Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова
Российской академии наук

УСТОЙЧИВОСТЬ И КОЛЕБАНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ
(*конференция Пятницкого*)

Материалы
XVI Международной конференции

1 – 3 июня 2022 г., Москва

Москва
ИПУ РАН
2022

XVI Международная конференция «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления» (конференция Пятницкого) проводится Федеральным государственным бюджетным учреждением науки Институтом проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук при поддержке Отделения энергетики, машиностроения, механики и процессов управления РАН (ОЭММПУ РАН). Конференция проводится при информационной поддержке IEEE Russia Section.

Основные научные направления XV Конференции: общие вопросы теории устойчивости и стабилизации движения; общие вопросы и методы теории нелинейных колебаний; методы функций Ляпунова; гладкая и негладкая динамика; вопросы управляемости и наблюдаемости; проблемы робастного управления; управление в механических и электромеханических системах; управление роботами и мехатронными системами; колебания, устойчивость и стабилизация в сетевых и взаимосвязанных системах, устойчивость и управление гибридными системами и системами с переключениями.

Конференция проводится один раз в два года. Ранее конференция проходила (до 2004 г. — в формате Международного семинара): в Таллине (1987), в Москве (1992), в Самаре (1994), в Москве (1996, 1998, 2000, 2002, 2004, 2006, 2008, 2010, 2012, 2016, 2018, 2020).

the dimension of which changes under the action of a discrete control. The optimal control problem consists in transferring the system from the initial state to the final one with a visit to a given target set of points on the plane. Such systems can describe, for example, the route problem of delivering goods to given points, while some delivery vehicles may be carriers of others. As a criterion for constructing optimal trajectories, the minimum of total energy costs is used.

УДК 517.977.1

Об управлении верхним показателем Боля линейных периодических управляемых систем в гильбертовом пространстве посредством динамической обратной связи по выходу

В. А. Зайцев

Удмуртский государственный университет, Ижевск, Россия
verba@udm.ru

Для линейной периодической управляемой системы в гильбертовом пространстве получены достаточные условия глобальной управляемости верхнего показателя Боля посредством динамической обратной связи по выходу.

Ключевые слова: линейная система управления, гильбертово пространство, линейная динамическая обратная связь, верхний показатель Боля

Пусть $\mathfrak{X}$ — сепарабельное гильбертово пространство; для банаховых пространств $\mathfrak{X}_1$, $\mathfrak{X}_2$ через $\mathcal{L}(\mathfrak{X}_1, \mathfrak{X}_2)$ обозначаем банахово пространство линейных ограниченных операторов $A : \mathfrak{X}_1 \to \mathfrak{X}_2$.

Рассмотрим линейную систему дифференциальных уравнений

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t), \quad t \in \mathbb{R}, \quad x \in \mathfrak{X}. \tag{1}$$

Предполагаем, что выполнены следующие условия: (a) $A(t) \in \mathcal{L}(\mathfrak{X}, \mathfrak{X})$ для всех $t \in \mathbb{R}$; (b) функция $\mathbb{R} \ni t \mapsto A(t) \in \mathcal{L}(\mathfrak{X}, \mathfrak{X})$ кусочно строго непрерывна; (c) $\sup\limits_{t\in\mathbb{Z}} \|A(t)\| < +\infty$. Через $\Phi(t, \tau)$ обозначим эволюционный оператор системы (1).

Верхним генеральным показателем (показателем Боля) системы (1) называется число

$$\varkappa(A) = \varlimsup_{\tau, s \to +\infty} \frac{\ln \|\Phi(\tau + s, \tau)\|}{s}.$$

Верхний показатель Боля системы (1) характеризует асимптотическое поведение решений системы (1): условие $\varkappa(A) < 0$ является необходимым и достаточным условием равномерной экспоненциальной устойчивости системы (1).

Рассмотрим линейную систему управления:

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t), \tag{2}$$

$$y(t) = C(t)x(t), \quad t \in \mathbb{R}. \tag{3}$$

Здесь $x \in \mathfrak{X}$ — состояние, $u \in \mathfrak{U}$ — вход, $y \in \mathfrak{Y}$ — выход; $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{U}$, и $\mathfrak{Y}$ — сепарабельные гильбертовы пространства. Предполагаем, что выполнены условия (a), (b), (c); $B(t) \in \mathcal{L}(\mathfrak{U}, \mathfrak{X})$, $C(t) \in \mathcal{L}(\mathfrak{X}, \mathfrak{Y})$ для всех $t \in \mathbb{R}$, функции $B(\cdot)$, $C(\cdot)$ кусочно строго непрерывны, и $\sup\limits_{t \in \mathbb{Z}} \|B(t)\| < +\infty$, $\sup\limits_{t \in \mathbb{Z}} \|C(t)\| < +\infty$.

