

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Удмуртский государственный университет»  
Институт математики, информационных технологий и физики  
Кафедра общей физики

**СБОРНИК ЗАДАЧ И КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ  
ПО КУРСУ «АСТРОНОМИЯ»**

Учебно-методическое пособие



Ижевск  
2023

УДК 52(075.8)  
ББК 22.6я73  
С232

*Рекомендовано к изданию учебно-методическим советом УдГУ*

**Рецензент:** канд. физ.-мат. наук, доцент Н.Г. Трубицина.

**Составитель:** Гатауллина А.И.

С232        Сборник задач и контрольных заданий по курсу «Астрономия» :  
учеб.-метод. пособие : [Электрон. ресурс] / сост. А.И. Гатауллина. –  
Ижевск : Удмуртский университет, 2023. – 53 с.

Сборник задач по курсу «Астрономия» предназначен для студентов 4 курса направления «Физика», 5 курса направления «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)» ИМИТиФ, 2 курса направления «Картография и геоинформатика» ИЕН. В сборнике задач рассматривается краткий теоретический материал по основным разделам сферической астрономии, подобраны астрофизические задачи к темам лекционного курса, приведены решения некоторых из них, предлагаются качественные вопросы и количественные задачи для самостоятельной работы. Представлен вариант оценочных материалов по данной дисциплине.

УДК 52(075.8)  
ББК 22.6я73

© А.И. Гатауллина, сост., 2023  
© ФГБОУ ВО «Удмуртский  
государственный университет», 2023

## СОДЕРЖАНИЕ

|  |    |
|--|----|
| Введение.....  | 4  |
| Раздел I. Основы сферической астрономии.....                                   | 6  |
| Тема 1. Линии и точки небесной сферы.....                                      | 6  |
| Системы небесных координат.....  | 6  |
| Тема 2. Подвижная карта звёздного неба .....                                   | 14 |
| Астрономические календари .....  | 14 |
| Раздел II. Основы общей астрономии .....                                       | 19 |
| Тема 1. Определение расстояний до небесных тел.....                            | 19 |
| Физические характеристики звёзд.....   | 19 |
| Тема 2. Кинематика и динамика движения планет .....                            | 23 |
| и спутников солнечной системы.....   | 23 |
| Тема 3. Солнце. Солнечная система. Кометы и малые тела солнечной системы ..... | 30 |
| Тема 4. Астрономические инструменты .....                                      | 35 |
| Тема 5. Галактика. Внегалактическая астрономия .....                           | 39 |
| Тема 6. Внутреннее строение звезд.....   | 46 |
| Список литературы .....  | 53 |

## ВВЕДЕНИЕ

Данное пособие предназначено для студентов 4 курса направления «Физика», 5 курса направления «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) математика и физика» ИМИТиФ, 2 курса направления «Картография и геоинформатика» ИЕН).

Объем практических занятий ограничен (всего 16-18 часов) и это накладывает определенные проблемы к их проведению. С одной стороны, нельзя оставлять без внимания общео-астрономическую тематику, а с другой стороны, хотелось бы максимум внимания уделить решению астрофизических задач.

Согласно учебным планам указанных направлений, изучению данной дисциплины предшествуют курсы общей физики и высшей математики. Поэтому при решении астрофизических задач мы имеем прекрасную возможность еще раз проверить знание основных законов физики и умение применять их при анализе физических процессов и явлений, происходящих на астрономических объектах. Тесты и задачи, предложенные в конце каждой темы можно использовать для текущей проверки пройденного материала.

Актуальность написания данной работы определяется необходимостью дополнить вузовский задачник по астрономии и астрофизике «Астрофизические задачи. Основы сферической астрономии», имеющийся в библиотечном фонде Удмуртского государственного университета, оценочным материалом.

В данном издании предлагается две формы проведения практических занятий:

- лабораторные работы по основам сферической астрономии;
- семинары по решению задач по курсу общей астрономии и астрофизики.

Изучение основ сферической астрономии начинается с элементов геометрии на сфере и сферической тригонометрии. Этот вспомогательный материал важен для понимания основных принципов построений и измерений на сфере. При введении координатных систем специально фиксируется внимание студентов на том, что практически в любой системе сферических координат одна из координат – дуга большого круга, другая координата – сферический угол с вершиной в той или иной точке сферы. Такой подход позволяет добиться однозначности определений и большей логичности изложения.

Задачи, предложенные в данном пособии, можно разделить условно на две группы:

- 1) задачи, для решения которых можно предложить какие-то общие приемы или методы;
- 2) задачи нестандартные, для решения которых, кроме знания теории, необходимым элементом является аналитическое мышление.

При распределении астрономических и астрофизических задач в пределах данной темы выдерживался определённый алгоритм, а именно:

- 1) качественные вопросы предшествуют вычислительным задачам;
- 2) более легкие задачи рассматриваются до решения более трудных;
- 3) по возможности задачи каждой темы подбирались так, что предполагалась взаимосвязь и взаимообусловленность их друг с другом.

Общая структура каждой темы, посвящённой решению количественных задач, строилась таким образом: за названием темы следует краткое изложение теоретического материала по курсу, затем идут качественные вопросы, примеры решения конкретных задач с необходимыми методическими разъяснениями и, наконец, в конце темы приведены задачи для самостоятельного решения.

Приведенные решения задач преследовали ряд целей:

- 1) добиться углубленного понимания физических законов на примерах применения их к конкретным астрономическим условиям;
- 2) развить способность к аналитическому мышлению;
- 3) способствовать выработке алгоритмического образа мышления студента.

При подходе к решению конкретной задачи нужно добиться четкого представления о том, что исходные данные являются необходимыми и достаточными.

Одно из практических занятий посвящено работе с подвижной картой звёздного неба, с астрономическими картами и календарями, что позволяет студентам решить задачу составления программ астрономических наблюдений на оптических телескопах.

# Раздел I. ОСНОВЫ СФЕРИЧЕСКОЙ АСТРОНОМИИ

## Тема 1. ЛИНИИ И ТОЧКИ НЕБЕСНОЙ СФЕРЫ СИСТЕМЫ НЕБЕСНЫХ КООРДИНАТ

### Теоретический материал

#### Линии и точки небесной сферы. Системы небесных координат.

1. Некоторые понятия о кругах на сфере и сферических углах.

Поскольку все координатные построения в астрономии проводятся на поверхности сферы, напомним некоторые сведения из сферической геометрии, необходимые для понимания вопросов, рассматриваемых в сферической астрономии.

Пусть точка  $O$  – центр сферы. См. рисунок.

*Большим кругом* называется окружность на сфере, полученная пересечением поверхности сферы плоскостью, проходящей через центр сферы.

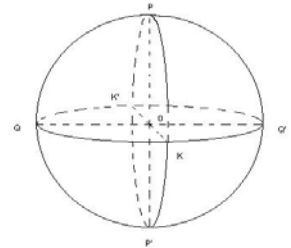
$QKQ'K'$  – большой круг.

