

Воронежский государственный университет  
Московский государственный университет  
имени М.В. Ломоносова  
Математический институт имени В.А. Стеклова РАН

*75-летию со дня рождения  
Юрия Ивановича Сапронова  
посвящается*

# СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ТЕОРИИ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ

Материалы  
Международной конференции  
Воронежская весенняя математическая школа  
ПОНТРЯГИНСКИЕ ЧТЕНИЯ — XXXIII

(3–9 мая 2022 г.)

Воронеж  
Издательский дом ВГУ  
2022

УДК 517.53(97; 98)

ББК 22.16

С56

ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ:

Е. И. Моисеев (председатель), А. В. Боровских, И. С. Ломов, А. П. Хромов (заместители председателя), В. В. Власов, А. В. Глушко, М. Л. Гольдман, В. Г. Задорожний, В. Г. Звягин, М. И. Каменский, В. А. Костин, Г. А. Курина, Л. Н. Ляхов, В. И. Ряжских, Е. М. Семенов, С. М. Ситник, А. П. Солдатов, А. И. Шашкин, А. С. Шамаев

ОРГКОМИТЕТ:

Е. И. Моисеев (председатель), Д. А. Ендовицкий, В. А. Садовничий (сопредседатели), М. Ш. Бурлуцкая, О. А. Козадеров, И. С. Ломов, А. П. Хромов (заместители председателя), И. В. Астахова, А. В. Боровских, Я. М. Ерусалимский, Д. В. Костин, М. С. Никольский, С. А. Шабров, А. С. Бондарев (ученый секретарь), И. В. Колесникова (технический секретарь)

**Современные методы теории краевых задач** : материалы международной конференции «Понтрягинские чтения — XXXIII» (3—9 мая 2022 г.) / Воронежский государственный университет ; Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова ; Математический институт имени В. А. Стеклова РАН. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2022. — 351 с.

ISBN 978-5-9273-3548-0

В сборнике представлены материалы докладов и лекций, включенных в программу Международной конференции «Понтрягинские чтения — XXXIII», посвященной 75-летию Юрия Ивановича Сапронова. Основные направления конференции: качественная и спектральная теория краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений, дифференциальные уравнения с частными производными, аналитические методы в теории интегральных, дифференциальных уравнений и уравнений с дробными производными, аналитические методы в теории интегральных, дифференциальных уравнений и уравнений с дробными производными, теория операторов, геометрия и анализ, оптимальное управление, экстремальные задачи, теория игр, смежные проблемы прикладной и инженерной математики, качественные методы математического моделирования, информатика, информационные системы.

УДК 517.53(97; 98)

ББК 22.16

ISBN 978-5-9273-3548-0

- © Воронежский государственный университет, 2022
- © Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, 2022
- © Математический институт имени В. А. Стеклова РАН, 2022
- © Оформление. Издательский дом ВГУ, 2022

# Содержание

<i>Костин В.А., Костин Д.В., Царев С.Л.</i> О Юрии Ивановиче Сапронове . . . . .	26
<i>Аббасова Ю.Г.</i> Абсолютная и равномерная сходимость спектрального разложения функции из класса $W_{(2,m)}^1(G)$ по собственным вектор-функциям дифференциального оператора третьего порядка . . . . .	31
<i>Абдулрахман Х.Н., Задорожная Н.С.</i> Распределение ресурса в сетях с меняющейся длительностью прохождения по дугам . . . . .	33
<i>Абдурагимов Г.Э.</i> О существовании и единственности положительного решения краевой задачи для одного нелинейного ФДУ дробного порядка . . . . .	35
<i>Адхамова А.Ш.</i> О задаче Красовского об успокоении нестационарной многомерной системы с последствием запаздывающего типа . . . . .	36
<i>Акопян Р.С., Лобода А.В.</i> Об орбитах в $\mathbb{R}^4$ разложимой 3-мерной алгебры Ли . . . . .	38
<i>Амосов А.А., Крымов Н.Е.</i> О нелинейной начально - краевой задаче с краевым условием типа Вентцеля, возникающей при гомогенизации задач сложного теплообмена . . . . .	40
<i>Асхабов С.Н.</i> Начальная задача для интегродифференциального уравнения с разностными ядрами и неоднородностью в линейной части . . . . .	41
<i>Бадерко Е.А., Сахаров С.И.</i> Единственность решений начально-краевых задач для параболических систем с Дини-непрерывными коэффициентами в ограниченных областях с негладкими боковыми границами . . . . .	43
<i>Барабаш О.П.</i> Об одном множестве решений уравнения теплопроводности с квадратичным потенциалом и В-лапласианом . . . . .	44
<i>Беднаж В.А., Ермакова Д.С.</i> Характеристика корневых множеств некоторого класса аналитических на произвольной односвязной области функций . . . . .	46
<i>Бекларян Л.А., Бекларян А.Л.</i> Бегущие волны и функционально-дифференциальные уравнения точечного типа. Что общего? . . . . .	47
<i>Бирюков А.М.</i> Необходимые и достаточные условия корректности аналитической задачи Коши в шкале интегральных пространств Харди-Лебега с весом . . . . .	50
<i>Богомолов С.В.</i> Стохастическая модель газа и уравнение Больцмана . . . . .	51

