

Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО «Удмуртский государственный университет»
Институт математики, информационных технологий и физики
Кафедра математического анализа

**ВВЕДЕНИЕ В ПРЕДМЕТ
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ.
ПРАКТИКУМ**



Ижевск
2021

УДК 517.1
ББК 22.161.0
В24

Рекомендовано к изданию Учебно-методическим советом УдГУ

Рецензент: д.ф.-м.н., профессор кафедры функционального анализа и его приложений ВлГУ им. А.Г. и Н.Г. Столетовых **Л.И. Родина**

Авторы-составители: Ф.А. Галиева, Н.И. Коробейникова, Н.В. Латыпова, О.В. Максимова, Т.С. Тинюкова, Д.Л. Федоров

В24 Введение в предмет Математический анализ: практикум / авт.-сост. Ф.А. Галиева, Н.И. Коробейникова, Н.В. Латыпова, О.В. Максимова, Т.С. Тинюкова, Д.Л. Федоров. – Ижевск: Издательский центр «Удмуртский университет», 2021. – 152 с.

ISBN 978-5-4312-0951-2

В данном издании представлены варианты лабораторной работы, предназначенные для студентов первого курса, приступающих к изучению математического анализа. Выполнение индивидуальных заданий способствует повторению и систематизации материала по элементарной математике, как фундамента для успешного освоения курса математического анализа. Пособие будет полезно школьникам старших классов, студентам первого курса всех направлений подготовки, изучающих высшую математику и прежде всего математический анализ, а также учителям и преподавателям.

УДК 517.1
ББК 22.161.0

ISBN 978-5-4312-0951-2

© Ф.А. Галиева, Н.И. Коробейникова,
Н.В. Латыпова, О.В. Максимова,
Т.С. Тинюкова, Д.Л. Федоров, 2021
© ФГБОУ ВО «Удмуртский
государственный университет», 2021

Содержание

Введение	4
Рекомендации по выполнению лабораторной работы	5
Лабораторные работы	9
Вариант 1	9
Вариант 2	13
Вариант 3	17
Вариант 4	21
Вариант 5	25
Вариант 6	29
Вариант 7	33
Вариант 8	37
Вариант 9	41
Вариант 10	45
Вариант 11	49
Вариант 12	53
Вариант 13	57
Вариант 14	61
Вариант 15	65
Вариант 16	69
Вариант 17	73
Вариант 18	77
Вариант 19	81
Вариант 20	85
Вариант 21	89
Вариант 22	93
Вариант 23	97
Вариант 24	101
Вариант 25	105
Вариант 26	109
Вариант 27	113
Вариант 28	117
Вариант 29	121
Вариант 30	125
Вариант 31	129
Вариант 32	133
Вариант 33	137
Вариант 35	141
Вариант 35	145
Список литературы	149

Введение

Практикум «Введение в предмет Математический анализ» вместе с одноименным учебником представляют собой учебный комплекс, предназначенный для студентов первого курса бакалавриата направлений по укрупненным группам: 01.00.00 «Математика и механика», 02.00.00 «Компьютерные и информационные науки». Коллектив авторов — преподаватели кафедры математического анализа, на протяжении ряда лет читающие курс математического анализа и знающие трудности студентов первого курса, констатируют, что вчерашние школьники, как правило, не готовы воспринимать «Математический анализ» на строгом математическом уровне. Изучение математического анализа помогает студентам выработать общематематическую культуру: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями, применять полученные знания для решения практических задач. Чтобы подготовить студентов и помочь им в успешном овладении данной дисциплины, был подготовлен учебный комплекс, состоящий из двух частей: учебник «Введение в предмет математический анализ», практикум «Введение в предмет математический анализ». Учебный комплекс разработан на основе опыта преподавания данной дисциплины и современных методик обучения. В первой части комплекса собран, обобщен и систематизирован тот материал из элементарной математики, который после изучения позволит первокурсникам «мягче» войти в курс математического анализа. Другими словами, представленный учебный комплект — это подготовительная стадия, мостик от школьной математики к вузовской, позволяющий увидеть её целостность и красоту.

Для закрепления и лучшего усвоения материала данного модуля, а также для организации самостоятельной работы студентов во второй части предлагается Практикум, который содержит индивидуальные варианты лабораторной работы. Всего 35 индивидуальных вариантов, которые могут служить оценочными средствами диагностики соответствующей совокупности компетенций. Следует иметь в виду, что за формирование большинства компетенций не могут отвечать лишь отдельно взятые учебные дисциплины. Компоненты компетенций формируются при изучении различных дисциплин, а также в немалой степени в процессе практической и самостоятельной работы студента. Для успешного решения заданий лабораторной работы, студентам предлагается внимательно прочитать рекомендации по её выполнению и изучить соответствующий теоретический материал из первой части.

Рекомендации по выполнению лабораторной работы

Данные рекомендации написаны с учетом использования одноименного учебника [3].

Для успешного решения заданий №1-3 рекомендуется повторить действительные числа (параграф 2.2). Чтобы справиться с **задачей 1**, нужно вспомнить свойства логарифмов (параграф 2.3) и разобраться с решением аналогичных примеров (2.23-2.24) в учебнике. Сравнение чисел различной природы представлено при решении примеров 2.15, 2.16, 2.25, 4.66, 4.97, 4.98, поэтому при решении **задач № 2-3** достаточно их изучить и повторить основы тригонометрии (параграф 4).

Следующая группа **заданий № 4-7** проверяет знания студента по теме «Элементы теории множеств». Поэтому рекомендуется внимательно прочитать параграф 2.1 «Операции над множествами» и разобрать рассмотренные там примеры. Обратите внимание: задание № 5 решается аналогично разобранным примерам 2.4, задание № 6 – аналогично примеру 2.5, задание № 7 – смотрите пример 2.6.

В **заданиях № 8-10** используются понятия факториала и бинома Ньютона, которые подробно с примерами разобраны в параграфе 2.6. При решении **задания № 11** рекомендуется внимательно изучить параграф 4.3, связанный с обратными тригонометрическими функциями и выражениями.

Задания № 12-15 проверяют умения студентов работать с числовыми последовательностями, прежде всего – с прогрессиями. Необходимый теоретический материал (определения и формулы) представлен в параграфе 5. Обратите внимание, если в задачах 12 и 13 прогрессии уже указаны, то в текстовых задачах 14 и 15 их ещё нужно определить.

Следующий блок **заданий № 16-25** посвящается функциям, их свойствам и графикам. Поэтому рекомендуется изучить параграф 6: повторить основные понятия теории функций (см. 6.1), вспомнить основные элементарные функции, их свойства и графики (см. 6.2), познакомиться с гиперболическими функциями (см.6.3) и функциями, определяющими целую и дробную часть числа (см. 6.4). Особое внимание стоит уделить обратным функциям (см. 6.5) и преобразованию графиков (см. 6.6). В **задании 16** требуется найти область определения функции. Для этого надо выписать все ограничения, накладываемые на функцию, и решить полученную систему. Аналогичные примеры в учебнике разобраны – см. примеры 6.111-

6.118. В задании 17 необходимо исследовать предложенную функцию на такие свойства, как монотонность (возрастание или убывание), ограниченность, периодичность, четность или нечетность по определению. Другими словами, требуется проверка выполнимости или невыполнимости соответствующего определения. В частности, для исследования на монотонность пользоваться производной нельзя! Данные определения представлены в параграфе 6.1, в качестве аналогичного примера советуем разобрать пример 6.109. Обратите внимание, если определение выполняется, то нужно его проверить для всех x из области определения функции (или рассматриваемого промежутка). Если определение не выполняется, то достаточно привести пример хотя бы одного x , где оно нарушается (контрпример).

В заданиях 18-19 необходимо построить графики заданных функций с помощью таких геометрических преобразований, как параллельный перенос, отображение относительно осей, растяжение и сжатие, а также их комбинации. Как это делается, подробно описано в параграфе 6.6, коротко в справочных материалах – см. 9.6; в 6.6 разобрано большое количество примеров – см. примеры 6.127-6.138. Для решения задания № 20 советуем изучить параграфы 6.5 и 6.6, и разобрать аналогичный пример на построение графиков обратных функций – см. пример 6.139. В задании 21 требуется построить график, представляющий собой минимум (или максимум) из двух заданных функций. Чтобы это сделать, нужно в одной системе координат построить оба графика, найти их точки пересечения (если они есть) и выделить другим цветом те части графиков, которые на каждом из промежутков находятся один ниже (выше) другого для минимума (для максимума). В заданиях 22-23 для построения графиков уравнений нужно не забыть учесть области допустимых значений предложенного уравнения и только на этой области провести построение графика. В качестве аналогичного примера разобран пример 6.140. Задание 24 – на построение графика целой или дробной части некоторой функции. Поэтому обязательно рекомендуется ознакомиться с теоретическим материалом параграфа 6.4 и обратить внимание на разобранные там примеры 6.119-6.122. Для решения задания 25 помимо материала параграфа 6 требуется вернуться к построению множеств, которые были представлены в 2.1.

Оставшаяся часть заданий лабораторной работы посвящается решению уравнений и неравенств различного типа. Описание различных способов и методов решения уравнений и неравенств подробно представлено в параграфах 7 и 8. Рассмотрим подробнее. Для нахождения рациональных корней уравнения в задании 26 нужно использовать сформулированное

в параграфе 7.2 правило и схему Горнера. Подобные примеры решены в задачах учебника, как примеры 7.154 и 7.155. При решении уравнения в **задании 27** нужно сделать замену переменной и решить квадратные уравнения. Уравнения в **заданиях 28-29** – это дробно-рациональные (см. 7.2), причем если первое из них решается стандартным приемом – приведением к общему знаменателю, то во втором – необходима сначала замена переменной. Аналогичные примеры в учебнике – это 7.158 и 7.159. Неравенства в **заданиях 30-31** являются дробно-рациональными (см. параграф 8.1). Для их решения используется метод интервалов. Аналогичные задачи в учебнике разобраны – см. примеры 8.210-8.215. В **заданиях 32-34** предлагается решить иррациональные уравнения. Для успешного их решения предлагается повторить материал параграфа 7.3 и разобрать решения примеров 7.162-7.172.

В **задании 35** даны неравенства с модулем, для решения которых нужно изучить параграф 8.3 (см. примеры 8.226-8.227) и повторить параграф 2.3. Решение тригонометрических неравенств **задания 36** подробно разобраны в параграфе 8.5 учебника и представлены в решении примеров 8.233-8.239. При решении **задания 37** студенту предлагается проявить самостоятельность и творческий подход. Это неравенство содержит обратную тригонометрическую функцию, но неравенства такого типа в учебнике специально не рассматривались. С другой стороны, соответствующий теоретический материал можно найти в параграфах 4.3, 6.5 и 7.7. Не забудьте учитывать область определения обратных тригонометрических функций.

В **заданиях 38-41** даны иррациональные неравенства, методы решения которых подробно разобраны в параграфе 8.2. Аналогичные примеры – это примеры 8.216-8.225. **Задание 42** представлено показательным уравнением, для решения которого нужно изучить материал параграфа 7.5 и разобрать примеры 7.189-7.192. В **задании 43**, как можно видеть, дано уравнение смешанного типа, которое решается нестандартными методами: с помощью использования свойств монотонности входящих в уравнение функций или методом оценки. Суть этих методов описана в параграфе 7.3 и проиллюстрирована на иррациональных уравнениях – см. примеры 7.168-7.171. Студенту предлагается применить один из описанных методов к предложенному уравнению. В **заданиях 44-45** предлагаются логарифмические и показательные уравнения с модулем. Для успешного их решения нужно применить материал параграфов 7.3-7.4.

Задание 46 – это показательное неравенство с модулем. Повторите материал параграфов 8.3 и 8.4 и примените полученные знания. Неравенство можно решать разными способами, поэтому мы не ограничиваем студента

в использовании методов. В **задании 47** дано логарифмическое неравенство, для решения которого нужно повторить материал параграфа 8.4. Советуем процесс потенцирования (избавление от логарифма) начинать с внешнего логарифма. **Задание 48** – это тригонометрическое уравнение, представленное в виде дробного выражения. При его решении советуем повторить материал не только для тригонометрических уравнений (см. 7.6), но и для дробно-рациональных (см. 7.2). В **задании 49** представлено тригонометрическое неравенство с модулем. При его решении необходимо использовать материал параграфов 8.3 и 8.5. При решении **задания 50** после повторения теоретического материала из параграфов 8.4 и 8.5 рекомендуется сделать тригонометрическую замену, которая приведёт к простейшему логарифмическому неравенству.

Авторы желают студентам успехов при решении заданий из лабораторной работы и напоминают, что при возникновении трудностей они всегда могут обратиться к своему преподавателю для получения консультации.

Лабораторные работы

Вариант 1

1. а) Не используя калькулятор и применяя свойства логарифмов, преобразуйте выражение $x = \log_{22} 3 - (\log_{297} 22)^{-1}$. б) Определите интервал длины 1 с целыми границами, содержащий точку x .
2. Расположите два действительных числа в порядке возрастания, используя свойства тригонометрических функций: $\sin \frac{\pi}{12}$ и $\cos 95^\circ$.
3. Сравните два действительных числа $x_1 = \operatorname{tg} \frac{13\pi}{36}$ и $x_2 = \operatorname{ctg} \frac{2\pi}{15}$, используя тригонометрические формулы.
4. Дано множество $A = \{x : x \in \mathbb{Z}, x \in (1; 3, 5]\}$. Перечислите элементы данного множества. Если количество элементов множества бесконечно, назовите любые четыре элемента данного множества.
5. Даны два множества $A = [-1; 1]$ и $B = [0; 3]$, а также универсальное множество $\Omega = \mathbb{R}$ — числовая ось.
 - а) Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразив множества на числовой оси. Назовите эти множества (интервал, полуинтервал, луч и т.п.).
 - б) Изобразите на координатной плоскости множество $A \times B$ — декартово произведение множеств A и B .
6. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 2x - y < 3, \\ 3x + y \geq 2. \end{cases}$$
7. Изобразите множество точек плоскости $A \cap B \cap C$ в декартовой системе координат, заданных с помощью операций над множествами

$$A = \{(x; y) : y = |x|\}, B = \{(x; y) : y > 2x - 3\},$$

$$C = \{(x; y) : x^2 + y^2 > 1\}.$$

8. Вычислите значение заданного выражения $\frac{5! + 6!}{4!}$.
9. Упростите выражение $\left(\frac{n!}{(n-m)!} - \frac{m \cdot (n-1)!}{(n-m)!} \right) : \frac{n!}{(n-m-1)!}$.

10. Для бинома $\left(\sqrt{x^3} + \frac{1}{x^4}\right)^{11}$ найдите а) сумму биномиальных коэффициентов; б) пятый член разложения; в) наибольший коэффициент в разложении бинома по степеням переменной; г) член разложения, не зависящий от переменной, если существует.
11. Определите ближайшее целое число для $x = \arcsin\left(\cos\frac{2}{17}\right)$.
12. Даны три элемента числовой последовательности $a_9 = 20$, $a_{10} = 14$ и $a_{11} = 8$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является арифметической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{a_n\}$ и разность d . г) Выпишите общий член a_n арифметической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число -110 элементом данной арифметической прогрессии.
- е) Найдите сумму $S_9 = \sum_{k=1}^9 a_k$.
13. Даны три элемента числовой последовательности $b_8 = 3$, $b_9 = 6$ и $b_{10} = 12$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является геометрической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{b_n\}$ и знаменатель q . г) Выпишите общий член b_n геометрической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число 17 элементом данной геометрической прогрессии.
- е) Найдите сумму $S_{11} = \sum_{k=1}^{11} b_k$.
14. Дан квадрат со стороной 1. Середина каждой стороны является вершиной нового квадрата. Далее у нового квадрата находят середины сторон и строят ещё один квадрат. Эти действия продолжают бесконечное число раз. Найдите сумму площадей всех полученных квадратов.
15. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 11 дают в остатке 3.
16. Найдите область определения функции $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x^2+x-2}$.

17. Исследуйте функцию $y = 2x + 3$ по определению на монотонность, ограниченность, четность, нечетность, периодичность.
18. Постройте графики функций
 а) $y = 3^{x+1}$, б) $y = \frac{1}{2} + \sin x$, в) $y = 2 \operatorname{arctg} x$, г) $y = \sqrt{\frac{x}{3}}$,
 д) $y = -\cos x$, е) $y = \log_2(-x)$.
19. Постройте графики функций
 а) $y = 5^{|x+1|}$, б) $y = 2 \operatorname{arctg}(x - 1)$, в) $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) - 0,5$.
20. Постройте график функции, обратной к данной функции $y = f(x)$, если а) $y = -2x + 4$, б) $y = \log_3(x + 1)$.
21. Постройте график функции $y = \min\{f_1(x), f_2(x)\}$, где

$$f_1(x) = \begin{cases} -\frac{x}{3}, & x \leq 0, \\ -x^2 + x, & x > 0, \end{cases} \quad f_2(x) = 0,2.$$
22. Постройте график уравнения $\frac{\sin y}{x} = 0$.
23. Постройте график уравнения $\sqrt{5x - 10} = \sqrt{5y - 15}$.
24. Постройте график функции $y = [(x - 2)^2]$, где $[a]$ — целая часть числа a .
25. Найдите множество точек координатной плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|y| \geq |\ln(x + 2)|$.
26. Решите уравнение $2x^3 - x^2 + x - 2 = 0$.
27. Решите уравнение $(x^2 + 3x + 1)^4 + (x^2 + 3x + 1)^2 - 6 = 0$.
28. Решите уравнение $\frac{x - 1}{x^2 - 4x - 5} - \frac{3}{x^2 - 3x - 10} = 0$.
29. Решите уравнение $\frac{x^2 - 2x - 1}{x + 3} - \frac{6(x + 3)}{x^2 - 2x - 1} - 5 = 0$.
30. Решите неравенство $\frac{(x^2 - 2x - 7)(x^2 - 8x + 15)}{x^2 + 6x - 27} > 0$.
31. Решите неравенство $\frac{4}{4x - 1} - \frac{5}{x + 2} \geq -\frac{1}{3}$.

32. Решите уравнения а) $\sqrt{2x-1} = 3$, б) $\sqrt{2x-1} = -3$, в) $\sqrt[3]{2x-1} = 3$, г) $\sqrt[3]{2x-1} = -3$.
33. Решите уравнение $2\sqrt{x+5} = x+2$.
34. Решите уравнение $\sqrt{x-3}\sqrt{2x+1} = x-1$.
35. Решите неравенства а) $|x-1| \leq 5$, б) $|x-1| > 5$ двумя способами:
1) используя геометрический смысл модуля, 2) раскрывая модуль (алгебраическое определение).
36. Решите неравенства а) $\sin(2x) < \frac{\sqrt{2}}{2}$, б) $\operatorname{ctg}\left(x - \frac{\pi}{5}\right) \geq 3$.
37. Решите неравенство $\arccos(4x-1) > \frac{\pi}{3}$.
38. Решите неравенства а) $\sqrt{x-5} < 1$, б) $\sqrt{x-5} \geq -1$.
39. Решите неравенство $\frac{(5-x)\sqrt{x-2}}{2\sqrt{2}-3} \geq 0$.
40. Решите неравенство $\sqrt{x^2+3x+3} < 2x+1$.
41. Решите неравенство $\sqrt{\frac{2x+1}{x-3}} \leq 2$.
42. Решите уравнение $4^{1/x} = 3^{x^2}$.
43. Докажите единственность корня уравнения $2 \cdot 3^{x+2} = 18 - x$. Найдите этот корень.
44. Решите уравнение $5^{2|x|-11} = 8$.
45. Решите уравнение $|\log_5(6x-1)| = 2$.
46. Решите неравенство $|8^{2x} - 2 \cdot 8^x| \geq 1$.
47. Решите неравенство $-3 \leq \log_{0,3} \log_5(2x-4) \leq 2$.
48. Решите уравнение $\frac{2 \cos^2 x - \sqrt{3} \cos x + 6 \cos x - 3^{\frac{3}{2}}}{2 \sin x - 1} = 0$.
49. Решите неравенство $|\sin x - 2 \cos x| \leq \frac{\sqrt{5}}{2}$.
50. Решите неравенство $\log_{\operatorname{tg} x}(5 \operatorname{tg} x - 4) < 2$.

Вариант 2

- а) Не используя калькулятор и применяя свойства логарифмов, преобразуйте выражение $x = \log_{13} 5 \cdot \log_5 14 + \log_{13} 12$. б) Определите интервал длины 1 с целыми границами, содержащий точку x .
- Расположите два действительных числа в порядке возрастания, используя свойства тригонометрических функций: $\cos 1$, 6π и $\cos 1, 68\pi$.
- Сравните два действительных числа $x_1 = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{18}}$, $x_2 = 2 \sin \frac{\pi}{18}$, используя тригонометрические формулы.
- Дано множество $A = \{x : x \in \mathbb{Q}, 2x^2 + 5x - 3 = 0\}$. Перечислите элементы данного множества. Если количество элементов множества бесконечно, назовите любые четыре элемента данного множества.
- Даны два множества $A = (-7; -4]$ и $B = (-8; -5]$, а также универсальное множество $\Omega = \mathbb{R}$ — числовая ось. Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразив множества на числовой оси. Назовите эти множества (интервал, полуинтервал, луч и т.п.). Изобразите на координатной плоскости множество $A \times B$ — декартово произведение множеств A и B .

6. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 2x + 3y > 3, \\ x - 2y \geq 1. \end{cases}$$

7. Изобразите множество точек плоскости $A \cap B \cap C$ в декартовой системе координат, заданных с помощью операций над множествами

$$A = \{(x; y) : y \geq x^2\}, \quad B = \{(x; y) : y \leq 1/x\},$$

$$C = \{(x; y) : x^2 + y^2 = 1\}.$$

8. Вычислите значение заданного выражения $\frac{6! - 5!}{4!}$.
9. Упростите выражение $\frac{(n-2)!}{(n-4)!} : (n^2 - 4n + 3)$.
10. Для бинома $\left(\frac{2x}{3} + \frac{1}{6x^2}\right)^9$ найдите а) сумму биномиальных коэффициентов; б) четвертый член разложения; в) наибольший коэффициент

в разложении бинома по степеням переменной; г) член разложения, не зависящий от переменной, если существует.

11. Определите ближайшее целое число для $x = \arcsin\left(\sin \frac{4\pi}{7}\right)$.
12. Даны три элемента числовой последовательности $a_{10} = 2$, $a_{11} = 4$ и $a_{12} = 6$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является арифметической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{a_n\}$ и разность d . г) Выпишите общий член a_n арифметической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число 130 элементом данной арифметической прогрессии. е) Найдите сумму $S_{11} = \sum_{k=1}^{11} a_k$.
13. Даны три элемента числовой последовательности $b_7 = 6$, $b_8 = -12$ и $b_9 = 24$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является геометрической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{b_n\}$ и знаменатель q . г) Выпишите общий член b_n геометрической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число 28 элементом данной геометрической прогрессии. е) Найдите сумму $S_7 = \sum_{k=1}^7 b_k$.
14. Дан квадрат со стороной 2. Середина каждой стороны является вершиной нового квадрата. Далее у нового квадрата находят середины сторон и строят ещё один квадрат. Эти действия продолжают бесконечное число раз. Найдите сумму площадей всех полученных квадратов.
15. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 9 дают в остатке 5.
16. Найдите область определения функции $f(x) = \frac{\sqrt{x-3}}{x^2 - 6x + 5}$.
17. Исследуйте функцию $y = 3x + 4$ по определению на монотонность, ограниченность, четность, нечетность, периодичность.

18. Постройте графики функций

а) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-3}$, б) $y = -\frac{1}{2} + \cos x$, в) $y = 2 \operatorname{arctg} x$, г) $y = \sqrt{\frac{x}{5}}$,
д) $y = -x^3$, е) $y = \log_{0,2}(-x)$.

19. Постройте графики функций

а) $y = e^{|x|}$, б) $y = 3 \operatorname{arctg}(x + 4)$, в) $y = \cos\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) - 1$.

20. Постройте график функции, обратной к данной функции $y = f(x)$, если а) $y = -x + 1$, б) $y = 2 \cos(1 + x)$, $x(1) = -1 + \frac{5\pi}{3}$.

21. Постройте график функции $y = \min\{f_1(x), f_2(x)\}$, где $f_1(x) = 4$ и $f_2(x) = \begin{cases} -2x, & \text{если } x \leq 0, \\ 3x^2 - x, & \text{если } x > 0. \end{cases}$

22. Постройте график уравнения $\frac{\cos y}{x} = 0$.

23. Постройте график уравнения $\ln(5x - 10) = \ln(5y - 15)$.

24. Постройте график функции $y = \{(x - 2)^2\}$, где $\{a\}$ — дробная часть числа a .

25. Найдите множество точек координатной плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|y| \geq |2^{x-1} - 2|$.

26. Решите уравнение $8x^3 + 4x^2 - 2x - 1 = 0$.

27. Решите уравнение $(x^2 - x - 2)^4 + (x^2 - x - 2)^2 - 2 = 0$.

28. Решите уравнение $\frac{2}{x^2 + 3x + 2} + \frac{x - 3}{x^2 - 3x - 4} = 0$.

29. Решите уравнение $\frac{x^2 + 3x - 2}{x + 5} - \frac{10(x + 5)}{x^2 + 3x - 2} - 3 = 0$.

30. Решите неравенство $\frac{(x^2 - 6x + 8)(x^2 + 8x - 20)}{x^2 + 4x + 1} \geq 0$.

31. Решите неравенство $\frac{6}{x - 4} + \frac{2}{2x + 1} < -\frac{4}{3}$.

32. Решите уравнения а) $\sqrt{8 - x} = 2$, б) $\sqrt{8 - x} = -2$, в) $\sqrt[3]{8 - x} = 2$,
г) $\sqrt[3]{8 - x} = -2$.

33. Решите уравнение $(x^2 - 4x - 5)\sqrt{x-3} = 0$.
34. Решите уравнение $\sqrt{x+2} = 2 + \sqrt{x-6}$.
35. Решите неравенства а) $|x+1| \leq 2$, б) $|x+1| > 2$ двумя способами:
1) используя геометрический смысл модуля, 2) раскрывая модуль (алгебраическое определение).
36. Решите неравенства а) $\cos(2x) < \frac{\sqrt{2}}{2}$, б) $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{5}\right) \geq -3$.
37. Решите неравенство $\arcsin(2x+1) > \frac{\pi}{6}$.
38. Решите неравенства а) $\sqrt{x-5} \geq 1$, б) $\sqrt{x-5} < -1$.
39. Решите неравенство $\frac{(5-x)\sqrt{x-2}}{2\sqrt{7}-5} > 0$.
40. Решите неравенство $\sqrt{2x+4} > x-2$.
41. Решите неравенство $\sqrt{\frac{3-x}{2x+1}} \geq 2$.
42. Решите уравнение $5^{1-x} = 6^{2x}$.
43. Докажите единственность корня уравнения $\log_2(9x-5) = 6-4x$.
Найдите этот корень.
44. Решите уравнение $|5 \cdot 4^x - 3| = \frac{7}{4}$.
45. Решите уравнение $\log_2|x-3| = 4$.
46. Решите неравенство $|2^{2x} - 7 \cdot 2^x| > 10$.
47. Решите неравенство $-2 \leq \log_3 \log_{0,6}(x+3) \leq 1$.
48. Решите уравнение $\frac{2 \sin^2 x + \sqrt{3} \sin x + 6 \sin x + 3^{\frac{3}{2}}}{2 \cos x - 1} = 0$.
49. Решите неравенство $|3 \sin x - 5 \cos x| \geq 17\sqrt{2}$.
50. Решите неравенство $\log_{\operatorname{ctg} x} \left(\frac{26}{5} \operatorname{ctg} x - 1 \right) > 2$.

Вариант 3

- а) Не используя калькулятор и применяя свойства логарифмов, преобразуйте выражение $x = \log_{\sqrt{2}} \frac{7}{3} + (\log_9 2)^{-1}$. б) Определите интервал длины 1 с целыми границами, содержащий точку x .
- Расположите два действительных числа в порядке возрастания, используя свойства тригонометрических функций: $\cos \frac{3\pi}{7}$ и $\sin 201^\circ$.
- Сравните действительные числа $x_1 = 2 \cos 44^\circ \cdot \cos 46^\circ$, $x_2 = 2 \cos 43^\circ \cdot \cos 47^\circ$, используя тригонометрические формулы.
- Дано множество $A = \{x : x \in \mathbb{N}, x^3 - x^2 - 2x = 0\}$. Перечислите элементы данного множества. Если количество элементов множества бесконечно, назовите любые четыре элемента данного множества.
- Даны два множества $A = (-\infty; 1]$ и $B = [-2; 3]$, а также универсальное множество $\Omega = \mathbb{R}$ — числовая ось.
 - Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразив множества на числовой оси. Назовите эти множества (интервал, полуинтервал, луч и т.п.).
 - Изобразите на координатной плоскости множество $A \times B$ — декартово произведение множеств A и B .
- Решите систему неравенств
$$\begin{cases} -2x - y < 1, \\ x + 2y \leq 3. \end{cases}$$
- Изобразите множество точек плоскости $A \cap B \cap C$ в декартовой системе координат, заданных с помощью операций над множествами

$$A = \{(x; y) : y < 2 - x^2\}, B = \{(x; y) : y \geq 1\},$$

$$C = \{(x; y) : y = |x| + 1\}.$$

- Вычислите значение заданного выражения $\frac{6!}{3! + 4!}$.
- Упростите выражение $\frac{k \cdot n!}{(n-k)! \cdot k!} - \frac{n \cdot (n-1)!}{(k-1)! \cdot (n-k)!}$.

10. Для бинома $\left(x^2\sqrt{x} - \frac{2}{x^2}\right)^9$ найдите а) сумму биномиальных коэффициентов; б) пятый член разложения; в) наибольший коэффициент в разложении бинома по степеням переменной; г) член разложения, не зависящий от переменной, если существует.
11. Определите ближайшее целое число для $x = \arccos\left(\sin\frac{3}{14}\right)$.
12. Даны три элемента числовой последовательности $a_{12} = 7$, $a_{13} = 5$ и $a_{14} = 3$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является арифметической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{a_n\}$ и разность d . г) Выпишите общий член a_n арифметической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число -7 элементом данной арифметической прогрессии.
- е) Найдите сумму $S_8 = \sum_{k=1}^8 a_k$.
13. Даны три элемента числовой последовательности $b_5 = 10$, $b_6 = 5$ и $b_7 = 2,5$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является геометрической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{b_n\}$ и знаменатель q . г) Выпишите общий член b_n геометрической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число 25 элементом данной геометрической прогрессии.
- е) Найдите сумму $S_{10} = \sum_{k=1}^{10} b_k$.
14. Дан квадрат со стороной 3 . Середина каждой стороны является вершиной нового квадрата. Далее у нового квадрата находят середины сторон и строят ещё один квадрат. Эти действия продолжают бесконечное число раз. Найдите сумму площадей всех полученных квадратов.
15. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 7 дают в остатке 2 .
16. Найдите область определения функции $f(x) = \frac{\sqrt{-x}}{x(x^2 - 1)}$.

17. Исследуйте функцию $y = -x + 1$ по определению на монотонность, ограниченность, четность, нечетность, периодичность.
18. Постройте графики функций
 а) $y = e^{x+4}$, б) $y = -1 + \sin x$, в) $y = 0,5 \operatorname{arctg} x$, г) $y = \sqrt{4x}$,
 д) $y = -\cos x$, е) $y = \log_4(-x)$.
19. Постройте графики функций
 а) $y = |x^2 - 3x + 2|$, б) $y = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$, в) $y = \sqrt{3x - 2} + 1$.
20. Постройте график функции, обратной к данной функции $y = f(x)$, если а) $y = -x + 1$, б) $y = \operatorname{ctg}(x - 2)$, $x(\sqrt{3}/3) = 2 + 4\pi/3$.
21. Постройте график функции $y = \min\{f_1(x), f_2(x)\}$, где $f_1(x) = 3$ и
 $f_2(x) = \begin{cases} -0,25x, & x < 0, \\ 3x, & x \geq 0. \end{cases}$
22. Постройте график уравнения $\frac{\operatorname{tg} y}{x} = 0$.
23. Постройте график уравнения $\frac{1}{x - y} = \frac{1}{2x + y + 1}$.
24. Постройте график функции $y = [(x + 2)^2]$, где $[a]$ — целая часть числа a .
25. Найдите множество точек координатной плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|y| \leq 3 - (|x| - 2)^2$.
26. Решите уравнение $2x^3 - 5x^2 + 5x - 2 = 0$
27. Решите уравнение $(x^2 - 6x - 3)^4 - 2(x^2 - 6x - 3)^2 - 8 = 0$.
28. Решите уравнение $\frac{x + 4}{x^2 - 3x + 2} + \frac{5}{x^2 + 5x - 6} = 0$.
29. Решите уравнение $\frac{x^2 - x - 5}{x + 2} + \frac{12(x + 2)}{x^2 - x - 5} - 7 = 0$.
30. Решите неравенство $\frac{(x^2 - 6x - 3)(x^2 - 5x - 6)}{x^2 - 9x + 18} \leq 0$.
31. Решите неравенство $\frac{1}{2x - 1} - \frac{4}{x - 2} > 5$.

32. Решите уравнения а) $\sqrt{x-4} = 4$, б) $\sqrt{x-4} = -4$, в) $\sqrt[3]{x-4} = 4$, г) $\sqrt[3]{x-4} = -4$.
33. Решите уравнение $\sqrt{x-2} = x-4$.
34. Решите уравнение $\sqrt{3-x}\sqrt{2x+111} = x+7$.
35. Решите неравенства а) $|x-2| \geq 3$, б) $|x-2| < 3$ двумя способами:
1) используя геометрический смысл модуля, 2) раскрывая модуль (алгебраическое определение).
36. Решите неравенства а) $\sin 3x > \frac{1}{2}$, б) $\operatorname{ctg}\left(x + \frac{\pi}{7}\right) \geq 2$.
37. Решите неравенство $\arccos(3x+7) < \frac{\pi}{4}$.
38. Решите неравенства а) $\sqrt{2x+1} \leq 2$, б) $\sqrt{2x+1} > -2$.
39. Решите неравенство $\frac{(3\sqrt{2}-5)\sqrt{x+3}}{x-5} \leq 0$.
40. Решите неравенство $x+3 < \sqrt{x^2+3x+2}$.
41. Решите неравенство $\sqrt{\frac{x-3}{2x+1}} > 2$.
42. Решите уравнение $2^{4-x} = 12^{x+3}$.
43. Докажите единственность корня уравнения $3 \cdot 8^{4x-3} = 33 - 9x$. Найдите этот корень.
44. Решите уравнение $5^{10|x|-3} = 6$.
45. Решите уравнение $|\log_8(10x^2-1)| = 2$.
46. Решите неравенство $|6^{x+1} - 6^{2x}| < 8$.
47. Решите неравенство $-3 \leq \log_{0,2} \log_4(x+8) \leq 2$.
48. Решите уравнение $\frac{2 \cos^2 x + \sqrt{2} \cos x - 12 \cos x - 32^{\frac{3}{2}}}{2 \sin x - \sqrt{2}} = 0$.
49. Решите неравенство $|\sin x + 2 \cos x| \leq \frac{\sqrt{5}}{2}$.
50. Решите неравенство $\log_{\operatorname{tg} x} \left(\frac{9}{2} \operatorname{tg} x - 2 \right) < 2$.

