-адических чисел плотной, т.е. уровни занумерованными не целыми, а рациональными числами $q \in Q \subset R: q = a_0 a_1 \ldots a_n$, т.е. конечными строками цифр разложения (1), получим мнимую числовую ось времени. Эта ось $\tau_0$ дается аддитивной версией $p$-адической метрики (3) и определяет скорость декомпозиции, развития системы:

$$\tau_0 = \alpha \cdot q \qquad (17)$$

$$t = i \cdot \tau_0 \text{, где } i = \sqrt{-1} \qquad (18)$$

Мультипликативная норма (4) дает второе системное время $|T|_2^{\alpha} \propto \tau_1$, определяющее количество и размеры подсистем на уровне $\tau_0 = \alpha \cdot q$. По отношению к физическому линейному времени оно оказывается замкнутым, т.е. циклом гомеоморфным окружности:

$$|T|_2^{\alpha} \propto \tau_1 = 2^{\alpha \cdot q} = \exp(i \cdot \alpha \cdot t \cdot \ln 2) \qquad (19)$$

Это локально соответствует понятию жизненного цикла системы. Циклы вообще являются одной из вездесущих естественных геометрий природы [12,13].

Таким образом, приходим к характеристике В.И. Вернадского о времени естественных систем как прерывисто-непрерывном, циклическом и необратимом [14]. Физическая формализация двух времен – внешнего и внутреннего, разрабатывалась И. Пригожиным [15]. В итоге, очевидно, что $U$ есть пространственно-временно́й фрактальный континуум систем, порождаемый числовой системой $Z_2$, т.е. идеальным пространством.

*Определение системы и ценоза* следует как набор “вариантов инварианта” - присутствия канторова совершенного множества в различных разделах математики и его изоморфа 2-адических чисел $Z_2$:

$$\begin{aligned} &C \cong C_{matter} \cong \exp(C) \cong 2^C \cong Z_2 \cong [IFS \equiv \{0,1\}^N] \cong \\ &\cong [Z_2 \to Z_2] \cong C(Z_2, Z_2) \cong H \cong C_{Bool} \cong C_{Stone} \equiv C \end{aligned} \qquad (20)$$

здесь знаки эквивалентности (изоморфизма) означают по порядку слева направо: $C_{matter}$ – модель делимой материи – точный геометрический фрактал, $C$ является экспоненциально полным, т.е. механические преобразования материи не меняют её числовой природы. Такое распределение материи представляет собой спектр функций истинности булевой алгебры. Это материя с числовыми свойствами, $Z_2$ есть топологическая алгебра. Такое строение материи (нульмерное, дисконтинуальное, фрактальное) совпадает с формальными языками теоретической информатики, является доменом в теоретической информатике (итеративная система функций – *IFS*, является центральной техникой порождения фракталов). Это символическое пространство, область действия символической динамики. Как решётка она совпадает с пространством непрерывных функций над собой – $[Z_2 \to Z_2] \cong C(Z_2, Z_2)$. Такой числовой или алгебраический образ материи представим своим полем непрерывных функций по теореме о двойственности Стоуна – $C_{Bool} \cong C_{Stone}$. Множество *2*-адических чисел представляет собой гильбертово пространство с ортонормированным базисом в виде системы ван дер Пата. Оно изометрически вкладывается в гильбертово пространство – $H$ и в пространство функций. Это значит, что его элементы допускают интерпретацию в виде векторов гильбертова пространства и в виде функций. Тем самым *p*-адические числа можно рассматривать как банахову алгебру с инволюцией, то есть $C^*$ – алгебру. Поскольку $R$ является гильбертовым пространством и решёткой, а инволюция меняет порядок на решётке, то, согласно принципу двойственности для частичного порядка, $Z_2 = inv\ R$ сохраняет истинность утверждений. $Z_2$ – дисконтинуальная версия гильбертова пространства. В таком виде $Z_2$ является также и булевой алгеброй – основой символьной техники (по той же теореме Стоуна). Фрактальное распределение материи как эквивалентное, по формулировке М. Стоуна, булевой алгебре, есть оборотная сторона канторова множества как фрактальной модели материи [1].

Тогда *формально определить систему и ценоз* можно, используя рефлексивные свойства *p*-адических чисел:

$$\begin{aligned} &\forall n \in N,\ \forall p = 2,3,\ldots,43,\ldots \quad Q_p \cong Q_p \times Q_p \times \ldots \times Q_p = Q_p^n \\ &и \quad Z_p \cong Z_p \times Z_p \times \ldots \times Z_p = Z_p^n \end{aligned} \tag{21}$$

(Эти два изоморфизма известны как парадокс Банаха-Тарского о разрезании шара на два других такого же объёма). Множители в (21) могут быть выраженными различными цифрами, т.е. языками (см. 8-11) с сохранением изоморфизма. Тогда получается известное определение системы (ценоза) как объекта, для описания которого требуется множество несводимых друг к другу языков. Кроме того, полагая в (21) сомножители, равными одному из изоморфов (20) мы получим представление множества свойств (или граней) одного $C$ – фрактального объекта. Отметим особо, что $p$-адические числа являются интерпретацией арифметики Пресбургера [16] – *полной и непротиворечивой формальной системы*, которая содержит взаимно отрицающие *истинные* утверждения. Таким образом, определение понятия системы (ценоза) получается сведением языков/структур из различных разделов математики, имеющих общую основу. Противоречивый вариант теоремы Гёделя логически содержателен и непротиворечив в числовой асимметрии и дает основания для разработки системной (ценологической) теории. Изъяном этого понимания системы (ценоза) является общий для всей математики недостаток – отсутствие математической модели периодической таблицы Менделеева, которое остро встает при создании системной теории материи. Однако и в этом направлении усматривается согласование базовых фактов [17].

Из самодвойственности $Q_2^{\#}$ следует, что система (ценоз) существует одновременно в двух состояниях – материальном и информационном (тонком, ультраметрическом). Соответственно, задачи «структурный эквивалент функции», «материальный эквивалент функции», «материальный эквивалент языка» явлются системно-специфическими и входят в состав системных инвариантов. Они являются основой целевого подхода, принятия решений и т.п. нефизических преобразований системы.

*Метапозиция* – понятие, имеющее ключевое значение как для управления производством, так и для формулирования целей, задач и ограничений на него. Она проистекает из *дейксиса.* Дейксис – понятие языкознания, означает координаты «здесь и сейчас», то, что имеет ввиду говорящий, контекст, неявно присутствующий в наличной речевой деятельности. Математика является редуктом естественного языка, и её так называемая «непостижимая эффективность» проистекает из природы естественного языка как *alter ego* внешнего мира [18]. Современная физико-математическая наука сформировалась в экспериментально-лабораторном пространстве [19]. Поэтому она требует обозримости и алгоритмической эффективности теории, сопоставимости с лабораторным человеческим пространственно-временным кругозором. Тем самым методы становятся локальными и относительно простыми. Человек, отдалённые последствия и эффекты, связь с внешней средой исключаются из хода процесса и, соответственно, из теории требованием чистоты эксперимента. Системные (ценологические) же объекты решительно не вписываются в этот лабораторный кругозор. Они не допускают экспериментального изучения – нет воспроизводимости, число степеней свободы не поддаётся перечислению и человек оказывается включённым в динамику. Системы (ценозы) наблюдаемы двояко – снаружи и изнутри. Эта двойственность пока не формализована. Детальное её рассмотрение в экономике, под видом субъектной или рефлексивной позиции изложено в [20] и его же монографии [21]. Известно, что в $p$-адическом шаре (объекте, системе, ценозе) любая точка является его центром. Это значит, что система, производство могут наблюдаться и моделироваться одновременно снаружи и изнутри, согласовывая эти противоположные движения. Таким образом, в зависимости от собственных целей системы управление может передаваться любой из её подсистем, в зависимости от внешних целей и ограничений управление может осуществляться извне. Эта техника известна как инверсия тела в идеальном пространстве.

*Математический анализ двойственности систем* мы покажем на примере уравнения непрерывности *CE* (x,y,t,…) – *(continuity equation – CE).* Любые уравнения начинаются с установления баланса для заданной физической величины. В нашем случае системы (ценозы) изменяются под действием внешних и внутренних факторов. Из всех уравнений баланса наиболее общим представляется закон сохранения массы (несмотря на то, что понятие материи и массы до сих пор не формализовано). Известно, что этот закон справедлив для всех экстенсивных физических величин – массы, заряда, момента и т.д. Это, в свою очередь, значит, что он не зависит от размерностей физических величин и является чисто геометрическим фактом – преобразования массы из конвергентного состояния в дивергентное. В этом смысле закон сохранения массы имеет междисциплинарный характер и его применение в теории систем (ценозов) напрашивается само собой. Изоморфизм $R \cong Z_2$ к тому же оправдывает принцип переноса. Имеем диаграмму

$$CE(\rho, V) \xleftarrow{\wedge} m = \int_V \rho \cdot \pi \cdot dV \xrightarrow{\vee} CE(\pi, V^*) . \qquad (22)$$

Здесь, $m$ – масса, $\rho$ – плотность, $\pi$ – мера возможности, $V$ и $V^*$ – представления объемов в двух подпространствах числовой асимметрии.

Конструкция интеграла (22) предполагает предварительное, до акта суммирования, существование его слагаемых. Отсюда получается уравнение неразрывности для объёма, записанного в обоих типах переменных:

$$CE(\rho, x, t) + CE(\varphi, \xi, \tau) + CE(V(x, \xi, t, \tau)) = 0 \quad \text{или}$$

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + div_E\, \rho \cdot v\right)\pi V + \left(\frac{\partial \pi}{\partial \tau} + div_U \pi \cdot v\right)\rho \cdot V + \left(\frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x}\right) = 0 \qquad (23)$$

Здесь нижние символы у производных маркируют $E$ – евклидово пространство, $U$ – ультраметрическое; $\rho$ – плотность, $v$ – скорость частицы, $x$ – координата евклидова пространства, $\xi$ – координата ультраметрического пространства, $t$ – физическое время, $\tau$ – системное время, $V$ – переменный объем.

Первое слагаемое в (23) выражает геометрию объема (массы, «жидкости материи») через плотность массы, второе слагаемое – «жидкость вероятности» через возможность, третье слагаемое выражает объединение двух подпространств «течения», имеющее также вид уравнения неразрывности.

Отметим, что выражение (23) тесно связано с понятиями системообразующего фактора систем (ценозов).

Отдельно поясним *теорию возможностей*, которая, как и числовая асимметрия $U$ является билингвой. В её основе лежит полное совпадение её аксиом со свойствами ультраметрики $p$-адических чисел (5) и неопределимость ультраметрики над полем вещественных чисел, позволяющих говорить о математическом содержании понятия *возможности* как о модели случайности.

Теория возможностей раскрывает неопределённость, возникающую на оси декомпозиции/делимости/углубления в детали, и поэтому является в точности дополнительной к теории вероятностей, с заменой меры Лебега на неразличимую от неё на вещественной оси меру Хаара (10). В (10) в качестве единицы системного универсума естественным образом появляется число "золотого сечения", 5-лучевая симметрия и тесно с ним связанные числа Фибоначчи [22,23].

Большие системы природно-технические, социально-эколого-экономические, геополитические, как правило, не имеют фиксированного объёма в обычном физическом смысле при огромном числе подсистем и составных частей. Естественной характеристикой их размера является структура, с которой, связываются все характеристики и свойства системы. Структура систем (ценозов) формализуется матрицами смежности, достижимости и другими графо-теоретическими матрицами [24]. Такая формализация наиболее подходит для описания динамики систем (ценозов). Отметим также, что дифференциальное исчисление матриц практически полностью повторяет обычное.

Одна из важных задач, возникающих при создании и эксплуатации больших природно-технических и им подобных систем (ценозов) – согласование развития/изменения системы (ценоза) с изменениями внешней среды. Эта задача определяет как саму возможность погружения системы (ценоза) в данную обстановку, так и экологический аспект проблемы – влияния функционирования системы (ценоза) на внешнюю среду. Более сложный и глубокий аспект этой проблемы заключается в оценке способности внешней среды к утилизации побочных эффектов функционирования системы (ценоза). Эта проблема выводит в специальную область технетики, включающей технологию, технику, материалы продукцию и отходы [5].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. Маврикиди, Ф.И. Числовая асимметрия в прикладной математике: фракталы, p-адические числа, апории Зенона, сложные системы / Ф.И. Маврикиди. – М., Дельфис, 2015. – 416 с.
2. Хорьков, С.А. Проблема расчёта электропотребления многономенклатурного цеха промышленного предприятия, модели и методики для её решения: монография / С.А. Хорьков.– Ижевск: Изд-во ИжГТУ имени М.Т. Калашникова, 2019. – 128 с.
3. Кудрин, Б.И. Математический аппарат общей и прикладной ценологии и философское осмысление фундаментального природного закона гиперболичности видового и рангового распределений // Не новые новости. Вып. 55. «Ценологические исследования» – М.: Технетика, 2015, – С. 137-157.
4. Блюменфельд, Л.А. Решаемые и нерешаемые проблемы биологической физики. Изд. стереотию / Л.А. Блюменфельд.– М.: Едиторал УРСС, 2014. – 160 с.
5. Кудрин, Б.И. Философия технетики: основания постнеклассической философии техники./Б.И.Кудрин. Вып. 6 «Ценологические исследования». – М.: Технетика, 2007. – 196 с.
6. Улам, С. Нерешённые математические задачи / С. Улам. – М., Наука, 1964. – 168 с.
7. Сухонос, С.И. Масштабная гармония Вселенной / С.И. Сухонос. – М.: Новый мир, 2015. – 215 с.
8. Коваленко, В.В. Частично инфинитное моделирование: основания, примеры, парадоксы / В. В. Коваленко. - СПб.: Политехника, 2005. – 479 с.
9. Панов Е.Н Знаки, символы, языки / Е.Н. Панов. // 2-ое изд., доп. – М.: Знание, 1983. – 248 с.
10. Robert, A.A Course in p-Adic Analysis. Springer, 2000, P. 17-19.
11. Deza, M.-M, Deza E. Encyclopedia of Distances. Springer, 2009.
12. Петрушенко, Л.А. Самодвижение материи в свете кибернетики. / Л.А. Петрушенко. – М.: Наука. – 1971. – 290 с.

13. Лойфман, И.Я. Единство природы и круговорот материи. / И.Я. Лойфман, А.А. Стадник. – Свердловск, изд-во Урал. ун-та, 1988. – 204 с.

14. Вернадский, В.И. Философские мысли натуралиста / В.И. Вернадский. – М.: Наука, 1988, 520 с.

15. Пригожин, И. От существующего к возникающему: время и сложность в физических науках / И. Пригожин. // Пер. с англ. Под ред. Ю.Л. Климантовича. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит.1985. – 327 с.

16. Macyntire A. Twenty Years of p-Adic Model Theory // Logic Colloqium’84. J.B. Paris, A.J. Wilkie, G.M. Wilmers (eds.), Elsevier, NH, 1986.

17. Изотов, А.Д. Числовое представление фракталов в физико-химии материаловедения / А.Д. Изотов, Ф.И. Маврикиди // РЭНСИТ 2019, том 11, №3. – С. 313-328.

18. Постовалова В.И Язык и миропонимание. Опыт лингвофилософской интерпретации / В.И Постовалова. – М.: Ленанд, 2017. – 312 с.