<i>Бондаренко Н.П.</i> Обратная спектральная задача для функционально-дифференциального оператора с инволюцией . . . . .	52
<i>Боревич Е.З.</i> Явление бифуркации в нелинейной краевой задаче из теории полупроводников . . . . .	54
<i>Борисов Д.И.</i> О бифуркации порогов существенного спектра в присутствии спектральной сингулярности . . . . .	55
<i>Боровских А.В.</i> О понятии математической грамотности . . . . .	55
<i>Буксаева Л.З.</i> Теорема о равномерной равносходимости с тригонометрическим рядом спектральных разложений, отвечающих разрывным операторам Дирака . . . . .	57
<i>Булатов М.В., Соловарова Л.С.</i> О разностных схемах для дифференциально-алгебраических уравнений второго порядка . . . . .	59
<i>Булинская Е.В.</i> Оптимизация инвестиций . . . . .	60
<i>Бурлуцкая М.Ш., Белова Д.В.</i> Метод А.П. Хромова расходящихся рядов в смешанной задаче для волнового уравнения с периодическими краевыми условиями . . . . .	61
<i>Валовик Д.В., Чалышов Г.В.</i> Интегральная характеристическая функция задачи Штурма—Лиувилля . . . . .	65
<i>Васильев А.В., Васильев В.Б., Ходырева А.А.</i> О дискретизации одной краевой задачи . . . . .	66
<i>Васильев А.В., Васильев В.Б., Эберлейн Н.В.</i> Об оценках решений одной задачи линейного сопряжения . . . . .	68
<i>Ватолкин М.Ю.</i> К изучению индекса дефекта несамосопряжённых квазидифференциальных операторов . . . . .	69
<i>Великань В.С.</i> Построчно-блочная параллелизация алгоритма сборки разрывного метода конечных элементов . . . . .	72
<i>Вирченко Ю.П.</i> Критерий гиперболичности квазилинейных уравнений первого порядка . . . . .	74
<i>Власов В.В., Раутиан Н.А.</i> Спектральный анализ генераторов полугрупп, порождаемых вольтерровыми интегро-дифференциальными уравнениями . . . . .	75
<i>Власова А.А., Стенюхин Л.В.</i> О задаче минимальных поверхностей со свободной границей . . . . .	76
<i>Гаджиева Г.Р., Курбанов В.М.</i> Теорема о покомпонентной равномерной равносходимости для оператора типа Дирака $2m$ -го порядка . . . . .	79
<i>Гаркавенко Г.В., Ускова Н.Б.</i> О применении метода подобных операторов к некоторым классам разностных операторов . . . . .	81

