УДК 330.43

А. А. Мухин
ФГБОУ ВПО «Удмуртский государственный университет», Ижевск, e-mail: ualex@udm.ru

И. А. Мухина
ФГБОУ ВО «Ижевская ГСХА», Ижевск, e-mail: innasun@udm.ru

Е. В. Марковина
ФГБОУ ВО «Ижевская ГСХА», Ижевск, e-mail: ekdekanat@mail.ru

С. А. Доронина
ФГБОУ ВО «Ижевская ГСХА», Ижевск, e-mail: dorx@yandex.ru

О. И. Рыжкова
ФГБОУ ВО «Ижевская ГСХА», Ижевск, e-mail: olga.rizhckowa@yandex.ru

ПРОВЕРКА НАДЕЖНОСТИ МОДЕЛИ ЗАВИСИМОСТИ ВВП РОССИИ ОТ ЭКСПОРТА МЕТОДОМ ТЕСТИРОВАНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ОСТАТКОВ

Ключевые слова: получение параметров линейной парной регрессионной модели, проверка гомоскедастичности в парной регрессии, проверка гетероскедастичности остатков в парной регрессии, расчет тестов Голдфелда-Квандта, ранговой корреляции Спирмена, Глейзера, Парка, Уайта, критерий Бройша-Пагана, расчет прогнозного значения ВВП от экспорта в России.

В статье рассматривается построение парной линейной регрессионной модели зависимости использованного ВВП от экспорта России и оценка ее параметров. Рассчитываются параметры парной линейной регрессии при наборе 24 значений экспорта России и использованный ВВП. Проводится проверка гомо-, гетероскедастичности остатков в парной регрессии. Наличие гетероскедастичности может привести к смещенности оценок коэффициентов регрессии. Несмещенность оценок в основном зависит от соблюдения предположения о независимости остатков и величин факторов. Гетероскедастичность будет сказываться на уменьшении эффективности оценок параметров. Последовательно рассматриваются тесты: Голдфелда-Квандта, ранговой корреляции Спирмена, Глейзера, Парка, Уайта, критерий Бройша-Пагана. В тесте Голдфелда-Квандта полученный отсортированный массив разбивается на две равные части. Тест ранговой корреляции Спирмена основан на вычислении коэффициента ранговой корреляции между значениями остатков регрессии и значениями фактора-регрессора. Определяется значение статистического критерия Стьюдента, по его величине судят о наличии или отсутствии гетероскедастичности остатков. Тест Глейзера основывается на наиболее общих представлениях о зависимости стандартной ошибки случайной составляющей от значений объясняющей переменной. Среди анализируемых моделей выбирается модель с тем значением, для которого параметр наиболее значим. Предложено для проведения исследования на гетероскедастичность использовать дополнительно функциональную зависимость прологарифмировано вида. Проверяется статистическая значимость параметра регрессии по критерию Стьюдента. Тест Бройша-Пагана применяется, если имеются основания полагать, что дисперсия ошибок может зависеть от некоторой совокупности наблюдаемых переменных. Указанная информация может служить важным инструментом хозяйствования различных экономических агентов рынка.

A. A. Mukhin
Udmurt State University, Izhevsk, e-mail: ualex@udm.ru

I. A. Mukhina
Izhevsk State Agricultural Academy, Izhevsk, e-mail: innasun@udm.ru

E. V. Markovina
Izhevsk State Agricultural Academy, .Izhevsk, e-mail: ekdekanat@mail.ru

S. A. Doronina
Izhevsk State Agricultural Academy, Izhevsk, e-mail: dorx@yandex.ru

O. I. Ryzhkova
Izhevsk State Agricultural Academy, Izhevsk, e-mail: olga.rizhckowa@yandex.ru

CHECKING THE RELIABILITY OF THE MODEL OF DEPENDENCE OF RUSSIA'S GDP ON EXPORTS BY TESTING RANDOM BALANCES

Keywords: obtaining parameters of a linear paired regression model, checking homoscedasticity in paired regression, checking heteroscedasticity of residues in paired regression, calculating Goldfeld-Quandt tests, Spearman, Glazer, Park, White rank correlation, Broysh-Pagan criterion, calculating the projected value of GDP from exports in Russia.