Прямая, проходящая через центр сферы и перпендикулярная плоскости большого круга, называется *осью* большого круга.

$PP'$  – ось большого круга  $QKQ'K'$ . См. рисунок.

Точки пересечения оси большого круга с поверхностью сферы называется  $P$  и  $P'$  – полюса большого круга  $QKQ'K'$ .

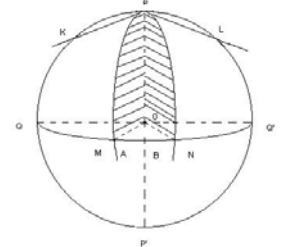
Малым кругом называется окружность на сфере, полученная пересечением поверхности сферы плоскостью, не проходящей через центр сферы.



Сферический угол – фигура на сфере, образованная дугами двух больших кругов, исходящих из одной точки.

Точка  $P$  – вершина сферического угла;

$\cup PA$  и  $\cup PB$  – стороны сферического угла. См. рисунок.



#### 1. Способы измерения сферического угла

Сферический угол может быть измерен двугранным углом, образованным плоскостями его сторон.

Сферический угол  $APB = \text{двугр. углу } NOPM$  (равенство численное).

Сферический угол может быть измерен дугой полярного угла его вершины, заключенной между сторонами.

Сферический угол  $APB = \cup MN$  (равенство численное).

Сферический угол может быть измерен плоским углом, составленным касательными к сторонам при вершине.

Сферический угол  $APB = \angle KPL$  (равенство численное).

Здесь  $KP$  – касательная к дуге большого круга  $PMA$  в  $P$ ;  $LP$  – касательная к дуге большого круга  $PNB$  в  $P$ .

#### 2. Небесная сфера

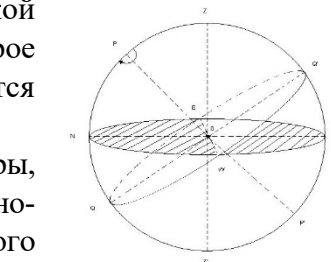
Сферическая астрономия является частью важного раздела астрономии – астрометрии. Ее главная задача – построение систем координат, в которых можно было бы вести угловые измерения положений, взаимных расстояний и изменения этих расстояний во времени для

любых небесных тел. Для решения этих и других задач в сферической астрономии мы пользуемся геометрическим построением, которое называем «небесная сфера». Это геометрическое построение вводится в соответствии с некоторыми правилами.

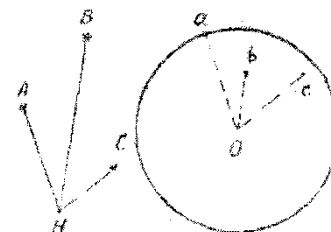
Поскольку угловые измерения на сфере не зависят от радиуса сферы, нет необходимости ограничивать себя заданием какого-то определенного радиуса небесной сферы. Центр небесной сферы не является строго определённой точкой в пространстве: он выбирается произвольно, ибо одну и ту же задачу могут одновременно решать несколько человек, находящихся в различных точках пространства. Нет необходимости совмещать в общем случае центр небесной сферы и с глазом наблюдателя. Задача вообще может быть не связана с конкретным наблюдателем. Независимо от того, в каком месте пространства располагают центр своего геометрического построения несколько человек, решающих одну и ту же задачу сферической астрономии, решение задачи должно иметь для всех тождественный результат.

*Небесная сфера* есть модель, вводимая нами для удобства решения задач сферической астрономии. Это сфера произвольного радиуса с центром в произвольной точке пространства.

При решении задач сферической астрономии мы имеем дело не с конкретными светилами  $A, B, C$ , а с их проекциями на небесную сферу  $a, b, c$  см. рисунок.



Проекцией светила на небесную сферу является точка пересечения поверхности сферы и ее радиуса, параллельного направлению на светило из точки наблюдения  $H$ . См. рисунок.



*Видимым движением светила* называется перемещение его проекции по поверхности небесной сферы.

Как и всякая модель, небесная сфера имеет смысл только при решении конкретной задачи.

Видимые движения являются отражением суточного вращения Земли. Вследствие суточного вращения Земли меняются все направления «точка наблюдения  $H$  – светило», т. е. меняется положения всех проекций на поверхности небесной сферы. В этом смысле мы говорим, что небесная сфера обладает суточным вращением вокруг некоторой оси – «оси мира» – в направлении, противоположном направлению вращения Земли, и с периодом, равным периоду одного оборота Земли вокруг оси.

Ось мира – диаметр небесной сферы, параллельный оси вращения Земли.

### 3. Горизонтальная система астрономических координат

Основным направлением горизонтальной системы координат является направление, задаваемое отвесной линией. На рис. 11: точка  $O$  – центр небесной сферы,  $zz'$  отвесная (вертикальная) линия.

*Отвесной линией* называется диаметр небесной сферы, параллельный направлению силы тяжести в точке наблюдения, расположенной на земной поверхности.

$PP'$  – ось мира.

Ось мира пересекает поверхность небесной сферы в двух точках  $P$  и  $P'$  – *полюсах мира*.

*Северный полюс мира*  $P$  тот, при наблюдении с которого вращение небесной сферы происходит по часовой стрелке.

Отвесная линия пересекает поверхность небесной сферы в двух точках: верхней  $Z$  – *зенит* нижней  $Z'$  – *надир*.  $NWSE$  – истинный или математический горизонт.

*Истинным или математическим горизонтом* называется большой круг на небесной сфере, плоскость которого перпендикулярна отвесной линии. См. рисунок.

Точка  $N$  горизонта называется точкой Севера, точка  $S$  – точкой Юга.

*Точка Севера*  $N$  есть проекция северного полюса мира  $P$  на горизонт.

*Небесный меридиан* – большой круг на небесной сфере  $PZP'Z'$ , плоскость которого проходит через северный полюс мира  $P$  и зенит  $Z$ .

В горизонтальной системе координат большой полукруг  $ZSZ'$  – южная половина небесного меридиана (включает точку Юга  $S$ ), большей полукруг  $ZNZ'$  – северная половина небесного меридиана (включает точку Севера  $N$ ), Плоскость истинного горизонта  $NWSE$  и плоскость небесного меридиана  $PZP'Z'$  пересекаются по *полуденной линии*  $NS$ .

$QWQ'E$  – небесный экватор.

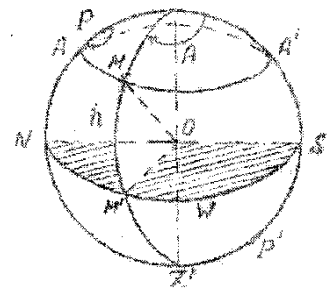
*Небесным экватором* называется большой круг на небесной сфере, плоскость которого перпендикулярна оси мира.

