

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ СОПРОТИВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ ДЛЯ ПЛОСКИХ РАМНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

А.В. Кулагин

Предлагается подход к решению некоторых прикладных монтажной, установочной каркасной задач статически неопределимых рам и арочной задачи статически определимой рамы с определением прочностных параметров монтажной и арочной задач, внутренних усилий каркасной задачи. Результаты расчетов рекомендуется использовать в ходе конструкторско-технологической проработки рамы и при подготовке к проведению монтажных работ.

Ключевые слова: плоская статически определимая и неопределимая рама, сопротивление материалов, поперечный изгиб, метод сечений, метод податливости, эпюры изгибающих и крутящих моментов, способ Верещагина, прочность конструкции, канонические уравнения метода сил, основная и эквивалентная системы.

Известно, что рамные конструкции работают преимущественно на изгиб, исключением служат фермы, воспринимающие в основном сжимающие нагрузки. Определение внутренних усилий от действия внешних нагрузок определяют методом сечений. Формально такие задачи в классической постановке решены [1-6]. Здесь можно предложить несколько недостаточно типовых задач для плоских уголкового и рам кругового профиля с вычислением внутренних усилий с учетом статической неопределимости и дальнейшим выходом на оценку прочности и жесткости элементов конструкций.

Условие задачи. В результате неточности монтажа опора A оказалась смещенной относительно конца B рамы на величину Δ , сечение стержней рамы квадратное, со стороной c . Длины стержней $2l$, l , l . Жесткость на изгиб постоянная $EI_{изг}=const$ [2].

Требуется. Определить горизонтальную реакцию в смещенной опоре A , после соединения ее с рамой и максимальное напряжение, возникающее в раме.

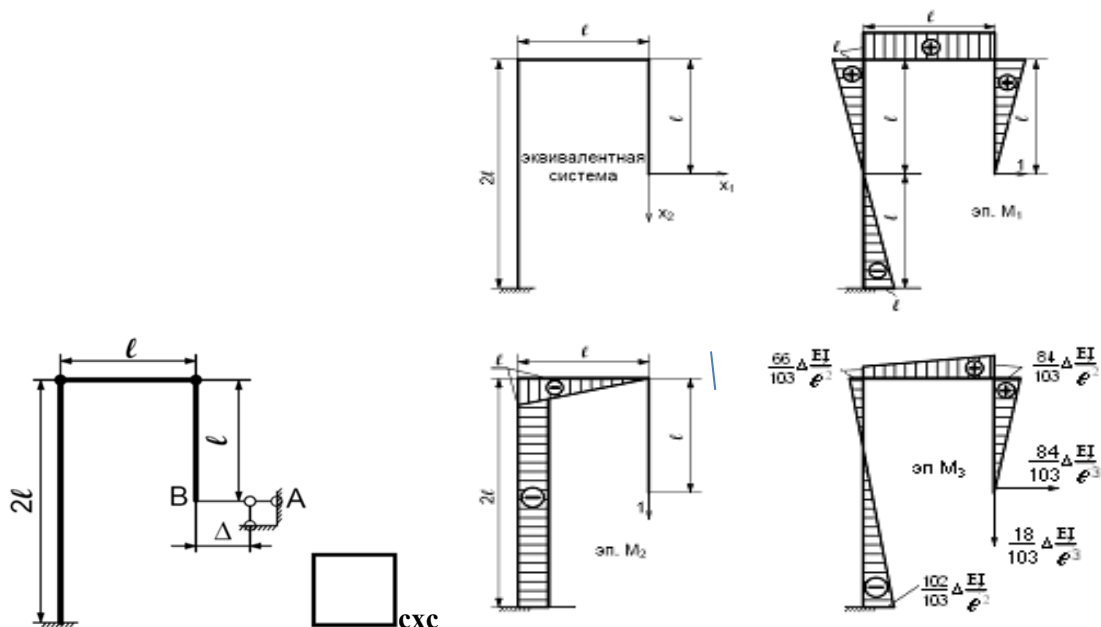


Рис. 1. Расчетная схема. Эквивалентная система. Эпюры моментов

Решение. Это монтажная задача. Используем метод податливости [1]. Составим для заданной рамы эквивалентную систему (рис. 1), которая используется при раскрытии статической неопределимости рамы $S=3k-III=3 \cdot 1-1=2$. S -степень статической неопределимости, k -число замкнутых контуров, III -число одиночных шарниров. Так как рама дважды статически неопределимая, то канонические уравнения метода сил имеют вид:

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 = \Delta; \tag{1}$$

$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 = 0,$$

где X_1 и X_2 – лишние неизвестные силы, условно приравняемые 1 до раскрытия статической неопределимости.