The article discusses the construction of a paired linear regression model of the dependence of the used GDP on Russia's exports and the assessment of its parameters. The parameters of paired linear regression are calculated for a set of 24 values of Russian exports and used GDP. The homo-, heteroskedasticity of residues in paired regression is checked. The presence of heteroscedasticity can lead to bias estimates of regression coefficients. The unbiased estimates mainly depend on compliance with the assumption of the independence of the residuals and the values of the factors. Heteroskedasticity will affect the decrease in the effectiveness of parameter estimates. The following tests are consistently considered: Goldfeld-Quandt, Spearman, Glazer, Park, White rank correlation, Broich-Pagan criterion. In the Goldfeld-Quandt test, the resulting sorted array is divided into two equal parts. Spearman's rank correlation test is based on calculating the rank correlation coefficient between the values of the regression residuals and the values of the regressor factor. The value of the Student's statistical criterion is determined, its value is used to judge the presence or absence of heteroscedasticity of residues. The Glazer test is based on the most general ideas about the dependence of the standard error of the random component on the values of the explanatory variable. Among the analyzed models, the model with the value for which the parameter is most significant is selected. It is proposed to use an additional functional dependence of the prologarithmic type to conduct a study on heteroskedasticity. The statistical significance of the regression parameter according to the Student's t-criterion is checked. The Broich-Pagan test is used if there are grounds to believe that the variance of errors may depend on some set of observed variables. This information can serve as an important management tool for various economic agents of the market.

Введение

В современных условиях становится необходимым построение статистически значимого уравнения линейной регрессии, объясняющей динамику валового внутреннего продукта РФ от экспорта РФ, проверка надежности модели методом тестирования случайных остатков с помощью тестов Голдфелда-Квандта, ранговой корреляции Спирмена, Глейзера, Парка, Уайта, Бройша-Пагана, разработка прогноза ВВП России и интерпретация полученных результатов.

Материал и методы исследования

При оценке параметров уравнения регрессии применяется традиционный метод наименьших квадратов. Проводится проверка гомо-, гетероскедастичности остатков в парной регрессии. Последовательно рассматриваются тесты: Голдфелда-Квандта, ранговой корреляции Спирмена, Глейзера, Парка, Уайта, критерий Бройша-Пагана.

Результаты исследования и их обсуждение

Наличие гетероскедастичности в остатках может привести к смещенности оценок коэффициентов регрессии, хотя несмещенность оценок в основном зависит от соблюдения предположения о независимости остатков и величин факторов, т.е. $cov(x,u) = 0$.

Гетероскедастичность будет сказываться на уменьшении эффективности оценок параметров. В частности, невозможно использовать формулу стандартной ошибки коэффициентов σ_{ai}, предполагающей единую дисперсию остатков.

Рассмотрим зависимость от использованного валового внутреннего продукта (ВВП, трлн руб.) – y от экспорта России – x (трлн руб.) в таблице 1.

Таблица 1

Зависимость использованного ВВП от экспорта России

Год	1997 г.	1998 г.	1999 г.	2000 г.	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.	2005 г.
y	2,3	2,6	4,8	7,3	8,9	10,8	13,2	17	21,6
x	0,58	0,82	2,08	3,22	3,3	3,81	4,66	5,86	7,61
Год	2006 г.	2007 г.	2008 г.	2009 г.	2010 г.	2011 г.	2012 г.	2013 г.	2014 г.
y	26,9	33,2	41,3	38,8	46,3	56	68,1	73	79
x	9,08	10,03	12,92	10,84	13,53	16,94	18,32	18,86	21,43
Год	2015 г.	2016 г.	2017 г.	2018 г.	2019 г.	2020 г.			
y	83,1	85,6	91,8	103,9	109,2	107			
x	23,85	22,14	23,96	31,98	31,17	27,3			