Небесный экватор  $QWQ'E$  и истинный горизонт  $NWSE$  пересекаются в двух точках: точке Запада  $W$  и точке Востока  $E$ , Точка Запада  $W$  лежит на истинном горизонте на расстоянии  $90^\circ$  от точки Юга  $S$  в направлении вращения небесной сферы; точка Востока  $E$  лежит на истинном горизонте на расстоянии  $90^\circ$  от точки Севера  $N$  в направлении вращения небесной сферы.

На рисунке точка  $O$  – центр небесной сферы,  $ZZ'$  – отвесная линия, точки  $P$  и  $P'$  – соответственно северный и южный полюса мира,  $NWS$  – истинный горизонт. Точка  $M$  – проекция светила на небесную сферу.  $AMA'$  – альмукутантат (круг равных высот) точки  $M$ .  $ZMZ'$  – вертикал (круг высоты) точки  $M$ .

*Альмукутантатом* или *кругом равных высот* точки  $M$  называется малый круг на небесной сфере, проходящий через точку  $M$ , плоскость которого параллельна плоскости истинного горизонта.

*Вертикалом* или *кругом высоты* точки  $M$  называется большой полукруг на небесной сфере, плоскость которого проходит через зенит и точку  $M$ . См. рисунок.



Вертикал, содержащий точку Запада  $W$  и точку Востока  $E$ , называется *первым вертикалом*.

У нас есть все для того, чтобы построить горизонтальную систему координат. Первая координата: дуга  $M'M$  – высота (или альтитуда) точки  $M$ .  $\cup M'M = h$ .

Высота или альтитуда  $h$  точки  $M$  есть дуга вертикала (круга высоты) этой точки, заключенная между истинным горизонтом и точкой  $M$ .

Измеряться высота  $h$  может углом  $M'OM$ , составленным направлением из центра небесной сферы на светило  $M$  и плоскостью истинного горизонта. Высота измеряется в градусной мере, отсчитывается от истинного горизонта и принимается положительной к зениту  $Z$  и отрицательной к надиру  $Z'$ . Таким образом

$$-90^\circ \leq h \leq +90^\circ.$$

Для решения некоторых задач вместо высоты  $h = \cup M'M$  качестве координаты используют зенитное расстояние светила  $z = \cup ZM$ .

$$z = 90^\circ - h; \quad 0^\circ \leq z \leq 180^\circ.$$

*Зенитным расстоянием*  $z$  точки  $M$  называется дуга вертикала точки  $M$ , заключенная между этой точкой и зенитом. Зенитное расстояние  $Z$  всегда положительно.

Вторая координата: сферический угол  $SZM'$  – азимут точки  $M$ , сферический угол  $SZM' = A$ .

*Азимут*  $A$  точки  $M$  называется сферический угол с вершиной при зените образованной южной половиной небесного меридиана и вертикалом точки  $M$ .

Азимут  $A$  может измеряться дугой истинного горизонта  $SM'$ , на которую опирается сферический угол  $SZM'$  либо двугранным углом  $SZOM'$ , составленным плоскостями сторон сферического угла  $SZM'$ . Измеряется азимут в градусной мере и отсчитываемый от точки Юга  $S$  в направлении вращения небесной сферы от  $0^\circ$  до  $360^\circ$ .

$$0^\circ \leq A \leq 360^\circ.$$

В геодезии, географии, навигации, инженерном и военном деле азимут отсчитывается от точки Севера  $N$  в направлении вращения небесной сферы.



Высота и азимут ( $h$  и  $A$ ) составляют горизонтальную систему астрономических координат. Достоинством этой системы является простота использования на практике. Высоту и азимут светила можно измерять любым угломерным прибором. Недостаток этой системы заключается в том, что и высота и азимут любой точки небесной сферы суть координаты переменные, зависящие от времени наблюдения и от географической широты места наблюдения  $\varphi$ .

#### 4. Первая экваториальная система координат

Основное направление в первой экваториальной системе координат задается положением оси мира.

На рисунке точка  $O$  – центр небесной сферы,  $ZZ'$  – отвесная линия,  $PP'$  – ось мира,  $QM'Q'$  – небесный экватор,  $PSP'$  – южная половина меридиана места для экваториальных систем координат,  $NWS$  – истинный горизонт. Точка  $M$  проекция светила на небесную сферу. Здесь и далее для простоты точку  $M$  мы будем называть просто светилом. Светило за суточный оборот небесной сферы описывает некоторую траекторию – малый круг  $PM'P'$ .  $PM'P'$  – небесная или суточная параллель светила  $M$ .

*Суточная параллель* есть малый круг на небесной сфере, плоскость которого параллельна плоскости небесного экватора.

Плоскость, проходящая через оба полюса мира и светило  $M$  на небесной сфере, при пересечении с ней образует круг склонения этого светила. Большой полуокруг  $PMP'$  – *круг склонения* светила  $M$ .

Первая координата первой экваториальной системы дуга  $M'M$  – склонение светила  $M$ .  
 $\cup M'M = \delta$

*Склонение*  $\delta$  светила  $M$  есть дуга круга склонения этого светила, заключенная между экватором и светилом  $M$ .

Измеряется склонение  $\delta$  углом  $M'OM$ , составленным направлением из центра небесной сферы на светило  $M$  и плоскостью небесного экватора. Склонение измеряется в градусной мере, отсчитывая от небесного экватора и принимается положительным к северному полюсу мира  $P$  и отрицательным к южному полюсу мира  $P'$ . См. рисунок

$$-90^\circ \leq \delta \leq +90^\circ$$

Иногда вместо склонения  $\delta$  для решения некоторых задач используют координату  $\cup PM = p$  – полярное расстояние светила  $M$ .

*Полярным расстоянием*  $p$  светила  $M$  называется дуга круга склонения светила, заключенная между северным полюсом мира  $P$  и светилом  $M$ . Полярное расстояние всегда положительно.

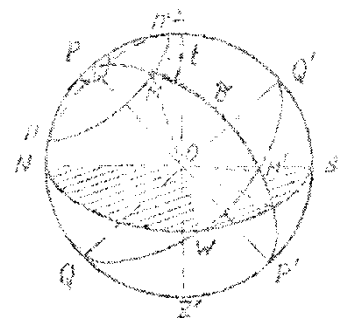
Вторая координата системы – сферический угол  $Q'PM'$  – часовой угол  $t$  светила  $M$ . сф. угол  $Q'PM' = t$ .

*Часовым углом*  $t$  светила  $M$  называется сферический угол с вершиной при северном полюсе мира  $P$ , образованный южной половиной небесного меридиана и кругом склонения светила  $M$ .