<i>Гладышев Ю.А., Лошкарева Е.А., Герасимова В.И.</i> О возможности применения метода обобщенных степеней Берса при построении решений уравнения Дирака для движения частицы в центрально симметричном поле ядра . . . . .	83
<i>Годжаева Х.Р., Курбанов В.К.</i> О скорости равномерной равносходимости спектрального разложения функции из класса $f(x) \in W_p^1(G)$ , $p \geq 1$ , по собственным функциям дифференциального оператора четного порядка с тригонометрическим рядом . . . . .	85
<i>Голованов О.А., Тырсин А.Н.</i> Устойчивый метод динамического регрессионного моделирования процессов в условиях несимметричности выбросов в данных . . . . .	87
<i>Голубков А.А.</i> Квазибезмономдромные особые точки уравнения Штурма–Лиувилля . . . . .	88
<i>Гончаров Н.С.</i> Начально–краевые задачи для уравнения Дзекера с граничным условием Вентцеля . . . . .	90
<i>Горелов В.А.</i> О контрпримерах к гипотезе Зигеля . . . . .	92
<i>Григорьева Е.И.</i> О структуре интегрального оператора на графе с циклом . . . . .	94
<i>Гришанина Г.Э., Мухамадиев Э.М.</i> О гладкости решения уравнения Пуассона . . . . .	95
<i>Давыдов А.В.</i> О разрешимости классического интегродифференциального уравнения Гуртина–Пипкина в шкале пространств . . . . .	97
<i>Даирбеков Н.С., Пенкин О.М., Савастеев Д.В.</i> Метод Перрона для Лапласиана на стратифицированном множестве . . . . .	99
<i>Джениалиев М.Т., Ергалиев М.Г., Касымбекова А.С.</i> О начально-граничных задачах для уравнения типа Буссинеска . . . . .	103
<i>Дубинский Ю.А.</i> Об одной нестандартной задаче теории поля	104
<i>Дюжеева А.В.</i> Об одной начально-краевой задаче с интегральным смещением для уравнения третьего порядка	105
<i>Ерусалимский Я.М., Осипов М.И., Скороходов В.А.</i> Экстремальные пути на графах с одновременно меняющимися длительностями прохождения дуг . . . . .	107
<i>Женякова И.В., Черепова М.Ф.</i> О задаче Коши для параболического уравнения с Дини-непрерывными коэффициентами . . . . .	108
<i>Жуйков К.Н.</i> Об индексе дифференциально-разностных операторов на бесконечном цилиндре . . . . .	109
<i>Загребина С.А., Свиридюк Г.А.</i> Многоточечное начально-конечное условие для системы Осколкова . . . . .	111

<i>Задорожная Н.С.</i> Расход жидкости через щель экрана без подпора, когда дренирующий слой расположен на бесконечной глубине . . . . .	113
<i>Зайцева Н.В.</i> Классические решения многомерных гиперболических уравнений с разнонаправленными сдвигами в потенциалах . . . . .	114
<i>Загора Д.А.</i> Нормальные колебания смеси двух вязких сжимаемых жидкостей . . . . .	115
<i>Замышляева А.А., Бычков Е.В., Цытленкова О.Н.</i> Численное решение задачи оптимального динамического измерения для математической модели измерительного устройства второго порядка . . . . .	117
<i>Зверева М.Б.</i> Математические модели с нелинейным условием	119
<i>Зубков П.В.</i> Задача продолжения функции с наименьшим коаналитическим уклонением в весовом пространстве .	121
<i>Зубова С.П., Раецкая Е.В.</i> Решение задачи управления для динамической системы в частных производных высокого порядка. . . . .	122
<i>Илолов М., Рахматов Дж.Ш., Лашкарбеков С.М.</i> Дробное стохастическое дифференциальное уравнение в гильбертовом пространстве . . . . .	124
<i>Иноземцев А.И., Фролова Е.В.</i> Линейные частноинтегральные уравнения Вольтерра и линейные уравнения с частными производными . . . . .	127
<i>Исмагилова А.А., Тинюкова Т.С.</i> Условие существования волновых функций в бесконечной модели Китаева . . .	128
<i>Итарова С.Ю.</i> Диффузные ортогонально аддитивные операторы . . . . .	130
<i>Кадченко С.И., Рязанова Л.С.</i> Нахождение асимптотических формул для собственных значений дискретных полуограниченных операторов . . . . .	131
<i>Калинин А.В., Тюхтина А.А.</i> Неклассические математические задачи теории квазистационарных электромагнитных процессов . . . . .	134
<i>Калитвин В.А.</i> О численном решении уравнений с частными интегралами с переменными и постоянными пределами интегрирования . . . . .	135
<i>Катрахова А.А., Купцов В.С.</i> Об оценке функции Грина одной краевой задачи для сингулярного уравнения сохраняющего оператор Бесселя . . . . .	137
<i>Кащенко А.А.</i> Релаксационные циклы в одном нелинейном дифференциальном уравнении с запаздыванием . . . .	139
<i>Каюмов Ш., Марданов А.П., Хаитов Т.О.</i> Модель логико-семантических связей в операционном исчислении . . .	139