Таблица 2

Расчет параметров парной линейной регрессии

№	y_i	x_i	$x{\cdot}y$	x^2	$x_i-\bar{x}$	$(x_i-\bar{x})^2$	$y_i-\bar{y}$	$(y_i-\bar{y})^2$	$\hat{y}_i$	$\hat{y}_i-\bar{y}$	$(\hat{y}_i-\bar{y})^2$	u_i	u_i^2
1	2,3	0,6	1	0,3	-12,9	167,3	-44,82	2009,1	-0,8	-48	2302	3	10
2	2,6	0,8	2	0,7	-12,7	161,1	-44,54	1983,5	0,1	-47	2216	3	6
3	4,8	2,1	10	4,3	-11,4	130,6	-42,34	1792,9	4,8	-42	1797	0	0
4	7,3	3,2	24	10,4	-10,3	106,0	-39,86	1588,8	9,0	-38	1458	-2	3
5	8,9	3,3	30	10,9	-10,2	104,3	-38,22	1460,9	9,3	-38	1435	0	0
6	10,8	3,8	41	14,5	-9,7	94,1	-36,34	1320,3	11,2	-36	1294	0	0
7	13,2	4,7	61	21,7	-8,9	78,4	-33,96	1153,1	14,3	-33	1079	-1	1
8	17,0	5,9	100	34,3	-7,7	58,6	-30,14	908,3	18,8	-28	806	-2	3
9	21,6	7,6	164	57,9	-5,9	34,9	-25,56	653,1	25,3	-22	480	-4	13
10	26,9	9,1	244	82,4	-4,4	19,7	-20,25	410,0	30,7	-16	270	-4	14
11	33,2	10,0	333	100,6	-3,5	12,1	-13,92	193,7	34,2	-13	167	-1	1
12	41,3	12,9	533	167,0	-0,6	0,3	-5,89	34,7	45,0	-2	5	-4	14
13	38,8	10,8	421	117,5	-2,7	7,1	-8,36	69,9	37,3	-10	98	2	2
14	46,3	13,5	627	183,0	0,0	0,0	-0,86	0,7	47,2	0	0	-1	1
15	56,0	16,9	948	287,0	3,4	11,8	8,80	77,5	59,9	13	162	-4	15
16	68,1	18,3	1248	335,8	4,8	23,2	20,94	438,4	65,0	18	319	3	10
17	73,0	18,9	1377	355,8	5,4	28,6	25,82	666,7	67,0	20	394	6	36
18	79,0	21,4	1693	459,1	7,9	62,6	31,86	1015,3	76,5	29	862	3	6
19	83,1	23,8	1982	568,8	10,3	106,8	35,92	1290,4	85,5	38	1470	-2	6
20	85,6	22,1	1895	490,0	8,6	74,4	38,45	1478,4	79,2	32	1023	6	42
21	91,8	24,0	2201	574,2	10,5	109,2	44,68	1996,1	85,9	39	1503	6	35
22	103,9	32,0	3322	1022,9	18,5	341,1	56,70	3214,4	115,7	69	4694	-12	140
23	109,2	31,2	3405	971,8	17,7	311,9	62,08	3853,4	112,7	66	4292	-3	12
24	107,0	27,3	2920	745,4	13,8	190,1	59,80	3576,2	98,3	51	2616	9	75
Сред.	47	14	983	276	Сумма	2 234		31 186	1132		30741		445

Проблема гетероскедастичности характерна для перекрестных данных и редко встречается при рассмотрении временных рядов. Для проверки условия теоремы Гаусса-Маркова о гомоскедастичности случайного остатка в модели может использоваться несколько тестов: тест Голдфелда-Квандта, тест ранговой корреляции Спирмена, тест Глейзера, тест Парка, тест Уайта, критерий Бройша-Пагана.