19. Пономарев Л.И. Под знаком кванта. / Л.И. Пономарев. – М., Физматлит, 2005. – 416 с.

20. Попков, В.В. Двойственность: концепция и методы познавательной модели. В кн. Системный поход в современной науке. – М.: Прогресс-Традиция, 2004. – С. 235-253.

21. Попков, В.В. Экономический конструктивизм. Ускользающая реальность: что кроется за объективностью экономической науки. – М.: УРСС, 2014. – 200 с.

22. Изотов А.Д. Числовая асимметрия внутреннего пространства некристаллических материалов / А.Д. Изотов, Ф.И. Маврикиди // Известия Самарского научного центра РАН. 2017, №1. – С. 3-24.

23. Изотов, А.Д. Числовое представление фракталов в физико-химии материаловедения / А.Д. Изотов, Ф.И. Маврикиди //РЭНСИТ, 2019, №4. – С. 317-328.

24. Изотов, А.Д. Математический базис инновационных технологий нефтегазовой промышленности / А.Д. Изотов, Ф.И. Маврикиди, С.А. Хорьков // Управление техносферой: электрон. журнал. 2019. Т. 2. Вып. 4. URL: f-ing.udsu.ru/technosphere.

25. Маврикиди, Ф.И. Системно-ценологический подход к математическому моделированию техногенных объектов / Ф. И. Маврикиди, С. А. Хорьков // Управление техносферой. - 2020. - Т. 3, вып. 3. - С. 401-426.

# 2. ТРАКТАТ О ЦЕНОЗЕ

**Аннотация.** Отмечено, что общепринятого определения ценоза не существует, поскольку понятие ценоза противоречиво. Показано, что противоречие в понятии и модели ценоза возникает потому, что величина распределенного в элементах ресурса конечна и аддитивна, а распределение элементов по степенной зависимости (по гиперболе) мультипликативно и стремится к бесконечности. Показано, что работать с противоречивой моделью возможно, если указать на такой реально или идеально существующий объект (форму объекта), который являлся бы моделью и сочетал бы в себе противоположные стороны, т.е. сочетал одновременно и конечное, и бесконечное. Кроме того, такая модель позволяла бы дать такое разъяснение значений и смыслов, придаваемых её элементам, которое без указанной модели получить невозможно. Модель, отвечающая указанным требованиям, названа паранепротиворечивой. Приведены виды паранепротиворечивых статических и динамических моделей ценоза, с которыми работают на практике.

***Ключевые слова:*** ценоз, паранепротиворечивая модель ценоза.

## Введение в ценозы

Под ценозом понимают систему (сообщество) элементов, между которыми установлен некоторый вид связи. Эта связь обусловлена распределением некоторого ресурса между элементами. Ресурс может быть материальным, энергетическим или информационным. Не любое сообщество элементов со связями является ценозом, а лишь такое, элементы которого подобны друг другу и тому целому, которое они образуют. Отсюда – связи порождают иерархическую ветвящуюся и соответствующую ей гиперболическую структуру. Элементы ценоза могут быть охарактеризованы тем, что они принимают (воплощают в себе) определенное количество ресурса, а связи – показывают каковы отношения между элементами и каким образом ресурс распределён в ценозе.

Трактат опирается на работы Кудрина и его учеников, а также на работы математиков Колмогорова, Хинчина, Гнеденко, Прохорова, Громова, Леви, Мандельброта, Шредера и многих других. Ссылки на эти работы опущены, поскольку они занимают значительное место. Однако они всегда могут быть восстановлены. Некоторые положение трактата ранее были опубликованы в печати. При написании трактата авторы решил отказаться от написания формул.

**Противоречие в понятии и в модели ценоза**

Общепринятого определения ценоза не существует. И это следует объяснить не столько множеством признаков, которые стараются увязать в одном определении, что сейчас сделать чрезвычайно трудно (или даже невозможно), сколько тем, что ценоз в некотором смысле внутренне противоречив. Противоречие возникает потому, что величина ресурса принимаемого ценозом обозрима, т.е. конечна и аддитивна и её можно выразить числом, а гиперболическое распределение элементов, составляющих ценоз, мультипликативно и стремится к бесконечности. Для инженера модель, объединяющая конечное аддитивное и бесконечное мультипликативное, внутренне противоречива. Однако, если оговорить форму модели и некоторые условия её употребления, то с такой моделью инженер может работать, не испытывая внешних и внутренних неудобств. Для этого необходимо указать на такой реально или идеально существующий объект (форму объекта), который являлся бы моделью и сочетал бы в себе противоположные стороны, т.е. сочетал одновременно и конечное, и бесконечное. Кроме того, такая модель должна иметь приемлемую интерпретацию. Другими словами, – модель позволяла бы дать такое непротиворечивое разъяснение значений и смыслов, придаваемых её элементам, которое без указанной модели получить невозможно. Модель, отвечающая указанным требованиям, назовем паранепротиворечивой.

**Виды статических и динамических моделей ценоза**

Существуют статические и динамические модели ценозов. Статические модели показывают, как сопряжены ресурсный и структурный уровни ценоза. Эти модели помогают ответить на вопрос: почему при накопленной величине ресурса структура ценоза приобретает строго определенный вид. Динамические модели показывают, как формируется структура ценоза во времени. Для инженера важно построить такую форму статической модели ценоза, которая позволяла бы приемлемым способом соединить ресурс и его распределение. Такой моделью является паранепротиворечивая модель, объединяющая конечный ресурс и его распределение на теоретически бесконечном пространстве или в теоретически бесконечной сети. Конкретных вариантов таких двухслойных моделей может быть несколько. Их примерами будут: числовая, геометрическая, алгебраическая и термодинамическая модели. Модель динамики ценоза показывает, как формируется иерархическая структура во времени. Очевидно, что и динамических моделей также может быть несколько. Наиболее известны из них: вероятностная модель ветвящихся процессов, модель на основе динамических гиперболических систем и фрактальная модель. Поскольку одной из задач ценологии является установление статистической устойчивости ценоза, то к динамическим моделям следует отнести вероятностную модель устойчивых законов распределения.

## Статические модели ценоза

Паранепротиворечивые статические модели ценоза ориентированы на сопряжение конечного и бесконечного в едином объекте.

В качестве такой модели ценоза может выступать числовая модель. Поле рациональных чисел может быть расширено (пополнено) при помощи числовых норм в двух и только в двух направлениях. Одно пополнение называют полем вещественных чисел, а другое – полем $p$-адических чисел. На поле вещественных чисел получают модель величины конечного ресурса, а на поле целых $p$-адических чисел, интерпретируемом в виде бесконечно ветвящихся деревьев, получают модель распределения ресурса. Обе модели исходят из одного основания – поля рациональных чисел. Заметим, что рациональные числа является «физическими» числами, поскольку именно в этих числах представляют результаты физических измерений. Распределение элементов иерархической ветвящейся структуры имеет экспоненциальное распределение. Распределение уровней иерархической ветвящейся структуры имеет гиперболическое распределение.

Числовая модель ценоза позволяет установить его гиперболическую структуру, а также, получить закон масштабирования, связывающий через гиперболический инвариант два различных ресурса на одной и той же иерархической структуре. В этом случае инвариантом является и логарифм одного ресурса по основанию другого ресурса.

Формы, в которых одновременно воплощены конечное и бесконечное известны в геометрии. Геометрической моделью ценоза является гиперболическая модель. Ортогональные сечения гиперболоида и его асимптотического конуса имеют вид окружности и гиперболы. Площадь окружности сечения позволяет представить конечную величину части ресурса, а гипербола – соответствует иерархическому распределению ресурса. Другая интерпретация геометрической модели показывает, что сечения (карты) расслоения гиперболического многообразия не могут накрыть это компактное пространство без разрывов.

Пользуясь грубым измерением расстояний (крупномасштабная геометрия), гиперболическое пространство ценоза, представляют иерархическим деревом (сетью) и гиперболической группой. Группа – есть множество с бинарной операцией, отвечающей требованиям ассоциативности, наличия нейтрального и обратного элемента. Гиперболическая группа – это конечно порожденная группа как гиперболическое метрическое пространство. Метрика на этом пространстве является словарной. Словарную метрику вводят через длины ребер графа Кэли гиперболической группы. Укажем некоторые свойства гиперболических групп. 1. Гиперболических групп много, гиперболическими являются случайные группы. Конечное групповое представление с большой вероятностью задает гиперболическую группу. 2. У гиперболических групп есть граница. Проще всего эту границу представить через множество точек ветвящегося дерева. Многие свойства группы восстанавливают по её известной границе. Например, множество Кантора – это граница безгранично делимого иерархического дерева. Если группа словесно-гиперболична, то её граница есть компактное конечномерное пространство. 4. Гиперболической группой являются плоскость

Лобачевского. 5. Так как, тонкий треугольник является симплексом того комплекса, который представляет собой гиперболическое пространство, то гиперболическая группа является комбинаторной группой.

Определив ценоз через гиперболическую группу, переносят известные свойства этой группы на модель ценоза.

В термодинамике задачу поиска распределения ограниченного количества энергии по элементам некоторого сообщества решают вариационным методом. Обычно это задача на условный экстремум, она включает максимизируемый энтропиеобразный критерий, баланс энергии, представленный через составляющие элементы и выражение для конечной суммы всех элементов. В этой задаче стремление структурного критерия к максимуму (к бесконечности) и конечное значение ресурса связаны, поэтому она представляет собой одну из форм паранепротиворечивой статической модели ценоза. Решение задачи позволяет получить экспоненциальное распределение элементов в функции от количества принимаемой элементами сообщества энергии. Если количество, принимаемой элементами энергии представить через логарифм её величины, то полученное распределение принимает гиперболический вид. Такое распределение имеют уровни ветвления иерархического дерева.

**Динамические модели ценоза**

Динамические модели ценоза ориентированы на исследование формирования его иерархической структуры. Эти модели могут быть итерационными, либо с непрерывным временем. Вероятностная динамическая модель позволяет исследовать процесс накопления ресурса и формирования иерархической ветвящейся структуры. Получить такую модель можно, используя теорию ветвящихся процессов.

Способ получения динамической модели такой. Сначала фиксируют этапы ветвления иерархического дерева через накопление событий на них, а затем – через распределение временных промежутков, соответствующих рассматриваемому интервалу времени. Первый и второй подходы формализуют, затем формализованные выражения рассматривают совместно и получают динамическую модель ценоза. Для некоторых областей практической деятельности статистика, подтверждающей адекватность полученной модели, отсутствует. Этот факт является основной проблемой, препятствующей широкому распространению динамических моделей ценозов.

Вероятностная модель позволяет оценить статистическую устойчивость ценоза. Распределение ценоза называют статистически устойчивым, если независимые случайные величины, распределенные по этому закону, в сумме дают такое же распределение, что и его составляющие. Для устойчивого распределения ценоза, верно, и то, что свертка характеристических функций слагаемых распределений, дает характеристическую функцию с тем же распределением. Распределение ценоза называют безгранично делимым, если свертка с любым числом составляющих имеет такое же распределение, что и распределение составляющих. Очевидно, что распределение, полученное на ветвящемся иерархическом дереве ценоза, при числе элементов стремящихся к бесконечности, является устойчивым безгранично делимым распределением. Такое распределение относят к классу негауссовых распределений. Существенным отличием негауссовой статистики от гауссовой – является то, что её дисперсия бесконечна, а распределения с нормальным законом имеют конечную дисперсию.

Модель ценоза на основе динамических гиперболических систем также позволяет оценить структурную устойчивость ценоза. Динамическая система представляет собой множество элементов, для которых задана функциональная зависимость между временем и положением в функциональном пространстве. Гиперболическая динамическая система в качестве функционального – имеет гиперболическое пространство. Структурная устойчивость характеризует инвариантность структуры ценоза по отношению к малым деформациям. Для оценки структурной устойчивости гиперболической динамической системы используют гиперболический диффеоморфизм. Он представляет такое отображение гладкого многообразия в себя, у которого касательное пространство в любой точке представляют разложенным на два подпространства, одно из которых является растягивающим, а другое сжимающим. Гиперболическая динамическая система на гладком многообразии  имеет такой гиперболический диффеоморфизм, что все неподвижные и периодические точки гиперболичны, а периодические точки, кроме того, всюду плотны.

Фрактальную модель ценоза можно рассматривать актуально, как законченную конструкцию или потенциально, – через итерации. Механизм построения фрактала итерационный, он позволяет перейти от одной точки пространства к следующей при помощи рекурсии. Фрактал открыт (увиден в Природе) Мандельбротом для того, чтобы измерять такие объекты, которые ранее считались неизмеримыми. Фрактал имеет свою меру, метрику и размерность. Мера и размерность фрактала хаусдорфовы. Мера фрактала обладает свойствами монотонности, полуаддитивности, аддитивности, однородности. Размерность фрактала удобно определить через конечную положительную меру. Она, как правило, является дробной. Распределение составляющих фрактала степенное и обладает скейлингом, т.е. оно масштабно-инвариантно. Это означает, что оно не имеет собственного масштаба, т.е. размер фрактала можно узнать, сравнив его с неким образцом-эталоном, имеющим строго определенный известный размер. Однородным функциям, обладающим масштабной инвариантностью, присуще интересное свойство: при изменении масштаба они воспроизводят сами себя. Существуют фракталы, имеющие структуру ветвящегося дерева. Если предположить, что на этой структуре распределён некий ресурс, то на фрактале определяют закон масштабирования. Это закон связывает два ресурса на одном носителе. Такая связь является степенной. Показатель степени этой связи есть инвариант, он представляет собой логарифм значения одного ресурса по основанию второго. Если считать, что ресурсы распределены на носителе неоднородно, то имеют дело с мультифракталом. Мультифрактал позволяет получить спектр инвариантов-показателей степеней. Фрактал, зависящий от времени, обладает свойством самоаффинности. Для такого реального фрактала находят показатель Херста, который связан с размерностью фрактала функциональной зависимостью.

Реальные фракталы и ценозы имеют ограниченный диапазон существования. Выше и ниже определенных значений элементов закон самоподобия не выполняется и скейлинг разрушается по объективным причинам.

**О практике применения ценозов и моделей ценозов**

1. Ценозы представляют собой сложные системы (сообщества), в которых распределен материальный, энергетический, информационный ресурс. При получении ценозом ресурса формируется и эволюционирует иерархическая ветвящаяся структура. В некоторых случаях такую структуру нельзя наблюдать, но её всегда можно представить и воссоздать. Структура может состоять из нескольких иерархических деревьев. При определенных условиях структура может исчезнуть, выродиться. Если структура ценоза сформирована, то возможно построить её статическую модель. Элементы иерархического дерева распределены по экспоненте, а уровни ветвления имеют гиперболическое распределение. Ценозы встречают в природе, технике, экономике, социологии и других областях науки и практики. Следует предположить, что при формировании ценозов присутствуют явления самоорганизации.

2. Термин «ценоз» впервые появился в составе термина «биоценоз» ещё во второй половине 19 века. Понятие ценоз, как таковое, появилось и его стали употреблять во второй половине 20 веке. Появлению понятия предшествовали научные исследования сообществ с гиперболическими распределениями в частотной и ранговой формах. Эти распределения находили в экономике, наукометрии, биологии, социологии, лингвистике, астрономии, информатике, технике и других областях науки и практики.