Часовой угол  $t$  может измеряться дугой небесного экватора  $Q'M'$ , на которую опирается сферического угла  $Q'PM'$ , либо двугранным углом  $Q'OPM'$ , составленным плоскостями сторон сферического угла  $Q'PM'$ . Измеряется часовой угол в часовой мере, отсчитывается по экватору от южной половины небесного меридиана в направлении вращения небесной сферы от  $0^h$  до  $24^h$ .

$$0^h \leq t \leq 24^h$$

Склонение  $\delta$  и часовой угол  $t$  составляют первую экваториальную координат. Достоинством этой системы координат является то, что одна из координат (склонение  $\delta$ ) для данного светила в первом приближении величина постоянная, так как не зависит от суточного вращения небесной сферы. При суточном движении светило  $M$  остается на одной и той же суточной (небесной) па-



раллели. Вторая координата (часовой угол  $t$ ) для любого светила при вращении небесной сферы монотонно возрастает. Эта координата взята за основу при введении понятия «время».

Недостатком первой экваториальной системы координат является то, что одна из координат – часовой угол  $t$  – непрерывно меняется из-за вращения небесной сферы, что не позволяет хранить в такой системе координат астрометрическую информацию о светилах.

В точках  $П$  и  $П'$  лежащих на небесном меридиане, изображенном на рисунке, можно наблюдать явления, называемые прохождением светила  $M$  через небесный меридиан или *кульминациями* этого светила. Точка  $П'$  – точка *верхней кульминации*: в ней  $z = \min$ ,  $h = \max$ ,  $t = 0^h$ ,  $A = 0^\circ$  (если верхняя кульминация происходит к югу от зенита) или  $A = 180^\circ$  (если верхняя кульминация происходит к северу от зенита).

Точка  $П$  – точка *нижней кульминации*. В ней  $z = \max$ ,  $h = \min$ ,  $t = 12^h$ ,  $A = 180^\circ$ .

На рисунке и верхняя и нижняя кульминации светила  $M$  происходят над горизонтом.

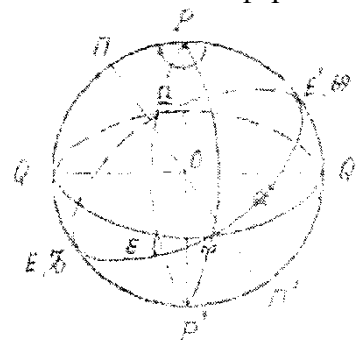
Явление прохождения светила через истинный горизонт называется *истинным восходом* или *истинным заходом* светила.

## 5. Видимое годовое движение Солнца по небесной сфере

Наблюдая небо около южной половины небесного меридиана в моменты нижней кульминации Солнца (ночью), можно заметить, что в *разные* месяцы через меридиан проходят разные созвездия. Отсюда можно сделать вывод, что Солнце в течение года перемещается на фоне звезд.

С древних времен известно, что годовой путь Солнца на небесной сфере есть большой круг, плоскость которого наклонена к плоскости небесного экватора на угол  $\varepsilon = 23^\circ 26'$ . Этот большой круг почти не меняет своего положения относительно звезд и имеет название эклиптика. Эклиптика – видимый годовой путь центра солнечного диска на небесной сфере.

На рисунке точка  $O$  – центр небесной сферы,  $PP'$  – ось мира,  $E\gamma E'\Omega$  – эклиптика. Сферический угол  $Q\gamma E = 23^\circ 26'$ . Значком ☉ со стрелкой показано направление годового движения Солнца по эклиптике.



Проведем ось эклиптики  $ПП'$ . Ось эклиптики пересечет поверхность небесной сферы в двух точках:  $П$  – северный полюс эклиптики,  $П'$  – южный полюс эклиптики. Небесный экватор и эклиптика пересекаются в двух точках  $\gamma$  и  $\Omega$  – точках равноденствий.

Точка *весеннего равноденствия*  $\gamma$  (знак Овна).

В этой точке Солнце переходит из южной половины небесной сферы в северную. Склонение Солнца  $\delta_c = 0^\circ$  и меняет знак с «-» на «+».

Точка *осеннего равноденствия*  $\Omega$  (знак Весов), В этой точке Солнце переходит из северной половины небесной сферы в южную. Склонение Солнца  $\delta_c = 0^\circ$  и меняет знак с «+» на «-».

Когда Солнце находится в точках  $\gamma$  и  $\Omega$ , его суточной параллелью является небесный экватор. При суточном вращении небесной сферы центр солнечного диска полсуток находится над горизонтом и полсуток – под горизонтом. В это время во всех точках земного шара мы имеем день равной продолжительности ночи – равноденствие.

Точка летнего солнцестояния (знак Рака). В этой точке Солнце имеет максимальное склонение.

$\delta = +23^\circ 26'$ ; в этот момент суточная параллель центра солнечного диска находится в северной полусфере на расстоянии в  $23^\circ 26'$  над небесным экватором.

Точка зимнего солнцестояния (знак Козерога). В этой точке Солнце имеет минимальное склонение  $\delta_c = -23^\circ 26'$ . Суточная параллель центра солнечного диска находится в южной полусфере на расстоянии в  $23^\circ 26'$  под небесным экватором.

Промежуток времени между двумя последовательными прохождениями центра солнечного диска через точку весеннего равноденствия называется *тропическим годом*.

Тропический год  $T = 365^d, 242199 = 365^d 05^h 48^m 46^s,0$

За начало тропического года принят момент, близкий к полуночи 1 января.

Видимый годовой путь Солнца (эклиптика) проходит через 12 созвездий, которые называются зодиакальными. Пояс из 12 зодиакальных созвездий называется зодиаком.

Точки равноденствий и солнцестояний получили свои обозначения по знакам созвездий, в которых они находились в древние времена.

#### б. Вторая экваториальная система координат

Основное направление во второй экваториальной системе координат задается осью мира.

На рис. 9 точка  $O$  - центр небесной сферы,  $PP'$  - ось мира.  $QQ'$  - небесный экватор, точки  $N$  и  $S$  - точки Севера и Юга, точка  $M$  - светило, для определения положения которого вводим координатную систему; малый круг  $PPP'$  - суточная параллель светила  $M$ .

Первая координата - та же, что и в первой экваториальной системе координат:  $\delta$  - склонение точки  $M$ , или  $p = (90^\circ - \delta)$  - полярное расстояние точки  $M$ .

Вторая координата светила  $M$  - сферический угол  $\gamma PM'$  - прямое восхождение  $\alpha$ . См. рисунок.

*Прямым восхождением*  $\alpha$  светила  $M$  называется сферический угол с вершиной при полюсе мира  $P$ , образованный кругом склонения точки весеннего равноденствия и кругом склонения светила  $M$ .

Прямое восхождение  $\alpha$  может измеряться дугой небесного экватора в направлении, противоположном направлению вращения небесной сферы. Таким образом:

$$0^h \leq \alpha \leq 24^h.$$

Склонение  $\delta$  и прямое восхождение  $\alpha$  - координаты во второй экваториальной (основной) системе астрономических координат.

Достоинством второй экваториальной системы координат является то, что можно считать обе координаты постоянными для данного небесного объекта (не обладающего заметным собственным движением), т. е. независимыми от суточного вращения небесной сферы. В этой системе координат составляются каталоги положений всех небесных объектов.