<i>Келлер А.В.</i> Об одном численном алгоритме теории оптимальных динамических измерений . . . . .	141
<i>Козловская И.С.</i> Повышение прикладного значения курса «Дифференциальные уравнения с частными производными» с помощью инновационных технологий . . . . .	143
<i>Кокурин М.Ю.</i> О глобальной минимизации невязки условно корректных обратных задач . . . . .	145
<i>Колтаков А.И., Райцин А.М.</i> Уточнение характеристик оптического делителя лазерного излучения в информационно-измерительной системе эталона . . . . .	147
<i>Конёнков А.Н.</i> Об асимптотике некоторых функционалов для решений уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова	149
<i>Конечная Н.Н.</i> Главный член асимптотики решений линейных дифференциальных уравнений с коэффициентами–распределениями первого порядка . . . . .	150
<i>Корнев В.В.</i> О применении расходящихся рядов в смешанных задачах, не имеющих классического решения . . . . .	152
<i>Коровина М.В.</i> Построение асимптотик решений линейных дифференциальных уравнений с голоморфными коэффициентами в окрестности иррегулярных особых точек	157
<i>Костин В.А., Алкади Х.</i> О решении одного уравнения с дробными производными . . . . .	160
<i>Костин А.В.</i> Производящий оператор полугруппы Гаусса–Вейерштрасса в пространствах Степанова . . . . .	162
<i>Костин В.А., Алкади Х.</i> О решении одного уравнения с дробными производными . . . . .	162
<i>Костина Т.И.</i> Анализ нелокальных ветвей периодических решений уравнения Белецкого . . . . .	164
<i>Кривобокова С.Е., Родин В.А.</i> Оптимизация комплектов специальных приборов с помощью различных пространственных метрик . . . . .	166
<i>Крымов Н.Е., Амосов А.А.</i> Оценка погрешности асимптотической аппроксимации одной задачи радиационно-кондуктивного теплообмена . . . . .	168
<i>Кудрявцева О.С., Солодов А.П.</i> О неравенствах Ландау и Беккера–Поммеренке . . . . .	170
<i>Кузнецов А.Ф.</i> О некоторых геометрических характеристиках последовательности показателей системы экспонент, и их применение к вопросам полноты . . . . .	172
<i>Кулаев Р.Ч., Уртаева А.А.</i> Спектральные свойства оператора четвертого порядка на графе . . . . .	174
<i>Куликов А.Н., Куликов Д.А.</i> Локальные аттракторы периодической краевой задачи . . . . .	177

<i>Кунаковская О.В.</i> О преподавании современных разделов геометрии и анализа . . . . .	179
<i>Курдюмов В.П.</i> Расходящиеся ряды и обобщенная смешанная задача с ненулевой начальной скоростью . . . . .	180
<i>Курина Г.А., Хоай Н.Т.</i> Проекторный подход к построению асимптотики решения дискретной системы с малым шагом в критическом случае . . . . .	185
<i>Кыров В.А.</i> О локальном расширении группы параллельных переносов пространства $R^4$ . . . . .	187
<i>Ладьяшев Д.А.</i> Математическая модель SEIR распространения COVID-19 . . . . .	189
<i>Лебедева Ю.А., Стенюхин Л.В.</i> Оценка кривизны границы области прохождения твёрдого тела . . . . .	190
<i>Литвинов Д.А.</i> Точное решение краевой задачи о малых колебаниях растянутой сетки из струн . . . . .	193
<i>Ломов И.С.</i> Два подхода к построению обобщенного решения смешанной задачи для телеграфного уравнения . . . . .	194
<i>Ляхов Л.Н., Рошупкин С.А., Булатов Ю.Н.</i> Оператор псевдосдвига, коммутирующий с $\Delta_B$ оператором Киприянова . . . . .	196
<i>Ляхов Л.Н., Трусова Н.И.</i> Единственность решения частноинтегрального уравнения Вольтерра в анизотропном пространстве функций . . . . .	198
<i>Мазепа Е.А., Рябошлыккова Д.К.</i> О разрешимости краевых задач для неоднородного уравнения Шредингера на квазимодельных многообразиях . . . . .	200
<i>Махмуд Э.И.</i> Аналитическое решение неоднородного двумерного уравнения дробной адвективной диффузии с непостоянными коэффициентами диффузии . . . . .	202
<i>Мирзоев К.А., Сафонова Т.А.</i> Значения бета-функции Дирихле в чётных точках и кратные числовые ряды . . . . .	203
<i>Миронова Л.Б.</i> О применении метода Римана к граничным задачам для гиперолических систем . . . . .	205
<i>Москалев П.В.</i> Нескейлинг перколяционных кластеров на неравномерно взвешенных кубических решетках . . . . .	206
<i>Муравник А.Б.</i> Задачи в полупространстве для дифференциально-разностных уравнений эллиптического типа . . . . .	208
<i>Мухамадиев Э., Наимов А.Н.</i> Исследование периодических и ограниченных решений системы четырех нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений . . . . .	209