3. Широкое распространение понятия ценоза обусловлено вовлечением в сферу практики сложных систем (объектов, сообществ), состоящих из множества разновеликих частей (элементов), которые нужно проектировать, эксплуатировать и ремонтировать. Понятие ценоза позволяет работать с практически бесконечным рядом величин и объектов. До его введения понятийный аппарат позволял работать только с единичными объектами.

4. Практика ценологии связана с негауссовой статистикой. Устойчивость гиперболических распределений традиционно обосновывают через безгранично делимые распределения. В отличие нормального закона дисперсия гиперболических распределений бесконечна.

5. Паранепротиворечивые модели ценоза включают конечный ресурс и бесконечно ветвящуюся иерархическую структуру или сложную структуру, состоящую из нескольких деревьев. При разработке моделей ценоза необходимо учитывать, что конечное удобно суммировать, а бесконечное– повторять (итерировать). В модели ценоза конечное аддитивно и измеримо, бесконечное мультипликативно, присутствует только в тренде, и ограничено содержательными условиями. В реально существующих системах гиперболические распределения всегда ограничены.

6. Примерами паранепротиворечивых статических моделей ценоза являются: числовая, геометрическая, алгебраическая и термодинамическая модели. Примерами динамических моделей ценоза являются: вероятностная модель ветвящихся процессов, модель на основе динамических гиперболических систем и фрактальная модель.

7. Паранепротиворечивые модели ценоза позволяют относительно легко получить ответы на некоторые вопросы ценологии, а именно: о целостности ценоза, об установлении его границы, о самоподобии элементов, о гиперболическом распределении, о негауссовой статистике, о широком распространении гипербол, о соотношении экспоненциальных и гиперболических распределений, о накоплении ресурса и появлении иерархической структуры, об устойчивости распределений в ценозе, об эволюции ценоза.

8. Приведем ответы на некоторые вопросы из пункта 6.

Целостность ценоза обусловлена иерархической структурой ветвящегося дерева. Границу ценоза устанавливают на основе реальной структуры такого дерева. Самоподобие элементов обусловлено уровнями ветвления иерархического дерева. Гиперболическое распределение есть распределение уровней ветвления иерархического дерева. Негауссова статистика обусловлена безграничным делением иерархического дерева. Слабые связи между элементами обусловлены связями между уровнями, узлами ветвления иерархического дерева. Распространение гипербол обусловлено широким распространением иерархических деревьев. Количество и размеры элементов иерархического дерева распределены по экспоненте, а уровни ветвления по гиперболе. Накопление ресурса идет по экспоненциальному закону, ему соответствует экспоненциальное распределение элементов и гиперболическое распределение уровней иерархического дерева. Статистическая устойчивость распределений ценоза обусловлена безграничной делимостью иерархического дерева. Эволюция ценоза связана со структурой иерархического ветвящегося дерева.

9. Ценозы не только находят в окружающем мире, их можно изобретать и проектировать. Для этого необходимо открывать и исследовать законы ценологии, а также разрабатывать на их основе, соответствующие методики.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хорьков, С.А. Трактат о ценозе / С.А. Хорьков // Промышленная энергетика. - 2019. - № 11. - С. 37-42.

## 3. СТЕПЕННОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЦЕНОЗА И ВОСПРИЯТИЯ

**Аннотация.** В разделе рассмотрен подход к построению числовой модели ценоза и восприятия на основе степенного распределения. Модель включает вещественную и *p*-адические части.

**Ключевые слова:** Степенное распределение, ценоз, восприятие, вещественная числовая модель, *p*-адическая числовая модель

Ценоз и восприятие человека имеют степенное распределение [1], [2], [3]. Уточнение свойств и характеристик этого распределения позволит получить новые знания о ценозе и восприятии.

В настоящее время общепринятое определение ценоза отсутствует. Примерами ценозов являются, фитоценоз, объединяющий ассоциации растений, биоценоз, включающий сообщества видов и их местообитание, биогеоценоз, объединяющий системы биоценологической и биогеохимической направленности и другие. По Кудрину ценоз есть конвенционно выделенный объект, элементы которого представляют собой сообщество, целостность [4]. Поскольку элементы ценоза самоподобны, то они могут быть вложены друг в друга. Другими словами, элементы ценоза имеют степенное распределение (гиперболическое распределение, *H*-распределение). С этой точки зрения степенные распределения Парето, Лотки, Вильямса, Брэдфорда, Ципфа, Мандельброта и другие описывают различные ценозы. Очевидно, что такое расширительное понимание ценоза, предполагает одновременно структурирование вещества, энергии, информации, носителем которой является ценоз. К ценозам относят и сообщества искусственно произведенных изделий – техноценозы [4]. По степени сложности (иерархии связей между элементами) они в настоящее время существенно уступают биоценозам. С точки зрения системного подхода под ценозом следует понимать такую структуру со слабыми связями и самоподобными элементами, которая представляет собой целостность и способна эволюционировать [5].

Восприятие по Канту есть сознание с ощущениями, то есть восприятие превращает ощущения в чувственный образ того предмета, с которым контактируют рецепторы человека. Известны три психофизических закона, связывающих стимул (ощущение) и реакцию (восприятие): Вебера, Фехнера, Стивенса. Объединенному закону Вебера-Фехнера соответствует аддитивная, аффинная и мультипликативная группа преобразований. Закон Стивенса имеет степенной вид [2], [3].

Степенные распределения трансдисциплинарны. Их встречают во всех природных, социальных и технических системах и обнаруживают либо простым наблюдением, либо измерением. При этом отсутствует необходимость в применении специальной экспериментальной и теоретической техники. Поэтому объяснение их существования не может быть частным [6]. Степенные распределения неаналитичны. Они соединяют величины разной природы, физической размерности и топологии [3].

В качестве порождающей схемы степенных распределений выступают различные мультипликативные процессы, процессы с нарушением гладкости и связности, коммуникационные сети и сети множества взаимодействующих элементов. Степенные распределения связывают: частотность и частоту, амплитуду и частоту, мощность и частоту, периметр и площадь, площадь и объем [7].

Для объяснения степенных распределений применяют статистический и/или системный подход. Опора на стандартную теоретико-вероятностную технику при анализе степенных распределений встречает определенные трудности, поскольку природа этих явлений имеет неполное соответствие основам теории вероятностей. Системный подход помещает степенные законы в контекст идеи дополнительности и общего бинарного архетипа естественных наук [17]. Источниками самоорганизации и самодвижения являются оппозиции: целое-часть, локальное-глобальное, большое-малое и другие [3].

Перечисленные оппозиции являются формами проблемы Единое-Многое, поставленной Платоном в диалогах «Парменид» и «Тимей». Платон решил её, наделив Единое множеством противоположных определений. Очевидно, что между этими определениями должны существовать связи. Образом всех связей Многого в Едином может быть иерархическое дерево. Оно выражает связи-различия тех знаков, вещей, предметов, явлений, множество которых имеет общую границу Единого. Механизмом, порождающим иерархию, и инвариантом границ, является процесс деления. Следует заметить, что иерархические связи присущи как материальным, так и идеальным объектам. Большую роль в преобразовании дерева играет инверсия – особый вид симметрии, примером которой является преобразование плоскости относительно окружности. Эта симметрия может быть интерпретирована в виде связи пары внутреннее-внешнее сложных систем. Она позволяет получить новый образ иерархического дерева. Для этого необходимо присвоить порядковые номера, начиная с первого, уровням его ветвления (деления). Инверсия даёт ряд обратных чисел, который однозначно соответствует исходному ряду уровней дерева. Полученный ряд имеет гиперболическое распределение. Это распределение получают также на основе оппозиции большое-малое, которая представляет собой числовую форму топологической пары локальное - глобальное.

Выражением ограниченной делимости и соединимости является пара текст-слово. Текст потому и существует, что состоит из множества слов, а слова приобретают нужный смысл, лишь занимая определённое положение, среди других слов текста. Эмпирически установлено, что в хорошо осмысленных текстах имеет место степенное (гиперболическое) распределение слов. Теория вероятностей не имеет к этому распределению никакого отношения, так как слова не являются частицами, а текст не представляет собой ансамбля [3].

Иерархическая структура присуща процессам естественного распределения вещества и энергии. Бассейны крупных рек, ветвящиеся каналы молниевого разряда, различного вида биоценозы являются примерами такой структуры. Во многих случаях, в связи с этим, говорят о фрактальности природных объектов. Фракталы характеризуют скейлингом – степенным масштабно-инвариантным распределением [7], [8].

Безграничная делимость иерархического дерева Порфирия задает в философии языка структуру Сущности, которая для существования, не нуждается ни в каком основании, кроме себя самой [9]. Движение по иерархической структуре есть уподобление и различение знаков, вещей и предметов. Кажущаяся априорность степенных распределений, таким образом, обусловлена операциями различения и уподобления предметов, вещей и явлений на иерархическом дереве.

Буддистская сеть Индры, спонтанно создающая отражения внутри других отражений, творит бесконечную череду миров внутри миров. Тем самым она является точной метафорой фрактальной математики [18]. Отражение внутри другого отражения есть схема рефлексии и самоподобия. Сетевое строение такой конструкции является характеристикой её целостности, безграничного деления и основанием бесконечной динамики.

Следует отметить, что степенные зависимости возникают и как сопоставление двух способов измерения одного и того же объекта. Один способ позволяет измерить целое, другой – множество его частей. Другими словами, с одной стороны измеряют (указывают) координату целого на вещественной оси, с другой – используют (применяют) алгоритм измерения, который выражает последовательность действий с отрезками, составляющими целое. Эту общую схему усматривают в аксиоме Архимеда. Впервые она была выделена в конце 19 века математиками Д. Веронезе и Д. Гильбертом. Следует отметить, что при измерении фрактальных множеств также используют её алгоритм. При этом в выражение для аксиомы Архимеда вводят фрактальную размерность, и аксиома приобретает вид степенного закона [3].

Степенное распределение ценозов и восприятий позволяет построить их числовую модель. Она может быть получена как на поле вещественных, так и на поле $p$-адических чисел. Эта модель включает вещественную и $p$-адические части [3], [10].

$p$-Адические числа введены в научный обиход в конце 19 века немецким математиком-алгебраистом К. Гензелем. Он обнаружил, что если дроби, то есть рациональные числа, выражать через степени простого числа, то получают особый мир чисел. *p*-Адические числа записывают в виде бесконечного ряда по степеням (по позициям) любого простого числа *p*, или в виде слова, «буквами» которого являются коэффициенты указанного ряда. Необычность *p*-адической конструкции заключается в том, что абстрактную математическую идею непрерывности, можно выводить последовательно и непротиворечиво на основе модели, которая значительно отличается от привычных действительных чисел. Если действительные числа можно упорядочено расположить на числовой оси, а всякий отрезок на числовой оси можно последовательно делить на меньшие отрезки, имеющие общую границу, то *p*- адические числа нельзя упорядочить, а потому – и сравнивать. Однако числовое поле *p*-адических чисел также делимо и непрерывно. Инвариантом любого деления является граница. Поэтому мир *p*-адических чисел – это мир границ, а потому он нульмерен [11], [12]. Дальнейшими исследованиями было установлено, что эти числа получают пополнением поля рациональных чисел пределами фундаментальных последовательностей. Пополнение осуществляют путем нормирования. Норма есть отображение числового поля на множество неотрицательных вещественных чисел. На поле *p*-адических чисел существует специальная норма. Она отличается от обычной (евклидовой) нормы тем, что отвечает условию не обычного, а «усиленного» треугольника. Суть этого условия, удобнее всего пояснить на языке метрик. Оно заключается в том, что любая сторона «усиленного» треугольника не превышает любую из двух оставшихся сторон. Традиционная интуиция здесь не работает. Все треугольники геометрии с такой метрикой либо равнобедренные, либо равносторонние. Причем, если треугольник равнобедренный, то его основание меньше стороны. «Усиленная» норма обратно пропорциональна степени делимости данного числа на фиксированное простое число. Тогда умножение на простое число есть сжатие. Наряду с *p*-адической моделью рационального числа существуют его вещественная модель, полученная пополнением рационального ряда обычной (евклидовой) метрикой. Образом *p*-адического числа является раскидистое дерево, которое вырастает из вещественного числа. Для любого вещественного числа по определенным правилам можно найти соответствующую величину на древовидной структуре. Произведение обычной (евклидовой) нормы какого-либо числа на $p$-адическую норму этого числа есть константа. Эта операция на множестве норм позволяет сформулировать понятия бинарности и дополнительности, поскольку в произведении две нормы (бинарность) и значение одной нормы обратно пропорционально другой (дополнительность). Из дополнительности следует, что произведение этих норм имплицитно содержит гиперболу. С другой стороны гиперболическое распределение получают инверсией последовательного ряда номеров для уровней ветвления $p$-адического дерева. На различных уровнях ветвления находится различное количество точек ветвления [3], [11], [12].

«Усиленная аксиома треугольника» индуцирует ультраметрику, лежащую в основе неархимедовой геометрии. Как отмечено выше, треугольники неархимедовой геометрии либо равнобедренные, либо равносторонние. В ультраметрическом пространстве выделяют особое множество, которое называют шаром. Эти шары обладают, свойствами которые трудно, согласовать с традиционной интуицией. Здесь уместно вспомнить о характеристике, данной Б. Паскалем для некоторой сферы, центр которой расположен везде, а радиус – нигде. В нашем случае имеют нечто подобное. В ультраметрическом пространстве каждая точка шара является его центром. Если два шара имеют общую точку, то один содержится в другом. Шары, не имеющие общих точек, не пересекаются. Диаметр шара не превосходит его радиуса. Шары являются одновременно и открытыми (при взгляде изнутри) и замкнутыми (при взгляде снаружи). Эти свойства позволяют утверждать, что ультраметрическое пространство обладает естественной иерархией. Неархимедовость ультраметрического пространства означает, что на нём не выполняется аксиома Архимеда. Другими словами, в этом пространстве существуют расстояния, которые нельзя измерить при помощи других расстояний. И хотя практическое значение этого смысла неархимедовости минимально, неархимедов анализ имеет большое значение. Приложения его имеют место в тех отраслях знаний и практики, которые адекватно могут быть описаны *p*-адическими числами. Такой вид математических моделей получил распространение в квантовой физике, биологии и теории мышления. Сюда же относят структуры и процессы гранулированных множеств, фракталов и мультифракталов [3], [10], [12]. Поскольку модели на основе *p*-адики безгранично делимы, то они находят и статистическое оформление [14].

Теорема Островского из теории чисел даёт удивительный математический результат [11], [12]. Из неё следует, что существуют, только вещественные и *p*-адические метрики и модели числовых полей. Других метрик и моделей нет. Поэтому следует считать, что только рациональные числа являются числами физическими, поскольку только они в полной мере приспособлены к процедуре физических измерений. Модели на основе вещественных чисел преимущественно описывают материальный мир, *p*-адические числа тесно связаны не только с такими физическими теориями как гравитация, космология, теория струн, но и с ментальным миром мышления и сознания.

Следует заметить, что вещественная и *p*-адическая части общей модели имеют не только разные виды нотаций, но и используют разные виды операций-действий. Вещественная часть модели допускает аддитивные операции, а *p*-адическая – мультипликативные. Первая часть преимущественно оперирует с экстенсивными величинами, а вторая – с интенсивными. Бесконечность в первой части модели потенциальна, во второй части – актуальна [3].