Последовательно рассмотрим эти тесты.

$$a_1 = \frac{\overline{yx} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} = \frac{983 - 47 \cdot 14}{276 - 14^2} = 3,7;$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \cdot \bar{x} = -2,96.$$

Получаем уравнение регрессии:

$$\hat{y}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta} x_i = -2,96 + 3,7 x_i.$$

1. Проведение оценки параметров парной линейной регрессии будем проводить с помощью инструмента «Регрессия» пакета «Анализа данных», а также с помощью функции «Линейн» табличного процессора Excel (табл. 2).

Проведем оценку тесноты и силы связи между переменными x и y.

Для проведения оценки тесноты связи между переменными x и y используем коэффициент корреляции и коэффициент детерминации.

$$r_{xy} = \frac{\overline{yx} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\sigma_x \sigma_y} = 0,95.$$

По шкале Чеддока можно сделать вывод, что связь высокая.

$$R^2 = R_{yx}^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{\sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \overline{y}\right)^2} = 1$$

$$= 1 - \frac{445}{31186} = 0,986.$$

Полученное значение свидетельствует: на формирование объясняемой переменной в размере 98,6% оказывает влияние объясняющая переменная.

Оценку силы связи между объясняемой и объясняющей переменных выполним, используя значение среднего коэффициента эластичности:

$$\overline{Э} = f'(x)\frac{\overline{x}}{\overline{y}} = a_1 \frac{\overline{x}}{\overline{y}} = \frac{3,71 \cdot 13,5}{47} = 1,063.$$

Тем самым при изменении объясняющей переменной на 1% объясняемая переменная изменится в 1,063 раза.

Оценка значимости уравнения регрессии проводится с помощью F-критерия Фишера (F-теста), который состоит в проверке гипотезы о статистической незначимости уравнения регрессии. Для этого сравниваются значения фактического $F_{расч}$ полученной парной регрессии и *критического* (табличного) $F_{крит}$ значений F-критерия Фишера.

$$F_{расч} = \frac{R^2}{1 - R^2}(n-2) = \frac{0,986}{1 - 0,986}(24-2) = 1519,$$

$$F_{расч} > F_{крит},\ 1519 > 4,3.$$

Тем самым отклоняется статистическая гипотеза H_0: $a_1 = 0$ и делается вывод, что качество регрессии удовлетворительно.

Качество полученной регрессии определим через среднюю ошибку аппроксимации:

$$A_{сред} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \frac{|u_i|}{y_i} \cdot 100\% = \frac{392}{24} = 16\%,$$

т.е. в среднем оцененные значения объясняемой переменной $\hat{y}_i$ отклоняются от фактических y_i на 16%, что входит в допустимый предел значений.

2. Проверка остатков полученной парной линейной регрессии на гомоскедастичность.

2.1. Тест Голфельда-Квандта.

Таблица 3

Расчет тест Голфельда-Квандта

№ наблюдения	y		x
1	2,3		0,58
2	2,6		0,82
3	4,8		2,08
4	7,3		3,22
5	8,9		3,30
6	10,8		3,81
7	13,2		4,66
8	17,0		5,86
9	21,6		7,61
10	26,9		9,08
11	33,2		10,03
12	41,3		12,92
13	38,8		10,84
14	46,3		13,53
15	56,0		16,94
16	68,1		18,32
17	73,0		18,86
18	79,0		21,43
19	83,1		23,85
20	85,6		22,14
21	91,8		23,96
22	103,9		31,98
23	109,2		31,17
24	107,0		27,30

Исходные данные для переменных x и y отсортируем по возрастанию значений x, а затем разобьем весь исходный массив из 24 значений на два равных подмассива по 12 значений каждый (табл. 3).