Перемещения δ_{ij} можно определить способом Верещагина (возможно применение метода Мора, метода энергии деформаций при повороте концов на определенные углы или теоремы Кастильяно), путем перемножения эпюр от единичных сил:

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI_{изг}} \left(\frac{1}{2} l^2 \frac{2}{3} l + l^3 \right) = \frac{4l^3}{3EI_{изг}}; \quad \delta_{12} = \delta_{21} \frac{l^2 \left(-\frac{1}{2} l \right)}{EI_{изг}};$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI_{изг}} \left[\left(-\frac{1}{2} l^2 \right) \left(-\frac{2}{3} l \right) + (-2l^2)(-l) \right] = \frac{7l^3}{3EI_{изг}}.$$

Подставляя найденные перемещения в систему уравнений (1) получим новую систему уравнений:

$$\frac{4}{3}X_1 - \frac{1}{2}X_2 = \Delta \frac{EI_{изг}}{l^3};$$

$$-\frac{1}{2}X_1 + \frac{7}{3}X_2 = 0. \tag{2}$$

Из системы уравнений (2) находим лишние неизвестные силы и раскрываем статическую неопределимость рамы:

$$X_1 = \frac{84}{103} \frac{\Delta EI_{изг}}{l^3}; \quad X_2 = \frac{18}{103} \frac{\Delta EI_{изг}}{l^3}.$$

Эпюры изгибающих моментов M_1 и M_2 построены с учетом найденных значений X_1 и X_2 и суммарная эпюра моментов уже статически определимой рамы M_Σ (рис. 1). Наибольшее напряжение возникнет в заделке и будет равно

$$\sigma_{max} = \frac{M_{изг\ max}}{W_{изг}} = \frac{102\Delta EI_{изг}6}{103l^2c^3},$$

где $W_{изг} = \frac{c^3}{6}$ - осевой момент сопротивления изгибу квадратного сечения рамы. Точность решения задачи повысится, если учесть влияние продольных и сдвиговых деформаций.

Условие задачи. Установка каркасных рам. Симметричная рама постоянной жесткости $EI_{изг} = const$ длины стержней которой l нагружена двумя сосредоточенными моментами m [2].

Требуется. Построить эпюру изгибающих моментов.