Можно показать, что мультипликативная и аддитивная операции с евклидовой и *2*-адической (диадической) нормами числа 2 позволяют получить известный принцип 80/20. Принцип и его применение довольно полно описан в книге [15].

Результаты моделирования на основе вещественных и *p*-адических чисел можно интерпретировать в терминах ценоза и восприятия.

Ценоз представляет собой объект, который следует рассматривать в двух слоях. Один слой соответствует вещественным, а другой – *p*-адическим числам.

Один уровень представления ценоза – материальный или энергетический, а другой – информационный, нульмерный. Образом нульмерного (невидимого) пространства ценоза является иерархическое дерево. Инверсия уровней деления этого дерева представляет собой ряд, аппроксимация которого имеет гиперболическое $H$-распределение (степенное распределение). Его получают в частотной или ранговой форме. Таким образом, иерархическое дерево является своеобразной программой ценоза, степное распределение есть его вторичный образ. Основные свойства, приписываемые ценозу: целостность, трудность установление границы, самоподобие элементов, гиперболическое $H$-распределение (степенное распределение), слабые связи между элементами, подчинение статистики негауссовым распределениям, эволюция и другие, легко могут быть объяснены $p$-адичностью модели и её иерархическим образом. Целостность ценоза и трудность установления его границ могут быть объяснены единой иерархией дерева и тем, что толщина и количество его крайних веточек зависит от того, в какой момент будет зафиксирован (остановлен) процесс деления. Самоподобие элементов и вид их распределения скейлинг – масштабная инвариантность, зависит от итерационного алгоритма процесса деления и вложенности уровней ветвления иерархического дерева друг в друга. Величина «слабости» связей между элементами не может быть измерена физическими методами, поскольку связи являются связями нульмерной иерархической структуры. Подчинение статистики устойчивым негауссовым распределениям обусловлено безграничным процессом деления иерархического дерева. Очевидно, что статистика на отдельных ветках иерархического дерева является гауссовой. Эволюция ценоза представляет собой развёртывание реального дивергентного процесса, образом которого как раз и является иерархическое дерево. Такой же геометрический образ имеет энтропия, отвечающая за естественное рассеивание (деление) энергии. Поверхность, на которой развертывается эволюция и энтропия, в пределе является гиперболической.

Уместно заметить, что для моделирования ценоза Б.И. Кудриным была предложена эйлерова форма записи натуральных чисел через степени простых чисел [1]. Геометрическим образом этой модели ценоза является сложное иерархическое дерево с различными простыми числами, соответствующими различным точкам и уровням его ветвления.

Пространство ценоза является гиперболическим, поскольку иерархическое дерево, как и гиперболоид, асимптотически «сходится» к конусу, сечениями которого произведенными параллельно ортогональным осям являются гиперболы и окружности [16].

Поскольку фрактал является масштабно-инвариантной, итерационно организованной структурой, то в большинстве приведенных выше случаев $p$-адичность имеет смысл фрактальности. При этом замена одного термина на другой практически ничего не меняет.

Восприятие формирует чувственный образ предмета на основе ощущений по структуре иерархического дерева. Крона дерева оцифровывает воспринимаемый предмет, иерархическая структура создает его чувственный образ. В этой схеме событие на границе тела, связано инволюцией (двукратной инверсией) с нульмерным образом контакта (пятна внимания). Восприятие зависит от разрешающей способности органов зрения, слуха, осязания, обоняния, тактильных и мышечных органов перцепции. Акт восприятия инволютивно связывает внешний и внутренний мир человека. Иерархическая сеть сопрягает материальный мир и мир ментальных нульмерных образов. При этом можно говорить о дивергентно - конвергентных процессах восприятия. Свернутой записью иерархии является степенное распределение. Она связывает стимул и реакцию восприятия. Если иерархию восприятия моделируют $p$-адическими числами, то степенное распределение является результатом синтеза архимедовых и неархимедовых модулей (норм), получаемых через декомпозицию уровней древовидной структуры. При этом архимедов модуль соответствует целой части числа, а неархимедов – соответствует величине его бесконечно делимой части [3].

Поводом для совместного рассмотрения ценоза и восприятия является их степенное распределение. Результатом работы является двуслойная числовая модель и интерпретация результатов её исследования. Модель объединяет вещественную и $p$-адическую части. Наглядным образом модели является иерархическое дерево. Степенное распределение есть его числовой образ. Интерпретация результатов, полученных при помощи модели, показывает, что и ценоз, и восприятие содержит физическую и ментальную (нульмерную) части. Образом их единства является степенное распределение.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кудрин, Б.И. Семнадцать лекций по общей и прикладной ценологии: монография / Б.И. Кудрин: 3-е изд. – М.: Технетика, 2014.

2. Восприятие. Механизмы и модели. – М.: Мир, 1974.

3. Маврикиди, Ф.И. Числовая асимметрия в прикладной математике. Фракталы, $p$-адические числа, апории Зенона, сложные системы / Ф.И. Маврикиди. – М.: Дельфис. 2015.

4. Кудрин, Б.И.. Математика ценозов: видовое, ранговидовое, ранговое по параметру гиперболические Н-распределения и законы Лотки, Ципфа, Парето, Мандельброта / Б.И. Кудрин. В кн.: Философские основания технетики. Вып. 19. "Ценологические исследования". – М.: Центр системных исследований, 2002.

5. Блюменфельд, Л.А. Решаемые и нерешаемые проблемы биологической физики / Л.А. Блюменфельд: Изд. стереотип. – М.: Едиторал УРСС, 2014. – 160 с.

6. Чайковский, Ю.В. О природе случайности. Монография / Ю.В. Чайковский Вып. 18. «Ценологические исследования» – М.: Центр системных исследований – Институт истории естествознания и техники РАН, 2001.

7. Шредер, М. Фракталы, хаос, степенные законы. Миниатюры из бесконечного рая / М. Шредер. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2005.

8. Мандельброт, Б. Фрактальная геометрия природы / Б. Мандельброт. – Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2004.

9. Порфирий. Жизнь Пифагора. Жизнь Плотина. / Порфирий. Пер. М.Л. Гаспарова. // Диоген Лаэртский. О жизни, учениях и изречениях знаменитых философов. – М.: Мысль, 1979.

10. Хренников, А.Ю. Неархимедов анализ и его приложения / А.Ю. Хренников.– М.; Физматлит, 2003.

11. Хренников, А.Ю. Моделирование процессов мышления в *p*-адических системах координат / А.Ю. Хренников. – М.; Физматлит, 2003. – 296 с.

12. Коблиц Н. *P*-адические числа, *p*-адический анализ и дзета-функции / Коблиц Н. Пер. с англ. В.В. Шокурова / Под ред. и с предисловием Ю.И. Манина. – М.; Мир, 1981.

13. Золотарев, В.М. Одномерные устойчивые распределения / В.М. Золотарев. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1983.

14. Золотарев, В.М. Устойчивые законы и их применения / В.М. Золотарев. – М.: Знание, 1984.

15. Кох, Р. Принцип 80/20/ Р. Кох. Пер. с англ. Д.И. Кашкан. – 2-е изд. – Мн.: ООО Попурри, 2004.

16. Хорьков С.А. Техноценологические модели, методики и расчёты электропотребления промышленного предприятия / С.А. Хорьков.– Ижевск: КнигоГрад. – 2011.

17. Шрейдер Ю.А. Системы и модели / А.А. Шаров. – М.; Радио и связь, 1982. – 152 с.

18. Мамфорд Д., Ожерелье Индры. Видение Феликса Клейна / Д. Райт, К. Сирис Пер. с англ. под ред. О.В. Шварцмана. – М.: Изд-во МЦНМО, 2011.

19. Хорьков, С.А. Степенное распределение ценоза и восприятия / С.А. Хорьков // Промышленная энергетика. - 2019. - № 9. - С. 56-61.

# 4. МЕТОДОЛОГИЯ ПРИНЦИПА САМОПОДОБИЯ В ИССЛЕДОВАНИИ ЭЛЕКТРОПОТРЕБЛЕНИЯ МНОГОНОМЕНКЛАТУРНОГО ЦЕХА ПРОМЫШЛЕННОГО ПРЕДПРИЯТИЯ

**Аннотация.** Отмечено, что самоподобные структуры реального мира являются носителями материальных, энергетических или информационных ресурсов. Поэтому теоретический и практический интерес представляет установление качественной и/или количественной связи между самоподобной гиперболической структурой и распределенным на ней ресурсом. Показано, что двухслойная модель электропотребления многономенклатурного цеха промышленного предприятия, соединяющая величину, в виде вещественного числа, и самоподобную структуру, в виде *p*-адического числа, позволяет установить гиперболическую зависимость между нормами этих чисел. Показано, что древесная и гиперболическая структуры электропотребления многономенклатурного цеха промышленного предприятия связаны через ветвящийся случайный процесс. Показано, что закон масштабирования между расчетным и фактическим (приборным) электропотреблением многономенклатурного цеха промышленного предприятия устанавливают на основе гиперболических структур этих распределений, а также на основе модели электропотребления в виде элементарного топоса.

***Ключевые слова:*** Принцип самоподобия, гиперболическая структура, закон масштабирования.

Самоподобный объект в точности или приближенно совпадает с частью себя самого, т.е. объект, как целое, имеет ту же форму, что и одна или несколько его частей. Считается, что самоподобие есть геометрическое понятие, хотя иногда говорят и о статистическом самоподобии, в этом случае части и целое объекта имеют одно и тоже статистическое распределение. Обычно самоподобный объект представляют через скейлинг – масштабно-инвариантное распределение частей. Самоподобные структуры реального мира являются носителями материальных, энергетических или информационных ресурсов. Поэтому теоретический и практический интерес представляет установление качественной и/или количественной связи между самоподобной гиперболической структурой и распределенным на ней ресурсом. Для промышленной электроэнергетики этот вопрос трансформируется в установление количественной связи между величиной и самоподобной (древесной, гиперболической) структурой электропотребления многономенклатурного цеха. Геометрически ресурс и его части могут быть представлены через площадь графика нагрузки, а самоподобная (древесная) структура – через фракталы, *p*-адические числа, ветвящиеся процессы, гиперболические *H*- распределения [1]. Интерес также представляет исследование древесной структуры системы электроснабжения промышленного предприятия при помощи модели ветвящегося детерминированного или случайного процесса.

Поэлементный расчет электропотребления многономенклатурного цеха промышленного предприятия (ЭМЦПП) позволяет получить потребление цеха через его составляющие, а также гиперболическое распределение номенклатуры этих составляющих. Проблема поэлементного расчета заключается в том, что расчетное ЭМЦПП (*W*) через составляющие всегда превышает ЭМЦПП, полученное по приборам учет (*V*) а за тот же период времени [2,3].

Эмпирической основой методологии самоподобия ЭМЦПП и основным её противоречием является тот факт, что величина электропотребления цеха аддитивна и конечна, а гиперболическая структура мультипликативна и не имеет естественной границы.

Двухслойная модель многономенклатурного цеха, в которой разделены величина и самоподобная структура электропотребления, имеет вид:

$$W_* \leftarrow W \rightarrow W^*, \qquad (1)$$

где $W_*, W^*$ – ресурсный слой электропотребления, выраженный через вещественное число, и структурный слой – выраженный через *p*-адическое число, соответственно; $W$ – ресурс электропотребления, выраженный через рациональное число; $\leftarrow$ и $\rightarrow$ – знаки отображения [2,3].

Формально модель (1) связывает рациональные числа *(Q)* с вещественными *(R)* и *p*-адическими числами *($Q_p$)*. Вещественные числа получают пополнением (расширением) поля рациональных чисел в обычной топологии. Топологии, которые нумеруют простыми числами, являются полями $p$-адических чисел.

Поле вещественных чисел получают расширением поля рациональных чисел за счет архимедовой нормы, а поле $p$-адических чисел – за счет неархимедовой нормы.

Архимедовой нормой называют отображение, поля $Q$ в множество неотрицательных вещественных чисел $(R_+)$, обозначаемое выражением $\| \ \| : Q \to R_+$. Оно удовлетворяет трем условиям: 1) $\|x\| = 0$ тогда и только тогда, когда $x = 0$; 2) норма от произведения чисел равна произведению норм этих чисел, т.е. $\|x \cdot y\| = \|x\| \cdot \|y\|$; 3) норма от суммы чисел меньше или равна сумме норм этих чисел, т.е. $\|x + y\| \le \|x\| + \|y\|$. Это условие называют неравенством треугольника.

Примером архимедовой нормы на поле рациональных чисел является абсолютная величина $\|x\| \equiv |x|$. Архимедову норму обозначают $|x|_\infty$.

Архимедова норма индуцирует функцию (метрику), позволяющую определить расстояние между двумя точками. Архимедова метрика удовлетворяет трем условиям: 1) $\rho(x, y)) = 0$ тогда и только тогда, когда $x$=$y$; 2) $\rho(x, y) = \rho(y, x)$, условие симметрии; 3) $\rho(x, y) = \rho(x, z) + \rho(z, y)$. условие неравенства треугольника.

Норму, для которой выполняют два первых условия архимедовой нормы, а условие неравенства треугольника заменяют на условие усиленного треугольника $\|x + y\| \le \max(\|x\|, \|y\|)$, называют неархимедовой.

Неархимедова норма $p$-адического числа имеет вид $| \ |_p : Q \to R_+$. Её записывают через кратность вхождения $m$ простого числа $p$ в разложение ненулевого целого числа $a$ на простые множители, т.е. через степень наибольшего целого неотрицательного числа $m$, для которого $a \equiv 0 \pmod{p^m}$. Причём $|x|_p = (p^m)^{-1}$, если $x \ne 0$ и $|x|_p = 0$, если $x$=0 [4].

Неархимедову метрику отличают от неархимедовой тем, что условие неравенства треугольника заменяют на усиленное условие неравенство треугольника $\rho(x, y) \le \max(\rho(x, z), \rho(z, y))$.

Это условие означает, что все треугольники *p*-адического пространства являются равнобедренными, причем их основание не превышает стороны треугольника. Метрику с условием неравенства усиленного треугольника называют ультраметрикой, а пространство – ультраметрическим. Ультраметрическое пространство позволяет естественным образом устанавливать на нем порядок. С геометрической точки зрения целое *p*-адическое число представляет собой граф-дерево.

Таким образом, поле вещественных чисел позволяет моделировать величину электропотребления, а поля *p*-адических чисел его самоподобную структуру.

Двухслойная модель (1) позволяет также вводить и исследовать меры, размерности и нормы слоев ЭМЦПП.

Мера ресурсной части может быть получена на основе покрытия множества ресурса конечным числом шаров *N(a)* радиуса а,

$$W_* = \lim_{a \to 0} N(a) a^2 , \quad (2)$$

где *N(a)* –количество шаров покрытия, а>0 – радиус шара покрытия, 2 – размерность ресурсного пространства.

Выражение (2) показывает, что с геометрической точки зрения величина ЭМЦПП представляет собой площадь, имеющую размерность 2.

Меру иерархической части ЭМЦПП следует записать в виде:

$$W^* = \lim_{a \to 0} N(a) a^d , \quad (3)$$

где *d*–размерность иерархическоой структуры ЭМЦПП.