Вариант 4

- а) Не используя калькулятор и применяя свойства логарифмов, преобразуйте выражение $x = \log_{0,5} 24 - \log_2 7 \cdot \log_7 3$. б) Определите интервал длины 1 с целыми границами, содержащий точку x .
- Расположите два действительных числа в порядке возрастания, используя свойства тригонометрических функций: $\cos \frac{33\pi}{28}$ и $\cos \frac{37\pi}{28}$.
- Сравните два действительных числа $x_1 = \operatorname{tg} \frac{11\pi}{36}$, $x_2 = \operatorname{ctg} \frac{\pi}{5}$, используя тригонометрические формулы.
- Дано множество $A = \{x : x \in \mathbb{Z}, x^4 + x^2 - 2 = 0\}$. Перечислите элементы данного множества. Если количество элементов множества бесконечно, назовите любые четыре элемента данного множества.
- Даны два множества $A = (-2; +\infty)$ и $B = [-3; 0]$, а также универсальное множество $\Omega = \mathbb{R}$ — числовая ось.
 - Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразив множества на числовой оси. Назовите эти множества (интервал, полуинтервал, луч и т.п.).
 - Изобразите на координатной плоскости множество $A \times B$ — декартово произведение множеств A и B .
- Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 2x + 3y \geq 1, \\ x - y < 2. \end{cases}$$
- Изобразите множество точек плоскости $A \cap B \cap C$ в декартовой системе координат, заданных с помощью операций над множествами

$$A = \{(x; y) : x^2 + y^2 \leq 4\}, B = \{(x; y) : y \leq 1\},$$

$$C = \{(x; y) : y = 2x + 1\}.$$

- Вычислите значение заданного выражения $\frac{4! \cdot 6!}{8!}$.
- Упростите выражение $\frac{(3m)!}{(3m-2)!} : (9m^2 - 1)$.

10. Для бинома $\left(2x\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{12}$ найдите а) сумму биномиальных коэффициентов; б) шестой член разложения; в) наибольший коэффициент в разложении бинома по степеням переменной; г) член разложения, не зависящий от переменной, если существует.
11. Определите ближайшее целое число для $x = \arccos\left(-\cos\frac{2\pi}{9}\right)$.
12. Даны три элемента числовой последовательности $a_{14} = -8$, $a_{15} = -13$ и $a_{16} = -18$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является арифметической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{a_n\}$ и разность d . г) Выпишите общий член a_n арифметической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число 2 элементом данной арифметической прогрессии. е) Найдите сумму $S_{13} = \sum_{k=1}^{13} a_k$.
13. Даны три элемента числовой последовательности $b_6 = 14$, $b_7 = -7$ и $b_8 = 3,5$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является геометрической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{b_n\}$ и знаменатель q . г) Выпишите общий член b_n геометрической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число 36 элементом данной геометрической прогрессии. е) Найдите сумму $S_9 = \sum_{k=1}^9 b_k$.
14. Дан квадрат со стороной 4. Середина каждой стороны является вершиной нового квадрата. Далее у нового квадрата находят середины сторон и строят ещё один квадрат. Эти действия продолжают бесконечное число раз. Найдите сумму площадей всех полученных квадратов.
15. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 8 дают в остатке 3.
16. Найдите область определения функции $f(x) = \frac{\sqrt{-x+1}}{x^2+x}$.

17. Исследуйте функцию $y = -2x - 3$ по определению на монотонность, ограниченность, четность, нечетность, периодичность.
18. Постройте графики функций
 а) $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{x-3}$, б) $y = -1 + \cos x$, в) $y = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x$, г) $y = \sqrt{3x}$,
 д) $y = -\sin x$, е) $y = \log_{0,5}(-x)$.
19. Постройте графики функций
 а) $y = |x^2 - 9x + 20|$, б) $y = 3 \cos\left(0,5x - \frac{3\pi}{2}\right)$, в) $y = \sqrt{2x+3} + 7$.
20. Постройте график функции, обратной к данной функции $y = f(x)$, если а) $y = -3x - 1$, б) $y = 5^x$.
21. Постройте график функции $y = \min\{f_1(x), f_2(x)\}$, где $f_1(x) = 0,5$ и $f_2(x) = \begin{cases} -x, & x < 0, \\ \sin 0,5x, & x \geq 0. \end{cases}$
22. Постройте график уравнения $\frac{\operatorname{ctg} y}{x} = 0$.
23. Постройте график уравнения $\sqrt{y-1} = x - 2$.
24. Постройте график функции $y = \{(x+2)^2\}$, где $\{a\}$ — дробная часть числа a .
25. Найдите множество точек координатной плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|x-1| + |2y-2| \leq 3$.
26. Решите уравнение $x^3 + 3x^2 - 9x - 27 = 0$.
27. Решите уравнение $(x^2 - 2x - 5)^4 + 4(x^2 - 2x - 5)^2 - 5 = 0$.
28. Решите уравнение $\frac{2}{x^2 - 4x + 3} - \frac{2x + 1}{x^2 + 2x - 3} = 0$.
29. Решите уравнение $\frac{x^2 + 3x - 5}{x + 4} - \frac{16(x + 4)}{x^2 + 3x - 5} + 6 = 0$.
30. Решите неравенство $\frac{(x^2 - 3x - 10)(x^2 + 8x - 2)}{x^2 - 6x - 16} < 0$.
31. Решите неравенство $\frac{7}{x+3} + \frac{3}{3x+1} \leq -\frac{5}{2}$.

32. Решите уравнения а) $\sqrt{3x+2} = 5$, б) $\sqrt{3x+2} = -5$, в) $\sqrt[3]{3x+2} = 5$, г) $\sqrt[3]{3x+2} = -5$.
33. Решите уравнение $(x^2 - 8x + 12)\sqrt{5-x} = 0$.
34. Решите уравнение $\sqrt{2x+1} - 2 = \sqrt{2x-7}$.
35. Решите неравенства а) $|x+2| \geq 4$, б) $|x+2| > 4$ двумя способами:
1) используя геометрический смысл модуля, 2) раскрывая модуль (алгебраическое определение).
36. Решите неравенства а) $\cos 3x > \frac{1}{2}$, б) $\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{7}\right) \geq -2$.
37. Решите неравенство $\arcsin(5x+1) > -\frac{\pi}{6}$.
38. Решите неравенства а) $\sqrt{2x+1} > 2$, б) $\sqrt{2x+1} \leq -2$.
39. Решите неравенство $\frac{(3\sqrt{3}-5)\sqrt{x+3}}{x-5} < 0$.
40. Решите неравенство $x+3 \leq \sqrt{x+5}$.
41. Решите неравенство $\sqrt{\frac{2x+1}{3-x}} < 2$.
42. Решите уравнение $9^{4-x} = 11^{2x-1}$.
43. Докажите единственность корня уравнения $\log_8(3x+61) = 11-9x$.
Найдите этот корень.
44. Решите уравнение $|5 \cdot 6^x - 4| = \frac{19}{6}$.
45. Решите уравнение $\lg|x+0,75| = 2 \lg 8$.
46. Решите неравенство $|2 \cdot 3^{x+1} - 3^{2x}| \leq 5$.
47. Решите неравенство $-1 \leq \log_4 \log_{0,5}(4x-3) \leq 2$.
48. Решите уравнение $\frac{2 \sin^2 x - \sqrt{2} \sin x - 8 \sin x + 2^{\frac{5}{2}}}{2 \cos x - \sqrt{2}} = 0$.
49. Решите неравенство $|2 \sin x + 2 \cos x| \geq \sqrt{2}$.
50. Решите неравенство $\log_{\operatorname{ctg} x} \left(\frac{11}{5} \operatorname{ctg} x - \frac{2}{5} \right) > 2$.

Вариант 5

- а) Не используя калькулятор и применяя свойства логарифмов, преобразуйте выражение $x = \frac{\lg 2 + \lg 3}{\lg 36 - 1}$. б) Определите интервал длины 1 с целыми границами, содержащий точку x .
- Расположите два действительных числа в порядке возрастания, используя свойства тригонометрических функций: $\operatorname{tg} \frac{4\pi}{7}$ и $\sin 15^\circ$.
- Сравните два действительных числа $x_1 = (\sin 40^\circ)^{-1}$, $x_2 = 2 \cos 40^\circ$, используя тригонометрические формулы.
- Дано множество $A = \left\{ x : x = \frac{p}{2}, p \in \mathbb{Z}, p \neq 2, -3 < x < 1 \right\}$. Перечислите элементы данного множества. Если количество элементов множества бесконечно, назовите любые четыре элемента данного множества.
- Даны два множества $A = [1; +\infty)$ и $B = (-\infty; 2]$, а также универсальное множество $\Omega = \mathbb{R}$ — числовая ось.
 - Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразив множества на числовой оси. Назовите эти множества (интервал, полуинтервал, луч и т.п.).
 - Изобразите на координатной плоскости множество $A \times B$ — декартово произведение множеств A и B .
- Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 3x - y > 2, \\ -2x + y \geq 3. \end{cases}$$
- Изобразите множество точек плоскости $A \cap B \cap \bar{C}$ в декартовой системе координат, заданных с помощью операций над множествами
$$A = \left\{ (x; y) : y = -\frac{1}{x} + 1 \right\}, B = \{ (x; y) : x^2 + (y - 1)^2 > 1 \},$$
$$C = \{ (x; y) : x > 0 \}.$$
- Вычислите значение заданного выражения $16! \cdot \left(\frac{1}{14!} + \frac{1}{15!} \right)$.
- Упростите выражение $\frac{1}{(k-1)!} - \frac{k^2 - 1}{(k+1)!}$.

10. Для бинома $\left(\sqrt{x^3} + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^8$ найдите а) сумму биномиальных коэффициентов; б) четвертый член разложения; в) наибольший коэффициент в разложении бинома по степеням переменной; г) член разложения, не зависящий от переменной, если существует.
11. Определите ближайшее целое число для $x = \operatorname{arctg}\left(\operatorname{ctg}\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.
12. Даны три элемента числовой последовательности $a_4 = 13$, $a_5 = 16$ и $a_6 = 19$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является арифметической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{a_n\}$ и разность d . г) Выпишите общий член a_n арифметической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число -1 элементом данной арифметической прогрессии.
- е) Найдите сумму $S_{14} = \sum_{k=1}^{14} a_k$.
13. Даны три элемента числовой последовательности $b_6 = 13$, $b_7 = 39$ и $b_8 = 117$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является геометрической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{b_n\}$ и знаменатель q . г) Выпишите общий член b_n геометрической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число 339 элементом данной геометрической прогрессии.
- е) Найдите сумму $S_5 = \sum_{k=1}^5 b_k$.
14. Дан квадрат со стороной 5 . Середина каждой стороны является вершиной нового квадрата. Далее у нового квадрата находят середины сторон и строят ещё один квадрат. Эти действия продолжают бесконечное число раз. Найдите сумму площадей всех полученных квадратов.
15. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 6 дают в остатке 4 .
16. Найдите область определения функции $f(x) = \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{-x}}{\sqrt{x+2}}$.

17. Исследуйте функцию $y = x^2 + 3$ по определению на монотонность, ограниченность, четность, нечетность, периодичность.
18. Постройте графики функций
 а) $y = \sqrt{x+1}$, б) $y = 2 + \operatorname{tg} x$, в) $y = 2 \arcsin x$, г) $y = \ln(x/3)$,
 д) $y = -3^x$, е) $y = \sqrt[3]{-x}$.
19. Постройте графики функций
 а) $y = |\operatorname{arctg} x|$, б) $y = \frac{x^3}{2} + 4$, в) $y = \cos\left(2x + \frac{5\pi}{2}\right) - 0,5$.
20. Постройте график функции, обратной к данной функции $y = f(x)$, если а) $y = 2x + 3$, б) $y = \sin\left(\frac{x}{2}\right)$, $x(0) = -2\pi$.
21. Постройте график функции $y = \min\{f_1(x), f_2(x)\}$, где $f_1(x) = 0,5$ и

$$f_2(x) = \begin{cases} x + 2, & x \leq -1, \\ x^3, & -1 < x < 1, \\ -x + 2, & x \geq 1. \end{cases}$$
22. Постройте график уравнения $\frac{x-1}{\sin y} = 0$.
23. Постройте график уравнения $\sqrt{3x-6} = \sqrt{y-6}$.
24. Постройте график функции $y = [(x-1)^2]$, где $[a]$ — целая часть числа a .
25. Найдите множество точек координатной плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|y| \leq |\ln(x-2)|$.
26. Решите уравнение $2x^3 + x^2 + x + 2 = 0$.
27. Решите уравнение $(x^2 + 5x + 2)^4 - (x^2 + 5x + 2)^2 - 6 = 0$.
28. Решите уравнение $\frac{3x-1}{x^2+4x-5} + \frac{2}{x^2+3x-4} = 0$.
29. Решите уравнение $\frac{x^2-4x+2}{x-2} - \frac{12(x-2)}{x^2-4x+2} + 1 = 0$.
30. Решите неравенство $\frac{(x^2-10x+4)(9-x^2)}{x^2-7x+12} \geq 0$.
31. Решите неравенство $\frac{2}{3x+4} - \frac{3}{x+6} > -\frac{1}{7}$.

32. Решите уравнения а) $\sqrt{4x-3} = 3$, б) $\sqrt{4x-3} = -3$, в) $\sqrt[3]{4x-3} = 3$, г) $\sqrt[3]{4x-3} = -3$.
33. Решите уравнение $4\sqrt{x-1} = x+2$.
34. Решите уравнение $\sqrt{3x+1}\sqrt{x-1} = x+3$.
35. Решите неравенства а) $|x-3| \leq 2$, б) $|x-3| > 2$ двумя способами:
1) используя геометрический смысл модуля, 2) раскрывая модуль (алгебраическое определение).
36. Решите неравенства а) $\sin 4x \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$, б) $\operatorname{ctg}\left(x - \frac{\pi}{12}\right) < 1$.
37. Решите неравенство $\arccos(-4x+1) < \frac{\pi}{3}$.
38. Решите неравенства а) $\sqrt{4-x} < 3$, б) $\sqrt{4-x} \geq -3$.
39. Решите неравенство $\frac{(x-2)\sqrt{5-x}}{7-5\sqrt{2}} \geq 0$.
40. Решите неравенство $2-x \geq \sqrt{x^2+3x-10}$.
41. Решите неравенство $\sqrt{\frac{x+2}{2x-3}} < 3$.
42. Решите уравнение $5^{5-4x} = 6^{x+3}$.
43. Докажите единственность корня уравнения $2 \cdot 9^{4x-4} = 9-7x$. Найдите этот корень.
44. Решите уравнение $8^{7|x|-8} = 7$.
45. Решите уравнение $|\log_7(6x+5)| = 1$.
46. Решите неравенство $|7^{x+1} - 7^{2x}| \geq 10$.
47. Решите неравенство $-3 \leq \log_{1/2} \log_9(x-4) \leq 2$.
48. Решите уравнение $\frac{2 \cos^2 x + \sqrt{3} \cos x - 4 \cos x - 2\sqrt{3}}{2 \sin x - 1} = 0$.
49. Решите неравенство $|3 \sin x + \cos x| \leq \sqrt{5}$.
50. Решите неравенство $\log_{\operatorname{tg} x} \left(\frac{9}{4} \operatorname{tg} x - \frac{1}{2} \right) < 2$.

Вариант 6

- а) Не используя калькулятор и применяя свойства логарифмов, преобразуйте выражение $x = \frac{\log_2 24 - \frac{1}{2} \log_2 72}{\log_2 72 - \log_2 24}$. б) Определите интервал длины 1 с целыми границами, содержащий точку x .
- Расположите два действительных числа в порядке возрастания, используя свойства тригонометрических функций: $\sin 50^\circ$ и $\sin \frac{\pi}{7}$.
- Сравните два действительных числа x_1 и x_2 , используя тригонометрические формулы, где $x_1 = 2 \sin 12^\circ \cdot \sin 78^\circ$, $x_2 = 2 \sin 15^\circ \cdot \sin 75^\circ$.
- Дано множество $A = \left\{ x : x = \frac{5n + 3}{n}, n \in \mathbb{N}, 6 \leq x \leq 10 \right\}$. Перечислите элементы данного множества. Если количество элементов множества бесконечно, назовите любые четыре элемента данного множества.
- Даны два множества $A = (0; +\infty)$ и $B = (-\infty; 1]$ а также универсальное множество $\Omega = \mathbb{R}$ — числовая ось.
 - Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразив множества на числовой оси. Назовите эти множества (интервал, полуинтервал, луч и т.п.).
 - Изобразите на координатной плоскости множество $A \times B$ — декартово произведение множеств A и B .
- Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 3x + 2y > 3, \\ 6x - 3y \geq 4. \end{cases}$$
- Изобразите множество точек плоскости $A \cap B \cap \bar{C}$ в декартовой системе координат, заданных с помощью операций над множествами

$$A = \{(x; y) : y \geq |x|\}, B = \{(x; y) : y = 0, 5x + 1\}, \\ C = \{(x; y) : y < -x^2\}.$$

- Вычислите значение заданного выражения $\frac{7! + 8!}{5! + 6!}$.
- Упростите выражение $\frac{n + 2}{(n - 1)!} - \frac{2n + 3}{n!}$.

10. Для бинома $(\sqrt[5]{x^{-1}} + 2\sqrt{x})^{14}$ найдите а) сумму биномиальных коэффициентов; б) шестой член разложения; в) наибольший коэффициент в разложении бинома по степеням переменной; г) член разложения, не зависящий от переменной, если существует.
11. Определите ближайшее целое число для $x = \arctg(\operatorname{tg}(7\pi/13))$.
12. Даны три элемента числовой последовательности $a_{14} = -5$, $a_{15} = -7$ и $a_{16} = -9$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является арифметической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{a_n\}$ и разность d . г) Выпишите общий член a_n арифметической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число -107 элементом данной арифметической прогрессии. е) Найдите сумму $S_{10} = \sum_{k=1}^{10} a_k$.
13. Даны три элемента числовой последовательности $b_6 = 16$, $b_7 = -48$ и $b_8 = 144$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является геометрической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{b_n\}$ и знаменатель q . г) Выпишите общий член b_n геометрической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число -3 элементом данной геометрической прогрессии. е) Найдите сумму $S_8 = \sum_{k=1}^8 b_k$.
14. Дан квадрат со стороной 6. Середина каждой стороны является вершиной нового квадрата. Далее у нового квадрата находят середины сторон и строят ещё один квадрат. Эти действия продолжают бесконечное число раз. Найдите сумму площадей всех полученных квадратов.
15. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 12 дают в остатке 7.
16. Найдите область определения функции $f(x) = \frac{x(x+1)}{x^3 + 4x^2 + 3x}$.
17. Исследуйте функцию $y = 3x^2 + 1$ по определению на монотонность, ограниченность, четность, нечетность, периодичность.

18. Постройте графики функций

а) $y = \sqrt{x+2}$, б) $y = -1 + \operatorname{ctg} x$, в) $y = \frac{1}{2} \arcsin x$, г) $y = \log_2(x/3)$,
д) $y = -0,5^x$, е) $y = \arccos(-x)$.

19. Постройте графики функций

а) $y = \operatorname{arctg} |x|$, б) $y = 1 + 2x^2$, в) $y = \sin\left(2x - \frac{3\pi}{2}\right) - 0,5$.

20. Постройте график функции, обратной к данной функции $y = f(x)$, если а) $y = -2x + 1$, б) $y = \log_2(x - 1)$.

21. Постройте график функции $y = \min\{f_1(x), f_2(x)\}$, где $f_1(x) = -1$ и

$$f_2(x) = \begin{cases} x + 2, & x \leq -2, \\ -x^2 - 2x, & -2 < x < -1, \\ 1, & x \geq -1. \end{cases}$$

22. Постройте график уравнения $\frac{x+1}{\cos y} = 0$.

23. Постройте график уравнения $\ln(3x - 6) = \ln(5y - 15)$.

24. Постройте график функции $y = \{(x - 1)^2\}$, где $\{a\}$ — дробная часть числа a .

25. Найдите множество точек координатной плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|y| \leq |3^{x+1} - 1|$.

26. Решите уравнение $8x^3 - 4x^2 - 2x + 1 = 0$.

27. Решите уравнение $(x^2 - x - 1)^4 - 3(x^2 - x - 1)^2 - 4 = 0$.

28. Решите уравнение $\frac{3}{x^2 - 8x + 7} - \frac{x + 2}{x^2 - 7x + 6} = 0$.

29. Решите уравнение $\frac{x^2 + x - 3}{x + 2} + \frac{10(x + 2)}{x^2 + x - 3} - 7 = 0$.

30. Решите неравенство $\frac{(x^2 - 10x + 9)(x^2 + 10x - 11)}{x^2 + 2x - 5} \leq 0$.

31. Решите неравенство $\frac{8}{x - 5} + \frac{7}{x + 3} \geq -\frac{1}{4}$.

32. Решите уравнения а) $\sqrt{6-2x} = 2$, б) $\sqrt{6-2x} = -2$, в) $\sqrt[3]{6-2x} = 2$, г) $\sqrt[3]{6-2x} = -2$.
33. Решите уравнение $(x^2 + x - 6)\sqrt{2x-1} = 0$.
34. Решите уравнение $\sqrt{x+2} = 3 - \sqrt{x-1}$.
35. Решите неравенства а) $|x+3| \leq 1$, б) $|x+3| > 1$ двумя способами:
1) используя геометрический смысл модуля, 2) раскрывая модуль (алгебраическое определение).
36. Решите неравенства а) $\cos 4x \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$, б) $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{12}\right) < -1$.
37. Решите неравенство $\arcsin(-2x+7) > -\frac{\pi}{6}$.
38. Решите неравенства а) $\sqrt{4-x} \geq 3$, б) $\sqrt{4-x} < -3$.
39. Решите неравенство $\frac{(x-2)\sqrt{5-x}}{2\sqrt{5}-4} > 0$.
40. Решите неравенство $x+1 > \sqrt{1-x}$.
41. Решите неравенство $\sqrt{\frac{3-2x}{x+2}} \leq 3$.
42. Решите уравнение $7^{5x+5} = 10^{4x-1}$.
43. Докажите, что корень уравнения $\log_8(3x+67) = -7x-5$ единственный. Найдите этот корень.
44. Решите уравнение $|3^{x+1} - 2| = 5/3$.
45. Решите уравнение $\log_5|2x-1| = 2$.
46. Решите неравенство $|3^{2x} - 7 \cdot 3^x| < 12$.
47. Решите неравенство $-3 \leq \log_3 \log_{1/6}(2x+3) \leq 1$.
48. Решите уравнение $\frac{2\sin^2 x + 11\sin x - 6}{2\cos x - \sqrt{3}} = 0$.
49. Решите неравенство $|2\sin x + \cos x| \leq \sqrt{15}/2$.
50. Решите неравенство $\log_{\operatorname{ctg} x}\left(\frac{21}{4}\operatorname{ctg} x - \frac{5}{4}\right) > 2$.

Вариант 7

- а) Не используя калькулятор и применяя свойства логарифмов, преобразуйте выражение $x = 2 \log_{36} 2 - \frac{1}{2 \log_3 \frac{1}{6}}$. б) Определите интервал длины 1 с целыми границами, содержащий точку x .
- Расположите два действительных числа в порядке возрастания, используя свойства тригонометрических функций: $\operatorname{ctg} \frac{5\pi}{9}$ и $\cos \frac{\pi}{15}$.
- Сравните два действительных числа $x_1 = \frac{1}{\cos 43^\circ}$, $x_2 = 2 \sin 43^\circ$, используя тригонометрические формулы.
- Дано множество $A = \left\{ x : x = \frac{5n+2}{9}, n \in \mathbb{Z}, x \in [-1; 1] \right\}$. Перечислите элементы данного множества. Если количество элементов множества бесконечно, назовите любые четыре элемента данного множества.
- Даны два множества $A = [-10; -8]$ и $B = (-9; -8)$, а также универсальное множество $\Omega = \mathbb{R}$ — числовая ось.
 - Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразив множества на числовой оси. Назовите эти множества (интервал, полуинтервал, луч и т.п.).
 - Изобразите на координатной плоскости множество $A \times B$ — декартово произведение множеств A и B .
- Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 5x + 2y > 4, \\ 5x - 2y \leq 4. \end{cases}$$
- Изобразите множество точек плоскости $A \cap B \cap C$ в декартовой системе координат, заданных с помощью операций над множествами
$$A = \{(x; y) : y \geq x^2\}, B = \{(x; y) : y \leq 1/x\},$$
$$C = \{(x; y) : x^2 + y^2 = 1\}.$$
- Вычислите значение заданного выражения $7 \cdot \frac{9! - 8!}{8! - 7!}$.
- Упростите выражение $\left(\frac{n!}{(n-6)!} + \frac{n!}{(n-5)!} \right) : \frac{n!}{(n-4)!}$.

10. Для бинома $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{15}$ найдите а) сумму биномиальных коэффициентов; б) шестой член разложения; в) наибольший коэффициент в разложении бинома по степеням переменной; г) член разложения, не зависящий от переменной, если существует.
11. Определите ближайшее целое число для $x = \operatorname{arccotg}\left(\operatorname{tg}\frac{3}{4}\right)$.
12. Даны три элемента числовой последовательности $a_4 = -5$, $a_5 = -1$ и $a_6 = 3$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является арифметической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{a_n\}$ и разность d . г) Выпишите общий член a_n арифметической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число -1 элементом данной арифметической прогрессии.
- е) Найдите сумму $S_{10} = \sum_{k=1}^{10} a_k$.
13. Даны три элемента числовой последовательности $b_6 = 0,3$, $b_7 = 0,6$ и $b_8 = 1,2$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является геометрической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{b_n\}$ и знаменатель q . г) Выпишите общий член b_n геометрической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число 339 элементом данной геометрической прогрессии.
- е) Найдите сумму $S_7 = \sum_{k=1}^7 b_k$.
14. Дан квадрат со стороной 7 . Середина каждой стороны является вершиной нового квадрата. Далее у нового квадрата находят середины сторон и строят ещё один квадрат. Эти действия продолжают бесконечное число раз. Найдите сумму площадей всех полученных квадратов.
15. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 13 дают в остатке 8 .
16. Найдите область определения функции $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x^3 - 2x^2 + 4x}$.

17. Исследуйте функцию $y = -2x^2 - 3$ по определению на монотонность, ограниченность, четность, нечетность, периодичность.
18. Постройте графики функций
 а) $y = \sqrt{x-1}$, б) $y = \operatorname{tg} x + 3$, в) $y = 3 \arccos x$, г) $y = \log_{0,5}(x/2)$,
 д) $y = -\arcsin x$, е) $y = 3^{-x}$.
19. Постройте графики функций
 а) $y = |x|^3$, б) $y = \sqrt{x+3} - 1$, в) $y = \arcsin(3x - 1) + 7$.
20. Постройте график функции, обратной к данной функции $y = f(x)$, если а) $y = 1 + 4x$, б) $y = 2 \cos(2 + x)$, $x(1) = -2 - \frac{5\pi}{3}$.
21. Постройте график функции $y = \min\{f_1(x), f_2(x)\}$, где $f_1(x) = 2$ и $f_2(x) = \begin{cases} 2e^x, & x \leq 0, \\ 3/x, & x > 0. \end{cases}$
22. Постройте график уравнения $\frac{x-2}{\operatorname{tg} y} = 0$.
23. Постройте график уравнения $\frac{1}{2y-2} = \frac{1}{x+y-1}$.
24. Постройте график функции $y = [(x+1)^2]$, где $[a]$ — целая часть числа a .
25. Найдите множество точек координатной плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|y| \leq 4 - (|x| + 1)^2$.
26. Решите уравнение $27x^3 + 9x^2 + 3x + 1 = 0$.
27. Решите уравнение $(x^2 - 4x + 1)^4 + 2(x^2 - 4x + 1)^2 - 15 = 0$.
28. Решите уравнение $\frac{3x+1}{x^2-5x+6} + \frac{4}{x^2+3x-10} = 0$.
29. Решите уравнение $\frac{x^2+5x-4}{x-3} + \frac{9(x-3)}{x^2+5x-4} - 10 = 0$.
30. Решите неравенство $\frac{(x^2-4x-3)(x^2-4x+3)}{x^2+5x-6} > 0$.
31. Решите неравенство $\frac{5}{5x-2} - \frac{3}{x+2} < \frac{2}{3}$.

32. Решите уравнения а) $\sqrt{x-9} = 4$, б) $\sqrt{x-9} = -4$, в) $\sqrt[3]{x-9} = 4$, г) $\sqrt[3]{x-9} = -4$.
33. Решите уравнение $3\sqrt{5-x} = 2x+4$.
34. Решите уравнение $\sqrt{1-x}\sqrt{3x+10} = x+5$.
35. Решите неравенства а) $|x-4| \geq 2$, б) $|x-4| < 2$ двумя способами: 1) используя геометрический смысл модуля, 2) раскрывая модуль (алгебраическое определение).
36. Решите неравенства а) $2 \sin 2x > -\sqrt{3}$, б) $\operatorname{ctg}(x + \pi/3) \geq -5$.
37. Решите неравенство $4 \arccos(-3x+2) < \pi$.
38. Решите неравенства а) $\sqrt{2x-2} \leq 4$, б) $\sqrt{2x-2} > -4$.
39. Решите неравенство $\frac{(4\sqrt{2}-6)\sqrt{x-5}}{x-2} \leq 0$.
40. Решите неравенство $x-1 > \sqrt{x^2-2x}$.
41. Решите неравенство $\sqrt{\frac{2x-3}{x+2}} > 3$.
42. Решите уравнение $6^{2-x} = 8^{4x}$.
43. Докажите единственность корня уравнения $4 \cdot 6^{3x-1} = \frac{2}{3} - 8x$. Найдите этот корень.
44. Решите уравнение $6^{6|x|-7} = 2$.
45. Решите уравнение $|\ln(9x+4)| = \ln 6$.
46. Решите неравенство $|3^{2x} - 4 \cdot 3^x| \leq 3$.
47. Решите неравенство $-3 \leq \log_{1/3} \log_5(2x+4) \leq 3$.
48. Решите уравнение $\frac{2 \cos^2 x + \sqrt{2} \cos x + 12 \cos x + 32^{\frac{3}{2}}}{2 \sin x - \sqrt{2}} = 0$.
49. Решите неравенство $|2 \sin x + 3 \cos x| \leq \sqrt{6,5}$.
50. Решите неравенство $\log_{\operatorname{tg} x} \left(\frac{11}{5} \operatorname{tg} x - \frac{2}{5} \right) < 2$.

Вариант 8

- а) Не используя калькулятор и применяя свойства логарифмов, преобразовать выражение $x = 2 \log_{25} 30 + \frac{1}{2 \log_6 0,2}$. б) Определите интервал длины 1 с целыми границами, содержащий точку x .
- Расположите два действительных числа в порядке возрастания, используя свойства тригонометрических функций: $\cos \frac{5\pi}{8}$ и $\cos \frac{7\pi}{9}$.
- Сравните два действительных числа $x_1 = \sin 80^\circ$, $x_2 = \cos \frac{\pi}{19}$, используя тригонометрические формулы.
- Дано множество $A = \{x : x = \sqrt{n^2 + 15}, n \in \mathbb{N}, x \in [4; 8]\}$. Перечислите элементы данного множества. Если количество элементов множества бесконечно, назовите любые четыре элемента данного множества.
- Даны два множества $A = [-7; 8]$ и $B = (-3; 10)$, а также универсальное множество $\Omega = \mathbb{R}$ — числовая ось.
 - Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразив множества на числовой оси. Назовите эти множества (интервал, полуинтервал, луч и т.п.).
 - Изобразите на координатной плоскости множество $A \times B$ — декартово произведение множеств A и B .
- Решите систему неравенств
$$\begin{cases} x - 2y \geq 3, \\ -x + 2y < 4. \end{cases}$$
- Изобразите множество точек плоскости $\bar{A} \cap B \cap C$ в декартовой системе координат, заданных с помощью операций над множествами
$$A = \{(x; y) : x^2 + (y + 1)^2 = 1\}, B = \{(x; y) : y < x\},$$
$$C = \{(x; y) : y \geq -1\}.$$
- Выпишите значение заданного выражения $\frac{1}{6!} + \frac{1}{5!} - \frac{49}{7!}$.
- Упростите выражение $\frac{(n + 2)! \cdot (n^2 - 9)}{(n + 4)!}$.

10. Для бинома $\left(\frac{1}{x^3} + x\sqrt{x}\right)^6$ найдите а) сумму биномиальных коэффициентов; б) третий член разложения; в) наибольший коэффициент в разложении бинома по степеням переменной; г) член разложения, не зависящий от переменной, если существует.
11. Определите ближайшее целое число для $x = \operatorname{arccotg}\left(\operatorname{ctg}\frac{4\pi}{11}\right)$.
12. Даны три элемента числовой последовательности $a_4 = 3$, $a_5 = 7$ и $a_6 = 11$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является арифметической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{a_n\}$ и разность d . г) Выпишите общий член a_n арифметической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число -1 элементом данной арифметической прогрессии. е) Найдите сумму $S_{11} = \sum_{k=1}^{11} a_k$.
13. Даны три элемента числовой последовательности $b_6 = 3$, $b_7 = 21$ и $b_8 = 147$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является геометрической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{b_n\}$ и знаменатель q . г) Выпишите общий член b_n геометрической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число 1028 элементом данной геометрической прогрессии. е) Найдите сумму $S_5 = \sum_{k=1}^5 b_k$.
14. Дан квадрат со стороной 8 . Середина каждой стороны является вершиной нового квадрата. Далее у нового квадрата находят середины сторон и строят ещё один квадрат. Эти действия продолжают бесконечное число раз. Найдите сумму площадей всех полученных квадратов.
15. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 9 дают в остатке 2 .
16. Найдите область определения функции $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{-x} + \sqrt{-x-2}}$.

17. Исследуйте функцию $y = \frac{x^2}{2} + 3$ по определению на монотонность, ограниченность, четность, нечетность, периодичность.
18. Постройте графики функций
 а) $y = \sqrt[3]{x-2}$, б) $y = \operatorname{tg} x + \frac{\pi}{2}$, в) $y = \frac{1}{3} \arccos x$, г) $y = \lg(2x)$,
 д) $y = -0,3^x$, е) $y = \arcsin(-x)$.
19. Постройте графики функций
 а) $y = \arccos |x|$, б) $y = 2\sqrt{x-1}$, в) $y = 0,3 \operatorname{tg}(2x - 0,5\pi)$.
20. Постройте график функции, обратной к данной функции $y = f(x)$, если а) $y = -2x + 3$, б) $y = \operatorname{tg}(x) - 1$, $x(-1) = 2\pi$.
21. Постройте график функции $y = \min\{f_1(x), f_2(x)\}$, где $f_1(x) = 1$ и $f_2(x) = \begin{cases} 2x, & x \leq 0, \\ \operatorname{arctg} x - 1, & x > 0. \end{cases}$
22. Постройте график уравнения $\frac{x+2}{\operatorname{ctg} y} = 0$.
23. Постройте график уравнения $\sqrt{y+1} = x+2$.
24. Постройте график функции $y = \{(x-1)^2\}$, где $\{a\}$ — дробная часть числа a .
25. Найдите множество точек координатной плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|y+2| + |4x-8| \geq 3$.
26. Решите уравнение $x^3 - 2x^2 - 4x + 8 = 0$.
27. Решите уравнение $(x^2 + 2x + 2)^4 - 2(x^2 + 2x + 2)^2 - 15 = 0$.
28. Решите уравнение $\frac{3}{x^2 + 2x - 8} - \frac{x-1}{x^2 + x - 6} = 0$.
29. Решите уравнение $\frac{x^2 + 7x - 1}{x-2} - \frac{11(x-2)}{x^2 + 7x - 1} + 10 = 0$.
30. Решите неравенство $\frac{(16 + 6x - x^2)(x^2 + 3x + 2)}{x^2 + 6x + 2} < 0$.
31. Решите неравенство $\frac{4}{x+7} + \frac{1}{3x-1} \leq 1$.