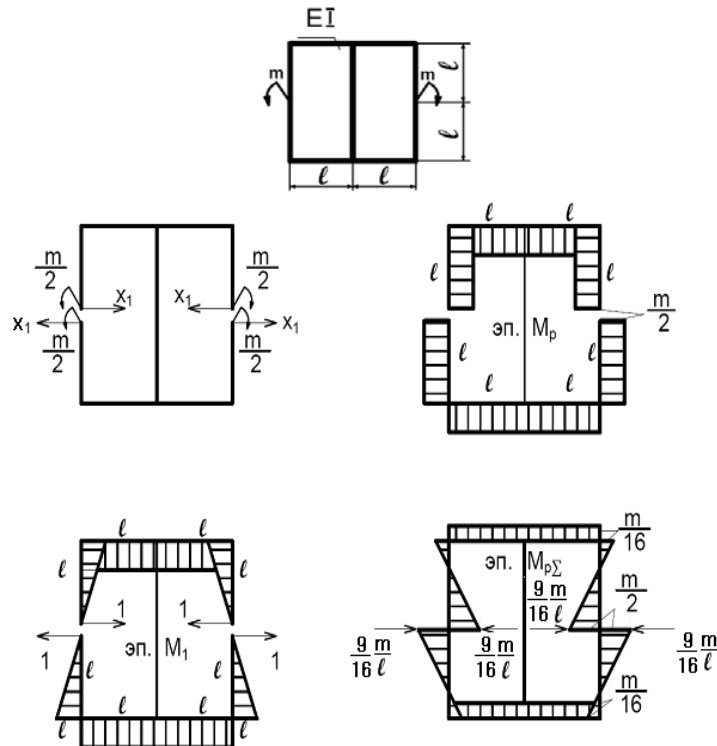


Рис. 2. Каркасная рама. Эквивалентная система. Эпюры моментов

Решение. Задача один раз статически неопределимая $S=3 \cdot 1 - 2=1$ (рис. 2). Учитывая наличие двух осей симметрии прямой и косо́й, выберем эквивалентную систему. Составим основную систему и построим эпюры изгибающих моментов от действия внешних моментов m - грузовая эпюра M_p и единичной силы X_1 - эпюра M_1 при помощи метода сечений (рис. 4).

Неизвестное усилие X_1 определяется из канонического уравнения метода сил способом Верещагина

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1p} = 0,$$

где:

$$\delta_{11} = \frac{4}{EI_{изг}} \left(\frac{1}{2} l^2 \frac{2}{3} l + l^3 \right) = \frac{16}{3} \frac{l^3}{EI_{изг}}; \quad X_1 = -\frac{\Delta_{1p}}{\delta_{11}} = -\frac{9m}{16l}; \quad \Delta_{1p} = \frac{4}{EI_{изг}} \left(\frac{1}{2} l^2 \frac{m}{2} + l^2 \frac{m}{2} \right) = 3 \frac{ml^2}{EI_{изг}}.$$

Эпюра суммарных изгибающих моментов $M_{p\delta}$ для статически определимой системы строится с учетом уже известного усилия $X_1 = 3 \frac{ml^2}{EI_{изг}}$ (рис. 2).

Условие задачи. Это работа арочных конструкций. Круговая рама нагружена четырьмя равными силами P .

Требуется. Построить эпюры изгибающих и крутящих моментов [2].

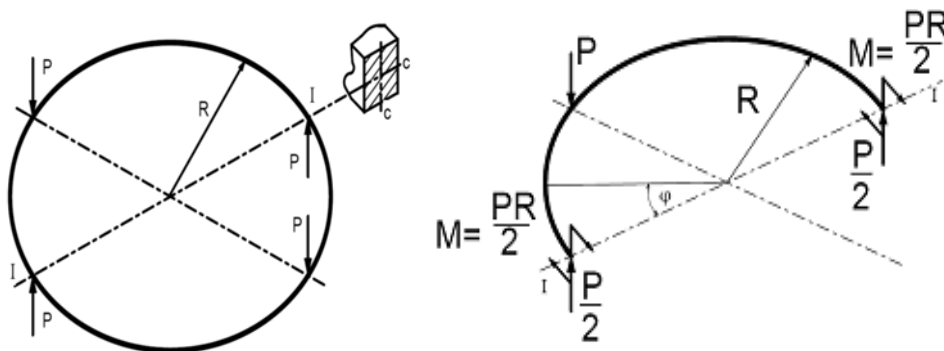


Рис. 3. Осесимметричная рама. Условие равновесия половины рамы

Решение. Так как при заданной нагрузке рама имеет две оси симметрии (рис. 3), то изгибающие моменты в сечениях I-I и II-II находятся из условия равновесия половины рамы (рис. 3)

$$M = M_{изг} = \frac{PR}{2}.$$

Из рассмотрения условий равновесия, изображенных в горизонтальной плоскости элементов рамы, установим зависимости для вычисления крутящих и изгибающих моментов в произвольном сечении (рис. 4)

$$M_k = -\frac{PR}{2} \sin \varphi + \frac{PR}{2} (1 - \cos \varphi),$$

при $\varphi=0$ и $\varphi = \pi$ $M_k = 0$;

при $\varphi = \frac{\pi}{4}$ $M_k = \frac{PR}{2} (1 - \sqrt{2})$.

$$M_{изг} = \frac{PR}{2} \cos \varphi - \frac{PR}{2} \sin \varphi,$$

при $\varphi=0$ $M_{изг} = -\frac{PR}{2}$ (сечение I-I);

при $\varphi=\pi$ $M_{изг} = \frac{PR}{2}$ (сечение II-II).