Определение 1. Система (2) называется *в точности управляемой на* $[t_0, t_1]$ $(t_0 < t_1)$, если для любых $x_0, x_1 \in \mathfrak{X}$ существует управление $u(\cdot) \in L_2([t_0, t_1], \mathfrak{U})$, переводящее решение системы (2) из точки $x(t_0) = x_0$ в точку $x(t_1) = x_1$.

Пусть $\vartheta := t_1 - t_0 > 0$. Построим линейный ограниченный оператор $\mathcal{C}^{\vartheta} : \mathfrak{X} \to L_2([t_0, t_1], \mathfrak{Y})$:

$$\left(\mathcal{C}^{\vartheta} x\right)(t) = C(t)\Phi(t, t_0)x, \quad t \in [t_0, t_1].$$

Определение 2. Система (2), (3) называется *в точности наблюдаемой на* $[t_0, t_1]$, если оператор $\mathcal{C}^{\vartheta}$ является инъективным и его обратный является ограниченным на области значений оператора $\mathcal{C}^{\vartheta}$.

Рассмотрим задачу глобального управления верхним показателем Боля системы (2),(3), замкнутой динамической обратной связью по выходу. Построим систему

$$\dot{\widehat{x}}(t) = A(t)\widehat{x}(t) + V(t)\big(C(t)\widehat{x}(t) - y(t)\big) + B(t)u(t). \tag{4}$$

Здесь $\widehat{x}(t) \in \mathfrak{X}$ — оценка состояния для системы (2), (3), и $V(t) \in \mathcal{L}(\mathfrak{Y}, \mathfrak{X})$ $\forall t \in \mathbb{Z}$. Пусть управление в системе (2), (3), (4) имеет вид

$$u(t) = U(t)\widehat{x}(t). \tag{5}$$

Замкнутая система (2), (3), (4), (5) имеет вид

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t), \quad \mathbf{x} = \mathrm{col}(x, \widehat{x}),$$

$$\mathbf{A}(t) = \begin{pmatrix} A(t) & B(t)U(t) \\ -V(t)C(t) & A(t) + B(t)U(t) + V(t)C(t) \end{pmatrix}. \tag{6}$$

Оператор-функции обратной связи $U(\cdot)$, $V(\cdot)$ называется допустимыми, если $\sup\limits_{t\in\mathbb{Z}} \|U(t)\| < +\infty$, $\sup\limits_{t\in\mathbb{Z}} \|V(t)\| < +\infty$.

Верхний показатель Боля системы (2), (3) называется глобально управляемым посредством линейной динамической обратной связи по выходу (4), (5), если для любого $\mu \in \mathbb{R}$ существуют допустимые оператор-функции обратной связи $U(\cdot)$, $V(\cdot)$ такие, что для замкнутой системы (6),

$$\varkappa(\mathbf{A}) = \mu.$$

Предположим, что система (2), (3) является периодической, т.е. существует $\omega > 0$ такое, что

$$A(t+\omega) = A(t), \quad B(t+\omega) = B(t), \quad C(t+\omega) = C(t) \quad \forall\, t \in \mathbb{Z}. \tag{7}$$

Теорема 1. *Пусть выполнено* (7). *Предположим, что система* (2),(3) *в точности управляема на некотором промежутке* $[t_0, t_1]$ *и в точности наблюдаема на некотором промежутке* $[t_0', t_1']$. *Тогда верхний показатель Боля системы* (2),(3) *глобально управляем посредством линейной динамической обратной связи по выходу* (4),(5).

Следствие 1. *Пусть выполнено* (7). *Предположим, что система* (2),(3) *в точности управляема на некотором промежутке* $[t_0, t_1]$ *и в точности наблюдаема на некотором промежутке* $[t_0', t_1']$. *Тогда система* (2),(3) *равномерно экспоненциально стабилизируема с произвольным наперед заданным показателем устойчивости посредством линейной динамической обратной связи по выходу* (4),(5).