32. Решите уравнения а) $\sqrt{5x+2} = 3$, б) $\sqrt{5x+2} = -3$, в) $\sqrt[3]{5x+2} = 3$, г) $\sqrt[3]{5x+2} = -3$.
33. Решите уравнение $(x^2 + 5x - 14)\sqrt{3 - 2x} = 0$.
34. Решите уравнение $\sqrt{x+5} + 3 = \sqrt{x+20}$.
35. Решите неравенства а) $|x+4| \geq 3$, б) $|x+4| > 3$ двумя способами:
1) используя геометрический смысл модуля, 2) раскрывая модуль (алгебраическое определение).
36. Решите неравенства а) $\cos 2x > -\frac{1}{2}$, б) $\operatorname{ctg}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \leq -4$.
37. Решите неравенство $\arcsin(4x+1) > -\frac{\pi}{6}$.
38. Решите неравенства а) $\sqrt{2x-2} > 4$, б) $\sqrt{2x-2} \leq -4$.
39. Решите неравенство $\frac{(5-3\sqrt{3})\sqrt{x-5}}{x-2} < 0$.
40. Решите неравенство $1-x \geq \sqrt{x+5}$.
41. Решите неравенство $\sqrt{\frac{x+2}{3-2x}} \geq 3$.
42. Решите уравнение $7^{4x+5} = 9^{4x+2}$.
43. Докажите, что корень уравнения $\log_7(4x+7) = 1-10x$ единственный. Найдите этот корень.
44. Решите уравнение $|6^{x+1} - 4| = 3$.
45. Решите уравнение $\log_9 \left| x - \frac{3}{4} \right| = 0, 5$.
46. Решите неравенство $|6^{2x} - 9 \cdot 6^x| \geq 20$.
47. Решите неравенство $-1 \leq \log_4 \log_{1/6}(4x+3) \leq 2$.
48. Решите уравнение $\frac{2\sin^2 x + \sqrt{2}\sin x - 6\sin x - 3\sqrt{2}}{2\cos x - \sqrt{2}} = 0$.
49. Решите неравенство $2|2\sin x + 3\cos x| \leq \sqrt{13}$.
50. Решите неравенство. $\log_{\operatorname{ctg} x} \left(\frac{3}{2} \operatorname{ctg} x - \frac{1}{2} \right) > 2$.

Вариант 9

- а) Не используя калькулятор и применяя свойства логарифмов, преобразуйте выражение $x = \frac{\log_5 6}{\log_5 3} + \frac{\log_4 7}{\log_4 3}$. б) Определите интервал длины 1 с целыми границами, содержащий точку x .
- Расположите два действительных числа в порядке возрастания, используя свойства тригонометрических функций: $\operatorname{tg} \frac{3\pi}{7}$ и $\cos \frac{4\pi}{5}$.
- Сравните два действительных числа x_1 и x_2 , используя тригонометрические формулы, где $x_1 = 2 \sin 28^\circ \cdot \sin 62^\circ$, $x_2 = 2 \sin 29^\circ \cdot \sin 61^\circ$.
- Дано множество $A = \{x : x = \sqrt{n^2 + 24}, n \in \mathbb{Z}, 5 \leq x \leq 6\}$. Перечислите элементы данного множества. Если количество элементов множества бесконечно, назовите любые четыре элемента данного множества.
- Даны два множества $A = [-1; 10]$ и $B = (1; 11]$, а также универсальное множество $\Omega = \mathbb{R}$ — числовая ось.
 - Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразив множества на числовой оси. Назовите эти множества (интервал, полуинтервал, луч и т.п.).
 - Изобразите на координатной плоскости множество $A \times B$ — декартово произведение множеств A и B .
- Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 2x + 4y < 6, \\ -x - 2y \leq 2. \end{cases}$$
- Изобразите множество точек плоскости $A \cap B \cap \bar{C}$ в декартовой системе координат, заданных с помощью операций над множествами

$$A = \{(x; y) : y \geq \sqrt{x}\}, B = \{(x; y) : y = 1\},$$

$$C = \{(x; y) : y \leq 0, 5x\}.$$

- Вычислите значение заданного выражения $\frac{7! + 6! + 5!}{8! - 7!}$.
- Упростите выражение $\frac{(n-1)!}{(n-3)!} - \frac{n!}{(n-1)!}$.

10. Для бинома $\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)^{18}$ найдите а) сумму биномиальных коэффициентов; б) четвертый член разложения; в) наибольший коэффициент в разложении бинома по степеням переменной; г) член разложения, не зависящий от переменной, если существует.
11. Определите ближайшее целое число для $x = \arcsin\left(\cos\frac{\pi}{8}\right)$.
12. Даны три элемента числовой последовательности $a_4 = 11$, $a_5 = 15$ и $a_6 = 19$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является арифметической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{a_n\}$ и разность d . г) Выпишите общий член a_n арифметической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте является ли число -1 элементом данной арифметической прогрессии. е) Найдите сумму $S_{15} = \sum_{k=1}^{15} a_k$.
13. Даны три элемента числовой последовательности $b_6 = 9$, $b_7 = 72$ и $b_8 = 576$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является геометрической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{b_n\}$ и знаменатель q . г) Выпишите общий член b_n геометрической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число 36860 элементом данной геометрической прогрессии. е) Найдите сумму $S_6 = \sum_{k=1}^6 b_k$.
14. Дан квадрат со стороной 9 . Середина каждой стороны является вершиной нового квадрата. Далее у нового квадрата находят середины сторон и строят ещё один квадрат. Эти действия продолжают бесконечное число раз. Найдите сумму площадей всех полученных квадратов.
15. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 10 дают в остатке 5 .
16. Найдите область определения функции $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x} + \sqrt{x^2+x}}$.

17. Исследуйте функцию $y = -\frac{1}{3}x^2 - 2$ по определению на монотонность, ограниченность, четность, нечетность, периодичность.
18. Постройте графики функций
 а) $y = (x - 2)^2$, б) $y = \sqrt{x} + 2$, в) $y = \frac{e^x}{3}$, г) $y = \arcsin(2x)$,
 д) $y = -\operatorname{arctg} x$, е) $y = \log_6(-x)$.
19. Постройте графики функций
 а) $y = 2^{|x-1|}$, б) $y = 3 \operatorname{arctg}(x - 2)$, в) $y = \sin(3x + 1, 5\pi) - 0, 5$.
20. Постройте график функции, обратной к данной функции $y = f(x)$, если а) $y = -3x + 1$, б) $y = 2^x$.
21. Постройте график функции $y = \min\{f_1(x), f_2(x)\}$, где $f_1(x) = -1$ и
- $$f_2(x) = \begin{cases} 2x + 1, & x \leq -1, \\ -2x - 3, & -1 < x < 0, \\ -x^2 + 6x - 9, & x \geq 0. \end{cases}$$
22. Постройте график уравнения $\frac{\sin x}{y} = 0$.
23. Постройте график уравнения $\sqrt{4y} = \sqrt{4y - 2x + 6}$.
24. Постройте график функции $y = [x^2 + 2]$, где $[a]$ — целая часть числа a .
25. Найдите множество точек координатной плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|y| \geq \left| \frac{1}{x} - 1 \right|$.
26. Решите уравнение $2x^3 - 6x^2 + x - 3 = 0$.
27. Решите уравнение $(x^2 - x - 3)^4 + 2(x^2 - x - 3)^2 - 8 = 0$.
28. Решите уравнение $\frac{x - 5}{x^2 - 8x + 12} + \frac{1}{x^2 - 6x + 8} = 0$.
29. Решите уравнение $\frac{x^2 + 2x - 10}{x - 3} + \frac{18(x - 3)}{x^2 + 2x - 10} - 9 = 0$.
30. Решите неравенство $\frac{(4 - x^2)(x^2 - 8x - 4)}{x^2 + 4x - 12} \geq 0$.
31. Решите неравенство $\frac{9}{3x - 1} - \frac{4}{x + 1} > \frac{5}{2}$.

32. Решите уравнения а) $\sqrt{2-3x} = 6$, б) $\sqrt{2-3x} = -6$, в) $\sqrt[3]{2-3x} = 6$, г) $\sqrt[3]{2-3x} = -6$.
33. Решите уравнение $2\sqrt{1-x} = x + 7$.
34. Решите уравнение $\sqrt{2x-1}\sqrt{10-x} = 5x-2$.
35. Решите неравенства а) $|x-5| \leq 4$, б) $|x-5| > 4$ двумя способами:
1) используя геометрический смысл модуля, 2) раскрывая модуль (алгебраическое определение).
36. Решите неравенства а) $\sin 5x > -1$, б) $\operatorname{ctg}\left(x - \frac{\pi}{9}\right) \leq 5$.
37. Решите неравенство $\arccos(-4x-2) < \frac{\pi}{2}$.
38. Решите неравенства а) $\sqrt{x-1} < 5$, б) $\sqrt{x-1} \geq -5$.
39. Решите неравенство $\frac{(x-3)}{(2\sqrt{3}-4)\sqrt{x+7}} \geq 0$.
40. Решите неравенство $3-x > \sqrt{x^2+3x-18}$.
41. Решите неравенство $\sqrt{\frac{4x-3}{x+1}} < 2$.
42. Решите уравнение $8^{4x+3} = 11^{3x}$.
43. Докажите единственность корня уравнения $9^{2x-1} = \frac{1}{9} - 10x$. Найдите этот корень.
44. Решите уравнение $8^{6|x|-3} = 12$.
45. Решите уравнение $|\log_6(8x-2)| = 1$.
46. Решите неравенство $|7^{2x} - 5 \cdot 7^x| > 6$.
47. Решите неравенство $-2 \leq \log_{1/4} \log_3(x+2) \leq 3$.
48. Решите уравнение $\frac{2 \cos^2 x - \sqrt{2} \cos x - 12 \cos x + 32^{\frac{3}{2}}}{2 \sin x - \sqrt{2}} = 0$.
49. Решите неравенство $|3 \sin x - \cos x| \geq \sqrt{7,5}$.
50. Решите неравенство $\log_{\operatorname{tg} x} \left(\frac{16}{3} \operatorname{tg} x - \frac{5}{3} \right) < 2$.

Вариант 10

- а) Не используя калькулятор и применяя свойства логарифмов, преобразуйте выражение $x = (\log_7 2 + (\log_5 7)^{-1}) \cdot \lg 0,3$. б) Определите интервал длины 1 с целыми границами, содержащий точку x .
- Расположите два действительных числа в порядке возрастания, используя свойства тригонометрических функций: $\cos 130^\circ$ и $\cos \frac{11\pi}{18}$.
- Сравните два действительных числа $x_1 = \sin 29^\circ$, $x_2 = \cos 68^\circ$, используя тригонометрические формулы.
- Дано множество $A = \left\{ x : x = \frac{p}{3}, p \in \mathbb{Z}, p \not\equiv 3, -3 \leq x \leq -1 \right\}$. Перечислите элементы данного множества. Если количество элементов множества бесконечно, назовите любые четыре элемента данного множества.
- Даны два множества $A = (-\infty; 3)$ и $B = [-5; 2]$, а также универсальное множество $\Omega = \mathbb{R}$ — числовая ось.
 - Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразив множества на числовой оси. Назовите эти множества (интервал, полуинтервал, луч и т.п.).
 - Изобразите на координатной плоскости множество $A \times B$ — декартово произведение множеств A и B .
- Решите систему неравенств
$$\begin{cases} y - 3x \geq 2, \\ 3x - y < 3. \end{cases}$$
- Изобразите множество точек плоскости $\bar{A} \cap B \cap C$ в декартовой системе координат, заданных с помощью операций над множествами

$$A = \{(x; y) : y > x^3\}, B = \{(x; y) : x = -1\},$$

$$C = \{(x; y) : y \leq 4x\}.$$

- Вычислите значение заданного выражения

$$\frac{17! - 16 \cdot 16! - 15 \cdot 15!}{14!}.$$

- Упростите выражение $\frac{n!}{(n-3)!} + \frac{3n!}{(n-2)!}$.

10. Для бинома $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{x}\right)^{12}$ найдите а) сумму биномиальных коэффициентов; б) десятый член разложения; в) наибольший коэффициент в разложении бинома по степеням переменной; г) член разложения, не зависящий от переменной, если существует.
11. Определите ближайшее целое число для $x = \arccos(\cos 3,15)$.
12. Даны три элемента числовой последовательности $a_5 = 13$, $a_6 = 18$ и $a_7 = 23$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является арифметической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Исследуйте первый элемент последовательности $\{a_n\}$ и разность d . г) Выпишите общий член a_n арифметической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте является ли число 165 элементом данной арифметической прогрессии. е) Найдите сумму $S_{10} = \sum_{k=1}^{10} a_k$.
13. Даны три элемента числовой последовательности $b_{10} = 11$, $b_{11} = -44$ и $b_{12} = 176$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является геометрической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{b_n\}$ и знаменатель q . г) Выпишите общий член b_n геометрической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число $-4,25$ элементом данной геометрической прогрессии. е) Найдите сумму $S_7 = \sum_{k=1}^7 b_k$.
14. Дан квадрат со стороной 10. Середина каждой стороны является вершиной нового квадрата. Далее у нового квадрата находят середины сторон и строят ещё один квадрат. Эти действия продолжают бесконечное число раз. Найдите сумму площадей всех полученных квадратов.
15. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 13 дают в остатке 8.
16. Найдите область определения функции $f(x) = \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x} + \sqrt{x^2-x}}$.

17. Исследуйте функцию $y = (x - 1)^2$ по определению на монотонность, ограниченность, четность, нечетность, периодичность.
18. Постройте графики функций
 а) $y = (x - 3)^2$, б) $y = -1 + \sqrt{x}$, в) $y = \frac{2^x}{3}$,
 г) $y = \arcsin(4x)$, д) $y = -\cos x$, е) $y = \operatorname{arctg}(-x)$.
19. Постройте графики функций
 а) $y = e^{|x+1|}$, б) $y = 2 \operatorname{arctg}(x + 1)$, в) $y = \cos(2x + 0, 5\pi) - 1,5$.
20. Постройте график функции, обратной к данной функции $y = f(x)$, если а) $y = -2x + 5$, б) $y = \sin\left(\frac{x}{3}\right)$, $x(0,5) = 6,5\pi$.
21. Постройте график функции $y = \min\{f_1(x), f_2(x)\}$, где $f_1(x) = -1$ и

$$f_2(x) = \begin{cases} -x^2 - 6x - 8, & x \leq -2, \\ x^2 - 4, & -2 < x < 2, \\ -2x + 4, & x \geq 2. \end{cases}$$
22. Постройте график уравнения $\frac{\cos x}{y} = 0$.
23. Постройте график уравнения $\ln(4y) = \ln(4y - 2x + 6)$.
24. Постройте график функции $y = \{x^2 + 2\}$, где $\{a\}$ — дробная часть числа a .
25. Найдите множество точек координатной плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|y| \leq |\log_2 x - 1|$.
26. Решите уравнение $x^3 - 3x^2 + 2x - 6 = 0$.
27. Решите уравнение $(x^2 - 2x - 1)^4 - (x^2 - 2x - 1)^2 - 2 = 0$.
28. Решите уравнение $\frac{4}{x^2 + 6x - 16} + \frac{3 - x}{x^2 - 7x + 10} = 0$.
29. Решите уравнение $\frac{x^2 + 5x - 2}{x + 4} + \frac{20(x + 4)}{x^2 + 5x - 2} - 9 = 0$.
30. Решите неравенство $\frac{(x^2 + x - 12)(x^2 + 2x - 15)}{x^2 + 10x - 3} \leq 0$.
31. Решите неравенство $\frac{1}{x + 5} + \frac{3}{4x + 2} \geq \frac{2}{3}$.

32. Решите уравнения а) $\sqrt{x+7} = 5$, б) $\sqrt{x+7} = -5$, в) $\sqrt[3]{x+7} = 5$, г) $\sqrt[3]{x+7} = -5$.
33. Решите уравнение $(x^2 + 5x - 24)\sqrt{x+2} = 0$.
34. Решите уравнение $\sqrt{9-x} = \sqrt{14-x} - 1$.
35. Решите неравенства а) $|x+5| \geq 1$, б) $|x+5| < 1$ двумя способами:
1) используя геометрический смысл модуля, 2) раскрывая модуль (алгебраическое определение).
36. Решите неравенства а) $\cos 5x < 1$, б) $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{9}\right) \geq 4$.
37. Решите неравенство $\arcsin(2x - 7) > 0$.
38. Решите неравенства а) $\sqrt{x-1} \geq 5$, б) $\sqrt{x-1} < -5$.
39. Решите неравенство $\frac{(x-3)\sqrt{x+7}}{3\sqrt{2}-5} > 0$.
40. Решите неравенство $x+4 > \sqrt{x^2-2x}$.
41. Решите неравенство $\sqrt{\frac{x+1}{3-4x}} \leq 2$.
42. Решите уравнение $5^{2x+3} = 6^{3x+1}$.
43. Докажите, что корень уравнения $\log_8\left(x - \frac{7}{8}\right) = 10 - 11x$ единственный. Найдите этот корень.
44. Решите уравнение $|2^{x+2} - 5| = 3$.
45. Решите уравнение $\log_6|x+3| = 4$.
46. Решите неравенство $|6^{2x} - 8 \cdot 6^x| < 15$.
47. Решите неравенство $0 \leq \log_5 \log_{1/3}(8x-3) \leq 4$.
48. Решите уравнение $\frac{2 \sin^2 x + 11 \sin x + 5}{2 \cos x - \sqrt{3}} = 0$.
49. Решите неравенство $2|2 \sin x - \cos x| \leq \sqrt{5}$.
50. Решите неравенство $\log_{\operatorname{ctg} x}(4 \operatorname{ctg} x - 3) > 2$.

Вариант 11

- а) Не используя калькулятор и применяя свойства логарифмов, преобразуйте выражение $x = \frac{\lg 7 - \lg 5}{\lg 3 - 2 \lg 2}$. б) Определите интервал длины 1 с целыми границами, содержащий точку x .
- Расположите два действительных числа в порядке возрастания, используя свойства тригонометрических функций: $\sin 3$ и $\cos 4$.
- Сравните два действительных числа $x_1 = \operatorname{tg} \frac{\pi}{12}$, $x_2 = \operatorname{ctg} 78^\circ$, используя тригонометрические формулы.
- Дано множество $A = \left\{ x : x = \frac{5n - 2}{n}, n \in \mathbb{Z}, x \leq 4 \right\}$. Перечислите элементы данного множества. Если количество элементов множества бесконечно, назовите любые четыре элемента данного множества.
- Даны два множества $A = (-1; +\infty)$ и $B = [-3; 5)$, а также универсальное множество $\Omega = \mathbb{R}$ – числовая ось.
 - Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразив множества на числовой оси. Назовите эти множества (интервал, полуинтервал, луч и т.п.).
 - Изобразите на координатной плоскости множество $A \times B$ – декартово произведение множеств A и B .
- Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 5y - 3x \geq 2, \\ x - 2y > 1. \end{cases}$$
- Изобразите множество точек плоскости $\bar{A} \cap B \cap C$ в декартовой системе координат, заданных с помощью операций над множествами

$$A = \{(x; y) : x^2 + y^2 \leq 4\}, B = \{(x; y) : y \leq 1\},$$

$$C = \{(x; y) : y = 2x + 1\}.$$

- Вычислите значение заданного выражения $\frac{5! \cdot 8}{5! + 6!}$.
- Упростите выражение $\frac{(n+1)! + n! + (n-1)!}{n! + (n-1)!}$.

10. Для бинома $\left(\frac{\sqrt{x}}{2} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^5$ найдите а) сумму биномиальных коэффициентов; б) третий член разложения; в) наибольший коэффициент в разложении бинома по степеням переменной; г) член разложения, не зависящий от переменной, если существует.
11. Определите ближайшее целое число для $x = \arccos\left(\sin\frac{\pi}{11}\right)$.
12. Даны три элемента числовой последовательности $a_{11} = 10$, $a_{12} = 15$ и $a_{13} = 20$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является арифметической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{a_n\}$ и разность d . г) Выпишите общий член a_n арифметической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число 100 элементом данной арифметической прогрессии.
- е) Найдите сумму $S_{16} = \sum_{k=1}^{16} a_k$.
13. Даны три элемента числовой последовательности $b_3 = 7$, $b_4 = 14$ и $b_5 = 28$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является геометрической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{b_n\}$ и знаменатель q . г) Выпишите общий член b_n геометрической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число 324 элементом данной геометрической прогрессии.
- е) Найдите сумму $S_7 = \sum_{k=1}^7 b_k$.
14. Дан квадрат со стороной 11. Середина каждой стороны является вершиной нового квадрата. Далее у нового квадрата находят середины сторон и строят ещё один квадрат. Эти действия продолжают бесконечное число раз. Найдите сумму площадей всех полученных квадратов.
15. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 7 дают в остатке 5.
16. Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{x} + \frac{\sin x}{\sqrt{x+1} + \sqrt{4-x^2}}$.

17. Исследуйте функцию $y = -(x + 2)^2 + 4$ по определению на монотонность, ограниченность, четность, нечетность, периодичность.
18. Постройте графики функций
 а) $y = (x + 1)^2$, б) $y = \sqrt{x + 1}$, в) $y = 5 \left(\frac{1}{2}\right)^x$, г) $y = \arcsin\left(\frac{x}{2}\right)$,
 д) $y = -\operatorname{tg} x$, е) $y = \log_5(-x)$.
19. Постройте графики функций
 а) $y = |x^2 - x - 12|$, б) $y = 3 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$, в) $y = \sqrt{4x + 3} + 2$.
20. Постройте график функции, обратной к данной функции $y = f(x)$, если а) $y = -x + 4$, б) $y = \log_{0,3}(x + 2)$.
21. Постройте график функции $y = \min\{f_1(x), f_2(x)\}$, где $f_1(x) = 1$ и
 $f_2(x) = \begin{cases} x, & x \leq -1, \\ -2x + 1, & -1 < x < 2. \end{cases}$
22. Постройте график уравнения $\frac{\operatorname{tg} x}{y} = 0$.
23. Постройте график уравнения $\frac{1}{x + y + 1} = \frac{1}{-x + 2y + 1}$.
24. Постройте график функции $y = [x^2 - 2]$, где $[a]$ — целая часть числа a .
25. Найдите множество точек координатной плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|y| \geq 2 - (|x| - 4)^2$.
26. Решите уравнение $4x^3 - x^2 - 4x + 1 = 0$.
27. Решите уравнение $(x^2 - 4x - 3)^4 - 4(x^2 - 4x - 3)^2 - 5 = 0$.
28. Решите уравнение $\frac{3x - 1}{x^2 - 10x + 16} + \frac{2}{x^2 + x - 6} = 0$.
29. Решите уравнение $\frac{x^2 - 3x - 11}{x - 4} + \frac{28(x - 4)}{x^2 - 3x - 11} - 11 = 0$.
30. Решите неравенство $\frac{(x^2 - 3x + 1)(3 - 2x - x^2)}{x^2 - 3x - 18} < 0$.
31. Решите неравенство $\frac{3}{6x - 1} - \frac{2}{x + 4} > \frac{1}{5}$.

32. Решите уравнения а) $\sqrt{5x-3} = 4$, б) $\sqrt{5x-3} = -4$, в) $\sqrt[3]{5x-3} = 4$, г) $\sqrt[3]{5x-3} = -4$.
33. Решите уравнение $5\sqrt{3-x} = x + 11$.
34. Решите уравнение $\sqrt{4-x}\sqrt{10-2x} = x - 1$.
35. Решите неравенства а) $|x-6| \geq 3$, б) $|x-6| < 3$ двумя способами:
1) используя геометрический смысл модуля, 2) раскрывая модуль (алгебраическое определение).
36. Решите неравенства а) $\sin 6x < 1$, б) $\operatorname{ctg}\left(x + \frac{\pi}{10}\right) \geq -2$.
37. Решите неравенство $\arccos(7-2x) < \frac{2\pi}{3}$.
38. Решите неравенства а) $\sqrt{4x+1} \leq 1$, б) $\sqrt{4x+1} > -1$.
39. Решите неравенство $\frac{\sqrt{7-x}}{(5\sqrt{2}-7)(x+3)} \leq 0$.
40. Решите неравенство $x-2 \leq \sqrt{4-3x-x^2}$.
41. Решите неравенство $\sqrt{\frac{3-4x}{x+1}} > 2$.
42. Решите уравнение $7^{4-x} = 8^{3x}$.
43. Докажите единственность корня уравнения $2 \cdot 6^{x-2} \frac{28}{3} - 9x$. Найдите этот корень.
44. Решите уравнение $3^{8|x|-7} = 6$.
45. Решите уравнение $|\log_5(11x-4)| = 1$.
46. Решите неравенство $|3^{2x} - 8 \cdot 3^x| \geq 15$.
47. Решите неравенство $-4 \leq \log_{1/2} \log_8(2x-3) \leq 1$.
48. Решите уравнение $\frac{2 \cos^2 x - \sqrt{3} \cos x + 6 \cos x - 3^{\frac{3}{2}}}{2 \sin x - 1} = 0$.
49. Решите неравенство $|3 \sin x - 4 \cos x| \geq 2, 5$.
50. Решите неравенство $\log_{\operatorname{tg} x} \left(\frac{7}{3} \operatorname{tg} x - \frac{2}{3} \right) < 2$.

Вариант 12

- а) Не используя калькулятор и применяя свойства логарифмов, преобразуйте выражение $x = \frac{\log_{3,1} 10}{\log_{3,1} \frac{1}{3} - \log_{3,1} 3}$. б) Определите интервал длины 1 с целыми границами, содержащий точку x .
- Расположите два действительных числа в порядке возрастания, используя свойства тригонометрических функций: $\operatorname{tg} \frac{3\pi}{7}$ и $\operatorname{tg} \frac{7\pi}{16}$.
- Сравните два действительных числа $x_1 = \operatorname{tg} 65^\circ$, $x_2 = \operatorname{ctg} \frac{2\pi}{15}$, используя тригонометрические формулы.
- Дано множество $A = \left\{ x : x = \frac{4n-7}{5}, n \in \mathbb{N}, x < 0 \right\}$. Перечислите элементы данного множества. Если количество элементов множества бесконечно, назовите любые четыре элемента данного множества.
- Даны два множества $A = [-30; 15]$, $B = (-28; 16]$, а также универсальное множество $\Omega = \mathbb{R}$ – числовая ось.
 - Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразив множества на числовой оси. Назовите эти множества (интервал, полуинтервал, луч и т.п.).
 - Изобразите на координатной плоскости множество $A \times B$ – декартово произведение множеств A и B .
- Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \frac{x}{4} - y \leq 7, \\ 3x + \frac{y}{2} < 9. \end{cases}$$
- Изобразите множество точек плоскости $(A \cup \bar{B}) \cap C$ в декартовой системе координат, заданных с помощью операций над множествами
$$A = \{(x; y) : y = 1 - 1/x\}, B = \{(x; y) : x^2 + (y - 1)^2 > 1\},$$
$$C = \{(x; y) : x > 0\}.$$
- Вычислите значение заданного выражения $\frac{9! + 8! + 7!}{8! - 7!}$.
- Упростите выражение $\frac{(2n)!}{(n-1)!} : \frac{(2n+1)!}{n!}$.

10. Для бинома $\left(x^{\frac{2}{3}} - \frac{2}{x}\right)^5$ найдите а) сумму биномиальных коэффициентов; б) второй член разложения; в) наибольший коэффициент в разложении бинома по степеням переменной; г) член разложения, не зависящий от переменной, если существует.
11. Определите ближайшее целое число для $x = \arctg(\operatorname{tg} 2)$.
12. Даны три элемента числовой последовательности $a_4 = -15$, $a_5 = -9$ и $a_6 = -3$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является арифметической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{a_n\}$ и разность d . г) Выпишите общий член a_n арифметической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число -27 элементом данной арифметической прогрессии.
- е) Найдите сумму $S_8 = \sum_{k=1}^8 a_k$.
13. Даны три элемента числовой последовательности $b_7 = 5$, $b_8 = -10$ и $b_9 = 20$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является геометрической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{b_n\}$ и знаменатель q . г) Выпишите общий член b_n геометрической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число 320 элементом данной геометрической прогрессии.
- е) Найдите сумму $S_6 = \sum_{k=1}^6 b_k$.
14. Дан квадрат со стороной 12 . Середина каждой стороны является вершиной нового квадрата. Далее у нового квадрата находят середины сторон и строят ещё один квадрат. Эти действия продолжают бесконечное число раз. Найдите сумму площадей всех полученных квадратов.
15. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 11 дают в остатке 6 .
16. Дана функция $f(x) = \sqrt{-x} + \cos x : (\sqrt{x+2} + \sqrt{x^2 + 3x + 2})$. Найдите её область определения.

17. Исследуйте функцию $y = x^3 + 1$ по определению на монотонность, ограниченность, четность, нечетность, периодичность.
18. Постройте графики функций
 а) $y = (x - 2)^3$, б) $y = \sqrt[4]{x} + 2$, в) $y = 3e^x$, г) $y = \arccos(2x)$,
 д) $y = -\log_5 x$, е) $y = \operatorname{arctg}(-x)$.
19. Постройте графики функций
 а) $y = |x^2 + 5x - 14|$, б) $y = 2 \cos(0,5x + \pi)$, в) $y = \sqrt{0,5x + 3} + 1$.
20. Постройте график функции, обратной к данной функции $y = f(x)$, если а) $y = -x + 2$, б) $y = 2 \sin(1 + x)$, $x(\sqrt{3}) = -1 + \frac{2\pi}{3}$.
21. Постройте график функции $y = \min\{f_1(x), f_2(x)\}$, где $f_1(x) = 1$ и $f_2(x) = \begin{cases} -3x, & -3 \leq x < -1, \\ x/2, & -1 < x < 2. \end{cases}$
22. Постройте график уравнения $\frac{\operatorname{ctg} x}{y} = 0$.
23. Постройте график уравнения $\sqrt{y - 2} = x + 3$.
24. Постройте график функции $y = \{x^2 - 2\}$, где $\{a\}$ — дробная часть числа a .
25. Найдите множество точек координатной плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|x + y - 1| + |y| \leq 4$.
26. Решите уравнение $2x^3 - 3x^2 - 2x + 3 = 0$.
27. Решите уравнение $(3x^2 + 8x)^4 + 3(3x^2 + 8x)^2 - 4 = 0$.
28. Решите уравнение $\frac{5}{x^2 + 2x - 8} - \frac{x + 3}{x^2 + 4x - 12} = 0$.
29. Решите уравнение $\frac{x^2 + 4x - 1}{x + 3} - \frac{15(x + 3)}{x^2 + 4x - 1} + 2 = 0$.
30. Решите неравенство $\frac{(x^2 + 5x - 4)(x^2 + 3x)}{x^2 - 2x - 15} \leq 0$.
31. Решите неравенство $\frac{2}{x + 8} + \frac{1}{4x + 5} < \frac{1}{3}$.

32. Решите уравнения а) $\sqrt{2x+5} = 6$, б) $\sqrt{2x+5} = -6$, в) $\sqrt[3]{2x+5} = 6$, г) $\sqrt[3]{2x+5} = -6$.
33. Решите уравнение $(x^2 + 2x - 8)\sqrt{7-x} = 0$.
34. Решите уравнение $\sqrt{3x+7} - 1 = \sqrt{3x-2}$.
35. Решите неравенства а) $|x+6| \leq 2$, б) $|x+6| > 2$ двумя способами:
1) используя геометрический смысл модуля, 2) раскрывая модуль (алгебраическое определение).
36. Решите неравенства а) $\cos 6x > \frac{1}{2}$, б) $\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{10}\right) \leq 2$.
37. Решите неравенство $4 \arcsin(5x+3) > \pi$.
38. Решите неравенства а) $\sqrt{4x+1} > 1$, б) $\sqrt{4x+1} \leq -1$.
39. Решите неравенство $\frac{\sqrt{7-x}}{(5\sqrt{2}-8)(x+3)} < 0$.
40. Решите неравенство $x+2 \leq \sqrt{-x-2}$.
41. Решите неравенство $\sqrt{\frac{x+1}{4x-3}} \geq 2$.
42. Решите уравнение $7^{3x+2} = 6^{3x-2}$.
43. Докажите единственность корня уравнения $\log_6(4x+2) = 10 - 9x$.
Найдите этот корень.
44. Решите уравнение $|4 \cdot 7^x - 1| = 3$.
45. Решите уравнение $3 \log_8 |x+1| = -1$.
46. Решите неравенство $|2^{2x} - 3 \cdot 2^x| > 2$.
47. Решите неравенство $-3 \leq \log_3 \log_{1/7}(2x-4) \leq 0$.
48. Решите уравнение $\frac{\cos 2x}{\operatorname{tg} x + 1} = 0$.
49. Решите неравенство $2|3 \sin x + 2 \cos x| \leq \sqrt{39}$.
50. Решите неравенство $\log_{\operatorname{ctg} x} \left(\frac{16}{3} \operatorname{ctg} x - \frac{5}{3} \right) > 2$.

Вариант 13

- а) Не используя калькулятор и применяя свойства логарифмов, преобразуйте выражение $x = \frac{\log_{\frac{4}{3}} 2 - 1}{\log_{\frac{4}{3}} 3}$. б) Определите интервал длины 1 с целыми границами, содержащий точку x .
- Расположите два действительных числа в порядке возрастания, используя свойства тригонометрических функций: $\operatorname{tg} 4$ и $\sin 4$.
- Сравните два действительных числа $x_1 = \sin 58^\circ$, $x_2 = \cos \frac{8\pi}{45}$, используя тригонометрические формулы.
- Дано множество $A = \{x : x = (3n^2 + 4)/6, n \in \mathbb{Z}, x \leq 2\}$. Перечислите элементы данного множества. Если количество элементов множества бесконечно, назовите любые четыре элемента данного множества.
- Даны два множества $A = (-50; -43)$, $B = [-50; -39]$, а также универсальное множество $\Omega = \mathbb{R}$ – числовая ось.
а) Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразив множества на числовой оси. Назовите эти множества (интервал, полуинтервал, луч и т.п.). б) Изобразите на координатной плоскости множество $A \times B$ – декартово произведение множеств A и B .

6. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 5x - \frac{2y}{3} > 1, \\ \frac{3x}{2} - \frac{y}{3} \leq -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

- Изобразите множество точек плоскости $\bar{A} \cap B \cap C$ в декартовой системе координат, заданных с помощью операций над множествами

$$A = \{(x; y) : y \geq x^2\}, B = \{(x; y) : y \leq 1/x\},$$

$$C = \{(x; y) : x^2 + y^2 = 1\}.$$

- Вычислите значение заданного выражения $\frac{7! - 5!}{4!}$.
- Упростите выражение $\frac{n \cdot (n+1)! + (n+1) \cdot n!}{(n+1) \cdot (n+1)!}$.

10. Для бинома $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{3x}}\right)^8$ найдите а) сумму биномиальных коэффициентов; б) третий член разложения; в) наибольший коэффициент в разложении бинома по степеням переменной; г) член разложения, не зависящий от переменной, если существует.
11. Определите ближайшее целое число для $x = \operatorname{arctg}\left(\operatorname{ctg} \frac{13\pi}{21}\right)$.
12. Даны три элемента числовой последовательности $a_4 = -12$, $a_5 = -17$ и $a_6 = -22$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является арифметической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{a_n\}$ и разность d . г) Выпишите общий член a_n арифметической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число -35 элементом данной арифметической прогрессии. е) Найдите сумму $S_{10} = \sum_{k=1}^{10} a_k$.
13. Даны три элемента числовой последовательности $b_6 = 9$, $b_7 = 4,5$ и $b_8 = 2,25$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является геометрической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{b_n\}$ и знаменатель q . г) Выпишите общий член b_n геометрической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число 144 элементом данной геометрической прогрессии. е) Найдите сумму $S_{13} = \sum_{k=1}^{13} b_k$.
14. Дан квадрат со стороной 13 . Середина каждой стороны является вершиной нового квадрата. Далее у нового квадрата находят середины сторон и строят ещё один квадрат. Эти действия продолжают бесконечное число раз. Найдите сумму площадей всех полученных квадратов.
15. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 1 .
16. Найдите область определения функции $f(x) = \arcsin x / \sqrt{-(x-1)^2 + 1}$.