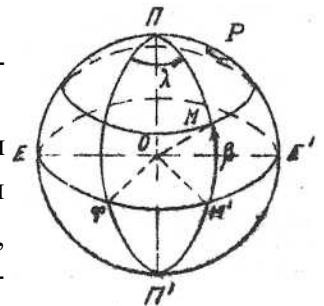
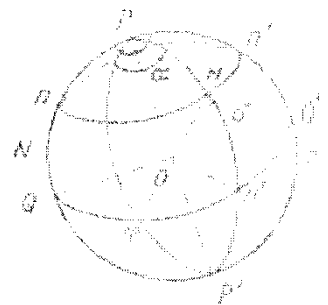
В небесной механике и в ряде других разделов астрономии для описания положений и движений планет и Солнца используется эклиптическая система астрономических координат. Основной плоскостью этой системы является плоскость эклиптики. На рисунке точка  $O$  - центр небесной сферы,  $EM'E'$  - эклиптика,  $ПП'$  - ось эклиптики, точка  $M$  - светило.

Большой полуокруг  $ППМ'$  на небесной сфере, проходящий через северный полюс эклиптики  $P$ , светило  $M$  и южный полюс эклиптики  $P'$  называется кругом широты светила  $M$ .

Первая координата светила - эклиптическая широта  $\beta$

Эклиптической широтой  $\beta$  светила  $M$  называется дуга круга широты этого светила  $M'M$ , заключенная между эклиптической и светилом  $M$ .

Эклиптическая широта  $\beta$  может быть измерена центральным углом  $M'OM$ , составленным направлением из центра небесной сферы на светило  $M$  и плоскостью эклиптики; измеряется в градусной мере, отсчитывается от эклиптики и принимается положительной к северному полюсу эклиптики  $P$  и отрицательной - к южному полюсу эклиптики  $P'$ . Вторая координата светила - эклиптическая долгота  $\lambda$ .



Эклиптической долготой светила называется сферический угол  $\gamma PM'$  с вершиной в ее северном полюсе эклиптики  $P$ , составленный кругом широты точки весеннего равноденствия  $\gamma$  и кругом широты светила  $M$ .

Эклиптическая долгота  $\lambda$  может измеряться дугой эклиптики  $\gamma M'$  на которую опирается сферический угол  $\gamma PM'$  либо двугранным  $\gamma OPM'$ , составленным плоскостями сторон сферического угла  $\gamma PM'$  измеряется а градусной мере от  $0^\circ$  до  $360^\circ$ , отсчитывается по эклиптике от точки весеннего равноденствия  $\gamma$  в направлении, противоположном направлению вращения небесной сферы.  $0^\circ \leq \lambda \leq 360^\circ$

### Задача 1. Суточное движение светила на широте

$$0 \leq \varphi \leq 90^\circ$$

На рисунке точка  $O$  – центр небесной сферы,  $NWSE$  – истинный горизонт (плоскость его заштрихована). Пусть наблюдатель находится в месте наблюдения с географической широтой:

$$0^\circ \leq \varphi \leq +90^\circ.$$

Все светила по особенностям своего суточного движения будут делиться на три зоны. См. рисунок.

а). Зона незаходящих светил (например, светило  $M_1$ ).

*Незаходящими* называются светила, у которых точка нижней кульминации  $\Pi_1$  лежит над горизонтом (или на горизонте).

Из рисунка следует, что светило  $M_1$  будет незаходящим, если

$$p \leq \varphi$$

где  $p$  – полярное расстояние точки  $\Pi_1$  или светила  $M_1$  в момент нижней кульминации.

б). Зона невосходящих светил (например, светило  $M_3$ ).

*Невосходящими* называются светила, у которых точка верхней кульминации  $\Pi_1$  лежит под горизонтом (или на горизонте).

Из рисунка следует, что светило  $M_1$  будет невосходящим, если

$$p \geq 180^\circ - \varphi.$$

в). Зона восходящих и заходящих светил (например, светило  $M_2$ ).

*Восходящими и заходящими* называются светила, у которых точка верхней кульминации  $\Pi_1'$  лежит над горизонтом, а точка нижней кульминации  $\Pi_2$  лежит под горизонтом.

Светило будет восходящим и заходящим, если его полярное расстояние  $p$  удовлетворяет соотношению

$$\varphi < p < 180^\circ - \varphi,$$

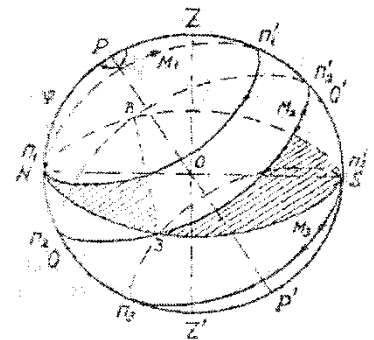
Итак, в разобранным случае наблюдатель находится в северном полушарии Земли, точка зенита  $Z$  расположена между северным полюсом мира  $P$  и небесным экватором, т.е. имеется наклон горизонтальной системы координат к экваториальной. Все точки горизонта определены (точки: Севера  $N$ , Востока  $E$ , Юга  $S$  Запада  $W$ ). Есть три зоны светил: светила незаходящие, восходящие и заходящие, невосходящие.

### Задание для самостоятельного решения

Доказать теорему о высоте северного полюса мира над горизонтом.  $h_p = \varphi$

1. Рассмотреть суточное движение светил на разных географических широтах

а) южное полушарие Земли  $-90^\circ < \varphi < 0$



б) Северный полюс Земли  $\varphi = +90^\circ$

в) Южный полюс Земли  $\varphi = -90^\circ$

г) географический экватор Земли  $\varphi = 0^\circ$

2. Заполнить таблицу «Системы небесных координат».

| № | Системы координат     | Основная плоскость | Основные точки | Координаты | Изменения с вращением небесной сферы | Характер изменения | Применение |
|---|-----------------------|--------------------|----------------|------------|--------------------------------------|--------------------|------------|
| 1 | Горизонтальная        |                    |                |            |                                      |                    |            |
| 2 | Первая экваториальная |                    |                |            |                                      |                    |            |
| 3 | Вторая экваториальная |                    |                |            |                                      |                    |            |
| 4 | Эклиптическая         |                    |                |            |                                      |                    |            |
| 5 | Галактическая         |                    |                |            |                                      |                    |            |

3. Объяснить эффекты астрономической рефракции.

4. Объяснить сумерки и возникновение белых ночей.

5. Объяснить возникновение времён года и климатические пояса.

6. Как называются точки пересечения альмукуантарата с горизонтом?

7. Основные линии точки, плоскости небесной сферы на модели небесной сферы.