Для доказательства теоремы 1 используются методы, развитые в работах [1, 2].

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках государственного задания № 075-00928-21-01 (Проект FEWS-2020-0010) и РФФИ (Проект № 20-01-00293).

Список литературы

1. *Зайцев В.А.* Ляпуновская приводимость и стабилизация нестационарных систем с наблюдателем // Дифференциальные уравнения. 2010. Т. 46. № 3. С. 432–442.

2. *Zaitsev V., Zhuravleva M.* On assignment of the upper Bohl exponent for linear time-invariant control systems in a Hilbert space by state feedback // Mathematics. 2020. V. 8. No. 6. Article 992.

On Assignment of the Upper Bohl Exponent for Linear Periodic Control Systems in a Hilbert Space by Dynamic Output Feedback

V. A. Zaitsev

Udmurt State University, Izhevsk, Russia
verba@udm.ru

We consider a linear input-output continuous-time control system with periodic linear bounded operator coefficients in an infinite-dimensional Hilbert space. The controller in the system has the form of linear dynamic output feedback with a time-varying linear bounded gain operator function. We prove that if the open-loop system is exactly controllable and exactly observable then the upper Bohl exponent of the closed-loop plant is arbitrarily assignable by a linear dynamic output feedback. Corollary on stabilization of the closed-loop system is obtained.

АЛФАВИТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Агаев Р.П. 5
Александров А.Ю. 8 12
Александров В.А. 15 18
Алферов Г.В. 22 205
Ананьевский И.М. 25
Ананьев Б.И. 27
Андреев А.С. 31 35
Андрианова О.Г. 488
Антипов А.С. 39
Антоновская О.Г. 42
Арутюнов А.В. 46
Аунг М.З. 314
Ахматов А.А. 483
Баландин Д.В. 50
Барабанов И.Н. 53
Барсегян В.Р. 56 60
Беличенко М.В. 64
Белов А.А. 85
Беляков Д.В. 68 71
Берлин Л.М. 75
Бирюков Р.С. 50 79
Бойченко В.А. 82 85
Болотник Н.Н. 90
Бубнова Е.С. 79
Бугрий Г.С. 488
Буй В.Т. 94 514
Буркин И.М. 98
Бутырин С.А. 401 404
Виноградова М.С. 412
Волковицкий А.К. 101
Гавриков А.А. 246
Гаврилина Е.А. 106
Гаджиев М.М. 114
Галяев А.А. 75
Гаракоев А.М. 101
Гарбуз М.А. 115
Генералов А.А. 351
Глумов В.М. 118 122
Глущенко А.И. 125
Голованов С.А. 128
Голуб А.П. 128 132
Голубев А.Е. 136 139
Голубев Ю.Ф. 145 149
Грибцова А.Д. 149
Гулюкина С.И. 443
Гусев М.И. 153
Даник Ю.Э. 157
Даниленко О.В. 356
Девяткин Д.Д. 160
Демидов И.М. 337
Дмитриев М.Г. 157 164
Долгий Ю.Ф. 168 172
Досаев М.З. 128 175
Дружинина О.В. 325 381
Ерёмин Е.Л. 179
Ермилов А.С. 118
Ершов А.А. 448
Ефимова П.А. 22
Жуковская З.Т. 46
Жуковский С.Е. 46
Завалищин Д.С. 183
Зайцев В.А. 186 190
Зубенко В.А. 193
Зубков А.Ф. 132
Зыков И.В. 197
Ибрагимов Д.Н 201
Иванов Г.Г. 205
Игумнов Л.А. 210
Изместьев И.В. 211
Калашникова М.А. 214
Каменецкий В.А. 217
Канатников А.Н. 221