17. Исследуйте функцию $y = -x^3 - 4$ по определению на монотонность, ограниченность, четность, нечетность, периодичность.
18. Постройте графики функций
 а) $y = \log_2(x - 1)$, б) $y = \sqrt[3]{x} - 1$, в) $y = 2 \cdot 3^x$, г) $y = \arccos(3x)$,
 д) $y = -\arctg x$, е) $y = \pi^{-x}$.
19. Постройте графики функций
 а) $y = |\operatorname{arctg} x - \pi/2|$, б) $y = \frac{x^3}{3} + 1$, в) $y = \cos(4x + 3\pi) + 0,5$.
20. Постройте график функции, обратной к данной функции $y = f(x)$, если а) $y = 2x + 1$, б) $y = \operatorname{ctg}(3x - 6)$, $x(1/\sqrt{3}) = 2 - \frac{2\pi}{9}$.
21. Постройте график функции $y = \min\{f_1(x), f_2(x)\}$, где $f_1(x) = 2$ и

$$f_2(x) = \begin{cases} 4x, & x \leq 0, \\ x^2 - \pi x, & 0 < x \leq \pi, \\ 3, & x > \pi. \end{cases}$$
22. Постройте график уравнения $\frac{y}{\sin x} = 0$.
23. Постройте график уравнения $\sqrt{4x - 2} = \sqrt{2y + x - 2}$.
24. Постройте график функции $y = [x^2 + 3]$, где $[a]$ — целая часть числа a .
25. Найдите множество точек координатной плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|y| \geq |2^{|x-2|} - 2|$.
26. Решите уравнение $3x^3 + 3x^2 - x - 1 = 0$.
27. Решите уравнение $(x^2 + 2x + 2)^4 - 2(x^2 + 2x + 2)^2 - 3 = 0$.
28. Решите уравнение $\frac{x + 2}{x^2 - 7x - 8} - \frac{3}{x^2 - 8x - 9} = 0$.
29. Решите уравнение $\frac{x^2 + x - 7}{x - 2} - \frac{16(x - 2)}{x^2 + x - 7} - 6 = 0$.
30. Решите неравенство $\frac{(x^2 - 9x + 20)(x^2 - 2x - 15)}{x^2 - 7x - 3} \geq 0$.
31. Решите неравенство $\frac{3}{5x + 2} - \frac{1}{x + 6} \leq -\frac{2}{7}$.

32. Решите уравнения а) $\sqrt{4-x} = 6$, б) $\sqrt{4-x} = -6$, в) $\sqrt[3]{4-x} = 6$, г) $\sqrt[3]{4-x} = -6$.
33. Решите уравнение $\sqrt{x-4} = 6-x$.
34. Решите уравнение $\sqrt{1-3x}\sqrt{x+9} = x+13$.
35. Решите неравенства а) $|x-7| > 1$, б) $|x-7| \leq 1$ двумя способами: 1) используя геометрический смысл модуля, 2) раскрывая модуль (алгебраическое определение).
36. Решите неравенства а) $\sin 7x > -\frac{1}{2}$, б) $\operatorname{ctg}\left(x - \frac{\pi}{11}\right) \leq 3$.
37. Решите неравенство $\arccos(3-5x) < \frac{5\pi}{6}$.
38. Решите неравенства а) $\sqrt{3-2x} < 2$, б) $\sqrt{3-2x} \geq -2$.
39. Решите неравенство $\frac{(x+1)\sqrt{x-2}}{3-2\sqrt{3}} \geq 0$.
40. Решите неравенство $x < \sqrt{6-x-x^2}$.
41. Решите неравенство $\sqrt{\frac{2x-5}{x+2}} < 3$.
42. Решите уравнение $9^{4x+2} = 12^{3x-4}$.
43. Докажите единственность корня уравнения $4 \cdot 6^{x+1} = 24 - 6x$. Найдите этот корень.
44. Решите уравнение $5^{11|x|-8} = 6$.
45. Решите уравнение $|\log_8(11x^2 - 14)| = 3$.
46. Решите неравенство $|2 \cdot 4^{x+1} - 4^{2x}| < 15$.
47. Решите неравенство $-2 \leq \log_{1/5} \log_6(3x-1) \leq 3$.
48. Решите уравнение $\frac{2 \cos^2 x + \sqrt{2} \cos x + 4 \cos x + 2^{\frac{3}{2}}}{2 \sin x - \sqrt{2}} = 0$.
49. Решите неравенство $2|\sin x - 2 \cos x| \leq \sqrt{5}$.
50. Решите неравенство $\log_{\operatorname{tg} x}(3 \operatorname{tg} x - 2) < 2$.

Вариант 14

- а) Не используя калькулятор и применяя свойства логарифмов, преобразуйте выражение $x = \frac{\log_2 3 - \frac{3}{2}}{\log_2 3}$. б) Определите интервал длины 1 с целыми границами, содержащий точку x .
- Расположите два действительных числа в порядке возрастания, используя свойства тригонометрических функций: $\cos \frac{25\pi}{18}$ и $\cos \frac{29\pi}{18}$.
- Сравните два действительных числа $x_1 = \cos 81^\circ$, $x_2 = \sin \frac{\pi}{18}$, используя тригонометрические формулы.
- Дано множество $A = \{x | x = \sqrt[3]{-n^2 + 8}; n \in \mathbb{Z}; x \geq 0\}$. Перечислите элементы данного множества. Если количество элементов множества бесконечно, назовите любые четыре элемента данного множества.
- Даны два множества $A = (48; 81)$, $B = [50; 87]$, а также универсальное множество $\Omega = \mathbb{R}$ – числовая ось.
 - Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразив множества на числовой оси. Назовите эти множества (интервал, полуинтервал, луч и т.п.).
 - Изобразите на координатной плоскости множество $A \times B$ – декартово произведение множеств A и B .
- Решите систему неравенств
$$\begin{cases} -6x + 2y \geq 22, \\ 15x + 3y > 9. \end{cases}$$
- Изобразите множество точек плоскости $\bar{A} \cap B \cap C$ в декартовой системе координат, заданных с помощью операций над множествами
$$A = \{(x; y) | y < 2 - x^2\}, B = \{(x; y) | y \geq 1\}, C = \{(x; y) | y = |x| + 1\}.$$
- Вычислите значение заданного выражения $\frac{8! - 6!}{5!}$.
- Упростите выражение $\frac{1}{(n-2)!} - \frac{n^3 - n}{(n+1)!}$.
- Для бинома $\left(x\sqrt{x} + \frac{\sqrt[3]{x}}{x}\right)^{13}$ найдите а) сумму биномиальных коэффициентов; б) третий член разложения; в) наибольший коэффициент

в разложении бинома по степеням переменной; г) член разложения, не зависящий от переменной, если существует.

11. Определите ближайшее целое число для $x = \operatorname{arctg} \left(-\operatorname{ctg} \frac{2\sqrt{3}}{3} \right)$.
12. Даны три элемента числовой последовательности $a_{10} = 16$, $a_{11} = 21$ и $a_{12} = 26$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является арифметической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{a_n\}$ и разность d . г) Выпишите общий член a_n арифметической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверите, является ли число -24 элементом данной арифметической прогрессии. е) Найдите сумму $S_{17} = \sum_{k=1}^{17} a_k$.
13. Даны три элемента числовой последовательности $b_2 = 17$, $b_3 = -8,5$ и $b_4 = 4,25$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является геометрической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{b_n\}$ и знаменатель q . г) Выпишите общий член b_n геометрической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число $-0,625$ элементом данной геометрической прогрессии. е) Найдите сумму $S_7 = \sum_{k=1}^7 b_k$.
14. Дан квадрат со стороной 13. Середина каждой стороны является вершиной нового квадрата. Далее у нового квадрата находят середины сторон и строят ещё один квадрат. Эти действия продолжают бесконечное число раз. Найдите сумму площадей всех полученных квадратов.
15. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 15 дают в остатке 7.
16. Найдите область определения функции $f(x) = \frac{\arccos x}{\sqrt{-x^2 + 0,5}}$.
17. Исследуйте функцию $y = 5x^3 - 7$ по определению на монотонность, ограниченность, четность, нечетность, периодичность.

18. Постройте графики функций
 а) $y = \log_3(x - 2)$, б) $y = \sqrt[5]{x} - 2$, в) $y = 3 \cdot 2^x$, г) $y = \arccos(2x)$,
 д) $y = -\arcsin x$, е) $y = \sqrt{-x}$.
19. Постройте графики функций
 а) $y = \operatorname{arccotg} |x|$, б) $y = 2 + \frac{x^2}{0,2}$, в) $y = \sin(4x - 5\pi) - 2$.
20. Постройте график функции, обратной к данной функции $y = f(x)$,
 если а) $y = -3x - 6$, б) $y = 0, 5^x$.
21. Постройте график функции $y = \min\{f_1(x), f_2(x)\}$, где $f_1(x) = -1$ и

$$f_2(x) = \begin{cases} 0, 5x, & x \leq -2, \\ 0, & -2 < x < 2, \\ -x^2 + 3, & x \geq 2. \end{cases}$$
22. Постройте график уравнения $\frac{x-1}{\ln y} = 0$.
23. Постройте график уравнения $\ln(3x+2) = \ln(3y-4)$.
24. Постройте график функции $y = \{x^2 + 3\}$, где $\{a\}$ — дробная часть числа a .
25. Найдите множество точек координатной плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|y| \geq \ln|x|$.
26. Решите уравнение $x^3 + 2x^2 - 4x - 8 = 0$.
27. Решите уравнение $(x^2 - 3x + 2)^4 + 2(x^2 - 3x + 2)^2 - 3 = 0$.
28. Решите уравнение $\frac{4}{x^2 - 4x - 5} + \frac{2x + 3}{x^2 + 11x + 10} = 0$.
29. Решите уравнение $\frac{x^2 - 5x - 4}{x + 2} - \frac{18(x + 2)}{x^2 - 5x - 4} - 7 = 0$.
30. Решите неравенство $\frac{(x^2 + 9x + 6)(x^2 - x - 6)}{3x - x^2} > 0$.
31. Решите неравенство $\frac{7}{3-x} + \frac{3}{x+1} \leq 5$.
32. Решите уравнения а) $\sqrt{6x-4} = 3$, б) $\sqrt{6x-4} = -3$, в) $\sqrt[3]{6x-4} = 3$,
 г) $\sqrt[3]{6x-4} = -3$.

33. Решите уравнение $(x^2 - x - 20)\sqrt{3x - 2} = 0$.
34. Решите уравнение $\sqrt{x + 2} + 3 = \sqrt{x + 23}$.
35. Решите неравенства а) $|x + 7| \leq 1$, б) $|x + 7| > 1$ двумя способами:
1) используя геометрический смысл модуля, 2) раскрывая модуль (алгебраическое определение).
36. Решите неравенства а) $\cos 4x > \frac{1}{2}$, б) $\operatorname{tg}\left(x - \frac{9\pi}{4}\right) < -2$.
37. Решите неравенство $6 \arcsin(4x + 3) < \pi$.
38. Решите неравенства а) $\sqrt{3 - 2x} \geq 2$, б) $\sqrt{3 - 2x} < -2$.
39. Решите неравенство $\frac{(x + 1)\sqrt{x - 2}}{3\sqrt{2} - 4} > 0$.
40. Решите неравенство $x - 3 \leq \sqrt{x^2 - 2x - 8}$.
41. Решите неравенство $\sqrt{\frac{x + 2}{5 - 2x}} \leq 3$.
42. Решите уравнение $7^{-x-3} = 6^{3x-3}$.
43. Докажите единственность корня уравнения $\log_7(4x + 49) = 2 - 4x$.
Найдите этот корень.
44. Решите уравнение $8|6 \cdot 4^x - 4| = 29$.
45. Решите уравнение $\lg|4x + 1| = \lg 9$.
46. Решите неравенство $|3^{2x} - 4 \cdot 3^x| \leq 4$.
47. Решите неравенство $-1 \leq \log_2 \log_{1/6}(3x - 2) \leq 4$.
48. Решите уравнение $\frac{2 \sin^2 x + \sqrt{2} \sin x - 12 \sin x - 32^{\frac{3}{2}}}{2 \cos x - \sqrt{2}} = 0$.
49. Решите неравенство $|2 \sin x - 2 \cos x| \geq \sqrt{2}$.
50. Решите неравенство $\log_{\operatorname{ctg} x} \left(\frac{7}{2} \operatorname{ctg} x - \frac{3}{2}\right) > 2$.

Вариант 15

- а) Не используя калькулятор и применяя свойства логарифмов, преобразуйте выражение $x = \log_{12} 128 (\log_5 6 - \log_5 12 + \log_5 24)$. б) Определите интервал длины 1 с целыми границами, содержащий точку x .
- Расположите два действительных числа в порядке возрастания, используя свойства тригонометрических функций: $\sin 160^\circ$ и $\sin \frac{10\pi}{9}$.
- Сравните два действительных числа $x_1 = \operatorname{tg} 118^\circ$, $x_2 = \operatorname{ctg} 162^\circ$, используя тригонометрические формулы.
- Дано множество $A = \{x \mid x^2 - 11x + 24 = 0; x - \text{четные числа}\}$. Перечислите элементы данного множества. Если количество элементов множества бесконечно, назовите любые четыре элемента данного множества.
- Даны два множества $A = [15; 18)$, $B = (-15; 18]$, а также универсальное множество $\Omega = \mathbb{R}$ – числовая ось.
а) Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразив множества на числовой оси. Назовите эти множества (интервал, полуинтервал, луч и т.п.). б) Изобразите на координатной плоскости множество $A \times B$ – декартово произведение множеств A и B .
- Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 4x + 5y > 9, \\ -3x + 6y \geq 5. \end{cases}$$
- Изобразите множество точек плоскости $\bar{A} \cap B \cap C$ в декартовой системе координат, заданных с помощью операций над множествами
$$A = \{(x; y) \mid y > x\}, B = \{(x; y) \mid x^2 + y^2 \leq 4\}, C = \{(x; y) \mid x = \sqrt{2}\}.$$
- Вычислите значение заданного выражения $\frac{6! + 7!}{5!}$.
- Упростите выражение $\frac{25m^5 - m^3}{(5m + 1)!} \cdot \left(\frac{1}{5 \cdot (5m - 2)!}\right)^{-1}$.
- Для бинома $(3x + x^{-\frac{1}{4}})^{10}$ найдите а) сумму биномиальных коэффициентов; б) третий член разложения; в) наибольший коэффициент в разложении бинома по степеням переменной; г) член разложения, не зависящий от переменной, если существует.

11. Определите ближайшее целое число для $x = \operatorname{arccctg} \left(\operatorname{tg} \frac{15\pi}{19} \right)$.
12. Даны три элемента числовой последовательности $a_{11} = 6$, $a_{12} = 8$ и $a_{13} = 10$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является арифметической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{a_n\}$ и разность d . г) Выпишите общий член a_n арифметической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число 249 элементом данной арифметической прогрессии.
- е) Найдите сумму $S_9 = \sum_{k=1}^9 a_k$.
13. Даны три элемента числовой последовательности $b_6 = 3$, $b_7 = 9$ и $b_8 = 27$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является геометрической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{b_n\}$ и знаменатель q . г) Выпишите общий член b_n геометрической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число 216 элементом данной геометрической прогрессии.
- е) Найдите сумму $S_6 = \sum_{k=1}^6 b_k$.
14. Дан квадрат со стороной 15. Середина каждой стороны является вершиной нового квадрата. Далее у нового квадрата находят середины сторон и строят ещё один квадрат. Эти действия продолжают бесконечное число раз. Найдите сумму площадей всех полученных квадратов.
15. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 8 дают в остатке 7.
16. Найдите область определения функции $f(x) = \frac{\arccos x}{\arcsin x}$.
17. Исследуйте функцию $y = -2x^2 + 3$ по определению на монотонность, ограниченность, четность, нечетность, периодичность.
18. Постройте графики функций
 а) $y = \log_{0,3}(x - 1)$, б) $y = \sqrt[4]{x} - 1$, в) $y = 5 \cdot 2^x$, г) $y = \arccos \left(\frac{x}{2} \right)$,
 д) $y = -\operatorname{tg} x$, е) $y = \operatorname{arccctg}(-x)$.

19. Постройте графики функций
 а) $y = |x + 1|^3$, б) $y = \sqrt{x + 1} - 5$, в) $y = \arcsin(4x - 2) + 1$.
20. Постройте график функции обратной к данной функции $y = f(x)$, если а) $y = 2x + 6$, б) $y = \cos\left(\frac{x}{2}\right)$, $x(-0, 5) = -\frac{8\pi}{3}$.
21. Постройте график функции $y = \min\{f_1(x), f_2(x)\}$, где $f_1(x) = 0$ и $f_2(x) = \begin{cases} x^2 + 4x, & x < 0, \\ \sqrt{2x}, & x \geq 0. \end{cases}$
22. Постройте график уравнения $\frac{x - 1}{\sqrt{2y^2 - y}} = 0$.
23. Постройте график уравнения $\frac{1}{3x + 2} = \frac{1}{3y - 4}$.
24. Постройте график функции $y = [x^2 - 3]$, где $[a]$ — целая часть числа a .
25. Найдите множество точек координатной плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|2x - 2| + |y - 3| \geq 1$.
26. Решите уравнение $4x^3 - 6x^2 + 2x - 3 = 0$.
27. Решите уравнение $(x^2 - 4x + 3)^4 + 3(x^2 - 4x + 3)^2 - 10 = 0$.
28. Решите уравнение $\frac{2x - 3}{x^2 + 11x + 10} - \frac{1}{x^2 - 4x - 5} = 0$.
29. Решите уравнение $\frac{x^2 + 3x + 4}{x + 5} - \frac{6(x + 5)}{x^2 + 3x + 4} + 5 = 0$.
30. Решите неравенство $\frac{(x^2 - 11x + 5)(x^2 - 7x - 18)}{x^2 - 7x - 14} \geq 0$.
31. Решите неравенство $\frac{5}{3x + 1} - \frac{3}{x + 3} < \frac{1}{2}$.
32. Решите уравнения а) $\sqrt{3x - 7} = 4$, б) $\sqrt{3x - 7} = -4$, в) $\sqrt[3]{3x - 7} = 4$, г) $\sqrt[3]{3x - 7} = -4$.
33. Решите уравнение $4\sqrt{4 - x} = 7 - x$.
34. Решите уравнение $\sqrt{x + 3}\sqrt{3x - 14} = 2x - 6$.

35. Решите неравенства а) $|x - 8| \geq 3$, б) $|x - 8| < 3$ двумя способами:
1) используя геометрический смысл модуля, 2) раскрывая модуль (алгебраическое определение).
36. Решите неравенства а) $\sin 2x > \frac{\sqrt{3}}{2}$, б) $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{8}\right) \leq 2$.
37. Решите неравенство $\arccos(2x - 5) \geq \frac{3\pi}{4}$.
38. Решите неравенства а) $\sqrt{x + 2} \leq 3$, б) $\sqrt{x + 2} > -3$.
39. Решите неравенство $\frac{(7 - x)\sqrt{x + 1}}{(4\sqrt{3} - 7)(x + 3)} \geq 0$.
40. Решите неравенство $x > \sqrt{x^2 + x - 6}$.
41. Решите неравенство $\sqrt{\frac{x + 2}{2x - 5}} \geq 3$.
42. Решите уравнение $9^{2x-3} = 7^{x-3}$.
43. Докажите единственность корня уравнения $4 \cdot 5^{3x+5} = 91 - 9x$. Найдите этот корень.
44. Решите уравнение $6^{11|x|-5} = 9$.
45. Решите уравнение $|\log_3(6x + 1)| = 1$.
46. Решите неравенство $|5^{2x} - 8 \cdot 5^x| \geq 16$.
47. Решите неравенство $-4 \leq \log_{1/3} \log_4(3x - 1) \leq 1$.
48. Решите уравнение $\frac{2 \cos^2 x - \sqrt{3} \cos x + 4 \cos x - 2\sqrt{3}}{2 \sin x - 1} = 0$.
49. Решите неравенство $|\sin x + \cos x| \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$.
50. Решите неравенство $\log_{\operatorname{tg} x} \left(\frac{21}{4} \operatorname{tg} x - \frac{5}{4} \right) < 2$.

Вариант 16

- а) Не используя калькулятор и применяя свойства логарифмов, преобразуйте выражение $x = \frac{\log_2(2^{\log_2 15} + 3)}{\log_2 \frac{1}{3}}$. б) Определите интервал длины 1 с целыми границами, содержащий точку x .
- Расположите два действительных числа в порядке возрастания, используя свойства тригонометрических функций: $\operatorname{tg} 0,7\pi$ и $\operatorname{tg} 0,71\pi$.
- Сравните два действительных числа $x_1 = \operatorname{tg} \frac{10\pi}{9}$, $x_2 = \operatorname{ctg} 245^\circ$, используя тригонометрические формулы.
- Дано множество $A = \{x|x \in \mathbb{Z}; x \in [-3; 2)\}$. Перечислите элементы данного множества. Если количество элементов множества бесконечно, назовите любые четыре элемента данного множества.
- Даны два множества $A = (-10; -1]$, $B = (-11; 0]$, а также универсальное множество $\Omega = \mathbb{R}$ – числовая ось. а) Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразив множества на числовой оси. Назовите эти множества (интервал, полуинтервал, луч и т.п.). б) Изобразите на координатной плоскости множество $A \times B$ – декартово произведение множеств A и B .
- Решите систему неравенств $\begin{cases} 5x - 6y < 0, 8, \\ x - 1, 2y \geq 0, 4. \end{cases}$
- Изобразите множество точек плоскости $A \cap B \cap C$ в декартовой системе координат, заданных с помощью операций над множествами
$$A = \{(x; y)|y = \sqrt{x}\}, B = \{(x; y)|x^2 + y^2 \geq 2\}, C = \{(x; y)|x < 4\}.$$
- Вычислите значение заданного выражения $\frac{17 \cdot 6! + 8!}{7! + 9!}$.
- Упростите выражение $\frac{1}{(n-2)!} : \frac{n^2 - n}{(n+1)!}$.
- Для бинома $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^9$ найдите а) сумму биномиальных коэффициентов; б) четвертый член разложения; в) наибольший коэффициент в разложении бинома по степеням переменной; г) член разложения, не зависящий от переменной, если существует.

11. Определите ближайшее целое число для $x = \arcsin\left(-\sin\frac{2\pi}{7}\right)$.
12. Даны три элемента числовой последовательности $a_8 = 11$, $a_9 = 3$ и $a_{10} = -5$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является арифметической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{a_n\}$ и разность d . г) Выпишите общий член a_n арифметической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число -116 элементом данной арифметической прогрессии.
- е) Найдите сумму $S_8 = \sum_{k=1}^8 a_k$.
13. Даны три элемента числовой последовательности $b_6 = 14$, $b_7 = -42$ и $b_8 = 126$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является геометрической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{b_n\}$ и знаменатель q . г) Выпишите общий член b_n геометрической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число -456 элементом данной геометрической прогрессии. е) Найдите сумму $S_{11} = \sum_{k=1}^{11} b_k$.
14. Дан квадрат со стороной 16. Середина каждой стороны является вершиной нового квадрата. Далее у нового квадрата находят середины сторон и строят ещё один квадрат. Эти действия продолжают бесконечное число раз. Найдите сумму площадей всех полученных квадратов.
15. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 11 дают в остатке 4.
16. Найдите область определения функции $f(x) = \frac{\arcsin x}{\arccos x}$.
17. Исследуйте функцию $y = \sqrt{x} + 3$ по определению на монотонность, ограниченность, четность, нечетность, периодичность.
18. Постройте графики функций
 а) $y = \log_{0,2}(x + 1)$, б) $y = \sqrt[3]{x} - 3$, в) $y = 2\pi^x$, г) $y = \arccos\left(\frac{x}{3}\right)$,
 д) $y = -\sin x$, е) $y = 2^{-x}$.

19. Постройте графики функций
 а) $y = |\arccos x - 0, 5\pi|$, б) $y = 3\sqrt{x - 2}$, в) $y = 0, 5 \operatorname{tg}(2x - 0, 5\pi)$.
20. Постройте график функции обратной к данной функции $y = f(x)$, если а) $y = 0, 5x + 4$, б) $y = \log_{0,1}(x - 1)$.
21. Постройте график функции $y = \min\{f_1(x), f_2(x)\}$, где $f_1(x) = -1$ и $f_2(x) = \begin{cases} -x^2 + 1, & |x| > 1, \\ 2x^2 - 2, & |x| \leq 1. \end{cases}$
22. Постройте график уравнения $\frac{x + 1}{\arccos(1/y)} = 0$.
23. Постройте график уравнения $\sqrt{y + 3} = x - 1$.
24. Постройте график функции $y = \{x^2 - 3\}$, где $\{a\}$ — дробная часть числа a .
25. Найдите множество точек координатной плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|y| \geq 1 + (|x| - 3)^2$.
26. Решите уравнение $4x^3 - 6x^2 - 2x + 3 = 0$.
27. Решите уравнение $(x^2 + 4x + 1)^4 + 3(x^2 + 4x + 1)^2 - 18 = 0$.
28. Решите уравнение $\frac{3 - x}{x^2 - 6x - 7} - \frac{2}{x^2 - 2x - 3} = 0$.
29. Решите уравнение $\frac{x^2 - 6x + 1}{x - 3} - \frac{10(x - 3)}{x^2 - 6x + 1} + 3 = 0$.
30. Решите неравенство $\frac{(x^2 - 4x + 3)(7 - 6x - x^2)}{x^2 + 13x + 7} \leq 0$.
31. Решите неравенство $\frac{4}{4 - x} + \frac{1}{2x + 1} > \frac{5}{3}$.
32. Решите уравнения а) $\sqrt{4 - 5x} = 2$, б) $\sqrt{4 - 5x} = -2$, в) $\sqrt[3]{4 - 5x} = 2$, г) $\sqrt[3]{4 - 5x} = -2$.
33. Решите уравнение $(x^2 - 8x - 9)\sqrt{3 - 4x} = 0$.
34. Решите уравнение $\sqrt{x - 2} = 3 - \sqrt{x + 1}$.

35. Решите неравенства а) $|x + 8| \leq 2$, б) $|x + 8| > 2$ двумя способами:
1) используя геометрический смысл модуля, 2) раскрывая модуль (алгебраическое определение).
36. Решите неравенства а) $\cos 2x > \frac{\sqrt{3}}{2}$, б) $\operatorname{ctg} \left(x - \frac{5\pi}{9} \right) < 3$.
37. Решите неравенство $\arcsin(3x - 1) \leq -\frac{\pi}{3}$.
38. Решите неравенства а) $\sqrt{x + 2} > 3$, б) $\sqrt{x + 2} \leq -3$.
39. Решите неравенство $\frac{(7 - x)\sqrt{x + 1}}{(2\sqrt{5} - 3)(x + 3)} > 0$.
40. Решите неравенство $x + 1 \leq \sqrt{x^2 - x - 20}$.
41. Решите неравенство $\sqrt{\frac{5 - 2x}{x + 2}} > 3$.
42. Решите уравнение $8^{4-x} = 10^{x-1}$.
43. Докажите единственность корня уравнения $\log_6(4x + 36) = 2 - 11x$.
Найдите этот корень.
44. Решите уравнение $|2 \cdot 3^x - 2| = \frac{4}{3}$.
45. Решите уравнение $\log_3 |2x + 2| = 5$.
46. Решите неравенство $|6^{2x} - 4 \cdot 6^x| > 3$.
47. Решите неравенство $-1 \leq \log_2 \log_{1/7}(8x - 1) \leq 3$.
48. Решите уравнение $\frac{2 \sin^2 x - \sqrt{3} \sin x - 10 \sin x + 5\sqrt{3}}{2 \cos x - 1} = 0$.
49. Решите неравенств $|\sin x + 2 \cos x| \geq \frac{\sqrt{5}}{2}$.
50. Решите неравенство $\log_{\operatorname{ctg} x}(5 \operatorname{ctg} x - 4) > 2$.

Вариант 17

- а) Не используя калькулятор и применяя свойства логарифмов, преобразуйте выражение $x = \log_3 21 \cdot \log_7 3 + \log_7 6$. б) Определите интервал длины 1 с целыми границами, содержащий точку x .
- Расположите два действительных числа в порядке возрастания, используя свойства тригонометрических функций: $\operatorname{tg} 6$ и $\operatorname{tg} 6^\circ$.
- Сравните два действительных числа $x_1 = \sin 245^\circ$, $x_2 = \cos \frac{10\pi}{9}$, используя тригонометрические формулы.
- Дано множество $A = \left\{ x \mid x = \frac{p}{4}; p \in \mathbb{Z}; p \neq 2; -1 \leq x \leq 2 \right\}$. Перечислите элементы данного множества. Если количество элементов множества бесконечно, назовите любые четыре элемента данного множества.
- Даны два множества $A = (3; 5]$, $B = [2; 6)$, а также универсальное множество $\Omega = \mathbb{R}$ – числовая ось. а) Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразив множества на числовой оси. Назовите эти множества (интервал, полуинтервал, луч и т.п.). б) Изобразите на координатной плоскости множество $A \times B$ – декартово произведение множеств A и B .
- Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 1, 2x - 2, 4y \leq 8, \\ 3x - 6y < 20. \end{cases}$$
- Изобразите множество точек плоскости $A \cap \bar{B} \cap C$ в декартовой системе координат, заданных с помощью операций над множествами
$$A = \{(x; y) \mid y = |x|\}, B = \{(x; y) \mid y > 1/x\}, C = \{(x; y) \mid x > 0\}.$$
- Вычислите значение заданного выражения $\frac{7!}{5! \cdot 2!} + \frac{7!}{3! \cdot 4!}$.
- Упростите выражение $\frac{(n+3)! - 6(n+1)!}{(n+2)! \cdot n}$.
- Для бинома $\left(\frac{1}{x} - 2\sqrt{x}\right)^{12}$ найдите а) сумму биномиальных коэффициентов; б) четвертый член разложения; в) наибольший коэффициент в разложении бинома по степеням переменной; г) член разложения, не зависящий от переменной, если существует.

11. Определите ближайшее целое число для $x = \arcsin(\cos 8)$.
12. Даны три элемента числовой последовательности $a_{14} = -3$, $a_{15} = 5$ и $a_{16} = 13$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является арифметической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{a_n\}$ и разность d . г) Выпишите общий член a_n арифметической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число 84 элементом данной арифметической прогрессии. е)

Найдите сумму $S_9 = \sum_{k=1}^9 a_k$.

13. Даны три элемента числовой последовательности $b_4 = 13$, $b_5 = -3$, 25 и $b_6 = 0,8125$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является геометрической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{b_n\}$ и знаменатель q . г) Выпишите общий член b_n геометрической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число -42 элементом данной геометрической

прогрессии. е) Найдите сумму $S_{10} = \sum_{k=1}^{10} b_k$.

14. Дан квадрат со стороной 17. Середина каждой стороны является вершиной нового квадрата. Далее у нового квадрата находят середины сторон и строят ещё один квадрат. Эти действия продолжают бесконечное число раз. Найдите сумму площадей всех полученных квадратов.
15. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 13 дают в остатке 11.

16. Найдите область определения функции $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\operatorname{arctg} x}$.

17. Исследуйте функцию $y = \sqrt{x-2} + 1$ по определению на монотонность, ограниченность, четность, нечетность, периодичность.

18. Постройте графики функций

а) $y = \log_{0,1}(x-2)$, б) $y = \sqrt[3]{x} + 1$, в) $y = 3\left(\frac{1}{2}\right)^x$, г) $y = \arccos\left(\frac{x}{4}\right)$, д) $y = -\sqrt{x}$, е) $y = \ln(-x)$.

19. Постройте графики функций
 а) $y = |x^2 - 2x - 3|$, б) $y = -\frac{1}{x+3}$, в) $y = 1 + \sqrt{2x-4}$.
20. Постройте график функции, обратной к данной функции $y = f(x)$, если а) $y = -x + 0,5$, б) $y = \sin(1+x) + 1$, $x(1) = 3\pi - 1$.
21. Постройте график функции $y = \max\{f_1(x), f_2(x)\}$, где $f_1(x) = 2$ и

$$f_1(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} + 1, & x \leq -2, \\ 2x + 4, & -2 < x \leq 0, \\ (x-2)^2, & x > 0. \end{cases}$$
22. Постройте график уравнения $\frac{y+1}{\arccos x} = 0$.
23. Постройте график уравнения $\sqrt{15-5x} = \sqrt{5y+10}$.
24. Постройте график функции $y = [x^2 - x]$, где $[a]$ — целая часть числа a .
25. Найдите множество точек координатной плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|y+1| \leq \left|2 - \frac{1}{x}\right|$.
26. Решите уравнение $3x^3 - x^2 - 6x + 2 = 0$.
27. Решите уравнение $(x^2 - 2x - 1)^4 + (x^2 - 2x - 1)^2 - 12 = 0$.
28. Решите уравнение $\frac{3}{x^2 + 7x + 6} + \frac{2x - 5}{x^2 - x - 2} = 0$.
29. Решите уравнение $\frac{x^2 + 2x + 6}{x - 1} - \frac{18(x - 1)}{x^2 + 2x + 6} - 3 = 0$.
30. Решите неравенство $\frac{(25 - x^2)(x^2 - 15x + 18)}{x^2 - 9x + 20} < 0$.
31. Решите неравенство $\frac{2}{x+2} - \frac{7}{48x-1} \geq -\frac{5}{3}$.
32. Решите уравнения а) $\sqrt{3+7x} = 5$, б) $\sqrt{3+7x} = -5$, в) $\sqrt[3]{3+7x} = 5$, г) $\sqrt[3]{3+7x} = -5$.
33. Решите уравнение $3\sqrt{3x+1} = x - 7$.
34. Решите уравнение $\sqrt{3x+7}\sqrt{x+6} = x + 4$.

35. Решите неравенства а) $|x - 9| \leq 4$, б) $|x - 9| > 4$ двумя способами:
1) используя геометрический смысл модуля, 2) раскрывая модуль (алгебраическое определение).
36. Решите неравенства а) $\sin 3x < -\frac{1}{2}$, б) $\operatorname{ctg} \left(x + \frac{3\pi}{7} \right) \geq -4$.
37. Решите неравенство $\arccos(1 - 2x) > \frac{5\pi}{6}$.
38. Решите неравенства а) $\sqrt{2x - 4} < 4$, б) $\sqrt{2x - 4} \geq -4$.
39. Решите неравенство $\frac{(2\sqrt{6} - 5)\sqrt{x + 2}}{x - 4} \leq 0$.
40. Решите неравенство $\sqrt{x + 5} < x + 3$.
41. Решите неравенство $\sqrt{\frac{4x - 1}{x - 4}} < 2$.
42. Решите уравнение $6^{-x-2} = 9^{2x-4}$.
43. Докажите единственность корня уравнения $2 \cdot 6^{x+2} = 72 - 10x$. Найдите этот корень.
44. Решите уравнение $5^{8|x|-11} = 10$.
45. Решите уравнение $|\log_9(11x + 4)| = 2$.
46. Решите неравенство $|6^{x+1} - 6^{2x}| < 8$.
47. Решите неравенство $0 \leq \log_{1/4} \log_9(4x - 2) \leq 3$.
48. Решите уравнение $\frac{2 \cos^2 x + 5 \cos x - 3}{2 \sin x - \sqrt{3}} = 0$.
49. Решите неравенство $|\sin x + 2 \cos x| \leq \sqrt{\frac{5}{2}}$.
50. Решите неравенство $\log_{\operatorname{tg} x} \left(\frac{5}{2} \operatorname{tg} x - 1 \right) < 2$.