Результаты расчетов подтверждаются эпюрами крутящих и изгибающих моментов (рис. 5).

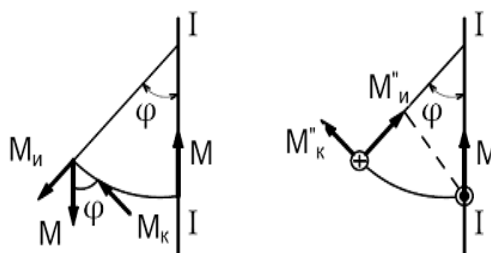


Рис. 4. Уравновешенные сечения рамы

Распределение нормальных напряжений (сечение I-I) и касательных напряжений (сечение II-II) представлено выражениями в опасных точках поперечного сечения (рис. 6):

$$\sigma_{max}^K = -\sigma_{min}^D = + \frac{M_{изг I-I} b}{c^3} = + \frac{3PR}{c^3}; \quad \tau_{max}^A = \tau_{max}^B = \frac{M_K}{0,208c^3} \approx - \frac{PR}{c^3}.$$

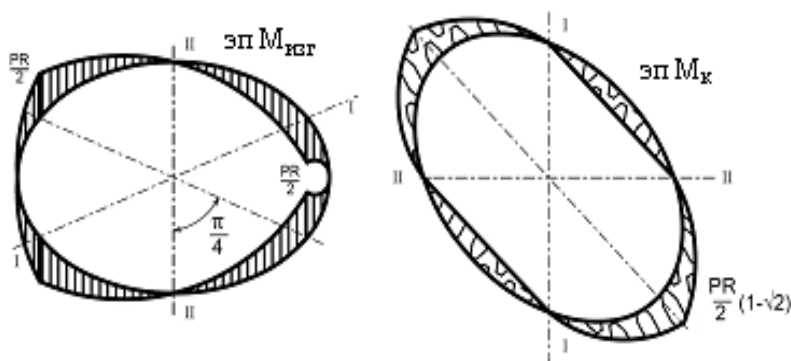


Рис. 5. Эпюры изгибающих и крутящих моментов

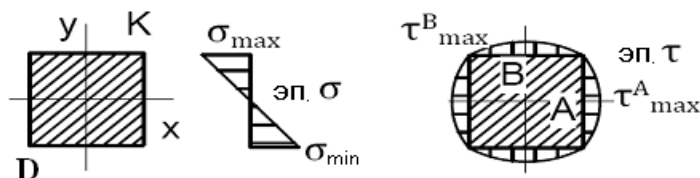


Рис. 6. Распределение нормальных (I-I) и касательных напряжений (II-II)

Решение подобных задач по определению внутренних усилий в конструкциях рам позволяет уточнить проверку: на прочность стержней рамы, допускаемых внешних нагрузок, проекторочного определения размеров поперечного сечения стержней [1,2,7]. Программный продукт ANSYS дает общее представление, но решает преимущественно классические задачи и не дает представления об оценке физических процессов и обеспечения надежности функционирования рам в полном объеме. Кроме того, следует обратить внимание на динамический и ударный характер приложения нагрузок, используя в первом случае инерционный принцип действия сил, а во втором - техническую теорию удара, основанную на балансе кинетической энергии и работе внешних сил.