Для первого и второго подмассивов найдем значения RSS (RSS_1 – для первого (верхнего) подмассива из 12 значений, RSS_2 – для второго (нижнего) подмассива из 12 значений). Для этого воспользуемся инструментом *Регрессия*. Для первой совокупности:

$$RSS_1 = 18{,}5;\ RSS_2 = 340;$$

$$GQ = 18{,}46 / 340 = 0{,}05;$$

$$GQ^{-1} = 0{,}05^{-1} = 18{,}42.$$

Для сравнения полученных значений GQ и GQ^{-1} с $F_{крит}$ найдем его значение при степени свободы, равной 10. $F_{крит} = 2{,}98$. Полученные значения $GQ^{-1} > F_{крит}$, тем самым не подтверждается статистическая гипотеза о равенстве дисперсий случайных остатков в наблюдаемых уравнениях. Остатки обладают гетероскедастичностью.

2.2. Тест ранговой корреляции Спирмена (табл. 4).

Для начала необходимо определить остатки u между исходными (статистическими) значениями переменной y и полученными $\hat{y}_i$ в результате оценки парной линейной регрессии. Для этого можно воспользоваться инструментов *Регрессия* табличного процессора Excel. В качестве исходных данных задаем значения y и x и отмечаем пункт остатки.

Ранжируем значения x и u с использованием функции РАНГ табличного процессора Excel и находим значение D как разницу рангов, затем полученные значения возводим в квадрат.

Таблица 4

Расчет ранговой корреляции Спирмена

№ наблюдения	y	x	$\|u\|$	*Ранг X*	*Ранг U*	D	D^2
1	2,3	0,58	3,2	1	14	-13	169
2	2,6	0,82	2,5	2	12	-10	100
3	4,8	2,08	0,0	3	1	2	4
4	7,3	3,22	1,7	4	8	-4	16
5	8,9	3,30	0,3	5	2	3	9
6	10,8	3,81	0,4	6	3	3	9
7	13,2	4,66	1,1	7	6	1	1
8	17,0	5,86	1,8	8	9	-1	1
9	21,6	7,61	3,7	9	16	-7	49
10	26,9	9,08	3,8	10	18	-8	64
11	33,2	10,03	1,0	11	5	6	36
12	41,3	12,92	3,7	13	17	-4	16
13	38,8	10,84	1,5	12	7	5	25
14	46,3	13,53	0,9	14	4	10	100
15	56,0	16,94	3,9	15	19	-4	16
16	68,1	18,32	3,1	16	13	3	9
17	73,0	18,86	6,0	17	21	-4	16
18	79,0	21,43	2,5	18	11	7	49
19	83,1	23,85	2,4	20	10	10	100
20	85,6	22,14	6,5	19	22	-3	9
21	91,8	23,96	5,9	21	20	1	1
22	103,9	31,98	11,8	24	24	0	0
23	109,2	31,17	3,4	23	15	8	64
24	107,0	27,30	8,7	22	23	-1	1
						Сумма	864

Определяем коэффициент Спирмена по формуле:

$$r = 1 - \frac{6\sum D_i^2}{n\left(n^2 - 1\right)} = 1 - \frac{6 \cdot 864}{24\left(576 - 1\right)} = 0,62 .$$

На основании шкалы Чеддока определяем, что связь между фактором *x* и случайными остатками *u* прямая умеренная.

Определяем величину статистического критерия Стьюдента:

$$t_{x,u} = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0,62\sqrt{24-2}}{\sqrt{1-0,62^2}} = 3,75 .$$

$$t_{крит} = 2{,}07.\ t_{x,u} > t_{крит};\ 3{,}75 > 2{,}07,$$

то принимается, что коэффициент ранговой корреляции статистически значим и присутствует гетероскедастичность остатков.

2.3. Тест Глейзера (табл. 5).