Иерархическая структура имеет размерность, которая не равна целому числу. В выражении (3) размерность структуры есть размерность Хаусдорфа-Безиковича

$$d = \lim_{a \to 0} \ln(N(a))(\ln(a^{-1}))^{-1}, \qquad (4)$$

Она заключена в диапазоне $1 < d < 2$. Поэтому в модели ЭМЦПП иерархическую структуру следует считать фракталом. Его размерность находят экспериментально.

Выражение (2) позволяет получить величину ЭМЦПП на евклидовой плоскости, а выражение (3) представляет собой числовую характеристику фрактала-дендрита и/или целого *p*-адического числа [2].

Размерность площади ресурса и размерность структуры иерахического дерева связаны через показатель Херста $h$. Связь этих размерностей на самоаффинном пространстве имеет вид $h = 2 - d$ [2].

Если рассматривать проекции двухслойной модели ЭМЦПП как пространства, то на пространстве $W$ вводят нормы для получения ресурсной $\|W_*\|$ и иерархической $\|W^*\|$ частей модели ЭМЦПП. Произведение этих норм, по аналогии с двойной характеризацией рационального числа по теореме Островского [2], позволяет получить значение некоторой величины ЭМЦПП, выраженной через рациональное число

$$\|W_*\| \cdot \|W^*\| = c, \qquad c - const \in W. \qquad (5)$$

Нетрудно увидеть, что нормы в выражении (5) связаны самоподобной гиперболической зависимостью [2].

В двухслойной модели ЭМЦПП (1) параметры структуры *p*-адического дерева можно выразить через параметры ветвящегося случайного процесса[5] .

Ветвящийся случайный процесс записывают через случайную величину

$$\xi = (p_0, p_1, p_2, 0, ...). \qquad (6)$$

где $p_0$ ,$p_1$, $p_2$ означает вероятность исчезновения элементов, вероятность постоянства (низменности) элементов, вероятность появления новых элементов на каждом новом уровне ветвления, соответственно.

Для детерминированного *2*-адического дерева из выражения (6) имеют

$$P(\xi = 0) = 0 \quad , P(\xi = 1) = 0 \quad , P(\xi = 2) = 1 \quad . \qquad (7)$$

Другими словами, для описания *2*-адического дерева $\xi$ не является случайной величиной, поскольку, вероятность появления новых элементов на каждом новом уровне ветвления равна единице, а остальные вероятности равны нулю.

Тогда производящая функция на основе (7) имеет вид $F(s) = p_2 s^2$, где $p_2$=1, а после *n*–ой итерации она будет равна

$$\boxed{F_n(s) = F(F_{n-1}(s)) = \underbrace{F(F(\ldots F(s)\ldots))}_{n} = \left\{\ldots\left\{\left\{s^2\right\}^2\right\}^2\ldots\right\}^2 = \left\{s^2\right\}^n.}$$

Математическое ожидание числа элементов после *n*–ой итерации будет равно

$$M(S_n) = \left.\frac{\partial F_n(s)}{\partial s}\right|_{s=1} = 2^n \left.\left\{s^{2^n-1}\right\}\right|_{s=1} = 2^n.$$

Очевидно, что размеры элементов на каждом уровне деления будут равны $2^{-n}$. Связь между древесной и гиперболической структурами ЭМЦПП можно представить через случайный ветвящийся процесс чистого размножения Юла $p_i(t)$, который может быть прерван в любой момент времени с известной вероятностью $p(t)$ [6].

Процесс распределения (размножения) Юла представляет собой геометрическое распределение с экспоненциальным основанием.

Распределение вероятности для него имеет вид

$$\begin{aligned} &p_i(t) = 0, \qquad i = 0 \\ &p_i(t) = e^{-\lambda t}(1 - e^{-\lambda t})^{i-1}, \qquad i = 1,2,\ldots \end{aligned} \tag{8}$$

где $\lambda$ - коэффициент пропорциональности.

Вероятность прекращения ветвления имеет вид

$$p(t) = \mu \cdot e^{-\mu \cdot t}. \tag{9}$$

где $\mu$ - коэффициент пропорциональности.

Стационарное распределение процесса ветвления на основе (8) и (9) за достаточно большой промежуток времени следует усреднить по параметру времени *t*.

$$p(i)=\int_0^{\infty} p_i(t)\cdot p(t)dt\ . \tag{10}$$

Результат вычисления (10) имеет вид

$$p(i)=\alpha\cdot B(i,\alpha+1),\qquad i=1,2,\ldots \tag{11}$$

где $B(i,\alpha+1)=\dfrac{\Gamma(i)\Gamma(\alpha+1)}{\Gamma(i+\alpha+1)}$- бета функция; $\Gamma(i)=(i-1)!$; гамма-функция; $\alpha=\mu\cdot\lambda^{-1}$ – характеристический показатель.

При $\lambda>\mu$ вероятность вырождения случайного процесса меньше единицы.

$$\frac{\Gamma(i)}{\Gamma(i+\alpha+1)}\to\frac{1}{i^{1+\alpha}}\ . \tag{12}$$

На основе формулы Стирлинга при $i\to\infty$ имеют

Окончательно из (11) с учетом выражения (12) получают

$$p(i)=\frac{\Gamma(\alpha+1)\cdot\alpha}{i^{1+\alpha}}=\frac{A}{i^{1+\alpha}}\ . \tag{13}$$

Модель (10) в виде (13) иллюстрирует связь между случайным ветвящимся процессом и гиперболическим распределением.

Гиперболическое распределение ЭМЦПП позволяет найти связь между его расчетной величиной (*W*) и величиной полученной по приборам учета (*V*) [2,3]. Площади электропотребления, ограниченные гиперболами, вычисляют по выражениям

$$\int_1^a\frac{dw}{w}=\ln W,\qquad \int_1^a\frac{dv}{v}=\ln V.\ . \tag{14}$$

Если существует отношение площадей в виде

$$d=\frac{\ln W}{\ln V}-const,\ . \tag{15}$$

то выражение (15) позволяет записать закон масштабирования ЭМЦПП в виде

$$W=V^d\ . \tag{16}$$

Закон масштабирования ЭМЦПП (16) можно получить также через теорию категорий. Элементарный топос – есть конечно полная категория, с классификатором подобъектов, декартово замкнутая. В данном случае он имеет вид

$$\begin{array}{ccc} V & \xrightarrow{f} & W \\ \downarrow ! & & \downarrow \chi \\ 1 & \xrightarrow{T} & \Omega \end{array}, \qquad (17)$$

где $V$, $W$ – фактическое и расчетное пространство ЭМЦПП, соответственно; 1 и $\Omega$ – конечный объект и классификатор подобъектов, соответственно. Знаки $f, T, !, \chi$ обозначают соответственно – исходная стрелка, стрелка «истина», единственная стрелка, характеристическая стрелка [2].

Из декартовой замкнутости элементарного топоса (17) следует существование декартово замкнутого выражения

$$\begin{array}{ccc} v \times c & \to & w \\ \downarrow & & \downarrow \\ v & \to & w^{c} \end{array}, \qquad (18)$$

На основе выражения (18) можно записать

$$\hom(v \times c, w) \cong \hom(v, w^{c}), \qquad (19)$$

где $v \in V$, $w \in W$, $c$– показатель степени, $v \times c$ – декартово произведение.

Другими словами, из выражений (18) и (19) видно, что топос содержит экспоненты. Тогда существует степенная связь расчетного и фактического (приборного) ЭМЦПП в виде

$$V = W^{C}. \qquad (20)$$

Коэффициент подобия является инвариантом гиперболических распределений. Он связан с отношением площадей ЭМЦПП (15).

$$d = C^{-1} = \log_{V} W. \qquad (21)$$

## Выводы

1. Двухслойная модель электропотребления многономенклатурного цеха промышленного предприятия, соединяющая величину, в виде вещественного

числа, и самоподобную структуру, в виде *p*-адического числа, позволяет установить гиперболическую зависимость между нормами этих чисел.

2. Древесная и гиперболическая структуры электропотребления многономенклатурного цеха промышленного предприятия связаны через ветвящийся случайный процесс.

3. Закон масштабирования между расчетным и фактическим (приборным) электропотреблением многономенклатурного цеха промышленного предприятия устанавливают на основе гиперболических структур этих распределений, а также на основе модели электропотребления в виде элементарного топоса.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРА

1. Кудрин Б.И. Математика ценозов: видовое, ранговидовое, ранговое по параметру гиперболические *H*-распределения и законы Лотки, Ципфа, Парето, Мандельброта. В кн.: Философские основания технетики. Вып. 19. "Ценологические исследования". М.: Центр системных исследований, 2002. С. 357-412.

2. Хорьков С.А. Проблема расчета электропотребления многономенклатурного цеха промышленного предприятия, модели и методики для ее решения: монография. Ижевск: Изд-во ИжГТУ имени М.Т. Калашникова. 2019. 124 с.

3. Хорьков С.А. Числовая модель электропотребления многономенклатурного цеха промышленного предприятия // Промышленная энергетика. – 2018. № 5. С. 44-51.

4. Коблиц Н. *P*-адические числа, *p*-адический анализ и дзета-функции. / Пер. с англ. В.В. Шокурова. Под ред. и с предисловием Ю.И. Манина. М.: Мир, 1981. 192 с.

5. Иванов С.А. Основы теории случайных кластерных процессов и её практическое применение. М.: ЛЕНАНД, 2017. 224 с.

6. Яблонский А.И. Модели и методы исследования науки. М.: Эдиториал УРСС, 2001. 400 с.

7. Хорьков, С. А. Методология принципа самоподобия в исследовании электропотребления многономенклатурного цеха промышленного предприятия / С.А. Хорьков // Фёдоровские чтения 2020: L Междунар. науч.-практ. конф. с элементами науч. шк., Москва 17-20 нояб. 2020 г. / М-во науки и ВО РФ, Национ. исслед. ун-т "МЭИ"; под общ. ред. Ю.В. Матюшиной. - Москва: Издат. дом МЭИ, 2020. - С. 65-72.

# 5. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЦЕНОЗОВ ПРЕДПРИЯТИЙ НЕФТЕГАЗОДОБЫЧИ

**Аннотация.** Целью настоящего раздела является исследование техноценозов предприятий нефтегазодобычи при помощи математических моделей. Объектом исследования является техноценоз предприятий нефтегазодобычи, представляющий природно-техническую систему, которая имеет гиперболическое распределение элементов, получает материальный, энергетический или информационный ресурс и представляет собой эволюционирующее целое образование. Математическое моделирование на основе числовой асимметрии и паранепротиворечивой модели техноценоза позволяет ответить на вопросы: о связи структуры и количества ресурса ценоза; о законах формирования структуры ценоза; о средствах описания ценоза; о связи между экспоненциальным и степенным распределением ценоза; о связи между ресурсами на одной гиперболической структуре ценоза; о границах ценоза; о статистике в ценологии; о применении теории возможностей в ценологии; о качественной оценке структурной устойчивости ценоза; о геометрической модели ценоза. Представленный подход к моделированию техноценозов проверен на практике.

***Ключевые слова:*** техноценоз, математическая модель, структура и ресурс техноценоза, закон масштабирования.

В книге [1] изложены проблемы моделирования процессов нефтегазодобычи и рассмотрены вопросы теории самоорганизации сложных систем, сформированных по типу ценозов, включая самоподобие фракталов и гиперболических распределений случайных событий. Подобные распределенные системы встречают в различных видах научной и практической деятельности под названием биоценозов, биогеоценозов, зооценозов, социоценозов, техноценозов [2] и других видов сложных систем. Количественно ценозы описывают гиперболическими зависимостями (распределениями). Такие зависимости называют также степенными распределениями, поскольку показатель их степени отличается от показателя гиперболы, который строго равен 1. Известны степенные законы Парето. Лотки, Ципфа, Брэдфорда, Вильямса и ряд других. Причем закон Парето представляют в частотной форме, а законы Ципфа в ранговой форме. Обобщенные степенные законы называют законами Парето-Ципфа. И хотя множества (сообщества), описываемые этими законами, не называют обычно ценозами, по сути дела они являются таковыми.

Ценоз представляет собой сложную природную, искусственную или природно-искусственную систему, имеющую гиперболическое распределение элементов, получающую материальный, энергетический или информационный ресурс и представляющую собой эволюционирующее целое образование [2,3].

Исследование техноценозов, как элементов техносферы, необходимо для:

1) нахождения связи структуры и количества ресурса ценоза;

2) установления законов формирования структуры ценоза;

3) выбора средств описания ценоза;

4) установления связи между экспоненциальным и степенным распределением ценоза;

5) установления связи между ресурсами на одной гиперболической структуре ценоза;

6) установления границ ценоза;

7) анализа законов статистики в ценологии;

8) применения теории возможностей в ценологии;

9) получения качественной оценки структурной устойчивости ценоза;

10) построения геометрической модели и решения ряда других вопросов.

Построение модели ценоза, позволяющей ответить эти вопросы, встречает определенные трудности, связанные с тем, что ценоз в некотором смысле противоречив. Противоречие возникает потому, что ресурс, получаемый ценозом аддитивен, конечен и обозрим, а структура – мультипликативна и может быть ограничена лишь искусственным путем [3].

В основе подхода к моделированию ценоза, развиваемого авторами, лежит числовая асимметрия прикладной математики [4] и паранепротиворечивая модель, объединяющая ресурсные и структурные характеристики ценоза [3].

Подход является системным, но в его рамках также рассмотрена негауссова статистика ценозов.

*Паранепротиворечивая модель ценоза.* Паранепротиворечивая модель, соединяющая ресурс и структуру ценоза, имеет вид:

$$W_* \leftarrow W \rightarrow W^*, \tag{1}$$

где $W_*, W^*$ – ресурсный слой ценоза, выраженный через вещественное число, и структурный слой – выраженный через *p*-адическое число, соответственно; $W$ – ресурс ценоза, выраженный через рациональное число; $\leftarrow$ и $\rightarrow$ – знаки отображения [3].

Поле вещественных чисел представляет собой, расширение (пополнение) поля рациональных чисел. Поле *p*-адических чисел определяют, для заданного простого числа *p,* как элемент расширения (пополнения) того же поля рациональных чисел. Поле вещественных чисел пополнено за счет архимедовой нормы, а поле *p*-адических чисел – за счет неархимедовой нормы. Свойства архимедовой и неархимедовой норм и индуцируемых ими метрик будут рассмотрены ниже.

Мера ресурсной части ценоза с геометрической точки зрения представляет собой площадь, имеющую размерность 2.

$$W_* = \lim_{a \to 0} N(a)a^2, \tag{2}$$

где *N(a)* –количество шаров покрытия*, a>0* –радиус шара покрытия, 2 – размерность ресурсного пространства.

Мера структурной части ценоза изоморфна мере Хаусдорфа – мере фрактала[5]

$$W^* = \lim_{a \to 0} N(a)a^d, \tag{3}$$

где *d*–размерность иерархического пространства ценоза заключена в диапазоне $1 < d < 2$.

Размерность структуры ценоза является размерностью Хаусдорфа-Безиковича

$$d = \lim_{a \to 0} Ln(N(a))(Ln(a^{-1}))^{-1}, \qquad (4)$$

Размерность площади ресурса и размерность структуры иерахического дерева связаны через показатель Херста $h$. Связь этих размерностей есть коразмерность $h = 2 - d$ [1], используемая для моделирования фрактальных характеристик временных рядов.