Вариант 18

- а) Не используя калькулятор и применяя свойства логарифмов, преобразуйте выражение $x = \frac{\log_3 2 + 3 \log_3 \frac{1}{4}}{\log_3 20 - \log_3 4}$.
б) Определите интервал длины 1 с целыми границами, содержащий точку x .
- Расположите два действительных числа в порядке возрастания, используя свойства тригонометрических функций: $\cos 200^\circ$ и $\cos \frac{25\pi}{18}$.
- Сравните два действительных числа $x_1 = \frac{1}{\cos 55^\circ}$, $x_2 = \sin \frac{11\pi}{36}$, используя тригонометрические формулы.
- Дано множество $A = \left\{ x \mid x = \frac{p}{2}; p \in \mathbb{N}; x \leq 3 \right\}$. Перечислите элементы данного множества. Если количество элементов множества бесконечно, назовите любые четыре элемента данного множества.
- Даны два множества $A = (2; 10]$, $B = [2; 11]$, а также универсальное множество $\Omega = \mathbb{R}$ – числовая ось. а) Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразив множества на числовой оси. Назовите эти множества (интервал, полуинтервал, луч и т.п.). б) Изобразите на координатной плоскости множество $A \times B$ – декартово произведение множеств A и B .
- Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 2x - 3y + 6 \leq 0, \\ 3x < 5 - 2y. \end{cases}$$
- Изобразите множество точек плоскости $A \cap B \cap C$ в декартовой системе координат, заданных с помощью операций над множествами
$$A = \{(x; y) \mid x^2 + y^2 \leq 2\}, B = \{(x; y) \mid y \leq x^3\}, C = \{(x; y) \mid y = x\}.$$
- Вычислите значение заданного выражения $\frac{15!}{4! \cdot 11!} - \frac{15!}{3! \cdot 12!}$.
- Упростите выражение $\frac{(n-1)! + 6(n+2)!}{(n+3) \cdot (n+1)!}$.

10. Для бинома $\left(\sqrt[5]{x^2} - \frac{1}{2\sqrt[6]{x}}\right)^{17}$ найдите а) сумму биномиальных коэффициентов; б) четвертый член разложения; в) наибольший коэффициент в разложении бинома по степеням переменной; г) член разложения, не зависящий от переменной, если существует.
11. Определите ближайшее целое число для $x = \arccos\left(\cos\frac{11\pi}{9}\right)$.
12. Даны три элемента числовой последовательности $a_7 = 20$, $a_8 = 15$ и $a_9 = 10$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является арифметической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{a_n\}$ и разность d . г) Выпишите общий член a_n арифметической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число -185 элементом данной арифметической прогрессии.
- е) Найдите сумму $S_8 = \sum_{k=1}^8 a_k$.
13. Даны три элемента числовой последовательности $b_{11} = 17$, $b_{12} = 4,25$ и $b_{13} = 1,0625$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является геометрической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{b_n\}$ и знаменатель q . г) Выпишите общий член b_n геометрической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число 51 элементом данной геометрической прогрессии. е) Найдите сумму $S_{15} = \sum_{k=1}^{15} b_k$.
14. Дан квадрат со стороной 18 . Середина каждой стороны является вершиной нового квадрата. Далее у нового квадрата находят середины сторон и строят ещё один квадрат. Эти действия продолжают бесконечное число раз. Найдите сумму площадей всех полученных квадратов.
15. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 14 дают в остатке 9 .
16. Изобразите график и найдите множество значений функции

$$f(x) = \begin{cases} -x/2, & x \leq 0, \\ -x^2 + x, & x > 0. \end{cases}$$

17. Исследуйте функцию $y = \sqrt{x} - 1$ по определению на монотонность, ограниченность, четность, нечетность, периодичность.
18. Постройте графики функций
 а) $y = \operatorname{tg}(x - 0, 5\pi)$, б) $y = x^3 - 1$, в) $y = 5 \sin x$, г) $y = \cos \frac{x}{2}$,
 д) $y = -\arcsin x$, е) $y = \log_{4-e}(-x)$.
19. Постройте графики функций
 а) $y = |x^2 + 5x + 6|$, б) $y = -\frac{1}{x+1}$, в) $y = 2 + \sqrt{4x - 2}$.
20. Постройте график функции обратной к данной функции $y = f(x)$, если а) $y = 0, 2x + 1$, б) $y = \operatorname{ctg}(3x) - 2$, $x(-2) = -\frac{\pi}{6}$.
21. Постройте график функции $y = \max\{f_1(x), f_2(x)\}$, где $f_1(x) = 2 \operatorname{arctg} x$, $f_2(x) = -x + 2$.
22. Постройте график уравнения $\frac{y-1}{\arcsin(1/x)} = 0$.
23. Постройте график уравнения $\ln(5x + 15) = \ln(10 - 5y)$.
24. Постройте график функции $y = \{x^2 - x\}$, где $\{a\}$ — дробная часть числа a .
25. Найдите множество точек координатной плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|y| \leq |2^x - 1| - 1$.
26. Решите уравнение $5x^3 + x^2 - 25x - 5 = 0$.
27. Решите уравнение $(x^2 + 6x - 1)^4 - 5(x^2 + 6x - 1)^2 - 14 = 0$.
28. Решите уравнение $\frac{1-x}{x^2-7x-8} - \frac{2}{x^2+4x+3} = 0$.
29. Решите уравнение $\frac{x^2-3x-1}{x+2} - \frac{20(x+2)}{x^2-3x-1} + 1 = 0$.
30. Решите неравенство $\frac{(x^2+12x-4)(x^2+5x-6)}{x^2+9x+18} \leq 0$.
31. Решите неравенство $\frac{6}{5x-3} + \frac{4}{3-x} < 5$.

32. Решите уравнения а) $\sqrt{7-2x} = 2$, б) $\sqrt{7-2x} = -2$,
в) $\sqrt[3]{7-2x} = 2$, г) $\sqrt[3]{7-2x} = -2$.
33. Решите уравнение $(2x^2 - 13x + 6)\sqrt{x-5} = 0$.
34. Решите уравнение $\sqrt{2x+7} = \sqrt{2x+2} + 1$.
35. Решить неравенства а) $|x+9| \geq 1$, б) $|x+9| < 1$ двумя способами:
1) используя геометрический смысл модуля, 2) раскрывая модуль (алгебраическое определение).
36. Решите неравенства а) $\cos 3x < -\frac{1}{2}$, б) $\operatorname{tg}\left(x + \frac{4\pi}{9}\right) > 5$.
37. Решите неравенство $6 \arcsin(5x-2) \leq \pi$.
38. Решите неравенства а) $\sqrt{2x-4} \geq 4$, б) $\sqrt{2x-4} < -4$.
39. Решите неравенство $\frac{(3\sqrt{7}-7)\sqrt{x+2}}{x+4} < 0$.
40. Решите неравенство $\sqrt{x^2+3x-10} > 2-x$.
41. Решите неравенство $\sqrt{\frac{x-6}{3x+1}} \leq 2$.
42. Решите уравнение $\frac{1}{9^x} = 8^{x+3}$.
43. Докажите единственность корня уравнения $\log_5(3x+2) = 7-6x$.
Найдите этот корень.
44. Решите уравнение $2|3 \cdot 2^x - 2| = 1$.
45. Решите уравнение $2 \log_4 |x+0,75| = 1$.
46. Решите неравенство $|5^{x+1} - 5^{2x}| \leq 4$.
47. Решите неравенство $-1 \leq \log_3 \log_{1/4}(x+3) \leq 3$.
48. Решите уравнение $\frac{2 \sin^2 x - 13 \sin x + 6}{2 \cos x - \sqrt{3}} = 0$.
49. Решите неравенство $\sqrt{2} |\sin x - 3 \cos x| \geq \sqrt{5}$.
50. Решите неравенство $\log_{\operatorname{ctg} x} \left(\frac{\operatorname{ctg}^2 x}{6} + \frac{5}{6} \right) > 1$.

Вариант 19

- а) Не используя калькулятор и применяя свойства логарифмов, преобразуйте выражение $x = \log_7 (\log_5 7 \cdot \log_7 45 - 2 \log_7 \frac{3}{5})$. б) Определите интервал длины 1 с целыми границами, содержащий точку x .
- Расположите два действительных числа в порядке возрастания, используя свойства тригонометрических функций: $\operatorname{ctg} \frac{6\pi}{7}$ и $\cos 280^\circ$.
- Сравните два действительных числа $x_1 = \frac{1}{\operatorname{tg} 55^\circ}$, $x_2 = \operatorname{ctg} \frac{11\pi}{36}$, используя тригонометрические формулы.
- Дано множество $A = \{x | x \in \mathbb{N}; x \in [-3; 4)\}$. Перечислите элементы данного множества. Если количество элементов множества бесконечно, назовите любые четыре элемента данного множества.
- Даны два множества $A = [-3; 1]$, $B = (-2; 2)$, а также универсальное множество $\Omega = \mathbb{R}$ – числовая ось. а) Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразив множества на числовой оси. Назовите эти множества (интервал, полуинтервал, луч и т.п.). б) Изобразите на координатной плоскости множество $A \times B$ – декартово произведение множеств A и B .
- Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 0,6x - 0,8y < -2, \\ 3x + 4y \leq 10. \end{cases}$$
- Изобразите множество точек плоскости $A \cap B \cap C$ в декартовой системе координат, заданных с помощью операций над множествами
$$A = \{(x; y) | y \geq x^2\}, B = \{(x; y) | y = 1/x\}, C = \{(x; y) | y > 1\}.$$
- Вычислите значение заданного выражения $\frac{14!}{9! \cdot 5!} + \frac{14!}{10! \cdot 4!}$.
- Упростите выражение $\frac{(3n-3)! + (3n-2)!}{(3n-1)!}$.
- Для бинома $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{2}{\sqrt[3]{x}}\right)^9$ найдите а) сумму биномиальных коэффициентов; б) пятый член разложения; в) наибольший коэффициент в разложении бинома по степеням переменной; г) член разложения, не зависящий от переменной, если существует.

11. Определите ближайшее целое число для $x = \arccos(\sin 12)$.
12. Даны три элемента числовой последовательности $a_{17} = 8$, $a_{18} = 10$ и $a_{19} = 12$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является арифметической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{a_n\}$ и разность d . г) Выпишите общий член a_n арифметической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число -26 элементом данной арифметической прогрессии.
- е) Найдите сумму $S_{12} = \sum_{k=1}^{12} a_k$.
13. Даны три элемента числовой последовательности $b_8 = 9$, $b_9 = 36$ и $b_{10} = 144$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является геометрической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{b_n\}$ и знаменатель q . г) Выпишите общий член b_n геометрической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число 548 элементом данной геометрической прогрессии.
- е) Найдите сумму $S_5 = \sum_{k=1}^5 b_k$.
14. Дан квадрат со стороной 19 . Середина каждой стороны является вершиной нового квадрата. Далее у нового квадрата находят середины сторон и строят ещё один квадрат. Эти действия продолжают бесконечное число раз. Найдите сумму площадей всех полученных квадратов.
15. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 17 дают в остатке 9 .
16. Изобразите график и найдите множество значений функции
- $$f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ x^2 - x, & x > 0. \end{cases}$$
17. Исследуйте функцию $y = -\sqrt{x} + 3$ по определению на монотонность, ограниченность, четность, нечетность, периодичность.

18. Постройте графики функций
 а) $y = \operatorname{tg}(x + 0, 25\pi)$, б) $y = x^3 + 2$, в) $y = 2 \sin x$, г) $y = \cos \frac{x}{4}$,
 д) $y = -\operatorname{arctg} x$, е) $y = \ln(-x)$.
19. Постройте графики функций
 а) $y = |-x^2 + 7|$, б) $y = -\frac{1}{x-1}$, в) $y = \sqrt{3x-6} - 1$.
20. Постройте график функции, обратной к данной функции $y = f(x)$, если а) $y = -3x + 1$, б) $y = 0, 1^x$.
21. Постройте график функции $y = \max\{f_1(x), f_2(x)\}$, где $f_1(x) = \operatorname{arctg} 2x$, $f_2(x) = -3x + 4$.
22. Постройте график уравнения $\frac{1 + \cos y}{x - 1} = 0$.
23. Постройте график уравнения $\frac{1}{x + y + 1} = \frac{1}{x - y - 1}$.
24. Постройте график функции $y = [x^2 + 2x]$, где $[a]$ — целая часть числа a .
25. Найдите множество точек координатной плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|x + 1| + |3y - 6| \leq 1$.
26. Решите уравнение $3x^3 + 2x^2 + 9x + 6 = 0$.
27. Решите уравнение $(x^2 - x + 2)^4 - 3(x^2 - x + 2)^2 - 10 = 0$.
28. Решите уравнение $\frac{x - 3}{x^2 + 5x + 4} + \frac{4}{x^2 + 6x + 5} = 0$.
29. Решите уравнение $\frac{x^2 - 6x + 2}{x - 6} + \frac{18(x - 6)}{x^2 - 6x + 2} - 11 = 0$.
30. Решите неравенство $\frac{(x^2 - 7x + 10)(x^3 - 8)}{x^2 - 14x + 8} \leq 0$.
31. Решите неравенство $\frac{3}{x + 4} - \frac{5}{4x + 1} > -\frac{2}{5}$.
32. Решите уравнения а) $\sqrt{2x - 7} = 5$, б) $\sqrt{2x - 7} = -5$, в) $\sqrt[3]{2x - 7} = 5$,
 г) $\sqrt[3]{2x - 7} = -5$.

33. Решите уравнение $2\sqrt{7-x} = 3x - 5$.
34. Решите уравнение $\sqrt{2x+7}\sqrt{2x+2} = x + 5$.
35. Решите неравенства а) $|x - 1| \geq 3$, б) $|x - 1| < 3$ двумя способами:
1) используя геометрический смысл модуля, 2) раскрывая модуль (алгебраическое определение).
36. Решите неравенства а) $\sin 5x > \frac{\sqrt{2}}{2}$, б) $\operatorname{ctg}\left(x - \frac{2\pi}{7}\right) \leq 6$.
37. Решите неравенство $\arccos(2x + 5) > \frac{2\pi}{3}$.
38. Решите неравенства а) $\sqrt{8-x} \leq 5$, б) $\sqrt{8-x} > -5$.
39. Решите неравенство $\frac{(x-3)\sqrt{8-x}}{5-3\sqrt{5}} \geq 0$.
40. Решите неравенство $\sqrt{x^2 - x + 2} > 2x + 4$.
41. Решите неравенство $\sqrt{\frac{3x+1}{x-6}} \geq 2$.
42. Решите уравнение $8^{-4x-2} = 9^{x+3}$.
43. Докажите единственность корня уравнения $6^{3x+3} = -8x-7$. Найдите этот корень.
44. Решите уравнение $5^{11|x|-4} = 4$.
45. Решите уравнение $|\log_4(7x+12)| = 2$.
46. Решите неравенство $|8^{2x} - 6 \cdot 8^x| \geq 8$.
47. Решите неравенство $-2 \leq \log_{1/5} \log_6(4x-4) \leq 2$.
48. Решите уравнение $\frac{2 \cos^2 x + 9 \cos x + 4}{2 \sin x - \sqrt{3}} = 0$.
49. Решите неравенство $|2 \sin x - 3 \cos x| \leq \sqrt{\frac{13}{2}}$.
50. Решить неравенство $\log_{\operatorname{tg} x} \left(\frac{5 \operatorname{tg}^2 x}{26} + \frac{5}{26} \right) < 1$.

Вариант 20

- а) Не используя калькулятор и применяя свойства логарифмов, преобразуйте выражение $x = \log_2(\log_3 6,75 + \log_3 \log_2 16)$. б) Определите интервал длины 1 с целыми границами, содержащий точку x .
- Расположите два действительных числа в порядке возрастания, используя свойства тригонометрических функций: $\sin 3,2$ и $\sin 4$.
- Сравните два действительных числа $x_1 = \cos 103^\circ$, $x_2 = 1 - 2 \sin^2 \frac{5\pi}{18}$, используя тригонометрические формулы.
- Дано множество $A = \{x | x^2 - 6x - 7 = 0; x \in \mathbb{N}\}$. Перечислите элементы данного множества. Если количество элементов множества бесконечно, назовите любые четыре элемента данного множества.
- Даны два множества $A = [5; 10)$, $B = [7; 12)$, а также универсальное множество $\Omega = \mathbb{R}$ – числовая ось. а) Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразив множества на числовой оси. Назовите эти множества (интервал, полуинтервал, луч и т.п.). б) Изобразите на координатной плоскости множество $A \times B$ – декартово произведение множеств A и B .
- Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 4y \geq 2x - 1, 2, \\ 7x < 5y + 1, 4. \end{cases}$$
- Изобразите множество точек плоскости $A \cap B \cap C$ в декартовой системе координат, заданных с помощью операций над множествами
$$A = \{(x; y) : y \geq x^2 - 3\}, B = \{(x; y) : y < |x|\},$$
$$C = \{(x; y) : x^2 + y^2 = 1\}.$$
- Вычислите значение заданного выражения $\frac{7!}{4!} + \frac{6!}{3!} + \frac{5!}{2!}$.
- Упростите выражение $\frac{(3n)!}{3(3n-1)! + (3n+1)!}$.
- Для бинома $\left(\sqrt[5]{x} - \frac{1}{\sqrt[6]{x}}\right)^{13}$ найдите а) сумму биномиальных коэффициентов; б) четвертый член разложения; в) наибольший коэффициент в разложении бинома по степеням переменной; г) член разложения, не зависящий от переменной, если существует.

11. Определите ближайшее целое число для $x = \arctg \left(\operatorname{tg} \frac{10\pi}{13} \right)$.
12. Даны три элемента числовой последовательности $a_{10} = 4$, $a_{11} = 12$ и $a_{12} = 20$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является арифметической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{a_n\}$ и разность d . г) Выпишите общий член a_n арифметической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число 524 элементом данной арифметической прогрессии.
- е) Найдите сумму $S_{14} = \sum_{k=1}^{14} a_k$.
13. Даны три элемента числовой последовательности $b_8 = 14$, $b_9 = 42$ и $b_{10} = 126$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является геометрической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{b_n\}$ и знаменатель q . г) Выпишите общий член b_n геометрической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число 654 элементом данной геометрической прогрессии.
- е) Найдите сумму $S_7 = \sum_{k=1}^7 b_k$.
14. Дан квадрат со стороной 20. Середина каждой стороны является вершиной нового квадрата. Далее у нового квадрата находят середины сторон и строят ещё один квадрат. Эти действия продолжают бесконечное число раз. Найдите сумму площадей всех полученных квадратов.
15. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 6 дают в остатке 2.
16. Изобразите график функции $f(x) = \begin{cases} -x/2, & x < 0, \\ 2x, & x \geq 0 \end{cases}$ и найдите её множество значений.
17. Исследуйте функцию $y = -\sqrt{x+1} - 2$ по определению на монотонность, ограниченность, четность, нечетность, периодичность.
18. Постройте графики функций
а) $y = \operatorname{ctg} \left(x - \frac{\pi}{2} \right)$, б) $y = x^3 - 2$, в) $y = 5 \cos x$, г) $y = \sin \frac{x}{2}$,

- д) $y = -7^x$, е) $y = \log_{0,1}(-x)$.
19. Постройте графики функций
 а) $y = |-x^2 + 9|$, б) $y = -\frac{1}{x-2}$, в) $y = 4 - \sqrt{8x-4}$.
20. Постройте график функции обратной к данной функции $y = f(x)$,
 если а) $y = 0, 2x + 1$, б) $y = \cos\left(\frac{x-1}{2}\right)$, $x(\sqrt{2}/2) = 3, 5\pi + 1$.
21. Постройте график функции $y = \max\{f_1(x), f_2(x)\}$, где $f_1(x) = \operatorname{arctg} 0, 5x$,
 $f_2(x) = x + 0, 5\pi$.
22. Постройте график уравнения $\frac{x-2}{1+\sin y} = 0$.
23. Постройте график уравнения $\sqrt{y-2} = x + 1$.
24. Постройте график функции $y = \{x^2 + 2x\}$, где $\{a\}$ — дробная часть
 числа a .
25. Найдите множество точек координатной плоскости Oxy , координаты
 которых удовлетворяют неравенству $|y| \leq (1 - |x|)^2 - 1$.
26. Решите уравнение $5x^3 - 2x^2 + 10x - 4 = 0$.
27. Решите уравнение $(x^2 + 6x + 2)^4 - (x^2 + 6x + 2)^2 - 20 = 0$.
28. Решите уравнение $\frac{1}{x^2 + 4x + 3} - \frac{x+2}{x^2 + 8x + 7} = 0$.
29. Решите уравнение $\frac{x^2 - 4x + 3}{x-2} - \frac{35(x-2)}{x^2 - 4x + 3} - 2 = 0$.
30. Решите неравенство $\frac{(3x - x^2 - 7)(x^2 + 3x - 9)}{x^2 + 4x - 5} > 0$.
31. Решите неравенство $\frac{7}{x+1} + \frac{1}{5x-3} \leq 4$.
32. Решите уравнения а) $\sqrt{4x+1} = 4$, б) $\sqrt{4x+1} = -4$, в) $\sqrt[3]{4x+1} = 4$,
 г) $\sqrt[3]{4x+1} = -4$.
33. Решите уравнение $(x^2 - 2x - 24)\sqrt{8-2x} = 0$.
34. Решите уравнение $\sqrt{x+9} + 2 = \sqrt{x+21}$.

35. Решите неравенства а) $|x + 1| \geq 7$, б) $|x + 1| < 7$ двумя способами:
1) используя геометрический смысл модуля, 2) раскрывая модуль (алгебраическое определение).
36. Решите неравенства а) $\cos 5x > \frac{\sqrt{2}}{2}$, б) $\operatorname{tg} \left(x - \frac{5\pi}{12} \right) \leq 3$.
37. Решите неравенство $\operatorname{arctg} (3x + 2) < -\frac{\pi}{4}$.
38. Решите неравенства а) $\sqrt{8 - x} > 5$, б) $\sqrt{8 - x} \leq -5$.
39. Решите неравенство $\frac{(x - 3)\sqrt{8 - x}}{4\sqrt{3} - 5} > 0$.
40. Решите неравенство $\sqrt{x + 1} \leq x - 5$.
41. Решите неравенство $\sqrt{\frac{6 - x}{2x + 3}} < 2$.
42. Решите уравнение $6^{4x+2} = 7^{x-3}$.
43. Докажите единственность корня уравнения $\log_7 (2x + 3) = -6x - 6$.
Найдите этот корень.
44. Решите уравнение $|6^{x+1} - 4| = \frac{23}{6}$.
45. Решите уравнение $\lg |5x + 1| = 4 \lg 3$.
46. Решите неравенство $|2 \cdot 3^{x+1} - 3^{2x}| > 9$.
47. Решите неравенство $-4 \leq \log_2 \log_{1/7}(x + 2) \leq 1$.
48. Решите уравнение $\frac{2 \sin^2 x + 13 \sin x + 6}{2 \cos x + \sqrt{3}} = 0$.
49. Решите неравенство $|3 \sin x - 3 \cos x| \geq \frac{3}{\sqrt{2}}$.
50. Решите неравенство $\log_{\operatorname{ctg} x} \left(\frac{5 \operatorname{ctg}^2 x}{16} + \frac{3}{16} \right) > 1$.

Вариант 21

- а) Не используя калькулятор и применяя свойства логарифмов, преобразуйте выражение $x = \frac{\log_{13} 7 - \log_{13} 14}{2 \log_{13} 3}$. б) Определите интервал длины 1 с целыми границами, содержащий точку x .
- Расположите два действительных числа в порядке возрастания, используя свойства тригонометрических функций: $\sin 1$ и $\cos 2$.
- Сравните два действительных числа $x_1 = \frac{1}{\cos 18^\circ}$, $x_2 = 2 \sin \frac{\pi}{10}$, используя тригонометрические формулы.
- Дано множество $A = \{x | x \in \mathbb{Z}; x \in (-5; 1]\}$. Перечислите элементы данного множества. Если количество элементов множества бесконечно, назовите любые четыре элемента данного множества.
- Даны два множества $A = (-5; 0]$, $B = (-3; 2]$, а также универсальное множество $\Omega = \mathbb{R}$ – числовая ось. а) Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразив множества на числовой оси. Назовите эти множества (интервал, полуинтервал, луч и т.п.). б) Изобразите на координатной плоскости множество $A \times B$ – декартово произведение множеств A и B .
- Решите систему неравенств $\begin{cases} 0, 3x - 0, 6y \leq -0, 9, \\ 0, 2x - 0, 4y > -0, 6. \end{cases}$
- Изобразите множество точек плоскости $A \cap B \cap \bar{C}$ в декартовой системе координат, заданных с помощью операций над множествами
$$A = \{(x; y) | y = |x|\}, B = \{(x; y) | y > 1/x\}, C = \{(x; y) | x > 0\}.$$
- Вычислите значение заданного выражения $\frac{10! - 9! - 8!}{9! - 8!}$.
- Упростите выражение $\frac{1}{2} \left(\frac{(n+k)!}{(n+k-2)!} + \frac{(n+k+1)!}{(n+k-1)!} \right)$.
- Для бинома $(x^{-\frac{1}{5}} + x^{\frac{1}{3}})^{10}$ найдите а) сумму биномиальных коэффициентов; б) четвертый член разложения; в) наибольший коэффициент в разложении бинома по степеням переменной; г) член разложения, не зависящий от переменной, если существует.

11. Определите ближайшее целое число для $x = \operatorname{arctg}(\operatorname{ctg} 17)$.
12. Даны три элемента числовой последовательности $a_5 = 9$, $a_6 = 15$ и $a_7 = 21$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является арифметической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{a_n\}$ и разность d . г) Выпишите общий член a_n арифметической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число -116 элементом данной арифметической прогрессии. е) Найдите сумму $S_6 = \sum_{k=1}^6 a_k$.
13. Даны три элемента числовой последовательности $b_4 = 19$, $b_5 = 38$ и $b_6 = 76$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является геометрической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{b_n\}$ и знаменатель q . г) Выпишите общий член b_n геометрической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число $2, 125$ элементом данной геометрической прогрессии. е) Найдите сумму $S_8 = \sum_{k=1}^8 b_k$.
14. Дан квадрат со стороной 21. Середина каждой стороны является вершиной нового квадрата. Далее у нового квадрата находят середины сторон и строят ещё один квадрат. Эти действия продолжают бесконечное число раз. Найдите сумму площадей всех полученных квадратов.
15. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 16 дают в остатке 11.
16. Изобразите график функции $f(x) = \begin{cases} -x, & x < 0, \\ \sin x, & x \geq 0 \end{cases}$ и найти её множество значений.
17. Исследуйте функцию $y = \operatorname{arctg}(-2x)$ по определению на монотонность, ограниченность, четность, нечетность, периодичность.
18. Постройте графики функций
а) $y = \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$, б) $y = x^5 - 1$, в) $y = \frac{1}{2} \cos x$, г) $y = \sin \frac{x}{3}$,

д) $y = -3^x$, е) $y = \log_{\pi-3}(-x)$.

19. Постройте графики функций

а) $y = |x^2 - 5|$, б) $y = -\frac{1}{x-2}$, в) $y = 1 + (2x - 4)^3$.

20. Постройте график функции, обратной к данной функции $y = f(x)$, если а) $y = -x + 2$, б) $y = \log_{0,3}(x - 2)$.

21. Постройте график функции $y = \max\{f_1(x), f_2(x)\}$, где $f_1(x) = 1$, $f_2(x) = \operatorname{tg}(x - 0, 5\pi)$,

22. Постройте график уравнения $\frac{x+1}{\arcsin y} = 0$.

23. Постройте график уравнения $\sqrt{2x+1} = \sqrt{2x-3y+1}$.

24. Постройте график функции $y = [3-x^2]$, где $[a]$ — целая часть числа a .

25. Найдите множество точек координатной плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|y| \leq \left| \log_{\frac{1}{2}} |x| \right|$.

26. Решите уравнение $2x^3 + 5x^2 - 4x - 10 = 0$.

27. Решите уравнение $(x^2 - 4x + 2)^4 - 6(x^2 - 4x + 2)^2 - 7 = 0$.

28. Решите уравнение $\frac{x+4}{x^2-2x-8} + \frac{3}{x^2+9x+14} = 0$.

29. Решите уравнение $\frac{x^2+4x+5}{x+4} + \frac{8(x+4)}{x^2+4x+5} - 6 = 0$.

30. Решите неравенство $\frac{(x^2-5x-1)(x^2-11x+28)}{x^2-6x+8} \geq 0$.

31. Решите неравенство $\frac{5}{2x+7} - \frac{4}{x+8} < \frac{1}{9}$.

32. Решите уравнения а) $\sqrt{3x-1} = 3$, б) $\sqrt{3x-1} = -3$, в) $\sqrt[3]{3x-1} = 3$, г) $\sqrt[3]{3x-1} = -3$.

33. Решите уравнение $5\sqrt{x+2} = 2x+6$.

34. Решите уравнение $\sqrt{3x+7}\sqrt{3x-2} = 2x+8$.

35. Решите неравенства а) $|x - 2| \leq 5$, б) $|x - 2| > 5$ двумя способами:
1) используя геометрический смысл модуля, 2) раскрывая модуль (алгебраическое определение).
36. Решите неравенства а) $\sin 4x < \frac{\sqrt{3}}{2}$, б) $\operatorname{ctg} \left(x + \frac{4\pi}{3} \right) > -2$.
37. Решите неравенство $3 \operatorname{arccotg} (6x - 3) > \pi$.
38. Решите неравенства а) $\sqrt{x - 4} < 1$, б) $\sqrt{x - 4} \geq -1$.
39. Решите неравенство $\frac{(5\sqrt{2} - 8)\sqrt{x - 7}}{x - 4} \leq 0$.
40. Решите неравенство $\sqrt{2x + 1} > x - 1$.
41. Решите неравенство $\sqrt{\frac{2x + 3}{6 - x}} > 2$.
42. Решите уравнение $2^{5x-2} = 6^{x-2}$.
43. Докажите единственность корня уравнения $3 \cdot 9^{2x-1} = \frac{1}{3} - 11x$. Найдите этот корень.
44. Решите уравнение $7^{8|x|-11} = 11$.
45. Решите уравнение $|\log_7 (8x - 3)| = 1$.
46. Решите неравенство $|3^{x+2} - 3^{2x}| < 20$.
47. Решите неравенство $-2 \leq \log_{1/5} \log_6 (2x - 3) \leq 2$.
48. Решите уравнение $\frac{2 \cos^2 x + 5 \cos x + 2}{2 \sin x - \sqrt{3}} = 0$.
49. Решите неравенство $|\sin x - \cos x| \leq 1$.
50. Решите неравенство $\log_{\operatorname{tg} x} \left(\frac{4 \operatorname{tg}^2 x}{21} + \frac{5}{21} \right) < 1$.

Вариант 22

- а) Не используя калькулятор и применяя свойства логарифмов, преобразуйте выражение $x = \frac{\log_2 5 - 4^{\log_2 3}}{\log_2 7}$. б) Определите интервал длины 1 с целыми границами, содержащий точку x .
- Расположите два действительных числа в порядке возрастания, используя свойства тригонометрических функций: $\operatorname{ctg} 304^\circ$ и $\operatorname{ctg} 6$.
- Даны два действительных числа $x_1 = \sin 111^\circ \cdot \sin 21^\circ$, $x_2 = \cos 112^\circ \cdot \cos 158^\circ$. Сравните их, используя тригонометрические формулы.
- Дано множество $A = \{x \mid x^3 - 5x^2 - 6x = 0; x \in \mathbb{N}\}$. Перечислите элементы данного множества. Если количество элементов множества бесконечно, назовите любые четыре элемента данного множества.
- Даны два множества $A = (-\infty; 1)$, $B = [0; 2]$, а также универсальное множество $\Omega = \mathbb{R}$ – числовая ось. а) Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразив множества на числовой оси. Назовите эти множества (интервал, полуинтервал, луч и т.п.). б) Изобразите на координатной плоскости множество $A \times B$ – декартово произведение множеств A и B .
- Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 1, 5x + 0, 75y \geq 0, 75, \\ 2, 4x + 1, 2y < 1, 2. \end{cases}$$
- Изобразите множество точек плоскости $A \cap \bar{B} \cap C$ в декартовой системе координат, заданных с помощью операций над множествами
$$A = \{(x; y) \mid x^2 + y^2 = 9\}, B = \{(x; y) \mid y > x + 3\}, C = \{(x; y) \mid y < -x\}.$$
- Вычислите значение заданного выражения $\frac{10! + 9! + 8!}{9! + 8!}$.
- Упростите выражение $\frac{n!}{(n-3)!} + \frac{3n!}{(n-2)!}$.
- Для бинома $\left(x^{-\frac{1}{5}} + x^{\frac{1}{3}}\right)^8$ найдите а) сумму биномиальных коэффициентов; б) третий член разложения; в) наибольший коэффициент в разложении бинома по степеням переменной; г) член разложения, не зависящий от переменной, если существует.

11. Определите ближайшее целое число для $x = \operatorname{arctg} \left(\operatorname{ctg} \frac{15\pi}{11} \right)$.
12. Даны три элемента числовой последовательности $a_{11} = -9$, $a_{12} = -11$ и $a_{13} = -13$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является арифметической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{a_n\}$ и разность d . г) Выпишите общий член a_n арифметической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число 0 элементом данной арифметической прогрессии. е) Найдите сумму $S_{15} = \sum_{k=1}^{15} a_k$.
13. Даны три элемента числовой последовательности $b_9 = 9$, $b_{10} = -18$ и $b_{11} = 36$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является геометрической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{b_n\}$ и знаменатель q . г) Выпишите общий член b_n геометрической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число 243 элементом данной геометрической прогрессии. е) Найдите сумму $S_7 = \sum_{k=1}^7 b_k$.
14. Дан квадрат со стороной 22. Середина каждой стороны является вершиной нового квадрата. Далее у нового квадрата находят середины сторон и строят ещё один квадрат. Эти действия продолжают бесконечное число раз. Найдите сумму площадей всех полученных квадратов.
15. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 7 дают в остатке 5.
16. Изобразите график функции $f(x) = \begin{cases} x + 2, & x \leq -1, \\ x^2, & -1 < x < 1, \\ -x + 2, & x \geq 1 \end{cases}$ и найдите её множество значений.
17. Исследуйте функцию $y = -\operatorname{arctg} x + 1$ по определению на монотонность, ограниченность, четность, нечетность, периодичность.

18. Постройте графики функций

а) $y = \operatorname{ctg}\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)$, б) $y = x^5 + 1$, в) $y = \frac{1}{5} \sin x$, г) $y = \cos \frac{x}{4}$,
д) $y = -7^x$, е) $y = \log_3(-x)$.

19. Постройте графики функций

а) $y = |\sin 2x|$, б) $y = \frac{2}{x+3}$, в) $y = 2 + (4x - 2)^3$.

20. Постройте график функции, обратной к данной функции $y = f(x)$, если а) $y = -x - 2$, б) $y = 3 \cos(2 + x)$, $x(3\sqrt{2}/2) = -2 - 2, 25\pi$.

21. Постройте график функции $y = \max\{f_1(x), f_2(x)\}$, где $f_1(x) = \operatorname{ctg}(x + 0, 5\pi)$, $f_2(x) = 1$.

22. Постройте график уравнения $\frac{x+1}{\sqrt{y-4y^2}} = 0$.

23. Постройте график уравнения $\ln(4 - 2x) = \ln(6 - 3y)$.

24. Постройте график функции $y = \{3 - x^2\}$, где $\{a\}$ — дробная часть числа a .

25. Найдите множество точек координатной плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|y| \geq |(x - 1)^3 + 1|$.

26. Решите уравнение $x^3 - 3x^2 - 2x + 6 = 0$.

27. Решите уравнение $(x^2 + 6x + 3)^4 + 5(x^2 + 6x + 3)^2 - 14 = 0$.

28. Решите уравнение $\frac{2}{x^2 + 6x + 8} + \frac{x+1}{x^2 - 3x - 10} = 0$.