1. Оценим регрессию *y* по *x*, чтобы найти абсолютные значения остатков.

2. Рассчитаем уравнения регрессии u_i от $x^{-\gamma}$ при значениях γ:= –1; –0,5; 0,5; 1; 1,5 по формуле:

$$\left|u_i\right| = a_0 + a_1 \cdot x_i^{\gamma}$$

Варьирование значение γ от – 1 до + 1 позволяет подобрать наиболее адекватную модель. Для каждого значения γ проверяется статистическая значимость параметра a_1 с помощью критерия Стьюдента.

Если для некоторых γ параметр a_1 признается значимым (тестовая статистика больше критического значения), то и гетероскедастичность данного вида признается значимой. При этом среди анализируемых моделей выбирается модель с тем значением γ, для которого параметр a_1 наиболее значим (с наибольшим значением тестовой статистики).

Таблица 5

Расчет теста Глейзера

№ наблюдения	*y*	*x*	*Остатки*|*u*|	x^{-1}	$x^{-0,5}$	$x^{0,5}$	$x^{1,5}$
1	2,3	0,6	3,151	1,726	1,314	0,8	0,4
2	350	385	2,542	0,003	0,051	19,6	7 554
3	330	545	0,048	0,002	0,043	23,3	12 723
4	425	680	1,677	0,001	0,038	26,1	17 732
5	502	810	0,338	0,001	0,035	28,5	23 053
6	360	780	0,359	0,001	0,036	27,9	21 784
7	420	790	1,105	0,001	0,036	28,1	22 204
8	505	785	1,754	0,001	0,036	28,0	21 994
9	280	400	3,651	0,003	0,050	20,0	8 000
10	305	530	3,804	0,002	0,043	23,0	12 201
11	340	580	0,996	0,002	0,042	24,1	13 968
12	460	720	3,704	0,001	0,037	26,8	19 319
13	440	700	1,548	0,001	0,038	26,5	18 520
14	415	690	0,919	0,001	0,038	26,3	18 124
15	345	650	3,915	0,002	0,039	25,5	16 571
16	405	760	3,087	0,001	0,036	27,6	20 951
17	450	780	5,972	0,001	0,036	27,9	21 784
18	515	840	2,511	0,001	0,035	29,0	24 345
19	390	590	2,419	0,002	0,041	24,3	14 331
20	370	540	6,465	0,002	0,043	23,2	12 548
21	435	660	5,914	0,002	0,039	25,7	16 955
22	458	685	11,815	0,001	0,038	26,2	17 928
23	490	750	3,435	0,001	0,037	27,4	20 539
24	485	760	8,654	0,001	0,036	27,6	20 951

$t_{крит} = 2{,}06 > t_{расчет1}$ (0,06), $t_{расчет2}$ (0,06), $t_{расчет3}$ (0,01), $t_{расчет4}$ (0,1).

Параметр a_1 статистически незначим во всех уравнениях регрессии, доказана гомоскедастичность остатков.

2.4. Тест Парка (табл. 6).

Тест используется для проверки гетероскедастичности случайных ошибок регрессионной модели. Предполагается, что дисперсия σ^2 является функцией -го значения объясняющей переменной x. Р. Парк предложил для проведения исследования на гетероскедастичность использовать дополнительно функциональную зависимость вида (прологарифмировано):

$$\ln(u^2) = a_0 + a_1 \cdot \ln(x) + w.$$

Так как дисперсии σ_i^2 обычно неизвестны, их заменяют оценками квадратов отклонений ошибок u^2. Критерий Парка, как правило, один не применяется, а дополняется другими тестами.

Для этого построим ряды $\ln(u^2)$ и $\ln(x)$, а затем проведем оценку ее параметров с использованием инструмента *Регрессия*.

$$t_{крит} = 2,06;\ t_{расчет} = 2,82;\ t_{крит} < t_{расчет}.$$

Таким образом, коэффициент a_1 является значимым. Следовательно, гетероскедастичность остатков доказана.