*Гиперболическая зависимость в ценологии.* Если рассматривать слои паранепротиворечивой модели как пространства, то можно ввести нормы ресурсной $\|W_*\|$ и иерархической $\|W^*\|$ части модели. Произведение этих норм, по аналогии с произведением норм вещественного и $p$-адического числового поля [4], позволяет получить значение некоторой величины ресурса ценоза, выраженного через рациональное число.

$$\|W_*\| \cdot \|W^*\| = c, \qquad c - const \in W\,. \qquad (5)$$

Нетрудно увидеть, что нормы в выражении (5) связаны гиперболической зависимостью [3,4].

*Модель числовой асимметрии.* Паранепротиворечивая модель ценоза является аналогом модели числовой асимметрии

$$R \leftarrow Q \rightarrow Z_p, \qquad (6)$$

где $Q, R, Z_p$ – рациональное, вещественное и целое $p$-адическое число, соответственно; $\leftarrow$ и $\rightarrow$ – знаки отображения [3, 4].

Если рациональное число, определяемое через отношение целых чисел, является «физическим» числом, через которое выражают результаты любых измерений, то вещественные и $p$-адические числа рассматривают как числа на полях расширения поля рациональных чисел.

Целым $p$-адическим числом для заданного простого $p$ называют бесконечную последовательность вычетов $x_n$ по модулю $p^n$, удовлетворяющих условию: $x_n \equiv x_{n+1} \pmod{p^n}$. Другое определение $p$-адического числа дают через алгебраическое построение. Кольцо $p$-адических чисел определяют как предел $\lim Z / p^n Z$ колец $Z / p^n Z$ вычетов по модулю $p^n$ относительно естественных проекций $Z / p^{n+1}Z \to Z / p^n Z$. Геометрически целое *p*-адическое число представляет собой фрактал-дерево.

На поле рациональных чисел могут быть введены две нормы. Одну норму называют архимедовой, другую – неархимедовой.

Архимедова норма есть отображение поля рациональных чисел на множество неотрицательных вещественных чисел $\| \; \| : Q \to R_+$, удовлетворяющее трем условиям:1) $\|x\| = 0$ тогда и только тогда, когда $x = 0$; 2) норма от произведения чисел равна произведению норм этих чисел, т.е. $\|x \cdot y\| = \|x\| \cdot \|y\|$;3) норма от суммы чисел меньше или равна сумме норм этих чисел, т.е. $\|x + y\| \le \|x\| + \|y\|$. Это условие называют неравенством треугольника.

Примером архимедовой нормы на поле рациональных чисел является абсолютная величина $\|x\| \equiv |x|$.

Норму называют неархимедовой, если условие неравенства треугольника заменяют на условие усиленного треугольника $\|x + y\| \le \max(\|x\|, \|y\|)$.

Неархимедова норма *p*-адического числа имеет вид $| \; |_p : Q \to R_+$. Её записывают через кратность вхождения *m* простого числа *p* в разложение ненулевого целого числа *a* на простые множители, т.е. через степень наибольшего целого неотрицательного числа *m*, для которого $a \equiv 0 \pmod{p^m}$. Причём $|x|_p = (p^m)^{-1}$, если $x \ne 0$ и $|x|_p = 0$, если *x*=0[6]. Архимедову норму, в отличие от неархимедовой нормы, обозначают $|x|_\infty$.

Архимедова норма индуцирует функцию (метрику), позволяющую определить расстояние между двумя точками. Архимедова метрика удовлетворяет трем условиям: 1) $\rho(x, y)) = 0$ тогда и только тогда, когда *x*=*y*; 2) $\rho(x, y) = \rho(y, x)$; 3) $\rho(x, y) = \rho(x, z) + \rho(z, y)$. условие неравенства треугольника.

Неархимедову метрику отличают тем, что условие неравенства треугольника заменяют на условие усиленного неравенства треугольника $\rho(x, y) \le \max(\rho(x, z), \rho(z, y))$.

Это условие означает, что все треугольники на метрическом пространстве являются равнобедренными, причем их основание не превышает стороны треугольника. Метрику с условием неравенства усиленного треугольника называют ультраметрикой, а пространство – ультраметрическим.

Если архимедова метрика приспособлена для установления расстояния между величинами на евклидовом пространстве, то ультраметрика позволяет устанавливать расстояния между ветвящимися иерархическими структурами.

*Связь ресурсов ценоза через закон масштабирования* [3]. Диаграмма (7), объединяющая два ресурса $W,V$ ценоза, их проекции на поле вещественных $W_*,V_*$ и поле $p$-адических чисел $W^*,V^*$, терминальный объект 1 и классификатор подобъектов $\Omega$, позволяет связать ресурсы двумя способами

$$\begin{array}{cccc} V_* \leftarrow & V \rightarrow & V^* \rightarrow & 1 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ W_* \leftarrow & W \rightarrow & W^* \rightarrow & \Omega \end{array} . \tag{7}$$

Первый способ предполагает наличие гиперболического распределения ресурса $W$ и ресурса $V$. Если ресурс $W$ и ресурс $V$ имеют гиперболическое распределение, то существует такой показатель степени $d=(\ln W)(\ln V)^{-1}$, что

$$W = V^d, \tag{8}$$

т.е. имеет место закон масштабирования.

Второй способ [3] ориентирован на теорию категорий. Если выделить в диаграмме элементарный топос – декартово замкнутую категорию, включающую ресурс $W$ и ресурс $V$, терминальный объект 1 и классификатор подобъектов $\Omega$, то будет выполнено условие $\hom(v \times c, w) \cong \hom(v, w^c)$, т.е. в топосе существуют экспоненты.

Тогда, закон масштабирования имеет вид

$$W^c = V, \tag{9}$$

где показатель степени $c=d^{-1}$.

*Связь экспоненциального и степенного распределения в моделях ценоза.* В моделях ценоза широко используют экспоненциальные и степенные распределения. Поэтому возникает вопрос об их связи и интерпретации. Размеры элементов дерева могут быть представлены $2^{-x}$ экспонентой. Если значение аргумента выразить через его логарифм, то получают степенное распределение $2^{-\ln(x)} = x^{-\ln(2)}$. Степенное распределение ценоза интерпретируют через распределение уровней его ветвящегося дерева, а показатель степени распределения – через скорость изменения (роста) этих уровней [3].

*Способ установления границ ценоза.* Рассмотрим вопрос о границах ценоза. Будем считать моделью ценоза шары на ультраметрическом пространстве [4]. Запишем выражение для двух шаров радиса *r* с центром в точке *a* на ультраметрическом пространстве *X*.

$$B_r(a) = \{x \in X : \rho(x,a) \le r\},\ B_r^-(a) = \{x \in X : \rho(x,a) < r\} \qquad (10)$$

Анализ (10) показывает, что шар $B_r(a)$ замкнут, а шар $B_r^-(a)$ открыт, т.е. ни тот, ни другой шар на пространстве *X* не имеет границы. Существует, только две возможности в отношении этих шаров. Шары либо включаются друг в друга, либо они не пересекаются. Каждая точка шара является его центром. Шар может иметь бесконечное множество радиусов.

Возможна следующая интерпретация (10): при взгляде изнутри (из центра шара) шар открыт, – снаружи (извне) шар замкнут. Уместно вспомнить выражение Б. Паскаля «Центр шара везде, радиус нигде». Поскольку на ультраметрическом пространстве усиленный треугольник равнобедренный и его основание не больше стороны, то шар обладает удивительным свойством: его диаметр не может быть больше радиуса.

Модель ценоза в виде шара показывает, что ценоз не имеет границы. Поэтому границу ценоза определяют конвенционно [2].

*Негауссова статистика ценоза* [3]. Считается, что эмпирия гиперболических распределений ценозов имеет в качестве основы теорию безгранично делимых устойчивых распределений [2,7]. Безграничная делимость безусловно имеет отношение к концепции антифундированных множеств Мириманоффа [4].

Следует также отметить, что обобщение центральной предельной теоремы разрабатывались в направлениях: отказа от условий независимости событий и замене их более слабыми условиями, а также использования в качестве предельной аппроксимации не только нормального(гауссова) закона, но и других (негауссовых) распределений [8].

Степенное распределение составляющих ценоза имеет отношение к одному из видов устойчивых негауссовых распределений. Для оценки его устойчивости составляют сумму

$$S_n = (X_1 + X_2 + ... + X_n - a_n) \cdot b_n^{-1}, \tag{11}$$

где $X_1, X_2...$ – последовательность одинаково распределенных случайных величин; $a_n, b_n$ – постоянные.

Если выбор постоянных $a_n, b_n$ произведен наилучшим образом, то функция распределения последовательности сумм $S_n$(11) слабо сходится к некоторой функции распределения $G(x)$, т.е.

$$P(S_n < x) \to G(x) \text{ при } n \to \infty . \tag{12}$$

Представим полученное распределение в виде суммы двух составляющих

$$G(x) = C_1 G_1(x) + C_2 G_2(x), \tag{13}$$

где $C_1$, $C_2$ коэффициенты, связанные отношением

$$C_1^{\alpha} + C_2^{\alpha} = 1, \tag{14}$$

где $\alpha$ – показатель степени, удовлетворяющий неравенству $0 < \alpha \le 2$.

Следует отметить, что при $\alpha = 2$ имеют нормальный закон распределения, при $0 < \alpha < 2$ получают негауссовы законы распределения. При $1 < \alpha < 2$ распределение имеет математическое ожидание, но дисперсия стремится к бесконечности; при $0 < \alpha \le 1$ в распределении отсутствует и математическое ожидание

Если из выражения (13) получают свёртку в виде

$$G(x) = G_1(x \cdot C_1^{-1}) * G_2(x \cdot C_2^{-1}), \tag{15}$$

то получают формальное условие независимости одинаковых случайных распределений.

Установлено, что устойчивые законы являются абсолютно непрерывными и плотность распределения устойчивого распределения $g(x) = G^{'}(x)$ не имеет явного выражения в терминах элементарных функций. Для описания устойчивых негауссовых законов удобно использовать соответствующие им характеристические функции $f(t)$.

Распределение называют безгранично делимым, если при любом целом $k$ существует такая функция распределения $f_k(t)$, что $k$- ная свертка даёт выражение

$$f(t) = f_k(t) * ... * f_k(t) \ , \tag{16}$$

т.е. корень из *f(t)* характеристической функции любой *k*-ой степени оказывается характеристической функцией того же закона. Например, характеристическая функция $f(t) = \exp(-\alpha|t|)$ распределения Коши после извлечения *k*-ого корня также даёт характеристическую функцию Коши $f(t) = \exp(-\alpha|t|k^{-1})$. То же самое имеет место и в отношении других устойчивых негауссовых законов [7,8].

*Теория возможностей в ценологии.* При расчете ресурса ценоза через закон масштабирования формируют базу данных (БД) его составляющих. При этом возникает проблема обусловленная неопределенностью и нечеткостью БД. Меру неопределенности БД удобно выразить через монотонность и непрерывность вложения друг в друга её подмножеств. Нечеткость БД выражают через размытость границ содержания её подмножеств. Эту характеристику БД удобно выразить через градацию принадлежности элементов её подмножествам [9].

Для оценки влияния неопределенности и нечеткости БД на методику на основе закона масштабирования и результат расчета ресурса ценоза применим теорию возможностей.

Рассмотрим теорию возможностей на основе литературы [10,11] и с учетом паранепротиворечивой модели ценоза. Теория возможностей базируется на решетчатых (сетевых) представлениях, отображение которых можно усмотреть и в уровнях техноценоза [2]. Основными операциями решетки являются: *join*(объединение верхняя грань) и *meet* (пересечение, нижняя грань). Мера возможности вводится аксиоматически и её аксиомы совпадают с аксиомами ультраметрики $p$-адических чисел паранепротиворечивой модели. Приведем эти аксиомы:

1. мультипликативная версия, измеряющая размер составляющих на определенном уровне ценоза

$$|\xi|_p^\alpha = p^{-\alpha \cdot n}, \qquad \alpha > 0 \Rightarrow |\xi + \eta|_p^\alpha \le \max\left\{|\xi|_p^\alpha, |\eta|_p^\alpha\right\}, \tag{17}$$

2. аддитивная версия, определяющая координату уровней ветвления (делимости) ценоза

$$\nu_p(\xi) = ord_p(\xi) = n = \ln|\xi|_p^\alpha \Rightarrow \nu_p(\xi + \eta) \ge \min\left\{\nu_p(\xi), \nu_p(\eta)\right\}, \tag{18}$$

Соотношения (17), (18) связывают теорию возможностей с $p$-адикой и позволяют заменить в ней традиционное вещественнозначное содержание на $p$-адическое.

Для подмножества $A \subset Z_2$ функция распределения возможностей имеет вид:

$$\pi(\xi) = |\xi|_p^\alpha, \qquad \xi \in A \subset Z_2, \qquad \alpha > 0, \tag{19}$$

Мера возможности для события бесконечного множества $A$ имеет вид:

$$\Pi(A) = \sup\left\{\pi(\xi) : \xi \in A\right\}, \tag{20}$$

Для любых $A, B \subset Z_2$ выражения возможностей для объединения и пересечения множеств имеют вид

$$\Pi(A \cap B) \le \min\left\{\Pi(A), \Pi(B)\right\} = \Pi(meet\left\{A, B\right\}) \tag{21}$$

$$\Pi(A \cup B) \ge \max\left\{\Pi(A), \Pi(B)\right\} = \Pi(join\left\{A, B\right\})$$

Первое из (21) вычисляют в $Z_2$, второе – в $R$.Функция распределения меры необходимости имеет вид

$$N(\xi) = |inv\,\xi|_\infty \equiv |\xi|_\infty, \tag{22}$$

Связь мер возможности и необходимости устанавливают через инволюцию.

Введенные меры неопределенности и нечеткости позволяют определить элементарную долю ресурса. Её выражают через теорему Островского [4].

$$w = |\xi|_\infty \cdot |\xi|_2^\alpha, \qquad \xi \in Z_2\,. \tag{23}$$

Ресурс ценоза получают объединением элементарных долей

$$W = \bigcup_{\xi} w(\xi) = \bigcup_{\xi} N(\xi) \cdot \Pi(\xi), \qquad (24)$$

Выражение (23) позволяет считать, что функция принадлежности возможности (20) имеет гиперболический вид. Поскольку гиперболический вид функции распределения возможности не зависит от неопределенности и нечеткости БД, а именно этот её вид имеет особое значение для установления закона масштабирования, то следует утверждать, что указанные свойства БД не влияют на методику и результат расчета ресурса ценоза.