Список литературы

1. Тимошенко С.П., Гере Дж. Механика материалов: учебник для вузов. СПб.: Издательство «Лань», 2002. 672 с.
2. Феодосьев В.И. Избранные задачи и вопросы по сопротивлению материалов. М.: Изд.-во «Наука», 1967. 375 с.
3. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. М.: Изд.-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2001. 592 с.
4. Миролубов И.Н. и др. Пособие к решению задач по сопротивлению материалов. М.: Изд.-во «Высшая школа», 1985. 392 с.
5. Лихарев К.К., Сухова Н.А. Сборник задач по курсу «Сопротивление материалов». М.: Изд.-во «Машиностроение», 1980. 224 с.
6. Качурина В.К. Сборник задач по сопротивлению материалов под редакцией. М.: Изд.-во «Наука», 1970. 612 с.
7. Дородов П.В., Кулагин А.В. О запасе прочности и оценке надежности узлов металлоконструкций // Инженерный вестник Дона, 2012. № 2. [Электронный ресурс]. -URL: www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2012/810(дата_обращения:10.09.2021).

Кулагин Андрей Владимирович, канд. техн. наук, доцент, rekfuby2@rambler.ru, Россия, Удмуртия, Ижевск, Удмуртский государственный университет

SOME FEATURES OF SOLVING PROBLEMS OF RESISTANCE
OF MATERIALS FOR FLAT FRAME STRUCTURES

A.V. Kulagin

An approach is proposed to solve some applied mounting, installation frame problems of statically indeterminate frames and the arched problem of a statically definable frame with the determination of the strength parameters of the mounting and arched problems. internal efforts of the framework task. The results of the calculations are recommended to be used during the design and technological study of the frame and installation work.

Key words: flat statically definable and indeterminate frame, materials resistance, transverse bending, cross-section method, malleability method, bending and torque diagrams, Vereschagin method, structural strength. canonical equations of the method of forces, basic and equivalent systems.

Kulagin Andrey Vladimirovich, candidate of technical sciences, docent, rekfuby2@rambler.ru, Russia, Udmurtia, Izhevsk, Udmurt State University

УДК 62-97-82

DOI: 10.24412/2071-6168-2021-12-464-469

**ЭВОЛЮЦИЯ КОНСТРУКЦИЙ ТИХОХОДНЫХ ДЛИННОХОДОВЫХ
КОМПРЕССОРНЫХ СТУПЕНЕЙ И АКТУАЛЬНОСТЬ ИХ РАЗВИТИЯ**

С.С. Бусаров

В данной работе рассмотрена последовательность создания конструкций тихоходных длинноходовых компрессорных ступеней. Представлены интегральные характеристики разработанных поршневых ступеней, такие как коэффициент подачи, индикаторный изотермический КПД, средняя температура нагнетания. Полученные значения давления нагнетания в одной ступени составили более 10МПа при температуре газа менее 400 К. Дальнейшее направление исследования будет направлено на увеличение ресурса разработанных ступеней и изучение многоступенчатых конструкций на базе тихоходных длинноходовых компрессорных ступеней.

Ключевые слова: тихоходная компрессорная ступень, интегральные характеристики, коэффициент подачи индикаторный изотермический КПД.

В настоящее время в Омском государственном техническом университете развивается направление по созданию малорасходных несмазываемых компрессорных агрегатов. Данная работа выполняется под руководством к.т.н., доцента Бусарова С.С., завершающего написание докторской диссертации, общее курирование работ осуществляет заведующий кафедрой ОмГТУ «Холодильная и компрессорная техника и технология», д.т.н., профессор Юша В.Л.

Ещё в СССР возникла потребность в создании компрессоров, работающих без смазки рабочей камеры, обусловлено это было бурным развитием различных отраслей народного хозяйства, в технологических процессах которых появились жёсткие требования к чистоте сжатого газа. Такие отрасли как нефтехимическая, пищевая, медицина требуют особенной чистоты газа и эти требования до настоящего момента постоянно ужесточаются.

Изначально разработка компрессоров без смазки проточной части по указу правительства была поручена ЛенНИИХиммаш, в котором была создана лаборатория «Компрессоры без смазки». За десятилетия работы были получены перспективные композиционные материалы, которые применяются и по сей день с ресурсом уплотнений, составляющим несколько тысяч часов. Заслуга в получении таких результатов принадлежит таким авторам как С.Е. Захаренко, И.И. Новиков, П.И. Пластинин, Б.С. Фотин, М.И. Френкель, В.П. Захаренко, Ward I.R., Walty F.D., Мюллер Г.К. и многие другие [1-6].