2.5. Тест Уайта (табл. 7).

Тест предложен Уайтом в 1980 г. Это универсальная процедура тестирования гетероскедастичности случайных ошибок линейной регрессионной модели, не налагающая особых ограничений на структуру гетероскедастичности.

Применяем инструмент *Регрессия*.

$$F_{расч} > F_{крит},\ 12,2 > 3,5.$$

Принимается гипотеза о гетероскедастичности остатков уравнения.

Таблица 6

Расчет теста Парка

y	x	*Остатки*$\|u\|$	$\ln(u^2)$	$\ln(x)$
2,3	0,6	3,2	2,30	-0,55
2,6	0,8	2,5	1,87	-0,20
4,8	2,1	0,0	-6,07	0,73
7,3	3,2	-1,7	1,03	1,17
8,9	3,3	-0,3	-2,17	1,19
10,8	3,8	-0,4	-2,05	1,34
13,2	4,7	-1,1	0,20	1,54
17,0	5,9	-1,8	1,12	1,77
21,6	7,6	-3,7	2,59	2,03
26,9	9,1	-3,8	2,67	2,21
33,2	10,0	-1,0	-0,01	2,31
41,3	12,9	-3,7	2,62	2,56
38,8	10,8	1,5	0,87	2,38
46,3	13,5	-0,9	-0,17	2,60
56,0	16,9	-3,9	2,73	2,83
68,1	18,3	3,1	2,25	2,91
73,0	18,9	6,0	3,57	2,94
79,0	21,4	2,5	1,84	3,06
83,1	23,8	-2,4	1,77	3,17
85,6	22,1	6,5	3,73	3,10
91,8	24,0	5,9	3,55	3,18
103,9	32,0	-11,8	4,94	3,47
109,2	31,2	-3,4	2,47	3,44
107,0	27,3	8,7	4,32	3,31

Таблица 7

Расчет теста Уайта

x	x^2	*Остатки*$\|u\|$	$\|u\|^2$
0,58	0,34	3,2	9,9
0,82	0,67	2,5	6,5
2,08	4,35	0,0	0,0
3,22	10,36	1,7	2,8
3,30	10,89	0,3	0,1
3,81	14,54	0,4	0,1
4,66	21,68	1,1	1,2
5,86	34,34	1,8	3,1
7,61	57,87	3,7	13,3
9,08	82,43	3,8	14,5
10,03	100,58	1,0	1,0
12,92	167,02	3,7	13,7
10,84	117,55	1,5	2,4
13,53	183,04	0,9	0,8
16,94	286,99	3,9	15,3
18,32	335,80	3,1	9,5
18,86	355,83	6,0	35,7
21,43	459,07	2,5	6,3
23,85	568,77	2,4	5,9
22,14	489,98	6,5	41,8
23,96	574,21	5,9	35,0
31,98	1 022,87	11,8	139,6
31,17	971,79	3,4	11,8
27,30	745,37	8,7	74,9

2.6. Тест Бройша-Пагана (табл. 8).

Тест применяется, если имеются основания полагать, что дисперсия ошибок может зависеть от некоторой совокупности наблюдаемых переменных. Воспользуемся данными предыдущего теста и найдем оценку дисперсии случайного члена по формуле:

$$\hat{\sigma}^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{u_i^2}{n}$$

Расчет значений $\frac{u^2}{n}$ приведен в табл. 8.

$$p_i = \frac{u_i^2}{\hat{\sigma}^2}.$$

Применяем инструмент *Регрессия*. Оценим параметры модели и найдем статистику χ^2_{m-1} = ESS / 2. χ^2_{m-1} = 19. Определим $\chi^2_{крит}$ при a = 0,05, v_2 = 22, $\chi^2_{m-1} < \chi^2_{крит}$, так как 19 < 33. Принимается гипотеза о гомоскедастичности остатков.