### Вариант проверки текущих знаний по теме

1. Основные координаты в горизонтальной системе координат

- 1) высота
- 2) азимут
- 3) прямое восхождение
- 4) склонение

2. Основные координаты во второй экваториальной системе координат

- 1) часовой угол
- 2) склонение
- 3) прямое восхождение
- 4) азимут

3. Какие координаты являются общими в первой и второй экваториальных системах координат

- 1) склонение
- 2) полярное расстояние
- 3) высота
- 4) часовой угол

4. Какие координаты отличаются в первой и второй экваториальных системах координат

- 1) склонение
- 2) часовой угол
- 3) прямое восхождение
- 4) азимут

5. Определить горизонтальные координаты точки надира.
6. Определить экваториальные координаты Полярной звезды.
7. Чему равны экваториальные координаты во второй системе координат точки весеннего равноденствия?
8. Дать определение небесной сферы.
9. Перечислить основные виды небесных координат.
10. Что такое небесный меридиан?
11. Чему равен угол наклона между небесным экватором и эклиптической?
12. Как называются точки пересечения небесного экватора и эклиптики?
13. Какая система координат используется для определения положения звёзд нашей Галактики?
14. Как называются точки пересечения небесного экватора и небесного меридиана?
15. Что такое кульминация светила?

## **Тема 2. ПОДВИЖНАЯ КАРТА ЗВЁЗДНОГО НЕБА АСТРОНОМИЧЕСКИЕ КАЛЕНДАРИ**

### **Теоретический материал**

#### **Устройство подвижной карты звёздного неба**

Карта предназначена для изучения звёздного неба в ночные часы и для проведения упражнений на занятиях по астрономии.

Карта состоит из двух кругов, которые скреплены между собой в центре. На основном нижнем круге вычерчена сетка экваториальных координат, нанесены изображения звёзд до 4-й звёздной величины, 3 переменных звезды, две туманности и 5 звёздных скоплений.

Склонение светил отсчитываются на карте вдоль радиусов от края до центра, в пределах от  $-45^\circ$  до  $90^\circ$ . Прямые восхождения проставлены вблизи края карты в пределах от  $0^h$  до  $24^h$ . На самом краю карты нанесены деления месяцев и чисел.

Верхний накладной круг за исключением овала окрашен прозрачной голубой краской. Всё то, что видно на основном круге через окрашенную часть накладного круга, находится под горизонтом, а то, что видно в неокрашенном овале, находится над горизонтом.

Овал перечёркивают две линии: прямая – это небесный меридиан и изогнутая – первый вертикал. В точке их пересечения находится зенит. На самих линиях проставлены деления высот в пределах от  $0^\circ$  до  $360^\circ$ . Опираясь на эти шкалы, можно отсчитывать горизонтальные координаты изображений светил, которые видны в овале.

#### **Установка карты и проведение наблюдений**

Вращая накладной круг, совмещают дату наблюдений со временем наблюдений (по местному времени). Определяют стороны света по Полярной звезде. При отождествлении звёзд и созвездий на северной части неба становятся лицом к северу и держат перед собой карту так, чтобы точка севера на ней была внизу. Тогда расположение изображений звёзд в северной части овала на карте будет соответствовать их видимому расположению на северном участке. При изучении южной части неба поворачиваются лицом к югу, а карту держат перед собой точкой юга вниз.

Точно также поступают при изучении восточного и западного участков звёздного неба.

Местоположения звёзд на небе можно определять по их горизонтальным координатам, отсчитанным в овале накладного круга.

## Упражнения с картой

1. Линии и точки небесной сферы. По мере изучения линий и точек небесной сферы их следует показать на подвижной карте звёздного неба: линия выреза накладного круга есть математический горизонт, точка, в которой находятся вертикалы – зенит, прямая, соединяющая точки севера и юга – небесный меридиан; точка, вокруг которой вращается круг карты – Северный полюс мира; синяя окружность с делениями, видимая в вырезе накладного круга – экватор; красная линия – эклиптика.

2. Блеск звёзд.

С картой можно провести упражнения в определении звёздной величины различных звёзд (с точностью до  $0,^m 5$ ). Результаты полезно сравнить с табличными данными.

3. Созвездия.

На основной карте можно рассмотреть характерные фигуры различных созвездий. Затем можно провести упражнение на «немой» карте. Опрос студентов по немой звёздной карте – хорошая тренировка перед изучением звёздного неба на вечерних занятиях.

4. Экваториальные координаты.

По основной карте можно проделать упражнения по нахождению звёзд по известным экваториальным координатам, и, наоборот, по определению экваториальных координат видимых звёзд. Результат полезно сравнить с табличными данными.

5. Горизонтальные координаты.

Сетка в вырезе накладного круга позволяет определять горизонтальные координаты небесных объектов, видимых в вырезе. Мысленно проведя вертикаль через избранный объект до математического горизонта, определяют азимут объекта, а, оценив его расстояние от кругов равными высотами (альмукунтараты), определяют его высоту. При этом необходимо обратить внимание на деление высот, проставленных вдоль небесного меридиана.

6. Вид звёздного неба в избранный момент времени.

Вращают круг карты так, чтобы дата наблюдения (месяц, число) совместились с делениями избранного времени наблюдения. В таком положении карты в вырезе накладного круга видны созвездия, находящиеся над горизонтом. Следует иметь в виду, что по окружности накладного круга нанесены деления местного времени. Поэтому необходимо прибавить постоянную поправку к показаниям часов, идущих по общепринятому декретному (зимнему, летнему) времени, чтобы получить местное время (например, в Ижевске такая поправка равна  $\Delta t = 20$  минут).

7. Показать в пространстве воображаемое местонахождение ярких звёзд для определённого момента времени.

По компасу определяют стороны горизонта: север, юг, восток, запад. Установив подвижную карту звёздного неба для выбранного момента времени, отмечают видимые в вырезе накладного круга яркие звёзды. Затем отсчитывают их горизонтальные координаты и показывают указкой воображаемое пространственное положение этих звёзд. Полезно предварительно показать горизонтальные координаты основных точек горизонта:

|               | Азимуты       | Высоты |
|---------------|---------------|--------|
| Точка юга     | $A=0$         | $h=0$  |
| Точка запада  | $A=90^\circ$  | $h=0$  |
| Точка севера  | $A=180^\circ$ | $h=0$  |
| Точка востока | $A=270^\circ$ | $h=0$  |

Северный полюс мира  $A=180^\circ$   $h=\varphi$ ,  $\varphi$  – широта места наблюдения. Можно предложить наблюдающим предсказать место и порядок появления звёзд в зависимости от их блеска по мере потемнения небосвода.

8. На небосводе видна яркая звезда. По карте можно определить, какая это звезда.

Вытянув руку с указкой по направлению видимой звезды, оценивают на глаз её высоту и азимут (вторую руку полезно направить в точку юга).

По определённым таким образом координатам в вырезе накладного круга находят соответствующую точку. Через прозрачный целлофан под этой точкой видна на основной карте искомая звезда и её обозначение.

9. Определить время восхода, кульминации, захода звезды.