*Структурная устойчивость ценоза.* Одной из важнейших характеристик ценоза является структурная устойчивость. Это свойство связывают с гиперболичностью динамических систем. Ценоз, как динамическую систему, характеризуют состоянием в данный момент времени и законом (оператором), который описывает изменение (эволюцию) начального состояния с течением временем. Фазовые траектории гиперболической системы являются седловыми. Структурная устойчивость или грубость означает, что при малом возмущении параметров в конечной области их значений все траектории остаются седловыми и не изменяют свой характер, т.е. конечная область есть гиперболический аттрактор. Седловые фазовые траектории могут быть точками, периодическим орбитами (циклами) или торами. Седловую точку представляют через пересечение устойчивой и неустойчивой сепаратрисы. Фазовые траектории вблизи седловой точки имеют форму гипербол. Седловой цикл образован пересечением устойчивой и неустойчивой поверхностей, т.е. таких поверхностей, одни траектории на которых приближаются к линии пресечения, а другие – удаляются от нее. Одна седловая точка не является устойчивой. Неустойчивой является и единственная седловая периодическая орбита. Структурная устойчивость возможна лишь в том случае, когда устойчивые и неустойчивые многообразия сосредоточены в некоторой области, т.е. являются аттрактором. Если траектории динамической системы не регулярны и/или существенно зависят от начальных условий, то имеют дело с детерминированным хаосом [12].

Таким образом, ценоз является структурно устойчивым, если он состоит из множества седловых точек. Для концепции числовой асимметрии важно отметить, что каждая седловая точка образована пересечением устойчивого и неустойчивого многообразия. Кроме того, окрестности любой точки такой модели ценоза имеют геометрию произведения канторова множества на интервал [12]. Из определения структурной устойчивости следует, что пространство ценоза должно быть либо гиперболическим, либо представлять иерархическую сеть.

Модель ценоза, как гиперболическую динамическую систему, удобно представить, как группу диффеоморфизмов *Diff W* на гиперболическом пространстве *W* [3].

В основе группы *DiffW* лежит отображение $f : W \to W$ гладкого замкнутого многообразия *W*в себя. Для группового отображения справедливы выражения

$$f^n = \underbrace{f \cdot f \cdot \ldots \cdot f}_{n},\quad f^{-n} = \underbrace{f^{-1} \cdot f^{-1} \cdot \ldots \cdot f^{-1}}_{n},\quad n \geq 0,\ f \cdot f^{-1} = 1 \qquad (25)$$

Траекторию точки $x \in W$ под действием $f^n$ обозначают $O_f(x)$. Отображения $f, g : W \to W$ топологически сопряжены, если существует такой гомеоморфизм $\eta : W \to W$, что $\eta \circ f = g \circ \eta$. Это означает, что сопрягающее отображение $\eta$ переводит каждую траекторию $O_f(x)$ в $O_g(\eta(x))$. Траектории такой динамической системы являются плотными.

Пространство *W* имеет риманову метрику *dist* , которая индуцирована нормой $\|\cdot\|$ касательного многообразия *TW*.

Множество $\Lambda \subset W$ инвариантное относительно отображения $f\Lambda \subset \Lambda$ называют гиперболическим, если для $\forall x \in \Lambda$ касательное пространство $T_xW$ представимо в виде двух непрерывных гладких подпространств $T_xW = E_x^s \oplus E_x^u$ при условии, что

$$\left\| f^n(v) \right\| \le c_1 \cdot \lambda^n \|v\|, v \in E_x^s, n \ge 0, \quad \left\| f^n(v) \right\| \ge c_2 \cdot \mu^n \|v\|, v \in E_x^u, n \ge 0 \quad , \tag{26}$$

где $c_1, c_2 \ge 0$ и $0 < \lambda < 1 < \mu$ – константы. Другими словами, динамическая система будет гиперболической, если гладкое замкнутое многообразия *W* имеет касательное многообразие *TW*, каждую точку *x* которого растягивают в одном направлении $E_x^u$ и сжимают в другом $E_x^s$ [13,14] .

Если для каждого открытого множества *V* динамической системы, содержащего точку *x* и для $\forall n \in N$, найдется $m \ge n$ такое, что $V \bigcap f^m V \ne 0$, то точку *x* называют неблуждающей точкой динамической системы. Открытое множество $U \supset \Lambda$, удовлетворяющее условию $\Lambda = \bigcap\limits_{n>0} f^n U$, называют аттрактором динамической системы [14].

Ценоз, как динамическая система, отвечающий условиям: гиперболичности, плотности траекторий и имеющий аттрактор, является структурно устойчивым.

*Геометрическая модель ценоза* [3]. Гиперболическое пространство ценоза представляют однополостным или двуполостным гиперболоидом. Выражение для однополостного гиперболоида и его проекций, имеет вид:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \leftarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 \rightarrow \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 \tag{27}$$

Где $\leftarrow$ и $\rightarrow$ – знаки отображения.

Выражение для двуполостного гиперболоида и его проекций в аналогичной форме имеет вид:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \leftarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1 \rightarrow \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1 \tag{28}$$

В выражениях (27) и (28) центральная часть модели соответствует поверхности ценоза, левая часть модели, представленная окружностью, соответствует величине ресурса, а правая часть, представленная гиперболой, – уровням ценоза.

Расслоение гиперболического многообразия показывает, что его сечения (карты) не могут накрыть это компактное пространство без разрывов.

*Математическое моделирование техноценозов позволило установить, что:*

1) для нахождения связи структуры и количества ресурса ценоза следует разработать паранепротиворечивую модель ценоза, включающую ресурсную и структурную составляющие;

2) для установления законов формирования структуры ценоза следует получить произведение норм ресурсной и структурной составляющих модели ценоза;

3) для описания ценоза следует применить модель числовой асимметрии, включающей отношение вещественных и $p$-адических чисел;

4) для установления связи между экспоненциальным и степенным распределением ценоза следует прологарифмировать степень экспоненты;

5) для установления связи между ресурсами на одной гиперболической структуре ценоза следует применить закон масштабирования;

6) для установления границ ценоза следует применить модель открытого и замкнутого шара в ультраметрическом пространстве;

7) для анализа законов статистики в ценологии необходимо исследовать сходимость сумм одинаково распределенных случайных величин к безгранично делимым устойчивым распределениям;

8) для исследования неопределенности и нечеткости базы данных необходимой для расчета ресурса ценоза следует применить положения теории возможностей с заменой вещественнозначного содержания на $p$-адическое;

9) для получения качественной оценки структурной устойчивости ценоза следует считать его гиперболической динамической системой;

10) для построения геометрической модели ценоза следует принять в качестве его пространства однополостный или двуполостный гиперболоид.

Представленный подход к моделированию ценозов проверен на практике и позволяет моделировать техноценозы предприятий различного профиля.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мирзаджанзаде, А.Х. Моделирование процессов нефтегазодобычи. Нелинейность, неравновесность, неопределенность / А.М. Мирзаджанзаде,

М.М. Хасанов, Р.Н. Бахтизин. – М.: Ижевск: Институт компьютерных исследований. – 2004. – 368 с.

2. Кудрин, Б.И. Математика ценозов: видовое, ранговидовое, ранговое по параметру гиперболические *H*-распределения и законы Лотки, Ципфа, Парето, Мандельброта / Б.И. Кудрин // Философские основания технетики. Вып. 19. – М.: Центр системных исследований. – 2002. – С. 357–412.

3. Хорьков, С.А. Проблема расчета электропотребления многономенклатурного цеха промышленного предприятия, модели и методики для ее решения: монография / С.А. Хорьков. – Ижевск: Изд-во ИжГТУ имени М.Т. Калашникова. – 2019. – 124 с.

4. Маврикиди, Ф.И. Числовая асимметрия в прикладной математике. Фракталы, *p*-адические числа, апории Зенона, сложные системы / Ф.И. Маврикиди. – М.: Дельфис. – 2015. – 416 с.

5. Кириллов, А.А. Повесть о двух фракталах. 2-е изд., испр. / А.А. Кириллов. – М.: МЦНМО. – 2010. – 180 с.

6. Коблиц, Н. *P*-адические числа, *p*-адический анализ и дзета-функции / Н. Коблиц: Пер. с англ. В.В. Шокурова / Под ред. и с предисловием Ю.И. Манина. – М.: Мир. – 1981. – 192 с.

7. Гнеденко, Б.В. Предельные распределения для сумм независимых случайных величин / Б.В. Гнеденко, А.Н. Колмогоров. – М.-Л.: Гостехтеориздат, – 1949. – 264 с.

8. Золотарев, В.М. Устойчивые законы и их применение / В.М. Золотарев. – М.: Знание. – 1984. 64 с.

9. Хорьков, С.А Теория возможностей при расчете электропотребления многономенклатурного цеха промышленного предприятия / С.А. Хорьков // Федоровские чтения - 2019: XLIX Международная научно-практическая конференция с элементами научной школы (Москва 19 – 22 ноября 2019), под общ. ред. Б.И. Кудрина, Ю.В. Матюниной. – М.: Издательский дом МЭИ. – 2018. – С. 90-94.

10. Изотов, А.Д., Теория возможностей в материаловедении. // Прикладная физика и математика. / А.Д. Изотов,Ф.И. Маврикиди. – 2018. № 1. – С. 51–58.

11. Дюбуа, Д. Теория возможностей. Приложения к представления знаний в информатике. Пер с фр./ Д. Дюбуа, А. Прад. – М.: Радио и связь.– 1990. – 288 с.

12. Кузнецов, С.П. Динамический хаос и гиперболические аттракторы: от математики к физике / С.П. Кузнецов.– М. - Ижевск: Институт компьютерных исследований . – 2013. – 488 с.

13. Пилюгин, С.Ю. Пространства динамических систем / С.Ю. Пилюгин. – М.; Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика; Ин-т компьютерных иссл., – 2008. – 272 с.

14. Аносов, Д.В. Динамические системы с гиперболическим поведением, / Д.В. Аносов, С.Х. Арансон, В.З. Гринес, Р.В. Плыкин и др. Итоги науки и техн. Сер. Соврем. пробл. мат. Фундам. направления. – 1991, том 66, С. 5–242.

15. Маврикиди, Ф.И. Математическое моделирование техноценозов предприятий нефтегазодобычи / Ф.И. Маврикиди, С.А. Хорьков // Современные технологии извлечения нефти и газа. Перспективы развития минерально-сырьевого комплекса (российский и мировой опыт): III Междунар. науч.-практ. конф. имени В.И. Кудинова: сб. материалов конф. / Современные технологии извлечения нефти и газа. Перспективы развития минерально-сырьевого комплекса (российский и мировой опыт), Всерос. науч.-практ. конф., М-во образования и науки РФ, ФГБОУ ВО "Удмуртский государственный университет", Ин-т нефти и газа им. М.С. Гуцериева, Науч.-образоват. центр "Инновационные технологии нефтедобычи" им. В.И. Кудинова; сост.: В.Г. Миронычев, С.Б. Колесова. - Ижевск: Удмуртский университет, 2020. - С. 82-95.

# 6. МЕТОДОЛОГИЯ ПРИНЦИПА ЧИСЛОВОЙ АСИММЕТРИИ В ИССЛЕДОВАНИИ И РАСЧЕТЕ ЭЛЕКТРОПОТРЕБЛЕНИЯ МНОГОНОМЕНКЛАТУРНОГО ЦЕХА ПРОМЫШЛЕННОГО ПРЕДПРИЯТИЯ

**Аннотация.** Отмечено, что методология принципа числовой асимметрии направлена исследование сложных объектов, которые имеют две стороны, обладающие, в определенном смысле, противоречивыми свойствами. Кроме того, числовая асимметрия является моделью электропотребления многономенклатурного цеха промышленного предприятия, природного фрактала, (техно)ценоза, включающего некий ресурс и древесную и, соответствующую ей, гиперболическую структуру. Если использовать гиперболическую структуру в качестве своеобразной системы координат, то можно количественно сравнивать два ресурса, распределенных в сложной системе. Указанная связь позволяет решить проблему и разработать методику поэлементного расчета электропотребления многономенклатурного цеха промышленного предприятия. Представлен пример использования математического инструментария принципа числовой асимметрии для исследования и расчета электропотребления многономенклатурного цеха промышленного предприятия.

***Ключевые слова:*** Принцип числовой асимметрии, гиперболическая структура, закон масштабирования.

В [1] представлена методология принципа самоподобия для исследования и поэлементного расчета электропотребления многономенклатурного цеха промышленного предприятия (ЭМЦПП). В её основу положена форма одинаковая для целого и его частей. Эта форма позволяет получить самоподобную гиперболическую структуру. Для исследования и расчета ЭМЦПП, кроме формы, вводят также величину ресурса. И далее рассматривают форму и ресурс совместно. Следует отметить, что двухслойная модель многономенклатурного цеха, разработанная для решения проблемы поэлементного расчета ЭМЦПП, также ориентирована на совместное рассмотрение самоподобной формы и ресурса электропотребления. Становится понятным, что принцип самоподобия сам по себе является недостаточным для той цели, для которой его применение декларируют [1]. В большей степени ей соответствует принцип двойственности, ориентированный на совместное рассмотрение формы и ресурса. Этот принцип формально воспроизводит числовая асимметрия, предназначенная для исследования сложных систем и ценозов [2]. Методология принципа числовой асимметрии направлена на поиск и исследование таких объектов, которые имеют две стороны, обладающие, в определенном смысле, противоречивыми свойствами. Например, такие свойства имеет модель электропотребления, включающая конечный ресурс электропотребления и бесконечную (в потенции) гиперболическую структуру этого ресурса. Кроме того, числовая асимметрия является моделью природного фрактала, (техно)ценоза, термодинамической системы, включающей также некий ресурс и древесную и, соответствующую ей, гиперболическую структуру. Причем гиперболическая структура, соответствующая ресурсу, является инвариантом, т.е. она остается гиперболической при разных значениях ресурса, распределенного в природном фрактале, (техно)ценозе, термодинамической системе. Если использовать гиперболическую структуру в качестве своеобразной системы координат, то можно количественно сравнивать два ресурса, распределенных в сложной системе. Эту связь выражают в виде закона масштабирования, показывающего в общем случае, что некоторые феномены нашего мира имеют одинаковую структуру при рассматривании их в любом масштабе. Указанная связь позволяет решить проблему и разработать методику поэлементного расчета ЭМЦПП. Имея расчетный ресурс и экспериментально установленный показатель степени, связывающий масштабы, получают точную оценку ЭМЦПП.

Пример использования математического инструментария принципа числовой асимметрии для исследования и расчета ЭМЦПП.

1. Проблема поэлементного расчета ЭМЦПП [1,3].

Поэлементный расчет ЭМЦПП, кВт·ч, производят на основе базы данных электрооборудования многономенклатурного цеха и получают в виде:

$$W = \sum_{j=1}^{n} W_j, \qquad (1)$$

где $W, W_j$ – соответственно, расчетное месячное ЭМЦПП и его составляющие, и в виде:

$$W_j(i) = W_o i^{-\alpha}, \qquad (2)$$

где $W_o$ – константа электропотребления; $i$ – ранг; $\alpha$ – показатель степени гиперболического (степенного) распределения.

Проблема расчета ЭМЦПП заключается в том, что расчетное ЭМЦПП через составляющие всегда превышает ЭМЦПП, полученное по приборам учета за тот же период времени:

$$W > V, \qquad (3)$$

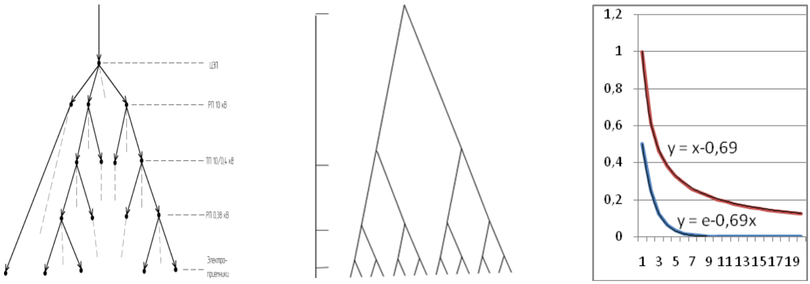
где $W$, $V$ – соответственно, расчетное и приборное месячное ЭМЦПП.