Сведем результаты проведенных тестов на проверку остатков полученной парной регрессии на гомоскедастичность в табл. 9.

Таблица 8

Расчет теста *Бройша-Пагана*

y	x	*Остатки*$\|u\|$	p_i
2,3	0,6	3,15	0,54
2,6	0,8	2,54	0,35
4,8	2,1	0,05	0,00
7,3	3,2	-1,68	0,15
8,9	3,3	-0,34	0,01
10,8	3,8	-0,36	0,01
13,2	4,7	-1,10	0,07
17,0	5,9	-1,75	0,17
21,6	7,6	-3,65	0,72
26,9	9,1	-3,80	0,78
33,2	10,0	-1,00	0,05
41,3	12,9	-3,70	0,74
38,8	10,8	1,55	0,13
46,3	13,5	-0,92	0,05
56,0	16,9	-3,92	0,83
68,1	18,3	3,09	0,51
73,0	18,9	5,97	1,92
79,0	21,4	2,51	0,34
83,1	23,8	-2,42	0,32
85,6	22,1	6,46	2,25
91,8	24,0	5,91	1,89
103,9	32,0	-11,82	7,52
109,2	31,2	-3,44	0,64
107,0	27,3	8,65	4,04

Таблица 9

Итоговая таблица

№ п/п	Название теста	Результат тестирования остатков
1	Голдфелда-Квандта (тест *GQ*)	Гетероскедастичные
2	Ранговой корреляции Спирмена	Гетероскедастичные
3	Глейзера	Гомоскедастичные
4	Парка	Гетероскедастичные
5	Уайта	Гетероскедастичные
6	Бройша-Пагана	Гомоскедастичные

Заключение

Полученные результаты в целом позволяют оценить регрессионное уравнение как надежное, и его можно использовать в практической деятельности анализа макроэкономических показателей России. Для соблюдения экономической безопасности страны ежегодный рост ВВП должен составлять 5% (с учетом роста цен). Спрогнозируем уровень экспорта, который необходим для выполнения этого требования, согласно полученному уравнению:

$$\hat{y}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta} x_i = -2,96 + 3,7 x_i .$$

К 2022 году ВВП должен составить 115 трлн руб., следовательно, России необходимо достичь уровня экспорта в размере 31,9 трлн руб.

Библиографический список

1. Сайт Федеральной службы государственной статистики. [Электронный ресурс]. URL: https://gks.ru/free_doc/new_site/vvp/vvp-god/tab24.htm.

2. Hassani Ashkan. Applications of Cobb-Douglas Production Function in Construction Time-Cost Analysis. Construction Systems – Disser tations & Theses. 2012. Vol. 13. [Электронный ресурс]. URL: https://digitalcommons.unl.edu/constructiondiss/13.

3. Khosiev B.N., Ostaev G.Ya., Gogaev O.K., Markovina E.V., Latysheva A.I., Konina E.A. Strategic management and zootechnical control in pig-breeding enterprises: development of its information base. Research Journal of Pharmaceutical, Biological and Chemical Sciences. 2019. T. 10. № 1. С. 1267-1279.

4. Sumin V.I., Chernov A.V. On sufficient conditions of existence stability of global solutions of Volterra operator equations, Vestn. Nizhegorod. Univ. N.I. Lobachevskogo, Mat. Model. Optim. Upr. 2003. № 1 (26). P. 39-49.

5. Рыжкова О.И., Гоголев И.М., Доронина С.А. Инвестиционная привлекательность аграрного производства в условиях санкций и импортозамещения // Проблемы региональной экономики. 2021. № 3-4. С. 72-79.

6. Хромов Е.А. Региональный экономический рост: сущность и факторы его формирующие (теоретический аспект) // Вестник Алтайской академии экономики и права. 2020. № 3-2. С. 297-302.