<i>Мухамадиев Э.М., Каримов М.М., Нуоров И.Дж.</i> Об одном аналоге теоремы Лиувилля-Остроградского для кусочно - линейного дифференциального уравнения второго порядка . . . . .	211
<i>Никитина С.А.</i> О системе показателей на нечетких связях для оценки уровня материальных запасов предприятия	213
<i>Николаенко С.С.</i> Геометрия алгебраически разделимых систем . . . . .	214
<i>Омуралиев А.С., Абылаева Э.Д.</i> Асимптотика решения параболической задачи с негладкой погранслошной функцией . . . . .	215
<i>Орлов В.П.</i> Об одной неоднородной задаче динамики вязкоупругой среды с памятью . . . . .	217
<i>Пальшин Г.П.</i> Бифуркации торов Лиувилля в одной обобщённой задаче вихревой динамики . . . . .	219
<i>Перескоков А.В.</i> Об асимптотике спектра оператора типа Хартри с кулоновским потенциалом самодействия вблизи нижних границ спектральных кластеров . . . . .	221
<i>Петросян Г.Г., Петросян О.Ю.</i> О краевой задаче для дифференциальных уравнений с дробными производными порядка большего единицы . . . . .	223
<i>Пискарев С.И.</i> Поведение решения дробной задачи в окрестности стационарной точки . . . . .	224
<i>Платонова К.С.</i> Группы симметрий кинетических уравнений и проблема замыкания моментной системы . . . . .	225
<i>Плиев М.А.</i> Об узких операторах в комплексных векторных решетках . . . . .	227
<i>Полякова Д.А.</i> Об операторе Бореля на пространствах ультрадифференцируемых функций . . . . .	228
<i>Попов М.И.</i> Проблема обучения нейронной сети при распознавании рукописных цифр . . . . .	230
<i>Постнов С.С.</i> Оптимальное управление для систем, описываемых диффузионно-волновым уравнением . . . . .	231
<i>Прокопьева Д.Б., Головки Н.И., Коробецкая Ю.И.</i> Численный метод решения уравнений Колмогорова-Чепмена с оператором Фоккера-Планка . . . . .	233
<i>Расулов А.Б., Федоров Ю.С., Сергеева А.М.</i> Задача Римана Гильберта для сингулярно возмущенного уравнения Коши-Римана с сильной особенностью в младшем коэффициенте . . . . .	235
<i>Рейнов О.И.</i> Вокруг результата Ж. Пизье о свертках на компактных абелевых группах . . . . .	236
<i>Рыхлов В.С.</i> О решении начально-граничной задачи для гиперболического уравнения со смешанной производной . . . . .	237