29. Решите уравнение $\frac{x^2 - x - 3}{x+1} - \frac{15(x+1)}{x^2 - x - 3} - 2 = 0$.

30. Решите неравенство $\frac{(x^2 - 2x - 15)(x^2 + 9x + 18)}{x^2 + 7x + 3} \leq 0$.

31. Решите неравенство $\frac{1}{4x+1} + \frac{2}{x+4} > \frac{3}{5}$.

32. Решите уравнения а) $\sqrt{5x-7} = 2$, б) $\sqrt{5x-7} = -2$, в) $\sqrt[3]{5x-7} = 2$,
г) $\sqrt[3]{5x-7} = -2$.

33. Решите уравнение $(4x^2 - 33x + 8)\sqrt{2x - 3} = 0$.
34. Решите уравнение $\sqrt{x - 3} = \sqrt{x + 5} - 2$.
35. Решите неравенства а) $|x + 2| \leq 4$, б) $|x + 2| > 4$ двумя способами:
1) используя геометрический смысл модуля, 2) раскрывая модуль (алгебраическое определение).
36. Решите неравенства а) $\cos 4x < \frac{\sqrt{3}}{2}$, б) $\operatorname{ctg} \left(x - \frac{5\pi}{6} \right) \geq 7$.
37. Решите неравенство $\operatorname{arctg} (4x - 3) \geq \frac{\pi}{3}$.
38. Решите неравенства а) $\sqrt{x - 4} \geq 1$, б) $\sqrt{x - 4} < -1$.
39. Решите неравенство $\frac{(5 - 4\sqrt{2})\sqrt{x + 7}}{x - 4} < 0$.
40. Решите неравенство $\sqrt{x^2 - 5x + 4} > x - 3$.
41. Решите неравенство $\sqrt{\frac{x - 4}{2x + 3}} \leq 2$.
42. Решите уравнение $9^{3-x} = 7^{2x-1}$.
43. Докажите единственность корня уравнения $\log_9 (4x + 81) = 2 - 9x$.
Найдите этот корень.
44. Решите уравнение $|2 \cdot 6^x - 1| = \frac{17}{18}$.
45. Решите уравнение $\log_7 |3x - 3| = -2$.
46. Решите неравенство $|5^{2x} - 7 \cdot 5^x| \leq 10$.
47. Решите неравенство $-4 \leq \log_{1/4} \log_3 (4x + 1) \leq 2$.
48. Решите уравнение $\frac{2 \sin^2 x - \sqrt{2} \sin x + 8 \sin x - 2^{\frac{5}{2}}}{2 \cos x - \sqrt{2}} = 0$.
49. Решите неравенство $|\sin x - 2 \cos x| \geq \frac{\sqrt{15}}{2}$.
50. Решите неравенство $\log_{\operatorname{ctg} x} \left(\frac{\operatorname{ctg}^2 x}{4} + \frac{3}{4} \right) > 1$.

Вариант 23

1. а) Не используя калькулятор и применяя свойства логарифмов, преобразуйте выражение $x = 4^{\log_6 27} - \log_2 5$. б) Определите интервал длины 1 с целыми границами, содержащий точку x .
2. Расположите два действительных числа в порядке возрастания, используя свойства тригонометрических функций: $\operatorname{tg} 231^\circ$ и $\sin \frac{78\pi}{45}$.
3. Сравните два действительных числа $x_1 = \frac{1}{\operatorname{tg} 17^\circ}$, $x_2 = \operatorname{ctg} 200^\circ$, используя тригонометрические формулы.
4. Дано множество $A = \left\{ x \mid x = \frac{p}{3}; p \in \mathbb{N}; x \leq 2 \right\}$. Перечислите элементы данного множества. Если количество элементов множества бесконечно, назовите любые четыре элемента данного множества.
5. Даны два множества $A = (-\infty; -2]$, $B = (-5; 0)$, а также универсальное множество $\Omega = \mathbb{R}$ – числовая ось. а) Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразив множества на числовой оси. Назовите эти множества (интервал, полуинтервал, луч и т.п.). б) Изобразите на координатной плоскости множество $A \times B$ – декартово произведение множеств A и B .
6. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} x + y \leq 2, \\ 3x - y < 2. \end{cases}$$
7. Изобразите множество точек плоскости $A \cap B \cap \bar{C}$ в декартовой системе координат, заданных с помощью операций над множествами
$$A = \{(x; y) \mid y > x^3\}, \quad B = \{(x; y) \mid x = -1\}, \quad C = \{(x; y) \mid y \leq 4x\}.$$
8. Вычислите значение заданного выражения $\frac{6! \cdot 14}{8!}$.
9. Упростите выражение $\frac{(n!)^2 \cdot (n^2 - 4)}{(n+2)! \cdot ((n+1)! - n!)}$.
10. Для бинома $(3x + 2x^{-3})^8$ найдите а) сумму биномиальных коэффициентов; б) третий член разложения; в) наибольший коэффициент в разложении бинома по степеням переменной; г) член разложения, не зависящий от переменной, если существует.

11. Определите ближайшее целое число для $x = \operatorname{arccotg}(\operatorname{tg} 11)$.
12. Даны три элемента числовой последовательности $a_8 = 14$, $a_9 = 11$ и $a_{10} = 8$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является арифметической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{a_n\}$ и разность d . г) Выпишите общий член a_n арифметической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число 41 элементом данной арифметической прогрессии. е)

Найдите сумму $S_{18} = \sum_{k=1}^{18} a_k$.

13. Даны три элемента числовой последовательности $b_{13} = 2$, $b_{14} = 1$ и $b_{15} = 0,5$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является геометрической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{b_n\}$ и знаменатель q . г) Выпишите общий член b_n геометрической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число 32 элементом данной геометрической прогрессии.

е) Найдите сумму $S_5 = \sum_{k=1}^5 b_k$.

14. Дан квадрат со стороной 23. Середина каждой стороны является вершиной нового квадрата. Далее у нового квадрата находят середины сторон и строят ещё один квадрат. Эти действия продолжают бесконечное число раз. Найдите сумму площадей всех полученных квадратов.
15. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 10 дают в остатке 8.
16. Изобразите график и найдите множество значений функции

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & x \leq -2, \\ -x^2 - 2x, & -2 < x < 0, \\ 0, & x \geq 0. \end{cases}$$

17. Исследуйте функцию $y = \sin^2 x$ по определению на монотонность, ограниченность, четность, нечетность, периодичность.

18. Постройте графики функций

а) $y = \arcsin(x - 1)$, б) $y = \log_2 x + 1$, в) $y = \frac{1}{5} \operatorname{tg} x$, г) $y = \cos \frac{x}{2}$,
д) $y = -3^x$, е) $y = \lg(-x)$.

19. Постройте графики функций

а) $y = |\cos 3x|$, б) $y = \frac{4}{x+1}$, в) $y = 1 + \operatorname{arctg}(2x - 3, 5\pi)$.

20. Постройте график функции, обратной к данной функции $y = f(x)$, если а) $y = 2x + 3$, б) $y = \operatorname{tg}(3x) + 0,5$, $x(1, 5) = -\frac{\pi}{4}$.

21. Постройте график функции $y = \max\{f_1(x), f_2(x)\}$, где $f_1(x) = \arcsin(2x)$, $f_2(x) = x + 0, 5\pi - 1$.

22. Постройте график уравнения $\frac{y+1}{\ln x} = 0$.

23. Постройте график уравнения $\frac{1}{2x+3y} = \frac{1}{4x-3y-6}$.

24. Постройте график функции $y = [(x+3)^2]$, где $[a]$ — целая часть числа a .

25. Найдите множество точек координатной плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|y| \geq \frac{1}{|x|} + 1$.

26. Решите уравнение $3x^3 + 4x^2 + 3x + 4 = 0$.

27. Решите уравнение $(x^2 - 8x + 7)^4 - 3(x^2 - 8x + 7)^2 - 18 = 0$.

28. Решите уравнение $\frac{x+3}{x^2-3x-10} - \frac{4}{x^2-4x-12} = 0$.

29. Решите уравнение $\frac{x^2+2x-1}{x-3} + \frac{18(x-3)}{x^2+2x-1} + 9 = 0$.

30. Решите неравенство $\frac{(x^2-9x-2)(x^2-7x+6)}{36-x^2} > 0$.

31. Решите неравенство $\frac{4}{2x+3} - \frac{3}{x+4} \leq \frac{1}{5}$.

32. Решите уравнения а) $\sqrt{3-x} = 4$, б) $\sqrt{3-x} = -4$, в) $\sqrt[3]{3-x} = 4$,
г) $\sqrt[3]{3-x} = -4$.

33. Решите уравнение $\sqrt{3x + 16} = x + 6$.
34. Решите уравнение $\sqrt{x + 9}\sqrt{2x + 11} = x + 7$.
35. Решите неравенства а) $|x - 3| \geq 3$, б) $|x - 3| < 3$ двумя способами:
1) используя геометрический смысл модуля, 2) раскрывая модуль (алгебраическое определение).
36. Решите неравенства а) $\sin 6x < \frac{\sqrt{2}}{2}$, б) $\operatorname{tg}\left(x + \frac{6\pi}{7}\right) > -3$.
37. Решите неравенство $\operatorname{arccotg}(2 - 3x) < \frac{\pi}{4}$.
38. Решите неравенства а) $\sqrt{5x + 2} \leq 2$, б) $\sqrt{5x + 2} > -2$.
39. Решите неравенство $\frac{x - 2}{(6\sqrt{3} - 11)\sqrt{x + 5}} \geq 0$.
40. Решите неравенство $\sqrt{x^2 - 9} \geq 2x - 6$.
41. Решите неравенство $\sqrt{\frac{2x + 3}{x - 4}} \geq 2$.
42. Решите уравнение $5^{x-2} = 9^{3x-3}$.
43. Докажите единственность корня уравнения $2 \cdot 6^{x+1} = -10x - 8$. Найдите этот корень.
44. Решите уравнение $7^{9|x|-6} = 4$.
45. Решите уравнение $|\log_5(9x + 5)| = 2$.
46. Решите неравенство $|5^{2x} - 7 \cdot 5^x| \geq 12$.
47. Решите неравенство $-4 \leq \log_{1/4} \log_3(4x + 1) \leq 2$.
48. Решите уравнение $\frac{2 \cos^2 x + \sqrt{3} \cos x + 8 \cos x + 4\sqrt{3}}{2 \sin x - 1} = 0$.
49. Решите неравенство $|3 \sin x + \cos x| \leq \sqrt{\frac{15}{2}}$.
50. Решите неравенство $\log_{\operatorname{tg} x} \left(\frac{\operatorname{tg}^2 x}{5} + \frac{4}{5} \right) < 1$.

Вариант 24

1. а) Не используя калькулятор и применяя свойства логарифмов, преобразуйте выражение $x = 25^{\log_5 2} + \lg \frac{1}{2}$. б) Определите интервал длины 1 с целыми границами, содержащий точку x .
2. Расположите два действительных числа в порядке возрастания, используя свойства тригонометрических функций: $\sin 123^\circ$ и $\sin \frac{7\pi}{9}$.
3. Сравните два действительных числа $x_1 = \frac{1}{\operatorname{ctg} 37^\circ}$, $x_2 = \operatorname{tg} \frac{2\pi}{9}$ используя тригонометрические формулы.
4. Дано множество $A = \{x | x = p^2 - 5; p \in \mathbb{Z}; x \leq 0\}$. Перечислите элементы данного множества. Если количество элементов множества бесконечно, назовите любые четыре элемента данного множества.
5. Даны два множества $A = (1; +\infty)$, $B = [0; 2]$, а также универсальное множество $\Omega = \mathbb{R}$ – числовая ось. а) Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразив множества на числовой оси. Назовите эти множества (интервал, полуинтервал, луч и т.п.). б) Изобразите на координатной плоскости множество $A \times B$ – декартово произведение множеств A и B .
6. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} x + 3y \geq 0, \\ 0,5x - y > 2,5. \end{cases}$$
7. Изобразите множество точек плоскости $\bar{A} \cap \bar{B} \cap C$ в декартовой системе координат, заданных с помощью операций над множествами
$$A = \{(x; y) | x^2 + y^2 \leq 4\}, B = \{(x; y) | y \leq 1\}, C = \{(x; y) | y = 2x + 1\}.$$
8. Вычислите значение заданного выражения $\frac{11! - 10!}{9!}$.
9. Упростите выражение $\frac{(3n - 1)! + (3n - 2)!}{(3n)!}$.
10. Для бинома $\left(x^2 - \frac{1}{x^3}\right)^9$ найдите а) сумму биномиальных коэффициентов; б) шестой член разложения; в) наибольший коэффициент в

разложении бинома по степеням переменной; г) член разложения, не зависящий от переменной, если существует.

11. Определите ближайшее целое число для $x = \arcsin(\sin 3)$.
12. Даны три элемента числовой последовательности $a_5 = -10$, $a_6 = -15$ и $a_7 = -20$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является арифметической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{a_n\}$ и разность d . г) Выпишите общий член a_n арифметической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число -268 элементом данной арифметической прогрессии. е) Найдите сумму $S_{13} = \sum_{k=1}^{13} a_k$.
13. Даны три элемента числовой последовательности $b_{10} = 2$, $b_{11} = -1$ и $b_{12} = 0,5$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является геометрической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{b_n\}$ и знаменатель q . г) Выпишите общий член b_n геометрической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число 32 элементом данной геометрической прогрессии. е) Найдите сумму $S_9 = \sum_{k=1}^9 b_k$.
14. Дан квадрат со стороной 24 . Середина каждой стороны является вершиной нового квадрата. Далее у нового квадрата находят середины сторон и строят ещё один квадрат. Эти действия продолжают бесконечное число раз. Найдите сумму площадей всех полученных квадратов.
15. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 11 дают в остатке 1 .
16. Изобразите график и найти множество значений функции

$$f(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0, \\ 1/x, & x > 0. \end{cases}$$

17. Исследуйте функцию $y = \cos^2 x$ по определению на монотонность, ограниченность, четность, нечетность, периодичность.

18. Постройте графики функций

а) $y = \arccos(x - 2)$, б) $y = \log_3 + 2$, в) $y = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x$, г) $y = \left(\frac{x}{4}\right)^2$,
д) $y = -2^x$, е) $y = \operatorname{arccctg}(-x)$.

19. Постройте графики функций

а) $y = |\operatorname{tg} 0,5x|$, б) $y = \frac{5}{x-3}$, в) $y = \operatorname{arccctg}(2x - 4) - 1$.

20. Постройте график функции, обратной к данной функции $y = f(x)$, если а) $y = 3x - 6$, б) $y = 0, 2^x$.

21. Постройте график функции $y = \max\{f_1, f_2\}$, где $f_1(x) = \sqrt{x-1}$, $f_2(x) = -x + 1$.

22. Постройте график уравнения $\frac{y+2}{\sqrt{3x^2-x}} = 0$.

23. Постройте график уравнения $\sqrt{y+1} = x - 2$.

24. Постройте график функции $y = \{(x+3)^2\}$, где $\{a\}$ — дробная часть числа a .

25. Найдите множество точек координатной плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|3x - 6| + |y + 3| \leq 3$.

26. Решите уравнение $3x^3 - 5x^2 + 3x - 5 = 0$.

27. Решите уравнение $(x^2 - 3x + 3)^4 - (x^2 - 3x + 3)^2 - 12 = 0$.

28. Решите уравнение $\frac{5}{x^2 - 5x - 14} + \frac{2x - 1}{x^2 + x - 2} = 0$.

29. Решите уравнение $\frac{x^2 - 7x + 2}{x + 3} - \frac{14(x + 3)}{x^2 - 7x + 2} - 5 = 0$.

30. Решите неравенство $\frac{(x^2 - 11x + 18)(x^2 + 11x + 1)}{x^2 - 8x - 9} \geq 0$.

31. Решите неравенство $\frac{8}{x-3} + \frac{7}{3x-1} < -\frac{1}{2}$.

32. Решите уравнения а) $\sqrt{1-4x} = 5$, б) $\sqrt{1-4x} = -5$, в) $\sqrt[3]{1-4x} = 5$,
г) $\sqrt[3]{1-4x} = -5$.

33. Решите уравнение $2(x^2 + 17x - 9)\sqrt{x+7} = 0$.

34. Решите уравнение $\sqrt{6-x} - 2 = \sqrt{-2-x}$.
35. Решите неравенства а) $|x+3| \geq 6$, б) $|x+3| < 6$ двумя способами:
1) используя геометрический смысл модуля, 2) раскрывая модуль (алгебраическое определение).
36. Решите неравенства а) $\cos 6x < \frac{\sqrt{2}}{2}$, б) $\operatorname{ctg} \left(x + \frac{3\pi}{8} \right) \geq 3$.
37. Решите неравенство $\operatorname{arctg} (3x - 2) > \frac{\pi}{4}$.
38. Решите неравенства а) $\sqrt{5x+2} > 2$, б) $\sqrt{5x+2} \leq -2$.
39. Решите неравенство $\frac{(x-2)\sqrt{x+5}}{4\sqrt{5}-9} > 0$.
40. Решите неравенство $\sqrt{5-x} < x-3$.
41. Решите неравенство $\sqrt{\frac{2x+3}{4-x}} > 2$.
42. Решите уравнение $5^{4-3x} = 6^{3x-2}$.
43. Докажите единственность корня уравнения $\log_9 \left(3x - \frac{26}{9} \right) = 8 - 9x$.
Найдите этот корень.
44. Решите уравнение $|3 \cdot 2^x - 4| = 1$.
45. Решите уравнение $\log_9 |4x - 4| = \frac{1}{2}$.
46. Решите неравенство $|5^{2x} - 6 \cdot 5^x| > 5$.
47. Решите неравенство $-3 \leq \log_4 \log_{1/7} (3x + 3) \leq 1$.
48. Решите уравнение $\frac{2 \sin^2 x - \sqrt{2} \sin x - 12 \sin x + 32^{\frac{3}{2}}}{2 \cos x - \sqrt{2}} = 0$.
49. Решите неравенство $|2 \sin x - \cos x| \geq \frac{\sqrt{15}}{2}$.
50. Решите неравенство $\log_{\operatorname{ctg} x} (5 \operatorname{ctg} x - 4) > 2$.

Вариант 25

- а) Не используя калькулятор и применяя свойства логарифмов, преобразуйте выражение $x = \log_3 27 - \frac{\log_5 7}{\log_5 2}$. б) Определите интервал длины 1 с целыми границами, содержащий точку x .
- Расположите два действительных числа в порядке возрастания, используя свойства тригонометрических функций: $\operatorname{ctg} \frac{11\pi}{12}$ и $\cos \frac{9\pi}{5}$.
- Сравните два действительных числа $x_1 = \cos 103^\circ$, $x_2 = 2 \cos^2 \frac{5\pi}{18} - 1$, используя тригонометрические формулы.
- Дано множество $A = \left\{ x \mid x = -\frac{3p^2}{2} + 2; p \in \mathbb{Z}; x \geq 0 \right\}$. Перечислите элементы данного множества. Если количество элементов множества бесконечно, назовите любые четыре элемента данного множества.
- Даны два множества $A = [-2; +\infty)$, $B = (-5; 0)$, а также универсальное множество $\Omega = \mathbb{R}$ – числовая ось. а) Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразив множества на числовой оси. Назовите эти множества (интервал, полуинтервал, луч и т.п.). б) Изобразите на координатной плоскости множество $A \times B$ – декартово произведение множеств A и B .
- Решите систему неравенств
$$\begin{cases} x - y < -4, \\ 2x + 5y \geq 6. \end{cases}$$
- Изобразите множество точек плоскости $A \cap \bar{B} \cap \bar{C}$ в декартовой системе координат, заданных с помощью операций над множествами
$$A = \{(x; y) \mid y \geq x^2\}, B = \{(x; y) \mid y \leq 1/x\}, C = \{(x; y) \mid x^2 + y^2 = 1\}.$$
- Вычислите значение заданного выражения $\frac{12! + 12 \cdot 12!}{13!}$.
- Упростите выражение $\frac{n!}{(k-1)! \cdot (n-k+1)!} : \frac{n!}{(k+1)! \cdot (n-k-1)!}$.
- Для бинома $\left(2x + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^9$ найдите а) сумму биномиальных коэффициентов; б) пятый член разложения; в) наибольший коэффициент в

разложении бинома по степеням переменной; г) член разложения, не зависящий от переменной, если существует.

11. Определите ближайшее целое число для $x = \arccos(\sin 10)$.
12. Даны три элемента числовой последовательности $a_4 = -2$, $a_5 = 7$ и $a_6 = 16$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является арифметической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{a_n\}$ и разность d . г) Выпишите общий член a_n арифметической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число -218 элементом данной арифметической прогрессии.

е) Найдите сумму $S_9 = \sum_{k=1}^9 a_k$.

13. Даны три элемента числовой последовательности $b_4 = 17$, $b_5 = 51$ и $b_6 = 153$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является геометрической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{b_n\}$ и знаменатель q . г) Выпишите общий член b_n геометрической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число 5546 элементом данной геометрической прогрессии.

е) Найдите сумму $S_7 = \sum_{k=1}^7 b_k$.

14. Дан квадрат со стороной 25. Середина каждой стороны является вершиной нового квадрата. Далее у нового квадрата находят середины сторон и строят ещё один квадрат. Эти действия продолжают бесконечное число раз. Найдите сумму площадей всех полученных квадратов.
15. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 12 дают в остатке 2.
16. Изобразите график и найдите множество значений функции

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 0, \\ \operatorname{arctg} x, & x > 0. \end{cases}$$

17. Исследуйте функцию $y = \sin^2 x + 3$ по определению на монотонность, ограниченность, четность, нечетность, периодичность.

18. Постройте графики функций

а) $y = \arcsin(x + 2)$, б) $y = \log_{0,5} - 1$, в) $y = \frac{1}{3} \operatorname{arctg} x$, г) $y = \left(\frac{x}{5}\right)^2$,
д) $y = -0,3^x$, е) $y = \ln(-x)$.

19. Постройте графики функций

а) $y = |\arcsin 0,5x|$, б) $y = 2\sqrt{x-1}$, в) $y = 2 - \frac{1}{2x+4}$.

20. Постройте график функции, обратной к данной функции $y = f(x)$,

если а) $y = 2x - 0,5$, б) $y = \cos\left(\frac{3x}{2}\right)$, $x(\sqrt{2}/2) = 1,5\pi$.

21. Постройте график функции $y = \max\{f_1, f_2\}$, где $f_1(x) = \sqrt{x-2}$,
 $f_2(x) = -x + 2$.

22. Постройте график уравнения $\frac{y+2}{\arccos(1/x)} = 0$.

23. Постройте график уравнения $\sqrt{5-x} = \sqrt{4-2y}$.

24. Постройте график функции $y = [(x-3)^2]$, где $[a]$ — целая часть числа a .

25. Найдите множество точек координатной плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|y| \leq \lg|x-1|$.

26. Решите уравнение $3x^3 + 4x^2 + 4x + 3 = 0$.

27. Решите уравнение $(2x^2 - x - 4)^4 + (2x^2 - x - 4)^2 - 20 = 0$.

28. Решите уравнение $\frac{3x+2}{x^2+8x+12} - \frac{5}{x^2+7x+10} = 0$.

29. Решите уравнение $\frac{x^2-4x-4}{x+2} - \frac{12(x+2)}{x^2-4x-4} - 4 = 0$.

30. Решите неравенство $\frac{(x^2+7x+10)(x^3+125)}{x^2-13x+10} \geq 0$.

31. Решите неравенство $\frac{2}{5x-1} - \frac{1}{x-5} < \frac{3}{4}$.

32. Решите уравнения а) $\sqrt{8x+3} = 4$, б) $\sqrt{8x+3} = -4$, в) $\sqrt[3]{8x+3} = 4$,
г) $\sqrt[3]{8x+3} = -4$.

33. Решите уравнение $4\sqrt{1-x} = x + 11$.
34. Решите уравнение $\sqrt{2x+1}\sqrt{2x-7} = x - 1$.
35. Решите неравенства а) $|x - 4| \leq 1$, б) $|x - 4| > 1$ двумя способами:
1) используя геометрический смысл модуля, 2) раскрывая модуль (алгебраическое определение).
36. Решите неравенства а) $\sin 2x < -\frac{1}{2}$, б) $\operatorname{tg}\left(x - \frac{2\pi}{9}\right) > 4$.
37. Решите неравенство $\operatorname{arctg}(4-x) \leq -\frac{\pi}{6}$.
38. Решите неравенства а) $\sqrt{2x+3} < 3$, б) $\sqrt{2x+3} \geq -3$.
39. Решите неравенство $\frac{\sqrt{5-x}}{(7\sqrt{2}-9)(x-4)} \leq 0$.
40. Решите неравенство $\sqrt{x^2+9} \leq 2x-3$.
41. Решите неравенство $\sqrt{\frac{4-x}{2x+3}} < 2$.
42. Решите уравнение $8^{2x} = 9^{x-2}$.
43. Докажите единственность корня уравнения $3 \cdot 5^{x+1} = 15 - 8x$. Найдите этот корень.
44. Решите уравнение $|3 \cdot 2^x - 7| = 2$.
45. Решите уравнение $|\log_6(9x+1)| = 2$.
46. Решите неравенство $|8^{2x} - 4 \cdot 8^x| < 4$.
47. Решите неравенство $-1 \leq \log_{1/2} \log_5(x-6) \leq 4$.
48. Решите уравнение $\frac{2 \cos^2 x - 9 \cos x + 4}{2 \sin x - \sqrt{3}} = 0$.
49. Решите неравенство $|3 \sin x + \cos x| \leq \sqrt{\frac{5}{2}}$.
50. Решите неравенство $\log_{\operatorname{tg} x} \left(\frac{5 \operatorname{tg}^2 x}{11} + \frac{2}{11} \right) < 1$.

Вариант 26

1. а) Не используя калькулятор и применяя свойства логарифмов, преобразуйте выражение $x = \log_5 \left(\log_3 18 - \frac{\log_5 2}{\log_5 3} \right)$. б) Определите интервал длины 1 с целыми границами, содержащий точку x .
2. Расположите два действительных числа в порядке возрастания, используя свойства тригонометрических функций: $\operatorname{ctg} \frac{11\pi}{9}$ и $\operatorname{ctg} 217^\circ$.
3. Сравните два действительных числа $x_1 = \operatorname{ctg} 55^\circ$, $x_2 = \operatorname{tg} \frac{\pi}{5}$, используя тригонометрические формулы.
4. Дано множество $A = \{x | x = \sqrt{3n - 5}; n \in \mathbb{N}; x \leq 2\}$. Перечислите элементы данного множества. Если количество элементов множества бесконечно, назовите любые четыре элемента данного множества.
5. Даны два множества $A = (1; +\infty)$, $B = [0; +\infty)$, а также универсальное множество $\Omega = \mathbb{R}$ – числовая ось. а) Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразив множества на числовой оси. Назовите эти множества (интервал, полуинтервал, луч и т.п.). б) Изобразите на координатной плоскости множество $A \times B$ – декартово произведение множеств A и B .
6. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} 3x + 2y > -7, \\ x - y \leq 0. \end{cases}$$
7. Изобразите множество точек плоскости $A \cap \bar{B} \cap C$ в декартовой системе координат, заданных с помощью операций над множествами
$$A = \{(x; y) | y > x\}, B = \{(x; y) | x^2 + y^2 \leq 4\}, C = \{(x; y) | x = \sqrt{2}\}.$$
8. Вычислите значение заданного выражения $\frac{15! - 16!}{14!}$.
9. Упростите выражение $\frac{(n+3)! - 6(n+1)!}{(n+1)! - n!}$.
10. Для бинома $\left(\frac{x}{\sqrt[3]{x}} + \frac{1}{\sqrt[7]{x^2}} \right)^{10}$ найдите а) сумму биномиальных коэффициентов; б) четвертый член разложения; в) наибольший коэффициент.

циент в разложении бинома по степеням переменной; г) член разложения, не зависящий от переменной, если существует.

11. Определите ближайшее целое число для $x = \arccos(\cos 6, 28)$.
12. Даны три элемента числовой последовательности $a_{10} = 15$, $a_{11} = 6$ и $a_{12} = -3$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является арифметической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{a_n\}$ и разность d . г) Выпишите общий член a_n арифметической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число -326 элементом данной арифметической прогрессии. е) Найдите сумму $S_{10} = \sum_{k=1}^{10} a_k$.
13. Даны три элемента числовой последовательности $b_8 = 15$, $b_9 = -45$ и $b_{10} = 135$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является геометрической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{b_n\}$ и знаменатель q . г) Выпишите общий член b_n геометрической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число -802 элементом данной геометрической прогрессии. е) Найдите сумму $S_6 = \sum_{k=1}^6 b_k$.
14. Дан квадрат со стороной 26. Середина каждой стороны является вершиной нового квадрата. Далее у нового квадрата находят середины сторон и строят ещё один квадрат. Эти действия продолжают бесконечное число раз. Найдите сумму площадей всех полученных квадратов.
15. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 13 дают в остатке 3.
16. Изобразите график и найти множество значений функции

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \leq -1, \\ -2x - 3, & -1 < x < 0, \\ -x^2 + 6x - 9, & x \geq 0. \end{cases}$$

17. Исследуйте функцию $y = \cos^2 x + 1$ по определению на монотонность, ограниченность, четность, нечетность, периодичность.
18. Постройте графики функций
 а) $y = \arccos(x + 3)$, б) $y = \log_{0,2} x - 2$, в) $y = 2 \operatorname{arctg} x$, г) $y = \left(\frac{x}{3}\right)^3$,
 д) $y = -e^x$, е) $y = \log_5(-x)$.
19. Постройте графики функций
 а) $y = |\arccos 0,5x|$, б) $y = \sqrt{x-1} + 1$, в) $y = 1 - \frac{1}{2x-4}$.
20. Постройте график функции, обратной к данной функции $y = f(x)$, если а) $y = 0,2x + 2$, б) $y = \log_{1,1}(x-1)$.
21. Постройте график функции $y = \max\{f_1, f_2\}$, где $f_1(x) = \frac{2}{x}$, $f_2(x) = 2x$.
22. Постройте график уравнения $\frac{\operatorname{tg} y - 1}{x} = 0$.
23. Постройте график уравнения $\ln(4 - 2x) = \ln(5 - y)$.
24. Постройте график функции $y = \{(x - 3)^2\}$, где $\{a\}$ — дробная часть числа a .
25. Найдите множество точек координатной плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|y| \leq 2^{|x+1|} - 1$.
26. Решите уравнение $3x^3 - 2x^2 + 2x - 3 = 0$.
27. Решите уравнение $(4x^2 + 7x + 1)^4 + 6(4x^2 + 7x + 1)^2 - 7 = 0$.
28. Решите уравнение $\frac{3x - 4}{x^2 + 3x - 18} + \frac{2}{x^2 - x - 6} = 0$.
29. Решите уравнение $\frac{x^2 - 5x - 2}{x - 4} + \frac{10(x - 4)}{x^2 - 5x - 2} + 7 = 0$.
30. Решите неравенство $\frac{(x^2 - 1)(6 + 5x - x^2)}{x^2 + 15x + 20} < 0$.
31. Решите неравенство $\frac{3}{5 - x} + \frac{1}{2x + 2} \geq 1$.

32. Решите уравнения а) $\sqrt{3-4x} = 3$, б) $\sqrt{3-4x} = -3$, в) $\sqrt[3]{3-4x} = 3$, г) $\sqrt[3]{3-4x} = -3$.
33. Решите уравнение $(5x^2 - 21x - 20)\sqrt{x-4} = 0$.
34. Решите уравнение $\sqrt{2x-1} + 2 = \sqrt{2x+7}$.
35. Решите неравенства а) $|x+4| \leq 8$, б) $|x+4| > 8$ двумя способами:
1) используя геометрический смысл модуля, 2) раскрывая модуль (алгебраическое определение).
36. Решите неравенства а) $\cos 2x < -\frac{1}{2}$, б) $\operatorname{tg}\left(x + \frac{6\pi}{5}\right) \geq -5$.
37. Решите неравенство $2 \operatorname{arctg}(5x+1) > \pi$.
38. Решите неравенства а) $\sqrt{2x+3} \geq 3$, б) $\sqrt{2x+3} < -3$.
39. Решите неравенство $\frac{\sqrt{5-x}}{(3\sqrt{5}-7)(x+2)} < 0$.
40. Решите неравенство $\sqrt{25-x^2} > x-1$.
41. Решите неравенство $\sqrt{\frac{2x-3}{x+1}} \leq 3$.
42. Решите уравнение $8^{2x+5} = 6^{4x+1}$.
43. Докажите единственность корня уравнения $\log_7\left(4x + \frac{29}{7}\right) = -7x - 8$.
Найдите этот корень.
44. Решите уравнение $|3 \cdot 2^x - 7| = 2$.
45. Решите уравнение $|6x - 3| = 7$.
46. Решите неравенство $|5^{2x} - 8 \cdot 5^x| \leq 15$.
47. Решите неравенство $0 \leq \log_3 \log_{1/4}(x-4) \leq 4$.
48. Решите уравнение $\frac{2 \sin^2 x + \sqrt{2} \sin x - 6 \sin x - 3\sqrt{2}}{2 \cos x - \sqrt{2}} = 0$.
49. Решите неравенство $2|3 \sin x - 2 \cos x| \geq \sqrt{39}$.
50. Решите неравенство $\log_{\operatorname{ctg} x}\left(\frac{3 \operatorname{ctg}^2 x}{13} + \frac{4}{13}\right) > 1$.

Вариант 27

1. а) Не используя калькулятор и применяя свойства логарифмов, преобразуйте выражение $x = 25^{\frac{1}{\log_6 5}} + \log_8 125$. б) Определите интервал длины 1 с целыми границами, содержащий точку x .
2. Расположите два действительных числа в порядке возрастания, используя свойства тригонометрических функций: $\cos \frac{4\pi}{9}$ и $\sin \frac{31\pi}{18}$.
3. Сравните два действительных числа $x_1 = \sin^2 \frac{5\pi}{9}$, $x_2 = 1 - \cos^2 102^\circ$, используя тригонометрические формулы.
4. Дано множество $A = \left\{ x \mid x = \frac{2n^2 + 3}{5}; n \in \mathbb{N}; x \leq 2 \right\}$. Перечислите элементы данного множества. Если количество элементов множества бесконечно, назовите любые четыре элемента данного множества.
5. Даны два множества $A = (-\infty; -3]$, $B = (-\infty; 0)$, а также универсальное множество $\Omega = \mathbb{R}$ – числовая ось. а) Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразив множества на числовой оси. Назовите эти множества (интервал, полуинтервал, луч и т.п.). б) Изобразите на координатной плоскости множество $A \times B$ – декартово произведение множеств A и B .

6. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{x}{2} < -\frac{1}{2}, \\ \frac{x}{6} + y \leq \frac{1}{2}. \end{cases}$$

7. Изобразите множество точек плоскости $A \cap B \cap \bar{C}$ в декартовой системе координат, заданных с помощью операций над множествами

$$A = \{(x; y) \mid x^2 + (y + 1)^2 = 1\}, B = \{(x; y) \mid y < x\}, C = \{(x; y) \mid y \geq -1\}.$$

8. Вычислите значение заданного выражения $\frac{7! \cdot 4!}{6! \cdot 5!}$.
9. Упростите выражение $\frac{k! \cdot (n - k)! + (k - 1)! \cdot (n - k + 1)!}{k! \cdot (n - k + 1)!}$.