Вращая круг звёздной карты, устанавливают избранную звезду в восточной части горизонта на линии выреза накладного круга, смотрят на деления времени на накладном круге против даты наблюдения – это и есть время восхода звезды. Установив звезду на меридиан, определяют время кульминации. Время захода звезды определяют, установив её на западной части горизонта.

10. Определить время восхода и захода Солнца. Продолжительность дня и ночи.

Соединив мысленно прямой линией Северный полюс мира с датой наблюдения, находят точку пересечения этой линии с эклипстикой. Узнав, таким образом, положение Солнца, определяют время его восхода и захода, как и в упражнении 9. Разность между временем захода Солнца и его восхода даёт продолжительность дня. Остальное время суток – продолжительность ночи.

11. Показать указкой в пространстве путь светила на протяжении суток.

Записывают столбиком высоты и азимуты светил (см. упражнение 5) через каждый час с момента восхода (для восходящих светил) или с момента нижней кульминации (для незаходящих светил) с помощью указки показывают в пространстве суточный путь светила.

12. Проследить, как в течение года меняются азимуты восхода и захода Солнца.

Вращая подвижный круг звёздной карты, наблюдают смещение точки пересечения эклиптики с линией выреза накладного круга. Одновременно фиксируют меняющиеся азимуты этой точки и определяют даты.

Особо отличают даты, когда азимуты равны  $270^\circ$  и  $90^\circ$  (дни равноденствий), а также дни солнцестояний. Следует обратить внимание на то, что азимуты восхода и захода звёзд остаются неизменными на протяжении года.

13. Проследить изменение высот кульминации Солнца на протяжении года.

Вращая подвижный круг звёздной карты, следят за точками пересечения эклиптики с меридианом, одновременно отмечают высоты этих точек (кульминации Солнца) и соответствующие им даты. Особо отмечают экстремальные высоты (дни солнцестояния) и высоты при нахождении Солнца на экваторе (дни равноденствий). Высоты кульминаций звёзд на протяжении года остаются неизменными. Следует также показать на карте, что углы, дополняющие высоты до  $90^\circ$ , являются зенитными расстояниями этих светил  $z = 90^\circ - h$ .

14. Определённые широты места по найденным высотам кульминирующих светил.

На основании результатов тринадцатого упражнения определяют широту места по формулам  $\varphi = \delta \pm z$ , или  $\varphi = \delta \pm (90^\circ - h)$ , где  $\delta$  - склонение светила, отсчитываемое на сетке экваториальных координат.

15. Часовые углы светил.

На накладном круге около отметок местного времени маленькими цифрами проставлены часовые углы светил. Соединив прямой линией, Северный полюс мира и намеченное светило, на краю накладного круга отсчитывают часовой угол.

16. Звёздное время.

Часовой угол точки весеннего равноденствия показывает звёздное время.

17. Истинное солнечное время.

Часовой угол истинного Солнца является солнечным временем.

18. Среднесолнечное время.

Чтобы найти положение среднего Солнца на небесном экваторе, из прямого восхождения Солнца вычитают уравнение времени. Полученный результат отмечают на небесном экваторе. Часовой угол найденной точки  $\pm 12$  ч является среднесолнечным временем.

19. Переход от местного времени к звёздному (и наоборот).

Установив звёздную карту на избранный момент местного времени, определяют прямое восхождение точки пересечения экватора с меридианом (или круга склонений, совпадающего



с небесным меридианом). Прямое восхождение этой точки равно звёздному времени.

20. Определение координат, времени восхода, кульминации и захода, продолжительности наблюдения луны, ярких планет.

Выписав прямое восхождение и склонение небесного объекта из Астрономического ежегодника (переменная часть), определить положение его на подвижной карте.

Определить горизонтальные координаты, время восхода, захода и кульминаций (см. упражнение 5, 9) в день выполнения работы. Учитывая продолжительность ночи (см. упражнение 10), определить продолжительность ночного наблюдения светила.

### **Лабораторная работа Подвижная карта звёздного неба и Астрономические календари**

**Цель работы:** Научиться пользоваться подвижной картой, ознакомиться с содержанием астрономических календарей и справочников, использование их при решении астрономических задач.

**Пособия:** Подвижная карта звёздного неба для широты  $\varphi = 55^\circ \pm 5^\circ$ , астрономический атлас, астрономический календарь переменная часть.

**Задание:**

1. Ознакомиться с устройством подвижной карты.
2. Пользуясь оглавлением ознакомиться со структурой и содержанием календарей.
3. По подвижной карте звёздного неба определить экваториальные и горизонтальные координаты момент восхода, захода, верхней и нижней кульминации звезды  $\alpha$  из созвездия Орион в 22<sup>h</sup> 15 сентября.
4. По эфемеридам Солнца, Луны и планеты Уран, помещённым в астрономическом календаре, используя подвижную карту звёздного неба, определить продолжительность наблюдения Луны и планеты Уран для даты выполнения работы.

#### **Задания для самостоятельного решения**

1. Какое созвездие дважды встречается на карте звёздного неба. Видно ли оно вечером в марте?
2. Какую из звёзд Бетельгейзе или Денеб можно дольше непрерывно наблюдать на Ижевском небе?
3. Какие из созвездий носят названия физических приборов?
4. Пользуясь данными астрономического календаря за определённый год рассчитать наступление основных фаз Луны на следующий календарный год.
5. Пользуясь данными астрономического календаря на текущий год и подвижной картой звёздного неба составить программу наблюдений небесных тел на 21 час осеннего вечера.
6. Пользуясь данными астрономического календаря и подвижной карты звёздного неба, определить безлунное ночное время наблюдения планеты в день выполнения работы.

#### **Вариант проверки текущих знаний по работе с подвижной картой**

1. Определить горизонтальные координаты точки зенита.
2. Определить экваториальные координаты Полярной звезды.
3. Чему равны экваториальные координаты во второй системе координат точки весеннего равноденствия?
4. Определить горизонтальные координаты Солнца в 12 часов дня в день выполнения работы.
5. Определить экваториальные координаты Солнца во второй экваториальной системе координат 12 часов дня в день выполнения работы.

6. Какие координаты являются общими в первой и второй экваториальных системах координат
- 1) склонение
  - 2) полярное расстояние
  - 3) высота
  - 4) часовой угол
7. Какие координаты отличаются в первой и второй экваториальных системах координат
- 1) склонение
  - 2) часовой угол
  - 3) прямое восхождение
  - 4) азимут
8. Определить экваториальные координаты Полярной звезды.
9. Чему равны экваториальные координаты во второй системе координат точки весеннего равноденствия?
10. Что такое небесный меридиан?
11. Как называются точки пересечения небесного экватора и эклиптики?
12. Какая система координат используется для определения положения звёзд нашей Галактики?
13. Что такое эклиптика?
14. Определить момент верхней кульминации светила в день выполнения работы?
15. Назвать зодиакальные созвездия.