Из выражения (1) следует, что величину ЭМЦПП складывают из частей, т. е. величина ЭМЦПП аддитивна и конечна. Выражение для гиперболического (степенного) распределения ЭМЦПП (2) мультипликативно и не имеет естественной границы. При этом возникает противоречие между полученными результатами. Одно выражение для ЭМЦПП (1) конечно, а выражение (2) может быть ограничено лишь искусственным путем.

Проблема создает препятствие для разработки методики поэлементного расчета ЭМЦПП.

Кроме того, структура системы электроснабжения промышленного предприятия имеет иерархическую структуру (1УР-5УР), представленную на рисунке 1. Из рисунка видно, что моделью этой структуры является 2-адическое число. В общем случае модель может представлять смесь $p$-адических чисел. Распределение размеров и количества элементов на уровнях $p$-адического дерева имеют экспоненциальное распределение, а распределение уровней – гиперболическое (степенное) распределение. Уместно обратить внимание на аналогию между гиперболической структурой электроснабжения и гиперболической структурой электропотребления многономенклатурного цеха.

Структура сети электроснабжения является древесной материальной видимой, гиперболическое распределение имеют её уровни ветвления, гиперболическую структуру электропотребления многономенклатурного цеха невозможно осязать, её получают лишь по результатам ранжирования составляющих электропотребления.




а в с

Рис.1 Структура иерархической системы промышленного предприятия,
её модель в виде 2-адического числа и графики распределения размеров элементов модели на уровнях (экспонента) и распределения уровней (гипербола):
а – дерево-схема системы электроснабжения промышленного предприятия;
в – схема целого 2-адического числа; с – экспонента и гиперболическое распределение 2-адического числа

2. Формальное выражение числовой асимметрии имеет вид:

$$R \leftarrow Q \rightarrow Z_p, \qquad (4)$$

где $Q, R, Z_p$ – соответственно, поле рациональных, вещественных и целых $p$-адических чисел [4].

Числовая модель объединяет вещественное и $p$-адическое представление рационального числа.

Рациональное число в математике представляет собой отношение двух целых чисел, поэтому оно есть «физическое» число. С его помощью выполняют измерения физических величин. Например, физическому параметру электропотребления сопоставляют рациональное число на шкале прибора измерения. Моделями рационального числа можно считать вещественное и *p*-адическое числа. Поле вещественных чисел $R$ и поле *p*-адических чисел $Q_p$ (поле целых *p*-адических чисел $Z_p$) получают пополнением поля рациональных чисел $Q$. Под пополнением (расширением) метрического пространства $X$ понимают присоединение к нему пределов фундаментальных последовательностей. Пополнение поля $Q$ осуществляют с помощью вещественных или *p*-адических норм.

Естественность двойного нормирования *p*-адических чисел позволяет записать рациональное число, через сопряженные нормы (абсолютные значения):

$$|y|_\infty \, |x|_p^\alpha = c, \qquad c \in Q, \tag{5}$$

где $|y|_\infty$ и $|x|_p^\alpha$ – соответственно, норма (абсолютное значение) на поле вещественных чисел и норма (абсолютное значение) на поле *p*-адических чисел; $\alpha$ – фиксированное вещественное число.

3. Двухслойная модель электропотребления ЭМЦПП [1, 3].

Разрешить противоречие, представленное выражениями (1) и (2), позволяет двухслойная модель ЭМЦПП, аналогичная выражению числовой асимметрии(4):

$$W_* \leftarrow W \rightarrow W^*, \tag{6}$$

где $W_*, W^*$ – соответственно, ресурсный или энергетический и иерархический или структурный слой электропотребления цеха; $\leftarrow$ и $\rightarrow$ – знаки отображения [1,3].

Модель (6) объединяет ресурсный и иерархический слои ЭМЦПП. Ресурсная часть модели позволяет получить баланс ЭМЦПП, иерархическая – зафиксировать границы и связи между его потребителями электрической энергии.

Двухслойная модель позволяет также ввести и исследовать меры, размерности и нормы слоев (пространств) ЭМЦПП.

Мера ресурсной части может быть получена на основе покрытия множества ресурса конечным числом шаров $N(a)$ радиуса $a$:

$$W_* = \lim_{a \to 0} N(a) a^2, \qquad (7)$$

где $N(a)$ – количество шаров покрытия; $a > 0$ – радиус шара покрытия; 2 – размерность ресурсного пространства.

Отсюда видно, что с геометрической точки зрения ресурс ЭМЦПП представляет собой площадь, имеющую размерность 2.

Меру иерархической части следует записать в виде:

$$W^* = \lim_{a \to 0} N(a) a^d, \qquad (8)$$

где $d$ – размерность иерархического пространства ЭМЦПП.

Иерархическая структура имеет размерность не равную целому числу. В двухслойной модели слой структуры имеет размерность Хаусдорфа – Безиковича в диапазоне $1<d<2$. Поэтому, можно считать, что модель ЭМЦПП имеет свойства природного фрактала. Размерность иерархической структуры находят при помощи экспериментальных данных.

Выражение (7) позволяет получить величину ЭМЦПП на евклидовой плоскости, а выражение (8) представляет собой числовую характеристику фрактала-дендрита.

Размерность площади ресурса и размерность структуры иерархического дерева связаны через коразмерность – показатель Херста $h$. Этот показатель получают по выражению $2 - d = h$ [3].

Если рассматривать слои модели как пространства, то можно ввести нормы ресурсной $\|W_*\|$ и иерархической $\|W^*\|$ частей модели. Произведение этих норм по аналогии с произведением норм вещественного и $p$-адического числового поля [3] позволяет получить значение некоторой величины ЭМЦПП:

$$\|W_*\| \cdot \|W^*\| = c, \ \ c - \mathrm{const} \in W. \qquad (9)$$

Нетрудно увидеть, что нормы в выражении (9) связаны гиперболической зависимостью.

4. Закон масштабирования [1,3].

Гиперболическое распределение ЭМЦПП позволяет найти связь между его расчетной величиной (*W*) и величиной, полученной по приборам учета (*V*) [1,3]. Площади электропотребления, ограниченные гиперболами, вычисляют по выражениям:

$$\int_1^a \frac{dw}{w} = \ln W, \qquad \int_1^a \frac{dv}{v} = \ln V.. \tag{10}$$

Если существует отношение – константа в виде:

$$d = \frac{\ln W}{\ln V} - const, \tag{11}$$

то выражение (11) позволяет записать закон масштабирования ЭМЦПП в виде:

$$W = V^d. \tag{12}$$

Закон масштабирования ЭМЦПП можно получить также через теорию категорий. Элементарный топос – есть декартово замкнутая, конечно полная категория, с классификатором подобъектов. Он имеет вид:

$$\begin{array}{ccc} V & \xrightarrow{f} & W \\ \downarrow{!} & & \downarrow{\chi} \\ 1 & \xrightarrow{T} & \Omega \end{array}, \tag{13}$$

где *V*, *W* – фактическое и расчетное пространство ЭМЦПП, соответственно; 1 и $\Omega$ – конечный объект и классификатор подобъектов, соответственно. Знаки $f, T, !, \chi$ обозначают соответственно – исходная стрелка, стрелка «истина», единственная стрелка, характеристическая стрелка [3].

Из декартовой замкнутости элементарного топоса (13) следует существование декартово замкнутого выражения:

$$\begin{array}{ccc} v \times c & \rightarrow & v \\ \downarrow & & \downarrow \\ w & \rightarrow & w^c \end{array}, \tag{14}$$

На основе выражения (14) можно записать:

$$\hom(v \times c, w) \cong \hom(v, w^c), \tag{15}$$

где $v \in V, w \in W$, $c$– показатель степени, $v \times c$ – декартово произведение.

Другими словами, из выражений (14) и (15) видно, что топос содержит экспоненты. Тогда существует степенная связь расчетного и фактического (приборного) ЭМЦПП в виде:

$$V = W^{C}. \tag{16}$$

Коэффициент подобия является инвариантом гиперболических распределений. Он связан с отношением площадей ЭМЦПП (12):

$$d = C^{-1} = \log_V W. \tag{17}$$

5. Методика поэлементного расчета ЭМЦПП [3].

Расчет ЭМЦПП производят по выражениям (1) и (2).

Расчет коэффициента подобия (инварианта цехового ЭМЦПП) производят на основании данных предыдущего месяца по выражению:

$$d = \left(\ln W\right)\left(\ln V\right)^{-1}, \tag{18}$$

где $V$ – электропотребление цеха за месяц работы, соответствующее расчетному электропотреблению $W$, по приборам учета, кВт·ч.

Уточненное ЭМЦПП, кВт·ч, производят по выражению:

$$V = W^{\left(d^{-1}\right)}. \tag{19}$$

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хорьков С.А. Методология принципа самоподобия в исследовании электропотребления многономенклатурного цеха промышленного предприятия / С.А. Хорьков // Фёдоровские чтения 2020: L Междунар. науч.-практ. конф. с элементами науч. шк., Москва 17-20 нояб. 2020 г. / М-во науки и ВО РФ, Национ. исслед. ун-т "МЭИ"; под общ. ред. Ю. В. Матюшиной. – М.: Издат. дом МЭИ. – 2020. – С. 65-72.

2. Маврикиди Ф.И. Системно-ценологический подход к математическому моделированию техногенных объектов / Ф.И. Маврикиди, С.А. Хорьков // Управление техносферой. 2020. – Т. 3, вып. 3. – С. 401-426.

3. Хорьков С.А. Проблема расчета электропотребления многономенклатурного цеха промышленного предприятия, модели и методики

для ее решения: монография. – Ижевск: Изд-во ИжГТУ имени М.Т. Калашникова. – 2019. – 124 с.

4. Коблиц Н. *P*-адические числа, *p*-адический анализ и дзета-функции. / Пер. с англ. В.В. Шокурова. Под ред. и с предисловием Ю.И. Манина. – М.: Мир. – 1981. – 192 с.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленная публикация выполнена «в малой окрестности» оснований ценозов, систем и математического моделирования, той области знаний, которая была в значительной степени упущена в XX веке в работах по кибернетике и математического моделирования систем. Главным мотивом авторов было стремление сдвинуть эту область с мертвой точки и найти для нее адекватный математический аппарат. Работа основывается на многолетнем опыте работы авторов в указанной области.

Как показывает практика прикладных математических исследований, одних физических представлений явно недостаточно для познания явления сложности – как искусственной, созданной человеком, так и естественной, созданной Природой. Сегодня эта позиция привлекает растущее внимание исследователей, число публикаций в этом направлении стремительно растет, так же как и количество исследовательских институтов, лабораторий и тем, посвященных указанной сложности. Многое в этом плане остается в философско-методологической литературе и не проникает в область, освоенную представителями естественных наук.

Сформулированный авторами новый подход к формализации проблемы единства Природы и Человека – введение в модель $p$-адических чисел и их интерпретации наравне с вещественными числами, и привлечение известных фактов фрактальной геометрии, дает возможность в первом приближении согласовать формальные методы математики со смыслом технической и естественнонаучной областей. Подход оказывается хорошо обеспеченным различными разрозненными фактами математики, которые теперь объединяются в целостную теорию. Практика применений математики показывает, что в таком случае, когда удается получить уравнения или иные расчетные соотношения, дальнейшее развитие становится делом техники. Новым в этой технике явится необходимость согласования формальной теории с предметными методами измерения, формулировка которых приведена в тексте и большой набор которых приведен в публикации (см. Deza M.M, Deza E. Dictionary of Distances. Elsevier, 2006).

Следующим шагом видится разработка методов согласования предметных измерений с математическими метриками вещественных и *p*-адических чисел в выбранной предметной области. В случае ценозов и иных техногенных систем особое значение приобретет формализация методов управления как манипулирования измеримыми величинами. Для этого подготовлена формализация восприятия человека. Заметим, что следствием такого решения будет формулировка требований к компетенции лица принимающего решение (ЛПР), руководящего предприятием и/или его подразделением. В случае естественных систем – экологических, водных, геологических и т.п. приведенная «антиномичная» система уравнений (соотношения (20) – (23) раздела 1) позволит включить в анализ реакцию внешней среды на техногенные воздействия.

Значительной темой, которая не затронута в работе является исследование взаимодействия техногенных объектов с естественной средой – познание отдаленных последствий технического воздействия на природу. Эта теме также стоит на пространственно-временном явлении двойственности – «локальное-глобальное», но требует отдельного цикла работ. Она напрямую подводит к постановкам задач о скорости технического прогресса, о восстановительной способности окружающей среды, дополнительной к валютам экономики.

Иными словами, многое из того, о чем говорится в цикле эколого-экономических вопросов, может получить свое развитие на основе предложенного подхода. Тем самым, в перспективе можно ставить задачу включения Природы в экономику в качестве равноправного участника.

В плане описания  расчётных методик, предлагаемая работа является незаконченной, Авторы тешат себя надеждой, что исследователи – как теоретики, так и практики, имеющие опыт работы со сложными объектами, смогут оценить адекватность представленного подхода и увидеть пути его дальнейшего развития.

**СОДЕРЖАНИЕ**

***Сведения об авторах***

*Маврикиди Федор Иванович*
к.т.н., с.н.с. Институт проблем нефти и газа Российской академии наук, тел.: +7(916)7966320, e-mail: mavrikidi@mail.ru

*Хорьков Сергей Алексеевич*
доцент кафедры теплоэнергетики, ФГБОУ ВО «Удмуртский государственный университет», Институт нефти и газа им. М.С. Гуцериева. 426034, Россия, г. Ижевск, ул. Университетская, 1, корп. 7, e-mail: horkov_07@mail.ru

***About the Authors***

*Mavrikidi Fyodor Ivanovich*
PhD., senior researcher Institute of oil and gas problems of the Russian Academy of Sciences, tel.: +7(916)7966320, e-mail: mavrikidi@mail.ru

*Khor'kov Sergei Alekseevich*
Associate Professor, Department of Heat Power Engineering, Udmurt State University, Oil and Gas Institute named of M.S. Gutseriev. 426034, Russia, Izhevsk, Str. University, 1/7, tel +7(912)7671690, e-mail: horkov_07@mail.ru

*Научное издание*

Хорьков Сергей Алексеевич

Маврикиди Федор Иванович

# ЦЕНОЗЫ, СИСТЕМЫ И ИХ МОДЕЛИ

Монография

*Авторская редакция*

Отпечатано с оригинал-макета заказчика

Подписано в печать 25.10.2021. Формат 60x84$^{1}/_{16}$.
Усл. печ. л. 5,3. Уч.-изд. л. 3,8.
Тираж 300 экз. Заказ № 1980.

Издательский центр «Удмуртский университет»
426034, г. Ижевск, ул. Университетская, д. 1, корп. 4, каб. 207
Тел./факс.: +7 (3412) 500-295, e-mail: editorial@udsu.ru

Типография Издательского центра
«Удмуртский университет»
426034, Ижевск, ул. Университетская, 1, корп. 2.
Тел. 68-57-18, 91-73-05