<i>Рябов П.Е., Соколов С.В.</i> Бифуркации первых интегралов в одной модели волчка Лагранжа с вибрирующей точкой подвеса . . . . .	241
<i>Сабитов К.Б.</i> Колебания пластины с различными граничными условиями . . . . .	242
<i>Савин А.Ю.</i> Локальная эквивариантная формула индекса для метаклектической группы . . . . .	246
<i>Сапронова Т.Ю., Швырева О.В.</i> Анализ экстремалей функции при разрушении бикруговой симметрии . . . . .	247
<i>Семенова Т.Ю.</i> О наименьшем положительном нуле синус-ряда гармонической функции . . . . .	248
<i>Ситник С.М., Ариан А.А., Хаитхам А.К., Кудоси М.К.</i> О некоторых классах операторов преобразования . . .	249
<i>Скорыходов В.А., Ерусалимский Я.М., Абдулрахман Х.</i> Ресурсные сети с динамическими длительностями прохождения по дугам . . . . .	251
<i>Солиев Ю.С.</i> К приближенному вычислению особого интеграла по действительной оси . . . . .	253
<i>Степович М.А., Туртин Д.В., Калманович В.В.</i> О некоторых возможностях качественных оценок катодolumинесценции однородных материалов полупроводниковой оптоэлектроники . . . . .	256
<i>Субботин А.В.</i> Квазилинейные ковариантные уравнения первого порядка для векторных полей на $\mathbb{R}^3$ . . . . .	258
<i>Тихов С.В., Валовик Д.В.</i> Одна нелинейная краевая задача, возникающая в теории электромагнитных волн . . . . .	260
<i>Тихонов Ю.А.</i> Об аналитичности системы интегродифференциальных уравнений, возникающей в теории вязкоупругости . . . . .	261
<i>Тлячев В.Б., Ушхо А.Д., Ушхо Д.С.</i> О точной оценке количества действительных инвариантных прямых полиномиальных векторных полей $n$ -ой степени . . . . .	264
<i>Точко Т.С., Ломовцев Ф.Е.</i> Гладкие решения смешанной задачи для уравнения колебаний струны при характеристической первой кривой производной на полупрямой . .	265
<i>Трифопова В.А.</i> О вложимости 4-валентных графов в плоскость . . . . .	268
<i>Тусупбекова Э.Е.</i> Качественный анализ математической модели «Лес – биомасса» . . . . .	269
<i>Уртаева А.А.</i> Свойства собственных значений краевой задачи четвертого порядка на графе . . . . .	270
<i>Усков В.И.</i> Решение линейных рекуррентных соотношений высокого порядка . . . . .	272

<i>Ускова О.Ф., Каплиева Н.А.</i> Межпредметные связи математики и информатики . . . . .	273
<i>Федоров К.Д.</i> Первая начально-краевая задача для параболической системы с Дини-непрерывными коэффициентами в ограниченной области на плоскости . . . . .	275
<i>Фоменко Т.Н.</i> О проблеме сохранения существования равновесных стратегий в параметрическом семействе антагонистических игр . . . . .	276
<i>Фомин В.И.</i> Об операторных функциях операторного переменного . . . . .	278
<i>Хабидуллин Б.Н., Мурашов Р.Р.</i> Геометрические условия полноты экспоненциальных систем . . . . .	280
<i>Хасанов Ю.Х., Махамадиева М.М.</i> О суммировании рядов Фурье методом Вороного–Нерлунда . . . . .	282
<i>Хацкевич В.Л., Махинова О.А.</i> О методе функций Грина в задаче преобразования случайного сигнала линейной динамической системой . . . . .	284
<i>Хромов А.П.</i> Обобщенная смешанная задача для волнового уравнения простейшего вида и ее приложения . . . . .	287
<i>Хромова Г.В.</i> О методах регуляризации и расходящихся рядах . . . . .	289
<i>Хуштова Ф.Г.</i> Третья краевая задача в полуполосе для уравнения диффузии дробного порядка . . . . .	293
<i>Хэкало С.П.</i> Сплетающее соотношение для деформаций типа Калоджеро–Мозера–Сезерленда на многообразиях Бете–Дункла веса $t$ . . . . .	295
<i>Царьков И.Г.</i> Равномерная выпуклость в несимметричных пространствах и аппроксимативные свойства множеств . . . . .	297
<i>Цехан О.Б.</i> Робастные достаточные условия равномерной наблюдаемости линейной нестационарной сингулярно возмущенной системы . . . . .	299
<i>Чернышов А.Д., Горяйнов В.В., Кузнецов С.Ф., Никифорова О.Ю.</i> Точное решение краевой задачи о распределении концентрации вещества в параллелепипеде . . . . .	301
<i>Чистякова Е.В., Чистяков В.Ф.</i> О разрешимости линейных дифференциально-алгебраических уравнений высокого порядка с особыми точками . . . . .	303
<i>Шабров С.А., Гридяева Т.В., Голованева Ф.В., Давыдова М.Б.</i> Об одной математической математической модели шестого порядка с производными по мере и периодическими условиями . . . . .	304