10. Для бинома $\left(\sqrt[7]{x^2} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^{10}$ найдите а) сумму биномиальных коэффициентов; б) пятый член разложения; в) наибольший коэффициент в разложении бинома по степеням переменной; г) член разложения, не зависящий от переменной, если существует.
11. Определите ближайшее целое число для $x = \arcsin(\cos 4)$.
12. Даны три элемента числовой последовательности $a_8 = 15$, $a_9 = 20$ и $a_{10} = 25$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является арифметической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{a_n\}$ и разность d . г) Выпишите общий член a_n арифметической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число 235 элементом данной арифметической прогрессии.
- е) Найдите сумму $S_{18} = \sum_{k=1}^{18} a_k$.
13. Даны три элемента числовой последовательности $b_3 = 9$, $b_4 = -2,25$ и $b_5 = 0,5625$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является геометрической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{b_n\}$ и знаменатель q . г) Выпишите общий член b_n геометрической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число -576 элементом данной геометрической прогрессии. е) Найдите сумму $S_7 = \sum_{k=1}^7 b_k$.
14. Дан квадрат со стороной 27. Середина каждой стороны является вершиной нового квадрата. Далее у нового квадрата находят середины сторон и строят ещё один квадрат. Эти действия продолжают бесконечное число раз. Найдите сумму площадей всех полученных квадратов.
15. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 14 дают в остатке 4.
16. Изобразите график и найдите множество значений функции

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 6x - 8, & x \leq -2, \\ x^2 - 4, & -2 < x < 2, \\ -x + 2, & x \geq 2. \end{cases}$$

17. Исследуйте функцию $y = \sin^2(2x)$ по определению на монотонность, ограниченность, четность, нечетность, периодичность.
18. Постройте графики функций
 а) $y = \sin(x - \pi)$, б) $y = 2^x + 1$, в) $y = 2 \sin x$, г) $y = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$,
 д) $y = -\arccos x$, е) $y = \log_5(-x)$.
19. Постройте графики функций
 а) $y = |0,5 \arcsin x|$, б) $y = 3\sqrt{x+1}$, в) $y = 2 + \frac{3}{3x+1}$.
20. Постройте график функции, обратной к данной функции $y = f(x)$, если а) $y = -x - 0,5$, б) $y = \sin(1-x) + 2$, $x(2,5) = 1 - \frac{5\pi}{6}$.
21. Определим функции $f_1(x) = \frac{3}{x}$, $f_2(x) = -x + 1$. Постройте график функции $y = \max\{f_1, f_2\}$.
22. Постройте график уравнения $\frac{x+2}{\cos y - 1} = 0$.
23. Постройте график уравнения $\frac{1}{2x+y-3} = \frac{1}{x+2y+3}$.
24. Постройте график функции $y = [2x - x^2]$, где $[a]$ — целая часть числа a .
25. Найдите множество точек координатной плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|y| \geq |(x+1)^4 - 1|$.
26. Решите уравнение $3x^3 - 2x^2 + 3x - 2 = 0$.
27. Решите уравнение $(x^2 - 3x + 2)^4 - 5(x^2 - 3x + 2)^2 + 4 = 0$.
28. Решите уравнение $\frac{4}{x^2 - 8x + 15} - \frac{x+5}{x^2 + x - 12} = 0$.
29. Решите уравнение $\frac{x^2 - 7x + 1}{x - 2} + \frac{7(x-2)}{x^2 - 7x + 1} + 8 = 0$.
30. Решите неравенство $\frac{(x^2 - 12x + 3)(x^4 - 16)}{x^2 + 5x - 14} \leq 0$.
31. Решите неравенство $\frac{6}{x-8} + \frac{3}{4x+3} > -\frac{3}{7}$.

32. Решите уравнения а) $\sqrt{6x+2} = 2$, б) $\sqrt{6x+2} = -2$, в) $\sqrt[3]{6x+2} = 2$, г) $\sqrt[3]{6x+2} = -2$.
33. Решите уравнение $3\sqrt{2x+3} = 2x+5$.
34. Решите уравнение $\sqrt{3x+10}\sqrt{x+4} = 2x+7$.
35. Решите неравенства а) $|x-5| \geq 2$, б) $|x-5| < 2$ двумя способами:
1) используя геометрический смысл модуля, 2) раскрывая модуль (алгебраическое определение).
36. Решите неравенства а) $\sin 3x > \frac{\sqrt{3}}{2}$, б) $\operatorname{ctg}\left(x + \frac{\pi}{9}\right) < 2$.
37. Решите неравенство $4 \operatorname{arctg}(3x+4) > \pi$.
38. Решите неравенства а) $\sqrt{5-x} \leq 4$, б) $\sqrt{5-x} > -4$.
39. Решите неравенство $\frac{(x+3)\sqrt{x-4}}{4-3\sqrt{2}} \geq 0$.
40. Решите неравенство $x-5 < \sqrt{x+1}$.
41. Решите неравенство $\sqrt{\frac{x+1}{3-2x}} \geq 3$.
42. Решите уравнение $5^{4x+1} = 10^{2x-2}$.
43. Докажите единственность корня уравнения $4 \cdot 7^{3x+4} = 21 - 7x$. Найдите этот корень.
44. Решите уравнение $9^{6|x|-11} = 3$.
45. Решите уравнение $|\log_8(9x^2 - 2)| = 2$.
46. Решите неравенство $|7^{2x} - 2 \cdot 7^x| \geq 1$.
47. Решите неравенство $-3 \leq \log_{1/2} \log_7(x+3) \leq 2$.
48. Решите уравнение $\frac{2 \cos^2 x + 7 \cos x - 4}{2 \sin x - \sqrt{3}} = 0$.
49. Решите неравенство $\sqrt{2}|3 \sin x - 3 \cos x| \leq 3\sqrt{3}$.
50. Решите неравенство $\log_{\operatorname{ctg} x} \left(\frac{4 \operatorname{ctg}^2 x}{21} + \frac{5}{21} \right) > 1$.

Вариант 28

1. а) Не используя калькулятор и применяя свойства логарифмов, преобразуйте выражение $x = \log_5 1024 - 9^{\frac{1}{\log_8 3}}$. б) Определите интервал длины 1 с целыми границами, содержащий точку x .
2. Расположите два действительных числа в порядке возрастания, используя свойства тригонометрических функций: $\cos 3, 2$ и $\sin 3, 2$.
3. Сравните два действительных числа $x_1 = \operatorname{tg} 216^\circ$, $x_2 = \operatorname{ctg} \frac{3\pi}{10}$, используя тригонометрические формулы.
4. Дано множество $A = \{x : x = \sqrt{n^2 + 32}; n \in \mathbb{Z}; x \leq 6\}$. Перечислите элементы данного множества. Если количество элементов множества бесконечно, назовите любые четыре элемента данного множества.
5. Даны два множества $A = (-\infty; 0)$, $B = [-3; 0]$, а также универсальное множество $\Omega = \mathbb{R}$ – числовая ось. а) Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразив множества на числовой оси. Назовите эти множества (интервал, полуинтервал, луч и т.п.). б) Изобразите на координатной плоскости множество $A \times B$ – декартово произведение множеств A и B .

6. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \frac{3x}{4} - \frac{2y}{3} > -1, \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} \geq -3. \end{cases}$$

7. Изобразите множество точек плоскости $\bar{A} \cap B \cap \bar{C}$ в декартовой системе координат, заданных с помощью операций над множествами

$$A = \{(x; y) : y \geq |x|\}, B = \{(x; y) : y = 0, 5x + 1\}, \\ C = \{(x; y) : y < -x^2\}.$$

8. Вычислите значение заданного выражения $\frac{10! \cdot 7!}{9! \cdot 8!}$.
9. Упростите выражение $\frac{2n \cdot (n-3)! - n!}{(n-1)!} - 1$.

10. Для бинома $\left(\frac{x}{\sqrt[3]{x^2}} + \frac{2}{\sqrt[7]{x}}\right)^{10}$ найдите а) сумму биномиальных коэффициентов; б) четвертый член разложения; в) наибольший коэффициент в разложении бинома по степеням переменной; г) член разложения, не зависящий от переменной, если существует.
11. Определите ближайшее целое число для $x = \arctg(\operatorname{tg} 5)$.
12. Даны три элемента числовой последовательности $a_{12} = 20$, $a_{13} = 13$ и $a_{14} = 6$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является арифметической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{a_n\}$ и разность d . г) Выпишите общий член a_n арифметической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число -110 элементом данной арифметической прогрессии.
- е) Найдите сумму $S_{15} = \sum_{k=1}^{15} a_k$.
13. Даны три элемента числовой последовательности $b_5 = 9$, $b_6 = 2,25$ и $b_7 = 0,5625$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является геометрической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{b_n\}$ и знаменатель q . г) Выпишите общий член b_n геометрической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число 144 элементом данной геометрической прогрессии. е) Найдите сумму $S_5 = \sum_{k=1}^5 b_k$.
14. Дан квадрат со стороной 28 . Середина каждой стороны является вершиной нового квадрата. Далее у нового квадрата находят середины сторон и строят ещё один квадрат. Эти действия продолжают бесконечное число раз. Найдите сумму площадей всех полученных квадратов.
15. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 15 дают в остатке 5 .
16. Изобразите график и найти множество значений функции

$$f(x) = \begin{cases} x, & x < -1, \\ -x + 1, & -1 < x < 2. \end{cases}$$

17. Исследуйте функцию $y = \cos^2(3x)$ по определению на монотонность, ограниченность, четность, нечетность, периодичность.
18. Постройте графики функций
 а) $y = \cos(x + \pi)$, б) $y = 3^x + 1$, в) $y = 2 \sin x$, г) $y = \operatorname{ctg} \frac{x}{4}$,
 д) $y = -2^x$, е) $y = \operatorname{arcctg}(-x)$.
19. Постройте графики функций
 а) $y = |\arcsin 2x|$, б) $y = 2 \operatorname{tg} \left(x - \frac{\pi}{2}\right)$, в) $y = 1 - \frac{2}{4x + 2}$.
20. Постройте график функции, обратной к данной функции $y = f(x)$, если а) $y = 0, 2x + 0, 8$, б) $y = \operatorname{ctg}(3x) - 1, x(-1) = -\frac{\pi}{6}$.
21. Постройте график функции $y = \max\{f_1, f_2\}$, где $f_1(x) = -\frac{1}{x-2}$, $f_2(x) = x + 1$.
22. Постройте график уравнения $\frac{x-2}{\arccos y} = 0$.
23. Постройте график уравнения $\sqrt{1-y} = x + 1$.
24. Постройте график функции $y = \{2x - x^2\}$, где $\{a\}$ — дробная часть числа a .
25. Найдите множество точек координатной плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|2x - 4| + |2x + y| \geq 1$.
26. Решите уравнение $3x^3 - 2x^2 - 2x + 3 = 0$.
27. Решите уравнение $(x^2 - 3x + 3)^4 - 3(x^2 - 3x + 3)^2 + 2 = 0$.
28. Решите уравнение $\frac{2x-3}{x^2+4x-21} - \frac{1}{x^2-5x+6} = 0$.
29. Решите уравнение $\frac{x^2+3x+2}{x-5} + \frac{5(x-5)}{x^2+3x+2} + 6 = 0$.
30. Решите неравенство $\frac{(x^2+9x+8)(1-x^2)}{x^2+14x+8} \geq 0$.
31. Решите неравенство $\frac{4}{x-7} - \frac{2}{5x+1} < -1$.

32. Решите уравнения а) $\sqrt{-1-x} = 1$, б) $\sqrt{-1-x} = -1$, в) $\sqrt[3]{-1-x} = 1$, г) $\sqrt[3]{-1-x} = -1$.
33. Решите уравнение $(x^2 + x - 42)\sqrt{3x+1} = 0$.
34. Решите уравнение $\sqrt{x+9} = \sqrt{x+6} + 1$.
35. Решите неравенства а) $|x+5| \leq 3$, б) $|x+5| > 3$ двумя способами:
1) используя геометрический смысл модуля, 2) раскрывая модуль (алгебраическое определение).
36. Решите неравенства а) $\cos 3x > \frac{\sqrt{3}}{2}$, б) $\operatorname{tg}\left(x - \frac{5\pi}{8}\right) < 6$.
37. Решите неравенство $3 \operatorname{arccctg}(x-6) < 2\pi$.
38. Решите неравенства а) $\sqrt{5-x} > 4$, б) $\sqrt{5-x} \leq -4$.
39. Решите неравенство $\frac{(x+3)\sqrt{x-4}}{3\sqrt{2}-4} > 0$.
40. Решите неравенство $x-1 \geq \sqrt{2x+1}$.
41. Решите неравенство $\sqrt{\frac{3-2x}{x+1}} > 3$.
42. Решите уравнение $7^{-x-1} = 9^{4x+3}$.
43. Найти корень уравнения $\log_5\left(3x - \frac{14}{5}\right) = 10 - 11x$. Докажите, что корень уравнения единственный.
44. Решите уравнение $7|5 \cdot 7^x - 4| = 23$.
45. Решите уравнение $3|4x - 3| = 1$.
46. Решите неравенство $|7^{2x} - 9 \cdot 7^x| > 20$.
47. Решите неравенство $-3 \leq \log_2 \log_{1/9}(6x-4) \leq 1$.
48. Решите уравнение $\frac{2\sin^2 x - 3\sin x - 2}{2\cos x - \sqrt{3}} = 0$.
49. Решите неравенство $|\sin x - 3\cos x| \geq \sqrt{5}$.
50. Решите неравенство $\log_{\operatorname{ctg} x}\left(\frac{4\operatorname{ctg}^2 x}{21} + \frac{5}{21}\right) > 1$.

Вариант 29

- а) Не используя калькулятор и применяя свойства логарифмов, преобразуйте выражение $x = 7^{\frac{1}{\log_9 49}} \cdot \log_7 5$. б) Определите интервал длины 1 с целыми границами, содержащий точку x .
- Расположите два действительных числа в порядке возрастания, используя свойства тригонометрических функций: $\cos 3$ и $\operatorname{tg} 4$.
- Сравните два действительных числа $x_1 = 2 \cos^2 100^\circ - 1$, $x_2 = \cos \frac{11\pi}{10}$, используя тригонометрические формулы.
- Дано множество $A = \{x : x \in \mathbb{Z}; -5 < x < 4\}$. Перечислите элементы данного множества. Если количество элементов множества бесконечно, назовите любые четыре элемента данного множества.
- Даны два множества $A = [-1; +\infty)$, $B = (-1; 3]$, а также универсальное множество $\Omega = \mathbb{R}$ – числовая ось. а) Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразив множества на числовой оси. Назовите эти множества (интервал, полуинтервал, луч и т.п.). б) Изобразите на координатной плоскости множество $A \times B$ – декартово произведение множеств A и B .

6. Решить систему неравенств
$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} \leq \frac{1}{6}, \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{2} > \frac{2}{3}. \end{cases}$$

7. Изобразите множество точек плоскости $A \cap \bar{B} \cap C$ в декартовой системе координат, заданных с помощью операций над множествами

$$A = \{(x; y) : y = \sqrt{x}\}, B = \{(x; y) : x^2 + y^2 \geq 2\}, C = \{(x; y) : x < 4\}.$$

- Вычислите значение заданного выражения $\frac{5! + 6!}{4!}$.
- Упростите выражение $\frac{(m-2)!}{(m-n-2)!} : \frac{(m-1)! - (m-2)!}{(m-n-1)!}$.
- Для бинома $\left(\frac{2}{\sqrt[5]{x}} + \sqrt[6]{x}\right)^{11}$ найдите а) сумму биномиальных коэффициентов; б) пятый член разложения; в) наибольший коэффициент

в разложении бинома по степеням переменной; г) член разложения, не зависящий от переменной, если существует.

11. Определите ближайшее целое число для $x = \operatorname{arctg}(\operatorname{ctg} 8)$.
12. Даны три элемента числовой последовательности $a_8 = -8$, $a_9 = 0$ и $a_{10} = 8$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является арифметической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{a_n\}$ и разность d . г) Выпишите общий член a_n арифметической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число -116 элементом данной арифметической прогрессии.

е) Найдите сумму $S_8 = \sum_{k=1}^8 a_k$.

13. Даны три элемента числовой последовательности $b_6 = 15$, $b_7 = 60$ и $b_8 = 240$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является геометрической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{b_n\}$ и знаменатель q . г) Выпишите общий член b_n геометрической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число $3,75$ элементом данной геометрической прогрессии.

е) Найдите сумму $S_9 = \sum_{k=1}^9 b_k$.

14. Дан квадрат со стороной 29. Середина каждой стороны является вершиной нового квадрата. Далее у нового квадрата находят середины сторон и строят ещё один квадрат. Эти действия продолжают бесконечное число раз. Найдите сумму площадей всех полученных квадратов.
15. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 16 дают в остатке 6.
16. Изобразите график и найти множество значений функции

$$f(x) = \begin{cases} -x, & -3 \leq x \leq -1, \\ x/2, & -1 < x < 2. \end{cases}$$

17. Исследуйте функцию $y = x^3 - 2$ по определению на монотонность, ограниченность, четность, нечетность, периодичность.

18. Постройте графики функций
 а) $y = \sin(x - 3\pi)$, б) $y = 0, 5^x + 1$, в) $y = 2 \cos x$, г) $y = \arccos(3x)$,
 д) $y = -0, 4^x$, е) $y = \log_{0,1}(-x)$.
19. Постройте графики функций
 а) $y = |\arccos 2x|$, б) $y = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 1$, в) $y = \pi - \frac{1}{2x + 4}$.
20. Постройте график функции, обратной к данной функции $y = f(x)$,
 если а) $y = -3x - 1$, б) $y = 0, 2^x$.
21. Определим функции $f_1(x) = x^3$, $f_2(x) = x^2$. Постройте график функции $y = \max\{f_1, f_2\}$.
22. Постройте график уравнения $\frac{x - 1}{\arcsin(1/y)} = 0$.
23. Постройте график уравнения $\sqrt{2x + 4} = \sqrt{2 - 4y}$.
24. Постройте график функции $y = [x^2 - 2x]$, где $[a]$ — целая часть числа a .
25. Найдите множество точек координатной плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|y| \leq |\ln(1 - x)|$.
26. Решите уравнение $3x^3 + 2x^2 - 2x - 3 = 0$.
27. Решите уравнение $(x^2 + 2x + 2)^4 - 5(x^2 + 2x + 2)^2 + 6 = 0$.
28. Решите уравнение $\frac{x - 2}{x^2 - 7x + 12} + \frac{2}{x^2 + x - 12} = 0$.
29. Решите уравнение $\frac{x^2 - 6x - 2}{x + 3} - \frac{8(x + 3)}{x^2 - 6x - 2} - 7 = 0$.
30. Решите неравенство $\frac{(8 - x^3)(x^2 - 2x - 9)}{x^2 + 6x - 16} > 0$.
31. Решите неравенство $\frac{9}{x + 3} + \frac{1}{3x + 1} \leq \frac{5}{2}$.
32. Решите уравнения а) $\sqrt{1 - 2x} = 6$, б) $\sqrt{1 - 2x} = -6$, в) $\sqrt[3]{1 - 2x} = 6$,
 г) $\sqrt[3]{1 - 2x} = -6$.
33. Решите уравнение $2\sqrt{4x + 1} = x + 4$.

34. Решите уравнение $\sqrt{2x-1}\sqrt{x+3} = x+1$.
35. Решите неравенства а) $|x-6| \leq 5$, б) $|x-6| > 5$ двумя способами:
1) используя геометрический смысл модуля, 2) раскрывая модуль (алгебраическое определение).
36. Решите неравенства а) $\sin 4x < -\frac{\sqrt{2}}{2}$, б) $\operatorname{ctg}\left(x - \frac{2\pi}{9}\right) \geq 5$.
37. Решите неравенство $\operatorname{arctg}(3x+2) \leq -\frac{\pi}{3}$.
38. Решите неравенства а) $\sqrt{x+6} < 5$, б) $\sqrt{x+6} \geq -5$.
39. Решите неравенство $\frac{(8-x)\sqrt{x-3}}{4\sqrt{2}-7} \geq 0$.
40. Решите неравенство $x-3 \geq \sqrt{x+1}$.
41. Решите неравенство $\sqrt{\frac{x+1}{2x-3}} < 2$.
42. Решите уравнение $\frac{1}{6^{2x}} = 8^{4x-1}$.
43. Докажите единственность корня уравнения $2 \cdot 8^{2x} = 2 - 9x$. Найдите этот корень.
44. Решите уравнение $6^{11|x|-10} = 5$.
45. Решите уравнение $|\log_6(10x^2 - 4)| = 3$.
46. Решите неравенство $|9^{2x} - 6 \cdot 9^x| < 5$.
47. Решите неравенство $-2 \leq \log_{1/5} \log_6(x-2) \leq 2$.
48. Решите уравнение $\frac{2 \cos^2 x - \sqrt{3} \cos x + 12 \cos x - 23^{\frac{3}{2}}}{2 \sin x - 1} = 0$.
49. Решите неравенство $|3 \sin x - 2 \cos x| \geq \frac{\sqrt{13}}{2}$.
50. Решите неравенство $\log_{\operatorname{tg} x} \left(\frac{2 \operatorname{tg}^2 x}{9} + \frac{4}{9} \right) < 1$.

Вариант 30

- а) Не используя калькулятор и применяя свойства логарифмов, преобразуйте выражение $x = 27^{\frac{1}{3} \log_3 2} - \log_8 25$. б) Определите интервал длины 1 с целыми границами, содержащий точку x .
- Расположите два действительных числа в порядке возрастания, используя свойства тригонометрических функций: $\sin 50^\circ$ и $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{9}$.
- Сравните два действительных числа $x_1 = \sin \frac{7\pi}{20}$, $x_2 = \cos 335^\circ$, используя тригонометрические формулы.
- Дано множество $A = \left\{ x \mid x = \frac{p}{3}; p \in \mathbb{Z}; p \neq 3; -5 < p < 4 \right\}$. Перечислите элементы данного множества. Если количество элементов множества бесконечно, назовите любые четыре элемента данного множества.
- Даны два множества $A = (3; +\infty)$, $B = [-1; 4)$, а также универсальное множество $\Omega = \mathbb{R}$ – числовая ось. а) Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразив множества на числовой оси. Назовите эти множества (интервал, полуинтервал, луч и т.п.). б) Изобразите на координатной плоскости множество $A \times B$ – декартово произведение множеств A и B .
- Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \frac{x}{4} - \frac{y}{2} \geq \frac{1}{2}, \\ \frac{x}{3} - 2y < -\frac{2}{3}. \end{cases}$$
- Изобразите множество точек плоскости $A \cap \bar{B} \cap C$ в декартовой системе координат, заданных с помощью операций над множествами $A = \{(x; y) : x^2 + y^2 \leq 2\}$, $B = \{(x; y) : y \leq x^3\}$, $C = \{(x; y) : y = x\}$.
- Вычислите значение заданного выражения $\frac{6! - 5!}{4!}$.
- Упростите выражение $\frac{n!}{3(n-3)!} + \frac{n!}{(n-2)!}$.

10. Для бинома $\left(3\sqrt[4]{x} + \frac{1}{x}\right)^{10}$ найдите а) сумму биномиальных коэффициентов; б) шестой член разложения; в) наибольший коэффициент в разложении бинома по степеням переменной; г) член разложения, не зависящий от переменной, если существует.
11. Определите ближайшее целое число для $x = \operatorname{arctg}(\operatorname{ctg} 15)$.
12. Даны три элемента числовой последовательности $a_{13} = -11$, $a_{14} = -7$ и $a_{15} = -3$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является арифметической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{a_n\}$ и разность d . г) Выпишите общий член a_n арифметической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число -315 элементом данной арифметической прогрессии. е) Найдите сумму $S_{10} = \sum_{k=1}^{10} a_k$.
13. Даны три элемента числовой последовательности $b_4 = 16$, $b_5 = -64$ и $b_6 = 256$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является геометрической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{b_n\}$ и знаменатель q . г) Выпишите общий член b_n геометрической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число $-0,625$ элементом данной геометрической прогрессии. е) Найдите сумму $S_8 = \sum_{k=1}^8 b_k$.
14. Дан квадрат со стороной 30. Середина каждой стороны является вершиной нового квадрата. Далее у нового квадрата находят середины сторон и строят ещё один квадрат. Эти действия продолжают бесконечное число раз. Найдите сумму площадей всех полученных квадратов.
15. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 15 дают в остатке 12.
16. Изобразите график и найти множество значений функции

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 0, \\ x^2 - \pi x, & 0 < x \leq \pi, \\ 2, & x > \pi. \end{cases}$$

17. Исследуйте функцию $y = (x + 5)^3$ по определению на монотонность, ограниченность, четность, нечетность, периодичность.
18. Постройте графики функций
 а) $y = \cos(x + 3\pi)$, б) $y = 0, 2^x - 1$, в) $y = 3 \sin x$, г) $y = \arcsin(4x)$,
 д) $y = -\sqrt{x}$, е) $y = \log_{0,9}(-x)$.
19. Постройте графики функций
 а) $y = |\arcsin x - \pi|$, б) $y = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - 1$, в) $y = -1 - \frac{2}{2x - 2}$.
20. Постройте график функции, обратной к данной функции $y = f(x)$, если а) $y = 0, 2x - 1$, б) $y = \cos\left(\frac{x + 1}{2}\right)$, $x(0, 5) = \frac{2\pi}{3} - 1$.
21. Постройте график функции $y = \max\{f_1, f_2\}$, где $f_1(x) = \arcsin x$, $f_2(x) = \arccos x$.
22. Постройте график уравнения $\frac{y - 2}{\arcsin x} = 0$.
23. Постройте график уравнения $\ln(2 - 4x) = \ln(2y + 4)$.
24. Постройте график функции $y = \{x^2 - 2x\}$. где $\{a\}$ — дробная часть числа a .
25. Найдите множество точек координатной плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|y| \leq \left|1 - \frac{1}{|x|}\right|$.
26. Решите уравнение $3x^3 + 2x^2 + 3x + 2 = 0$.
27. Решите уравнение $(x^2 + 4x + 2)^4 - 5(x^2 + 4x + 2)^2 - 6 = 0$.
28. Решите уравнение $\frac{1 - x}{x^2 - 2x - 3} + \frac{2}{x^2 + 5x - 24} = 0$.
29. Решите уравнение $\frac{x^2 - 6x + 3}{x + 2} + \frac{8(x + 2)}{x^2 - 6x + 3} + 9 = 0$.
30. Решите неравенство $\frac{(x^2 + 4x - 8)(x^2 - 11x + 28)}{x^2 - 5x - 14} \geq 0$.
31. Решите неравенство $\frac{7}{6 - x} - \frac{3}{4x + 1} < \frac{4}{5}$.

32. Решите уравнения а) $\sqrt{-1-2x} = 5$, б) $\sqrt{-1-2x} = -5$,
в) $\sqrt[3]{-1-2x} = 5$, г) $\sqrt[3]{-1-2x} = -5$.
33. Решите уравнение $(2x^2 - 11x + 5)\sqrt{9-2x} = 0$.
34. Решите уравнение $\sqrt{1-x} + 1 = \sqrt{8-x}$.
35. Решите неравенства а) $|x+6| \geq 7$, б) $|x+6| < 7$ двумя способами:
1) используя геометрический смысл модуля, 2) раскрывая модуль (алгебраическое определение).
36. Решите неравенства а) $\cos 4x < -\frac{\sqrt{2}}{2}$, б) $\operatorname{tg}\left(x + \frac{7\pi}{12}\right) > 3$.
37. Решите неравенство $6 \operatorname{arcsctg}(6x-5) < 5\pi$.
38. Решите неравенства а) $\sqrt{x+6} \geq 5$, б) $\sqrt{x+6} < -5$.
39. Решите неравенство $\frac{(8-x)\sqrt{x-3}}{7\sqrt{2}-8} > 0$.
40. Решите неравенство $2x-6 > \sqrt{x^2-9}$.
41. Решите неравенство $\sqrt{\frac{6x-1}{x-2}} \leq 3$.
42. Решите уравнение $8^{4x-1} = 6^{x-4}$.
43. Докажите единственность корня уравнения $\log_9(2x+9) = 1-8x$.
Найдите этот корень.
44. Решите уравнение $|5^{x+1} - 1| = 4$.
45. Решите уравнение $\left|\log_3\left(\frac{x}{4} - 3\right)\right| = 6$.
46. Решите неравенство $|9^{2x} - 8 \cdot 9^x| \leq 15$.
47. Решите неравенство $-1 \leq \log_5 \log_{2/3}(5x+3) \leq 2$.
48. Решите уравнение $\frac{2\sin^2 x - 9\sin x + 4}{2\cos x - \sqrt{3}} = 0$.
49. Решите неравенство $\sqrt{2}|\sin x - 3\cos x| \leq \sqrt{15}$.
50. Решите неравенство $\log_{\operatorname{ctg} x}\left(\frac{2\operatorname{ctg}^2 x}{7} + \frac{3}{7}\right) > 1$.

Вариант 31

1. а) Не используя калькулятор и применяя свойства логарифмов, преобразуйте выражение $x = \log_2 3 - \frac{\log_5 69}{\log_5 2} + \log_8 125$. б) Определите интервал длины 1 с целыми границами, содержащий точку x .
2. Расположите два действительных числа в порядке возрастания, используя свойства тригонометрических функций: $\cos 11^\circ$ и $\operatorname{tg} \frac{14\pi}{9}$.
3. Сравните два действительных числа $x_1 = \frac{1}{\sin 36^\circ}$, $x_2 = 2 \cos \frac{\pi}{5}$, используя тригонометрические формулы.
4. Дано множество $A = \left\{ x : x = \frac{5}{p}; p \in \mathbb{N}; x > 1 \right\}$. Перечислите элементы данного множества. Если количество элементов множества бесконечно, назовите любые четыре элемента данного множества.
5. Даны два множества $A = [3; 7]$, $B = (-1; 6]$, а также универсальное множество $\Omega = \mathbb{R}$ — числовая ось. а) Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразив множества на числовой оси. Назовите эти множества (интервал, полуинтервал, луч и т.п.). б) Изобразите на координатной плоскости множество $A \times B$ — декартово произведение множеств A и B .

6. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y \leq -1, \\ x + \frac{1}{3}y > 3. \end{cases}$$

7. Изобразите множество точек плоскости $\bar{A} \cap B \cap \bar{C}$ в декартовой системе координат, заданных с помощью операций над множествами

$$A = \{(x; y) : y \geq x^2\}, B = \{(x; y) : y = 1/x\}, C = \{(x; y) : y > 1\}.$$

8. Вычислите значение заданного выражения $\frac{6!}{3! + 4!}$.

9. Упростите выражение $\left(\frac{n!}{(n-5)!} - \frac{20n!}{(n-3)!} \right) : (n^3 - 3n^2 + 2n)$.

10. Для бинома $\left(\frac{1}{\sqrt{x^3}} + \sqrt[3]{x^2}\right)^9$ найдите а) сумму биномиальных коэффициентов; б) третий член разложения; в) наибольший коэффициент в разложении бинома по степеням переменной; г) член разложения, не зависящий от переменной, если существует.
11. Определите ближайшее целое число для $x = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} 12)$.
12. Даны три элемента числовой последовательности $a_{14} = -16$, $a_{15} = -9$ и $a_{16} = -2$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является арифметической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{a_n\}$ и разность d . г) Выпишите общий член a_n арифметической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число 28 элементом данной арифметической прогрессии. е) Найдите сумму $S_{20} = \sum_{k=1}^{20} a_k$.
13. Даны три элемента числовой последовательности $b_9 = 5$, $b_{10} = 10$ и $b_{11} = 20$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является геометрической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{b_n\}$ и знаменатель q . г) Выпишите общий член b_n геометрической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число 800 элементом данной геометрической прогрессии. е) Найдите сумму $S_8 = \sum_{k=1}^8 b_k$.
14. Дан квадрат со стороной 31. Середина каждой стороны является вершиной нового квадрата. Далее у нового квадрата находят середины сторон и строят ещё один квадрат. Эти действия продолжают бесконечное число раз. Найдите сумму площадей всех полученных квадратов.
15. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 14 дают в остатке 10.
16. Изобразите график и найти множество значений функции

$$f(x) = \begin{cases} x/2, & x \leq -2, \\ 0, & -2 < x < 2, \\ -x^2 + 3, & x \geq 2. \end{cases}$$

17. Исследуйте функцию $y = x^4 + 3$ по определению на монотонность, ограниченность, четность, нечетность, периодичность.
18. Постройте графики функций
 а) $y = \cos\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)$, б) $y = \lg x - 1$, в) $y = 3 \arccos x$, г) $y = \sqrt{4x}$,
 д) $y = -\operatorname{arctg} x$, е) $y = \log_{0,7}(-x)$.
19. Постройте графики функций
 а) $y = |\arccos x + \pi|$, б) $y = \operatorname{ctg}\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - 1$, в) $y = -1 + \frac{3}{2x - 1}$.
20. Постройте график функции, обратной к данной функции $y = f(x)$, если а) $y = -x + 0,2$, б) $y = \log_{1,3}(x - 2)$.
21. Определим функции $f_1(x) = \operatorname{tg} x$, $f_2(x) = \operatorname{ctg} x$. Постройте график функции $y = \max\{f_1, f_2\}$.
22. Постройте график уравнения $\frac{y - 3}{\sqrt{x + 5x^2}} = 0$.
23. Постройте график уравнения $\frac{1}{3x - 2y} = \frac{1}{3x + 2y - 6}$.
24. Постройте график функции $y = [x^2 + x]$, где $[a]$ — целая часть числа a .
25. Найдите множество точек координатной плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|y| \geq 3^{|x|} - 1$.
26. Решите уравнение $3x^3 - 2x^2 - 3x + 2 = 0$.
27. Решите уравнение $(x^2 + 4x - 1)^4 + 5(x^2 + 4x - 1)^2 - 6 = 0$.
28. Решите уравнение $\frac{x - 6}{x^2 + 7x + 12} - \frac{3}{x^2 - 2x - 15} = 0$.
29. Решите уравнение $\frac{x^2 + 3x + 7}{x - 3} + \frac{9(x - 3)}{x^2 + 3x + 7} + 10 = 0$.
30. Решите неравенство $\frac{(3x^2 - 4x + 1)(x^2 - 3x + 2)}{x^2 - 6x + 4} \leq 0$.
31. Решите неравенство $\frac{5}{x + 3} + \frac{2}{5x - 1} > \frac{7}{4}$.

32. Решите уравнения а) $\sqrt{2x+5} = 4$, б) $\sqrt{2x+5} = -4$, в) $\sqrt[3]{2x+5} = 4$, г) $\sqrt[3]{2x+5} = -4$.
33. Решите уравнение $\sqrt{8-x} = 2x+5$.
34. Решите уравнение $\sqrt{2x-1}\sqrt{3x+6} = 2x+1$.
35. Решите неравенства а) $|x-7| \geq 2$, б) $|x-7| < 2$ двумя способами:
1) используя геометрический смысл модуля, 2) раскрывая модуль (алгебраическое определение).
36. Решите неравенства а) $\sin 5x > -\frac{\sqrt{3}}{2}$, б) $\operatorname{ctg}\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) \leq -7$.
37. Решите неравенство $\operatorname{arctg}(2x-3) < -\frac{\pi}{4}$.
38. Решите неравенства а) $\sqrt{3x-7} \leq 1$, б) $\sqrt{3x-7} > -1$.
39. Решите неравенство $\frac{(4\sqrt{2}-7)\sqrt{x+3}}{x-9} \leq 0$.
40. Решите неравенство $x-3 < \sqrt{5-x}$.
41. Решите неравенство $\sqrt{\frac{2-x}{6x-1}} \geq 3$.
42. Решите уравнение $6^{3-4x} = 11^{4x-1}$.
43. Докажите единственность корня уравнения $4 \cdot 7^{3x-2} = 35 - 7x$. Найдите этот корень.
44. Решите уравнение $8^{11|x|-7} = 6$.
45. Решите уравнение $|\log_9(11x+3)| = 1$.
46. Решите неравенство $|7^{2x} - 3 \cdot 7^x| \geq 2$.
47. Решите неравенство $-3 \leq \log_{1/3} \log_4(6x-3) \leq 2$.
48. Решите уравнение $\frac{2 \cos^2 x + \sqrt{3} \cos x + 6 \cos x + 3^{\frac{3}{2}}}{2 \sin x - 1} = 0$.
49. Решите неравенство $|\sin x + \cos x| \geq 1$.
50. Решите неравенство $\log_{\operatorname{tg} x} \left(\frac{\operatorname{tg}^2 x}{6} + \frac{5}{6} \right) < 1$.