Каххаров А.Э. 479
Каюмов О.Р. 224
Ким И.Г. 190
Климина Л.А. 128 227
Климов К.В. 115
Коган М.М. 50 230
Кокунько Ю.Г. 233
Коньков А.Е. 286
Коренев П.С. 286
Корнеев В.А. 90 237
Королев В.С. 205 344
Корянов В.В. 145
Костиков Ю.А. 71
Костин Г.В. 241 246
Костоусова Е.К. 250
Котюков А.М. 254
Кочетков С.А. 258
Красинский А.Я. 262 265
Краснов Д.В. 268
Краснова С.А. 39 233
Крищенко А.П. 271
Крылов С.С. 314
Кувшинов О.А. 448
Кугушев Е.И. 193
Кузнецов Н.В. 98
Кулешов А.С. 114
Кумакшев С.А. 274
Курина Г.А. 214
Курочкин В.Ю. 22
Кустов А.Ю. 522
Ласточкин К.А. 125
Лысенко П.В. 75
Магомедов М.Х. 262
Макаров Д.А. 164
Маликов А.И. 277
Масаев С.Н. 282
Масина О.Н. 325
Мастерова А.А. 132
Мачтакова А.И. 329
Мелкумова Е.В. 145 149
Метрикин В.С. 210
Мирелес-Перес М.К. 488
Митришкин Ю.В. 286
Мокаев Т.Н. 98
Морозов М.В. 3 290
Морозов Ю.В. 318 321
Мурзабеков З.Н. 157
Мырзаев Р.С. 432
Никифорова И.В. 210
Никифорова Л.В. 179
Окунев Ю.М. 293
Оморов Р.О. 297
Осипов И.О. 153
Осокин А.В 201
Павленко В.С. 300
Павлова Н.Г. 254
Пальшин Г.П. 303
Пащенко А.Ф. 307
Перегудова О.А. 31 35
Перепёлкин В.В. 310 314
Пестерев А.В. 318 321
Петров А.А. 325
Петров Н.Н. 329
Пивнева С.В. 233
Пирогова А.Д. 139
Подобряев А.В. 333
Позняк А.С. 488
Поляк Б.Т. 340
Поляков В.Ю. 337
Поляхова Е.Н. 344 432
Попова С.Н. 348
Преснова А.П. 384
Привалова О.Г. 293
Проскурников А.В. 388
Пучков А.М. 122
Рапопорт Л.Б. 351 415
Расина И.В. 356
Рассадин Ю.М. 307
Резков И.Г. 18
Рогачев А.А. 115

Родников А.В. 359
Рожнов А.В. 363
Румянцев Д.С. 310 467
Рябов П.Е. 366
Самсонов В.А. 115 293
Самсонюк О.Н. 370
Саурин В.В. 337
Сафонов А.И. 373
Сачкова Е.Ф. 377
Седова Н.О. 381
Селюцкий Ю.Д. 128 132
Семион А.А. 384
Сесекин А.Н. 300
Сиротин А.Н. 201
Скоробогатых И.В. 314
Смирнова В.Б. 388
Соболев В.А. 392 395
Соколов В.Ф. 399
Соколов С.В. 366
Соловьев А.С. 122
Солодуша С.В. 60
Сомов Е.И. 401 404
Сомов С.Е. 401
Сомова Т.Е. 404
Сыпало К.И. 201
Тимин В.Н. 522
Тимофеева Г.А. 408
Тихонов А.А. 12
Ткачева О.С. 221 412
Тормагов Т.А. 415
Тремба А.А. 419
Тренёв И.С. 423
Трубин М.В. 428
Турешбаев А.Т. 432
Тхай В.Н. 53 435
Тхоренко М.Ю. 439
Утина Н.В. 388
Уткин А.В. 412
Уткин В.А. 443
Ухоботов В.И. 211
Ушаков А.В. 448
Ушаков В.Н. 448
Федорова М.В. 348
Фетисов Д.А. 452
Филиппова Т.Ф. 457
Финогенко И.А. 460
Формальский А.М. 227
Хлебников М.В. 340
Холостова О.В. 464
Хомутов Д.К. 5
Хрусталёв М.М. 467 472
Хрящев С.М. 475
Хусанов Д.Х. 479 483
Царьков К.А. 472
Чаирез-Ориа И.Х. 488
Чертополохов В.А. 488
Честнов В.Н. 106
Чичканов И.А. 492
Чупин И.А. 172
Шавин М.Ю. 492
Шатов Д.В. 496
Шахова Т.В. 193
Шеленок Е.А. 179
Шиманчук Д.В. 22 500
Шмыров А.С. 500
Шмыров В.А. 500
Шульпин С.М. 503
Щепакина Е.А. 395 506
Эрнандес-Санчес А. 488
Югай Л.П. 510
Юлдашев А.А. 265
Юркевич В.Д. 428 514
Юровских П.А. 27
Юрченков А.В. 518 522
Юсупова З.С. 483