<i>Шабров С.А., Каменский М.И., Зверева М.Б., Рено де Фитт Поль</i> Применение метода разделения переменных для нахождения решения одной математической модели четвертого порядка с негладкими решениями . . . . .	305
<i>Шабров С.А., Курклинская Э.Ю., Марфин Д.Е., Садчиков П.В.</i> Аналог теоремы сравнения для дифференциального уравнения шестого порядка с негладкими решениями . . . . .	306
<i>Шамолин М.В.</i> Некоторые тензорные инварианты диссипативных систем на касательном расслоении трехмерного многообразия . . . . .	307
<i>Шамоян Ф.А., Махина Н.М.</i> Некоторые замечания о дифференциальных операторах в классах И.И. Привалова	311
<i>Шананин Н.А.</i> К однозначной определенности решений уравнений с аналитическими коэффициентами . . . . .	313
<i>Шарифзода З.И., Нуров И.Дж.</i> Об одном обобщении метода малого параметра Понтрягина на цилиндре . . . . .	314
<i>Шафранов Д.Е.</i> Об одной стохастической модели соболевского типа в пространствах дифференциальных форм, заданных на многообразии без края . . . . .	318
<i>Шушкин В.А.</i> Доказательный вычислительный эксперимент в исследовании задачи Коши для дифференциального уравнения с отклоняющимся аргументом . . . . .	319
<i>Эйвазов Э.Х.</i> Решение граничной задачи для двуцентрового уравнения Штурма-Лиувилля . . . . .	322
<i>Юлдашева А.В.</i> О задаче, связанной с линейной перидинамической моделью . . . . .	324
<i>Durdiev D.K., Totieva Z.D.</i> Determination of non-stationary adsorption coefficient analytical in part of spatial variables	326
<i>Farzullazadeh R.G., Mamedov Kh.R.</i> On the scattering problem for a boundary value problem . . . . .	328
<i>Hussin S.M.</i> Robust $H_\infty$ filtering for Markov Jump Time-Delay Systems with Unknown Transition Rates . . . . .	329
<i>Karahan D., Mamedov Kh. R., Hasimoglu I.F.</i> On main equation for inverse Sturm-Liouville operator with discontinuous coefficient . . . . .	330
<i>Karandashev Y.M., Mohammed M.A.</i> Analyse exhaled air with mass spectrometry in patients with cardiovascular and oncological diseases . . . . .	331
<i>Khekalo S.</i> Project-Based Approach to the Development of Functional Literacy Mathematical in Secondary School Students: Lessons Learnt from Turku University (Finland)	333
<i>Litvinov V.L., Litvinova K.V.</i> Mathematical modeling of string vibrations with a movable boundary . . . . .	335

<i>Lomovtsev F.E.</i> Riemann formula of solution to the second mixed problem for the general telegraph equation with variable coefficients on end . . . . .	337
<i>Lomovtsev F.E.</i> Global correctness theorem to the second mixed problem for the model telegraph equation with rate $a(x, t)$ on the end . . . . .	340
<i>Naligama C.A.</i> On the approximation of the solution of a linear three-time-scale singularly perturbed control system with delay . . . . .	342
<i>Orevkova A.S.</i> Reducing smooth functions to normal forms near critical points . . . . .	344

$$f(x) = F(x) - c_{10}(x) \frac{\partial h(x_1)}{\partial x_1} - c_{01}(x) \frac{\partial g(x_2)}{\partial x_2}.$$

### Литература

1. Appell J.M. Partial Integral Operators and Integro - Differential Equations / J.M. Appell, A.S. Kalitvin, P.P. Zabrejko. — New York-Basel: Marcel Dekker, 2000. — 560 p.

2. Калитвин, А.С. Линейные уравнения с частными интегралами  $C$ -теория / А.С.Калитвин, Е.В. Фролова. — Липецк: ЛГПУ, 2004. — 195 с.

3. Трикоми Ф. Интегральные уравнения / Ф. Трикоми. — М.: Издательство Иностранной литературы, 1960. — 299.