Вариант 32

- а) Не используя калькулятор и применяя свойства логарифмов, преобразуйте выражение $x = \log_6 7 \cdot \log_7 8 - \log_6 11$. б) Определите интервал длины 1 с целыми границами, содержащий точку x .
- Расположите два действительных числа в порядке возрастания, используя свойства тригонометрических функций: $\sin 18^\circ$ и $\cos \frac{\pi}{10}$.
- Сравните два действительных числа $x_1 = \sin \frac{3\pi}{5}$, $x_2 = 2 \cos 55^\circ \cos 35^\circ$, используя тригонометрические формулы.
- Дано множество $A = \left\{ x \mid x = \frac{4}{p}; p \in \mathbb{Z}; x < -1 \right\}$. Перечислите элементы данного множества. Если количество элементов множества бесконечно, назовите любые четыре элемента данного множества.
- Даны два множества $A = (0; 4]$, $B = [-10; 4)$, а также универсальное множество $\Omega = \mathbb{R}$ – числовая ось. а) Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразив множества на числовой оси. Назовите эти множества (интервал, полуинтервал, луч и т.п.). б) Изобразите на координатной плоскости множество $A \times B$ – декартово произведение множеств A и B .

6. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \frac{2}{3}x - \frac{3}{5}y \geq 0, \\ 2x - 1, 7y > 1. \end{cases}$$

- Изобразите множество точек плоскости $A \cap \bar{B} \cap C$ в декартовой системе координат, заданных с помощью операций над множествами

$$A = \{(x; y) : y \geq x^2 - 3\}, B = \{(x; y) : y < |x|\},$$

$$C = \{(x; y) : x^2 + y^2 = 1\}.$$

- Вычислите значение заданного выражения $\frac{20!}{9!} : \frac{21!}{10!}$.
- Упростите выражение $\left(\frac{1}{(n+1)!} - \frac{1}{n!} \right) \cdot (n-1)!$.

10. Для бинома $\left(\frac{1}{\sqrt{x}} + 2\sqrt[5]{x}\right)^{14}$ найдите а) сумму биномиальных коэффициентов; б) шестой член разложения; в) наибольший коэффициент в разложении бинома по степеням переменной; г) член разложения, не зависящий от переменной, если существует.
11. Определите ближайшее целое число для $x = \arcsin(\sin 6)$.
12. Даны три элемента числовой последовательности $a_8 = -15$, $a_9 = -21$ и $a_{10} = -27$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является арифметической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{a_n\}$ и разность d . г) Выпишите общий член a_n арифметической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число -437 элементом данной арифметической прогрессии. е) Найдите сумму $S_{10} = \sum_{k=1}^{10} a_k$.
13. Даны три элемента числовой последовательности $b_6 = 13$, $b_7 = -26$ и $b_8 = 52$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является геометрической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{b_n\}$ и знаменатель q . г) Выпишите общий член b_n геометрической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число $-1,625$ элементом данной геометрической прогрессии. е) Найдите сумму $S_5 = \sum_{k=1}^5 b_k$.
14. Дан квадрат со стороной 32. Середина каждой стороны является вершиной нового квадрата. Далее у нового квадрата находят середины сторон и строят ещё один квадрат. Эти действия продолжают бесконечное число раз. Найдите сумму площадей всех полученных квадратов.
15. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 13 дают в остатке 9.
16. Изобразите график и найдите множество значений функции

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x, & x < 0, \\ \sqrt{x}, & x \geq 0. \end{cases}$$

17. Исследуйте функцию $y = (x + 3)^4$ по определению на монотонность, ограниченность, четность, нечетность, периодичность.
18. Постройте графики функций
 а) $y = \sin\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)$, б) $y = \lg x - 2$, в) $y = 2 \arcsin x$, г) $y = \sqrt{2x}$,
 д) $y = -x^5$, е) $y = \log_{0,1}(-x)$.
19. Постройте графики функций
 а) $y = |\arctg x - 2|$, б) $y = \operatorname{ctg}\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 2$, в) $y = -1 - \frac{2}{2x + 4}$.
20. Постройте график функции, обратной к данной функции $y = f(x)$, если а) $y = -x - 0,2$, б) $y = 3 \cos(\pi + x)$, $x(0) = 1, 5\pi$.
21. Определим функции $f_1(x) = x + 1$, $f_2(x) = 2^x$. Постройте график функции $y = \max\{f_1, f_2\}$.
22. Постройте график уравнения $\frac{1 - \sin y}{x + 1} = 0$.
23. Постройте график уравнения $\sqrt{y + 1} = 1 - x$.
24. Постройте график функции $y = \{x^2 + x\}$, где $\{a\}$ — дробная часть числа a .
25. Найдите множество точек координатной плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|y| \leq |x^2 - x|$.
26. Решите уравнение $3x^3 + 2x^2 - 3x - 2 = 0$.
27. Решите уравнение $(x^2 + 2x + 3)^4 - 4(x^2 + 2x + 3)^2 - 12 = 0$.
28. Решите уравнение $\frac{1}{x^2 + 5x + 6} + \frac{3x + 1}{x^2 - x - 12} = 0$.
29. Решите уравнение $\frac{x^2 + x + 1}{x - 6} + \frac{18(x - 6)}{x^2 + x + 1} + 11 = 0$.
30. Решите неравенство $\frac{(4 - x^2)(x^2 + 3x + 2)}{x^2 + 8x + 5} < 0$.
31. Решите неравенство $\frac{2}{x + 7} - \frac{3}{3x + 5} \geq -\frac{1}{8}$.

32. Решите уравнения а) $\sqrt{2-7x} = 3$, б) $\sqrt{2-7x} = -3$, в) $\sqrt[3]{2-7x} = 3$, г) $\sqrt[3]{2-7x} = -3$.
33. Решите уравнение $(x^2 + x - 20)\sqrt{3x+5} = 0$.
34. Решите уравнение $\sqrt{x+2} = 2 + \sqrt{x-6}$.
35. Решите неравенства а) $|x+7| \geq 3$, б) $|x+7| < 3$ двумя способами:
1) используя геометрический смысл модуля, 2) раскрывая модуль (алгебраическое определение).
36. Решите неравенства а) $\cos 6x > -\frac{1}{2}$, б) $\operatorname{ctg}\left(x - \frac{3\pi}{5}\right) \leq 2$.
37. Решите неравенство $\operatorname{arctg}(x+5) \geq \frac{\pi}{6}$.
38. Решите неравенства а) $\sqrt{3x-7} > 1$, б) $\sqrt{3x-7} \leq -1$.
39. Решите неравенство $\frac{(2\sqrt{5}-3)\sqrt{x+3}}{x-9} < 0$.
40. Решите неравенство $\sqrt{3x+1} \leq 3x-1$.
41. Решите неравенство $\sqrt{\frac{1-6x}{x-2}} < 3$.
42. Решите уравнение $9^{2x-4} = 10^{3x+1}$.
43. Докажите единственность корня уравнения $4 \cdot 7^{3x-2} = 35 - 7x$. Найдите этот корень.
44. Решите уравнение $|3 \cdot 2^{x+1} - 2| = 4$.
45. Решите уравнение $\ln|4x+2| = 5 \ln 2$.
46. Решите неравенство $|9^{x+1} - 9^{2x}| < 20$.
47. Решите неравенство $-1 \leq \log_2 \log_{1/6}(x-4) \leq 4$.
48. Решите уравнение $\frac{2 \sin^2 x - \sqrt{2} \sin x + 12 \sin x - 32^{\frac{3}{2}}}{2 \cos x + \sqrt{2}} = 0$.
49. Решите неравенство $2|\sin x + 2 \cos x| \leq \sqrt{15}$.
50. Решить неравенство $\log_{\operatorname{ctg} x} \left(\frac{3 \operatorname{ctg}^2 x}{10} + \frac{3}{10} \right) > 1$.

Вариант 33

- а) Не используя калькулятор и применяя свойства логарифмов, преобразуйте выражение $x = \frac{\log_5 4 - \log_5 7}{\log_5 2 + \log_5 3}$. б) Определите интервал длины 1 с целыми границами, содержащий точку x .
- Расположите два действительных числа в порядке возрастания, используя свойства тригонометрических функций: $\operatorname{ctg} \frac{7\pi}{8}$ и $\operatorname{tg} 265^\circ$.
- Даны действительные числа $x_1 = \sin 73^\circ \cdot \sin 17^\circ$, $x_2 = \cos 106^\circ \cdot \cos 164^\circ$. Сравните их, используя тригонометрические формулы.
- Дано множество $A = \{x | x^4 - x^2 - 2 = 0\}$. Перечислите элементы данного множества. Если количество элементов множества бесконечно, назовите любые четыре элемента данного множества.
- Даны два множества $A = (-15; 0]$, $B = [-20; 1]$, а также универсальное множество $\Omega = \mathbb{R}$ – числовая ось. а) Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразив множества на числовой оси. Назовите эти множества (интервал, полуинтервал, луч и т.п.). б) Изобразите на координатной плоскости множество $A \times B$ – декартово произведение множеств A и B .

6. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}y \leq -3, \\ 3x - \frac{1}{3}y < -5. \end{cases}$$

- Изобразите множество точек плоскости $\bar{A} \cap B \cap C$ в декартовой системе координат, заданных с помощью операций над множествами

$$A = \{(x; y) : y \geq x^3\}, B = \{(x; y) : y < x\}, C = \{(x; y) : x^2 + y^2 = 1\}.$$

- Вычислите значение заданного выражения $\frac{10! - 11! + 9!}{11 \cdot 9!}$.
- Упростите выражение

$$\left(\frac{n!}{(n-k)! \cdot k!} + \frac{n!}{(k-1)! \cdot (n-k+1)!} \right) : \frac{(n+1)!}{k! \cdot (n-k+1)!}.$$

10. Для бинома $\left(\sqrt[4]{x^3} + \frac{3}{\sqrt{x}}\right)^5$ найдите а) сумму биномиальных коэффициентов; б) четвертый член разложения; в) наибольший коэффициент в разложении бинома по степеням переменной; г) член разложения, не зависящий от переменной, если существует.
11. Определите ближайшее целое число для $x = \arcsin\left(\cos\frac{3}{7}\right)$.
12. Даны три элемента числовой последовательности $a_8 = 18$, $a_9 = 22$ и $a_{10} = 26$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является арифметической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{a_n\}$ и разность d . г) Выпишите общий член a_n арифметической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число 116 элементом данной арифметической прогрессии.
- е) Найдите сумму $S_{14} = \sum_{k=1}^{14} a_k$.
13. Даны три элемента числовой последовательности $b_9 = 13$, $b_{10} = 6,5$ и $b_{11} = 3,25$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является геометрической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{b_n\}$ и знаменатель q . г) Выпишите общий член b_n геометрической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число 416 элементом данной геометрической прогрессии.
- е) Найдите сумму $S_6 = \sum_{k=1}^6 b_k$.
14. Дан квадрат со стороной 33. Середина каждой стороны является вершиной нового квадрата. Далее у нового квадрата находят середины сторон и строят ещё один квадрат. Эти действия продолжают бесконечное число раз. Найдите сумму площадей всех полученных квадратов.
15. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 11 дают в остатке 10.
16. Изобразите график и найдите множество значений функции

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1, & |x| > 1, \\ 2x^2 - 2, & |x| \leq 1. \end{cases}$$

17. Исследуйте функцию $y = \sin(x - \pi)$ по определению на монотонность, ограниченность, четность, нечетность, периодичность.
18. Постройте графики функций
 а) $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$, б) $y = \ln x + 1$, в) $y = 0$, г) $y = \sqrt[3]{x/2}$,
 д) $y = -\sqrt{x}$, е) $y = \log_{0,3}(-x)$.
19. Постройте графики функций
 а) $y = |\operatorname{arctg} x + 1|$, б) $y = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 2$, в) $y = -1 - \frac{2}{|x + 4|}$.
20. Постройте график функции, обратной к данной функции $y = f(x)$, если а) $y = 3x + 3$, б) $y = \operatorname{tg}(x - 1)$, $x(-1) = 1 + \frac{7\pi}{4}$.
21. Постройте график функции $y = \max\{f_1, f_2\}$, где $f_1(x) = -x + 1$, $f_2(x) = 0, 2^x$.
22. Постройте график уравнения $\frac{1 + \operatorname{ctg} y}{x} = 0$.
23. Постройте график уравнения $\sqrt{3x} = \sqrt{x - 2y + 2}$.
24. Постройте график функции $y = [x - x^2]$, где $[a]$ — целая часть числа a .
25. Найдите множество точек координатной плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|y| \leq |\ln|x||$.
26. Решите уравнение $x^3 - 4x^2 + 4x - 1 = 0$.
27. Решите уравнение $(x^2 - 4x + 5)^4 + 4(x^2 - 4x + 5)^2 - 12 = 0$.
28. Решите уравнение $\frac{x - 4}{x^2 + x - 6} - \frac{3}{x^2 + 4x + 3} = 0$.
29. Решите уравнение $\frac{x^2 - 3x + 5}{x - 4} + \frac{3(x - 4)}{x^2 - 3x + 5} + 4 = 0$.
30. Решите неравенство $\frac{(x^2 - 10x + 6)(x^2 + 3x - 18)}{x^2 - 7x + 12} > 0$.
31. Решите неравенство $\frac{3}{x + 4} + \frac{7}{2x + 3} \leq 2$.

32. Решите уравнения а) $\sqrt{8x+2} = 2$, б) $\sqrt{8x+2} = -2$, в) $\sqrt[3]{8x+2} = 2$, г) $\sqrt[3]{8x+2} = -2$.
33. Решите уравнение $\sqrt{4x+5} = 5 - 2x$.
34. Решите уравнение $\sqrt{x+9}\sqrt{x+6} = 2x + 12$.
35. Решите неравенства а) $|x - 8| \leq 4$, б) $|x - 8| > 4$ двумя способами:
1) используя геометрический смысл модуля, 2) раскрывая модуль (алгебраическое определение).
36. Решите неравенства а) $\sin 6x > -\frac{1}{2}$, б) $\operatorname{tg}\left(x + \frac{5\pi}{4}\right) \leq 8$.
37. Решите неравенство $4 \operatorname{arctg}(5x + 6) \leq 3\pi$.
38. Решите неравенства а) $\sqrt{x-4} < 2$, б) $\sqrt{x-4} \geq -2$.
39. Решите неравенство $\frac{(x-5)\sqrt{7-x}}{5-4\sqrt{3}} \geq 0$.
40. Решите неравенство $2x - 3 < \sqrt{x^2 + 9}$.
41. Решите неравенство $\sqrt{\frac{x-2}{1-6x}} > 3$.
42. Решите уравнение $6^{5x+4} = 10^{x-1}$.
43. Докажите единственность корня уравнения $4 \cdot 5^{3x-3} = \frac{4}{125} - 11x$.
Найдите этот корень.
44. Решите уравнение $8^{11|x|-9} = 10$.
45. Решите уравнение $|\log_3(6x+1)| = 1$.
46. Решите неравенство $|4^{2x} - 6 \cdot 4^x| \leq 9$.
47. Решите неравенство $0 \leq \log_{1/2} \log_7(4x-4) \leq 4$.
48. Решите уравнение $\frac{2 \cos^2 x + \sqrt{2} \cos x - 10 \cos x - 5\sqrt{2}}{2 \sin x - \sqrt{2}} = 0$.
49. Решите неравенство $2|4 \sin x + \cos x| \geq \sqrt{17}$.
50. Решите неравенство $\log_{\operatorname{tg} x} \left(\frac{5 \operatorname{tg}^2 x}{21} + \frac{4}{21} \right) < 1$.

Вариант 34

1. а) Не используя калькулятор и применяя свойства логарифмов, преобразуйте выражение $x = \log_7 (9^{\log_3 5}) \cdot \log_3 7$. б) Определите интервал длины 1 с целыми границами, содержащий точку x .
2. Расположите два действительных числа в порядке возрастания, используя свойства тригонометрических функций: $\operatorname{tg} 81^\circ$ и $\operatorname{ctg} \frac{9\pi}{20}$.
3. Сравните два действительных числа $x_1 = \cos^2 \frac{\pi}{18}$, $x_2 = 1 - \sin^2 12^\circ$, используя тригонометрические формулы.
4. Дано множество $A = \{x | x^4 - 8x^2 + 16 = 0; x \in \mathbb{N}\}$. Перечислите элементы данного множества. Если количество элементов множества бесконечно, назовите любые четыре элемента данного множества.
5. Даны два множества $A = [15; 20)$, $B = [18; 25]$, а также универсальное множество $\Omega = \mathbb{R}$ – числовая ось. а) Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразив множества на числовой оси. Назовите эти множества (интервал, полуинтервал, луч и т.п.). б) Изобразите на координатной плоскости множество $A \times B$ – декартово произведение множеств A и B .

6. Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \frac{1}{4}x + \frac{2}{3}y \geq 3, \\ 0, 3x + 0, 2y > 0 \end{cases}$$

7. Изобразите множество точек плоскости $\bar{A} \cap B \cap \bar{C}$ в декартовой системе координат, заданных с помощью операций над множествами

$$A = \{(x; y) | y \geq \sqrt{x}\}, B = \{(x; y) | y = 1\}, C = \{(x; y) | y \leq 0, 5x\}.$$

8. Вычислите значение заданного выражения $\frac{15!}{10!} \cdot \frac{9!}{14!}$.
9. Упростите выражение $\frac{(n-3)!}{n!} \cdot (n^2 - 3n + 2)$.
10. Для бинома $\left(\frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} + 3\sqrt{x}\right)^{10}$ найдите а) сумму биномиальных коэффициентов; б) шестой член разложения; в) наибольший коэффициент

в разложении бинома по степеням переменной; г) член разложения, не зависящий от переменной, если существует.

11. Определите ближайшее целое число для $x = \arccos\left(\cos \frac{9\pi}{17}\right)$.
12. Даны три элемента числовой последовательности $a_6 = 14$, $a_7 = 11$ и $a_8 = 8$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является арифметической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{a_n\}$ и разность d . г) Выпишите общий член a_n арифметической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число -20 элементом данной арифметической прогрессии.
- е) Найдите сумму $S_8 = \sum_{k=1}^8 a_k$.
13. Даны три элемента числовой последовательности $b_9 = 11$, $b_9 = -5$, $b_{10} = 2$, 75 . а) Докажите, что данная числовая последовательность является геометрической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{b_n\}$ и знаменатель q . г) Выпишите общий член b_n геометрической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число 253 элементом данной геометрической прогрессии.
- е) Найдите сумму $S_9 = \sum_{k=1}^9 b_k$.
14. Дан квадрат со стороной 34 . Середина каждой стороны является вершиной нового квадрата. Далее у нового квадрата находят середины сторон и строят ещё один квадрат. Эти действия продолжают бесконечное число раз. Найдите сумму площадей всех полученных квадратов.
15. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 12 дают в остатке 11 .
16. Изобразите график и найдите множество значений функции

$$f(x) = \begin{cases} 0,5x + 1, & x \leq -2, \\ 2x + 4, & -2 < x \leq 0, \\ (x - 2)^2, & x > 0. \end{cases}$$

17. Исследуйте функцию $y = \cos(x + \pi)$ по определению на монотонность, ограниченность, чётность, нечётность, периодичность.
18. Постройте графики функций
 а) $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$, б) $y = \ln x + 2$, в) $y = 0, 2 \arcsin x$, г) $y = \sqrt[3]{x/4}$,
 д) $y = -\sqrt[4]{x}$, е) $y = \log_{0,2}(-x)$.
19. Постройте графики функций
 а) $y = \operatorname{arccotg} |x| - \pi$, б) $y = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1$, в) $y = -1 - \left|\frac{2}{x+4}\right|$.
20. Постройте график функции, обратной к данной функции $y = f(x)$, если а) $y = 3x + 6$, б) $y = 0, 9^x$.
21. Постройте график функции $y = \max\{f_1, f_2\}$, где $f_1(x) = x^2 + 5$, $f_2(x) = 2x - 4$.
22. Постройте график уравнения $\frac{\cos x}{y - 3} = 0$.
23. Постройте график уравнения $\ln(3x + 3) = \ln(3x + y - 1)$.
24. Постройте график функции $y = \{x - x^2\}$, где $\{a\}$ — дробная часть числа a .
25. Найдите множество точек координатной плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|y| \leq |3^{x+1} - 1|$.
26. Решите уравнение $2x^3 - 3x^2 - 3x + 2 = 0$.
27. Решите уравнение $(x^2 - 6x + 1)^4 - 7(x^2 - 6x + 1)^2 - 8 = 0$.
28. Решите уравнение $\frac{x - 1}{x^2 + 8x + 15} - \frac{2}{x^2 - x - 12} = 0$.
29. Решите уравнение $\frac{x^2 - 4x + 3}{x - 2} + \frac{6(x - 2)}{x^2 - 4x + 3} - 7 = 0$.
30. Решите неравенство $\frac{(x^2 + x - 12)(x^2 + 11x + 28)}{x^2 + 12x + 5} \leq 0$.
31. Решите неравенство $\frac{6}{2x + 5} - \frac{1}{x + 6} > \frac{5}{7}$.

32. Решите уравнения а) $\sqrt{4-5x} = 6$, б) $\sqrt{4-5x} = -6$, в) $\sqrt[3]{4-5x} = 6$, г) $\sqrt[3]{4-5x} = -6$.
33. Решите уравнение $(3x^2 + 10x + 3)\sqrt{x+2} = 0$.
34. Решите уравнение $\sqrt{x-4} + 3 = \sqrt{x+11}$.
35. Решите неравенства а) $|x+8| \geq 1$, б) $|x+8| < 1$ двумя способами:
1) используя геометрический смысл модуля, 2) раскрывая модуль (алгебраическое определение).
36. Решите неравенства а) $\cos 3x < \frac{\sqrt{2}}{2}$, б) $\operatorname{ctg} \left(x + \frac{2\pi}{9} \right) \geq 3$.
37. Решите неравенство $\operatorname{arctg} (2-3x) > -\frac{\pi}{6}$.
38. Решите неравенства а) $\sqrt{x-4} \geq 2$, б) $\sqrt{x-4} < -2$.
39. Решите неравенство $\frac{(x-5)\sqrt{7-x}}{7\sqrt{2}-9} > 0$.
40. Решите неравенство $x-1 \geq \sqrt{25-x^2}$.
41. Решите неравенство $\sqrt{\frac{x-2}{6x-1}} \leq 3$.
42. Решите уравнение $7^{2x-2} = 7^{4x-3}$.
43. Докажите единственность корня уравнения $\log_6(3x-2) = 7-7x$.
Найдите этот корень.
44. Решите уравнение $|4 \cdot 6^x - 8| = 3$.
45. Решите уравнение $\log_3 |2x-4| = 5$.
46. Решите неравенство $|4^{2x} - 7 \cdot 4^x| \geq 12$.
47. Решите неравенство $-4 \leq \log_2 \log_{1/6}(6x+4) \leq 2$.
48. Решите уравнение $\frac{2 \sin^2 x + \sqrt{3} \sin x + 8 \sin x + 4\sqrt{3}}{2 \cos x - 1} = 0$.
49. Решите неравенство $2|\sin x - 4 \cos x| \leq \sqrt{51}$.
50. Решите неравенство $\log_{\operatorname{ctg} x} \left(\frac{2 \operatorname{ctg}^2 x}{11} + \frac{5}{11} \right) > 1$.

Вариант 35

- а) Не используя калькулятор и применяя свойства логарифмов, преобразуйте выражение $x = \log_{\frac{1}{3}}(\log_7 5 + \log_7 245 - \log_7 25)$. б) Определите интервал длины 1 с целыми границами, содержащий точку x .
- Расположите два действительных числа в порядке возрастания, используя свойства тригонометрических функций: $\sin \frac{7\pi}{8}$ и $\operatorname{ctg} \frac{14\pi}{9}$.
- Сравните два действительных числа $x_1 = 1 - 2 \sin^2 100^\circ$, $x_2 = \cos \frac{11\pi}{10}$, используя тригонометрические формулы.
- Дано множество $A = \{x | 3x^3 + 5x^2 - 2x = 0; x \in \mathbb{Z}\}$. Перечислите элементы данного множества. Если количество элементов множества бесконечно, назовите любые четыре элемента данного множества.
- Даны два множества $A = [0; 5)$, $B = (6; 10)$, а также универсальное множество $\Omega = \mathbb{R}$ – числовая ось. а) Найдите $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, изобразив множества на числовой оси. Назовите эти множества (интервал, полуинтервал, луч и т.п.). б) Изобразите на координатной плоскости множество $A \times B$ – декартово произведение множеств A и B .
- Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{2} \leq 1, \\ \frac{3x}{4} - y > 12. \end{cases}$$
- Изобразите множество точек плоскости $A \cap B \cap \bar{C}$ в декартовой системе координат, заданных с помощью операций над множествами

$$A = \{(x; y) : x^2 + y^2 = 9\}, B = \{(x; y) : y > x + 3\},$$

$$C = \{(x; y) : y < -x\}.$$

- Вычислите значение заданного выражения $\frac{17!}{6! \cdot 11!} - \frac{17!}{7! \cdot 10!}$.
- Упростите выражение $\left(\frac{1}{(2n-1)!} - \frac{4n^2-1}{(2n+1)!}\right) \cdot (2n)!$.
- Для бинома $\left(\sqrt[5]{x} + \frac{2}{\sqrt[3]{x}}\right)^8$ найдите а) сумму биномиальных коэффициентов; б) четвертый член разложения; в) наибольший коэффициент

в разложении бинома по степеням переменной; г) член разложения, не зависящий от переменной, если существует.

11. Определите ближайшее целое число для $x = \operatorname{arctg} \left(\operatorname{ctg} \frac{5}{6} \right)$.
12. Даны три элемента числовой последовательности $a_7 = 14$, $a_8 = 18$ и $a_9 = 22$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является арифметической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{a_n\}$ и разность d . г) Выпишите общий член a_n арифметической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число -3 элементом данной арифметической прогрессии.

е) Найдите сумму $S_9 = \sum_{k=1}^9 a_k$.

13. Даны три элемента числовой последовательности $b_5 = 19$, $b_6 = -76$ и $b_7 = 304$. а) Докажите, что данная числовая последовательность является геометрической прогрессией. б) Исследуйте на монотонность прогрессию. в) Найдите первый элемент последовательности $\{b_n\}$ и знаменатель q . г) Выпишите общий член b_n геометрической прогрессии двумя способами: аналитическим, рекуррентным. д) Проверьте, является ли число -876 элементом данной геометрической прогрессии.

е) Найдите сумму $S_{12} = \sum_{k=1}^{12} b_k$.

14. Дан квадрат со стороной 35. Середина каждой стороны является вершиной нового квадрата. Далее у нового квадрата находят середины сторон и строят ещё один квадрат. Эти действия продолжают бесконечное число раз. Найдите сумму площадей всех полученных квадратов.
15. Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 15 дают в остатке 7.
16. Изобразите график и найдите множество значений функции

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{arccctg} x, & x < 0, \\ -x + \frac{\pi}{2}, & x \geq 0. \end{cases}$$

17. Исследуйте функцию $y = \operatorname{tg}(x + \pi) + 1$ по определению на монотонность, ограниченность, четность, нечетность, периодичность.

18. Постройте графики функций

а) $y = \sin\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)$, б) $y = \log_{0,5} x - 2$, в) $y = \frac{1}{4} \operatorname{arctg} x$, г) $y = \sqrt{3x}$,
д) $y = -\log_9 x$, е) $y = 2^{-x}$.

19. Постройте графики функций

а) $y = \arcsin|x| - \pi$, б) $y = \sqrt{x+1} - 2$, в) $y = -1 - \frac{2}{|x+4|}$.

20. Постройте график функции, обратной к данной функции $y = f(x)$,

если а) $y = -2x - 0,5$, б) $y = \cos\left(\frac{5x}{2}\right)$, $x(0,5) = \frac{2\pi}{3}$.

21. Постройте график функции $y = \max\{f_1, f_2\}$, где $f_1(x) = x^2 + 5x - 1$,
 $f_2(x) = 3x + 2$.

22. Постройте график уравнения $\frac{\sqrt{2x-6}}{y-2} = 0$.

23. Постройте график уравнения $\frac{1}{3x-y+2} = \frac{1}{3x+y-2}$.

24. Постройте график функции $y = [2-x^2]$, где $[a]$ — целая часть числа a .

25. Найдите множество точек координатной плоскости Oxy , координаты которых удовлетворяют неравенству $|y| \leq |\ln(x-1)|$.

26. Решите уравнение $2x^3 + 3x^2 - 2x - 3 = 0$.

27. Решите уравнение $(5x^2 + 6x - 1)^4 + 7(5x^2 + 6x - 1)^2 - 8 = 0$.

28. Решите уравнение $\frac{2}{x^2 - 4x - 21} + \frac{x-2}{x^2 - 3x - 18} = 0$.

29. Решите уравнение $\frac{x^2 - 6x - 4}{x+3} + \frac{14(x+3)}{x^2 - 6x - 4} + 9 = 0$.

30. Решите неравенство $\frac{(x^2 - 8x + 15)(x^2 + 3x + 1)}{9 - x^2} \geq 0$.

31. Решите неравенство $\frac{4}{8-x} + \frac{3}{9x-2} < 1$.

32. Решите уравнения а) $\sqrt{8-3x} = 5$, б) $\sqrt{8-3x} = -5$, в) $\sqrt[3]{8-3x} = 5$,
г) $\sqrt[3]{8-3x} = -5$.

33. Решите уравнение $3\sqrt{2x+3} = x+6$.

34. Решите уравнение $\sqrt{1-x}\sqrt{2x+17} = x+11$.

35. Решите неравенства а) $|x - 9| \geq 5$, б) $|x - 9| < 5$ двумя способами:
1) используя геометрический смысл модуля, 2) раскрывая модуль (алгебраическое определение).
36. Решите неравенства а) $\sin 3x < \frac{\sqrt{2}}{2}$, б) $\operatorname{tg}\left(x - \frac{8\pi}{3}\right) \geq -4$.
37. Решите неравенство $\operatorname{arctg}(4x - 3) \leq \frac{2\pi}{3}$.
38. Решите неравенства а) $\sqrt{2x - 6} \leq 3$, б) $\sqrt{2x - 6} > -3$.
39. Решите неравенство $\frac{(3\sqrt{6} - 8)\sqrt{x - 6}}{x - 1} \leq 0$.
40. Решите неравенство $3x - 1 < \sqrt{3x + 1}$.
41. Решите неравенство $\sqrt{\frac{6x - 1}{2 - x}} \geq 3$.
42. Решите уравнение $6^{3-2x} = 9^{3x+1}$.
43. Докажите единственность корня уравнения $4 \cdot 5^{3x-3} = 0,032 - 11x$.
Найдите этот корень.
44. Решите уравнение $5^{8|x|-10} = 8$.
45. Решите уравнение $|\log_7(11x + 2)| = 1$.
46. Решите неравенство $|5^{2x} - 3 \cdot 5^x| < 2$.
47. Решите неравенство $-1 \leq \log_{0,3} \log_7(x - 3) \leq 2$.
48. Решите уравнение $\frac{2 \cos^2 x - \sqrt{2} \cos x + 10 \cos x - 5\sqrt{2}}{2 \sin x - \sqrt{2}} = 0$.
49. Решите неравенство $\sqrt{2} |3 \sin x + \cos x| \geq \sqrt{5}$.
50. Решите неравенство $\log_{\operatorname{tg} x} \left(\frac{4 \operatorname{tg}^2 x}{13} + \frac{3}{13} \right) < 1$.

Список литературы

1. Антонов В.И., Копелевич Ф.И. Элементарная математика для первокурсника. Учебное пособие. — СПб.: Лань, 2013. — 112 с. — ISBN 978-5-8114-1413-0.
2. Вавилов В.В., Мельников И.И., Олехник С.Н. Задачи по математике. Алгебра. — М.: Физматлит, 2007. — 456 с. — ISBN 978-5-9221-0865-2.
3. Введение в предмет Математический анализ. Учебное пособие. — Ижевск: Изд-во «Удмуртский университет», 2021. —
4. Гейдман Б.П. Логарифмические и показательные уравнения и неравенства. — М.:МЦНМО, 2013. — 48 с. — ISBN 978-5-4439-0044-5.
5. Карасев В.А., Левшина Г.Д. 12 уроков по тригонометрии. — Илекса, 2014. — 200 с. — ISBN 978-5-89237-366-1.
6. Мельников И.И., Олехник С.Н., Пасиченко П.И. Задачи по математике. Последовательности, функции и графики. — М.: Физматлит, 2008. — 328 с. — ISBN 978-5-9221-0899-7.
7. Мельников И.И., Олехник С.Н., Пасиченко П.И. Задачи по математике. Начала анализа. — М.: Физматлит, 2008. — 284 с. — ISBN 978-5-9221-09451.
8. Потапов М.К., Александров В.В., Пасиченко П.И. Алгебра, тригонометрия и элементарные функции. Учебное пособие. — Илекса, 2015. — 680 с. ISBN 978-5-89237-380-7.
9. Хорошилова Е.В. Элементарная математика. Учебное пособие для старшеклассников и абитуриентов. Часть 1. Теория чисел. Алгебра. — М.: Изд-во МГУ, 2019. — 484 с. — ISBN 978-5-19-011321-1.
10. Хорошилова Е.В. Элементарная математика. Учебное пособие для старшеклассников и абитуриентов. Часть 2. Системы уравнений и неравенств. Текстовые задачи. Числовые последовательности. Прогрессии. Элементы теории множеств. — М.: Изд-во МГУ, 2020. — 469 с. — ISBN 978-5-19-011452-2.
11. Шахмейстер А.Х. Системы уравнений. Пособие для школьников, абитуриентов и преподавателей. — М.: МЦНМО, 2019. — 182 с. — ISBN 978-5-4439-2923-1, 978-5-4439-0124-4.
12. Шахмейстер А.Х. Построение и преобразование графиков. Параметры. Часть 1. Линейные функции и уравнения. — М.: Виктория Плюс, 2019. — 208 с. — ISBN 978-5-4439-2857-9.
13. Шахмейстер А.Х. Построение и преобразование графиков. Параметры. Части 2-3. — М.:МЦНМО, 2020. — 393 с. — ISBN 978-5-4439-2992-7, 978-5-4439-0348-4.
14. Шахмейстер А.Х. Тригонометрия. — М.: МЦНМО, 2017. — 752 с. — ISBN 978-5-4439-2568-4, 978-5-4439-0050-6, 978-5-91281-057-2.
15. Шахмейстер А.Х. Уравнения. — М.: МЦНМО, 2021. — 264 с. — ISBN 978-5-4439-4163-9, 978-5-91281-050-3.

ДЛЯ ЗАМЕТОК

ДЛЯ ЗАМЕТОК

Учебное издание

Авторы-составители:
Галиева Файруза Ахматовна
Коробейникова Наталья Ивановна
Латыпова Наталья Владимировна
Максимова Ольга Васильевна
Тинюкова Татьяна Сергеевна
Федоров Дмитрий Леонидович

ВВЕДЕНИЕ В ПРЕДМЕТ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Практикум

Авторская редакция

Отпечатано с оригинал-макета заказчика

Подписано в печать 30.12.2021. Формат 60×84¹/₁₆.

Усл. печ. л. 8,8.

Тираж 300 экз. Заказ № 2472.

Издательский центр «Удмуртский университет»
426034, Ижевск, ул. Университетская, 1, корп. 4, каб. 207.
Тел./факс: (3412) 500-295 E-mail: editorial@udsu.ru

Типография Издательского центра
«Удмуртский университет»
426034, Ижевск, ул. Университетская, 1, корп. 2.
Тел. 68-57-18, 91-73-05