## УСЛОВИЕ СУЩЕСТВОВАНИЯ ВОЛНОВЫХ ФУНКЦИЙ В БЕСКОНЕЧНОЙ МОДЕЛИ КИТАЕВА<sup>1</sup>

А.А. Исмагилова, Т.С. Тинюкова (Ижевск, УдГУ)

*tinyukova@mail.ru*

Актуальность исследования сверхпроводящих структур связана с их возможным применением в будущем при создании квантового компьютера. Один из подходов исследования сверхпроводников основан на изучении оператора Боголюбова-де Жена (БдЖ). Частным дискретным случаем оператора БдЖ является оператор Китаева

$$(H\psi)(n) = \begin{pmatrix} -t(\psi_1(n+1) + \psi_1(n-1)) + \Delta(\psi_2(n+1) - \psi_2(n-1)) - \mu\psi_1(n) \\ t(\psi_2(n+1) + \psi_2(n-1)) - \Delta(\psi_1(n+1) - \psi_1(n-1)) + \mu\psi_2(n) \end{pmatrix},$$

где  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  — номер узла в рассматриваемой бесконечной цепочке, функция  $\psi_1(n)$  ( $\psi_2(n)$ ) — волновая функция электрона (дырки),  $t > 0$  — амплитуда перехода на соседний узел,  $\Delta$  — вещественный параметр сверхпроводимости,  $\mu$  — химический потенциал. Функции  $\psi_1$  и  $\psi_2$  принадлежат пространству  $\ell_2(\mathbb{Z})$ , а константы  $t$ ,  $\Delta$ ,  $\mu$  определяются изучаемой системой.

Рассмотрим возмущенный оператор  $H + V$ , где

$$V = V_0 \begin{pmatrix} \delta_{n0} & 0 \\ 0 & -\delta_{n0} \end{pmatrix} + V_0 \begin{pmatrix} \delta_{n1} & 0 \\ 0 & -\delta_{n1} \end{pmatrix},$$

$V_0$  — вещественная константа. Уравнение на собственные значения оператора  $H + V$  перепишем в виде

$$\psi = -(H - E)^{-1}V\psi. \quad (1)$$

---

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках государственного задания № 075-01265-22-00 (проект FEWS-2020-0010).

Резольвента оператора  $H$  найдена в [1]. Далее, положим  $E = 0$ . Тогда (1) примет вид

$$\begin{aligned} \psi_j(n) = & -\frac{\alpha V_0(2t \cos k_+ + \mu)}{2i \sin k_+} \left( e^{ik_+|n|} \psi_j(0) + e^{ik_+|n-1|} \psi_j(1) \right) + \\ & + \frac{\alpha V_0(2t \cos k_- + \mu)}{2i \sin k_-} \left( e^{ik_-|n|} \psi_j(0) + e^{ik_-|n-1|} \psi_j(1) \right) - \\ & - \alpha \Delta V_0 (\text{sign}(n)(e^{ik_+|n|} - e^{ik_-|n|}) \psi_{j'}(0) + \\ & + \text{sign}(n-1)(e^{ik_+|n-1|} - e^{ik_-|n-1|}) \psi_{j'}(1)), \quad j = 1, 2, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $j' = j + (-1)^{j-1}$ ,

$$\begin{aligned} \alpha = & \frac{1}{2\sqrt{t^2 E^2 + \Delta^2(4(\Delta^2 - t^2) + \mu^2 - E^2)}}, \\ 2 \cos k_{\pm} = & \frac{t\mu \pm \sqrt{t^2 E^2 + \Delta^2(4(\Delta^2 - t^2) + \mu^2 - E^2)}}{\mu^2 - t^2}. \end{aligned}$$

Условие существования ненулевого решения системы (2) является необходимым для существования собственной функции оператора  $H + V$ , соответствующей нулевому собственному значению.

**Теорема 1.** Пусть  $\varepsilon = \mu - 2t$ . Если  $\varepsilon > 0$ , то условие существования собственной функции оператора  $H + V$ , соответствующей нулевому собственному значению, имеет вид

$$V_0^2 - 2V_0(\Delta + t) + 2\Delta(\Delta + t) + O(\varepsilon) = 0. \quad (3)$$

Если  $\varepsilon < 0$ , то  $E = 0$  не является собственным значением оператора  $H + V$ .

### Литература

1. Tinyukova T.S. Majorana states near an impurity in the Kitaev infinite and semi-infinite model / T.S. Tinyukova, Yu.P. Chuburin // Theoretical and mathematical Physics. — 2019. — 200(1). — P.1043-1052.