## Раздел II. ОСНОВЫ ОБЩЕЙ АСТРОНОМИИ

### Тема 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАССТОЯНИЙ ДО НЕБЕСНЫХ ТЕЛ. ФИЗИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗВЁЗД

#### Теоретический материал

##### 1. Способы определения расстояний до небесных тел.

Горизонтальным экваториальным параллаксом  $P_0$  называется угол, под которым со светила виден экваториальный радиус Земли  $R_0$  перпендикулярный к лучу зрения. Если расстояние до светила  $r$ , то

$$r = \frac{R_0}{\sin P_0} \quad (1)$$

Если параллакс выражать в секундах дуги, то ввиду его малости можно принять

$$r = \frac{R_0}{P_0 \cdot \sin 1''} = \frac{206265 R_0}{P_0} \quad (2)$$

Если видимый угловой радиус светила  $\rho$ , его линейный радиус  $R$ , а его параллакс  $P_0$ , то

$$R = r \cdot \sin \rho = \frac{\sin \rho}{\sin P_0} R_0 \quad (3)$$

Годичным параллаксом  $\pi$  называется угол, под которым со светила (находящегося вне солнечной системы) видна большая полуось земной орбиты, перпендикулярная к лучу зрения. Если расстояние до светила обозначить через  $r$ , а большую полуось земной орбиты через  $a$  (астрономическая единица), то

$$r = \frac{a}{\sin \pi} \quad (4)$$

или практически

$$r = \frac{206265 \cdot a}{\pi''} \quad (5)$$

где  $\pi''$ , выражено в секундах дуги. Расстояние, соответствующее  $\pi = 1''$ , называется парсеком (пк).

В парсеках

$$r = \frac{1}{\pi''} \quad (6)$$

Используя радиолокационные методы, расстояние до тел солнечной системы определяется по следующей формуле

$$r = \frac{c \cdot t}{2} \quad (7)$$

где  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$  – скорость распространения радиоволн;

$t$  – время прохождения радиосигнала с Земли до небесного тела и обратно.

Одной из единиц измерения расстояний является световой год. Световой год – расстояние, которое проходит свет за 1 год. Соотношение между единицами измерения расстояний

$$1 \text{пк} = 206265 a = 3,26 \text{с.г.} \quad (8)$$

Одной из существенных характеристик небесных тел является количество световой энергии, для характеристики которого вводятся такие величины как:

$\Phi$  – поток излучения – количество лучистой энергии, проходящей за единицу времени через данную площадку;

$L$  – светимость – энергия, проходящая в единицу времени через замкнутую поверхность, окружающую данный источник;

$E$  – освещённость – световой поток, падающий на единицу площади, перпендикулярно к ней.

Для характеристики блеска звезд вводится понятие видимой звездной величины  $m$

$$m = -2,5 \cdot \lg E \quad (9)$$

Абсолютная звездная величина  $M$  – это видимая звездная величина, которую имела бы звезда на расстоянии 10 пк.

### Вопросы для самопроверки

1. Сравнить формулы (2) и (5). Нарисовать чертеж, объясняющий формулу (4).
2. Чему равен горизонтальный параллакс Юпитера, когда он находится от Земли на расстоянии  $6 a$  ?
3. Параллакс Солнца  $8''8$ , а видимый радиус его  $16''1$ . Во сколько раз радиус Солнца больше радиуса Земли? Сколько километров составляет диаметр Солнца.
4. Доказать справедливость соотношения (8).
5. Расстояние до ближайшей к нам звезды  $\alpha$  Центавра 4,26 св. года. Чему равно это расстояние в пк?
6. Во сколько раз ближе находится звезда Сириус в сравнении со звездой Процион, если  $\sin \pi_c = 0,376$ ,  $\sin \pi_{\pi} = 0,297$  ?
7. Оценить размеры солнечной системы в световых часах, зная, что солнечный свет достигает поверхности Земли за 8,3 минуты, а Плутон находится на расстоянии в 40 раз превышающем расстояние от Земли до Солнца.
8. Выразить зависимость блеска от расстояния.
9. Как определяются собственные движения звёзд?
10. Как объяснить громадные значения положительных  $V_r$  галактик и квазаров?
11. Параллакс звезды Веги равен  $0''1$ . Каково расстояние до неё в парсеках и сколько времени её свет идёт до Земли? А до Солнца?

**Задача 1.** Для звезды с характеристиками  $m, M, r$ , используя формулу (9) и определение абсолютной звёздной величины, получить уравнение, которое бы связывало эти величины в следующем виде

$$m - M = 5 \cdot \lg r - 5$$

### Решение:

Перепишем уравнение (9), связывающее видимую звёздную величину с освещённостью

$$m = -2,5 \cdot \lg E. \quad (1)$$

Физический смысл освещённости позволяет связать её со светимостью и расстоянием

$$E = \frac{L}{4\pi r^2} \quad (2)$$

или

$$m = -2,5 \lg \frac{L}{4\pi r^2} \quad (3)$$

По определению абсолютной звездной величины,

$$M = -2,5 \lg \frac{L}{4\pi 10^2}. \quad (4)$$

Вычитая из уравнения (3) уравнение (4) получаем искомое уравнение

$$m - M = -2,5 \lg L + 2,5 \lg 4\pi r^2 + 2,5 \lg L - 2,5 \lg 4\pi \cdot 10^2, \quad (5)$$

$$m - M = 5 \lg r - 5$$

Замечания: 1. В уравнении (5) расстояние  $r$  выражается в пк.

2. из (5) получается формула

$$\lg r = 1 + 0,2(m - M) \text{ для определения расстояния.}$$

$(m - M)$  называется модуль расстояния.

**Задача 2.** Определить радиус звезды, если абсолютная звездная величина ее  $M = +2^m.3$ , атомы кальция в ее фотосфере имеют среднеквадратичную скорость движения  $V = 910 \text{ м/с}$ , эффективная температура Солнца  $T_c = 5806 \text{ К}$  видимая звездная величина Солнца  $m = -26^m.8$ ,

$$\mu_{ca} = 40 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$$

Дано:

$$M_* = +2^m.3$$

$$m_c = -26^m.8$$

$$V = 910 \text{ м/с}$$

$$T_c = 5806 \text{ К}$$

$$R = 8,31 \text{ Дж/к.моль}$$

$$\mu = 4 \cdot 10^{-2} \text{ кг/моль}$$

$$a = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м}$$

$$R_* = ?$$

$$\text{Решение: } \lg R = \frac{1}{2} \lg L + 2 \lg \frac{T_c}{T_*} \quad (1),$$

$$\text{где } R = \frac{R_*}{R_c}, L = \frac{L_*}{L_c}$$

Скорость движения атомов кальция  $V$  связана с  $T_*$  формулой

$$V = \sqrt{\frac{2RT_*}{\mu}} \quad (2)$$

$$\text{или } T_* = \frac{\mu \cdot V^2}{2R}.$$

Светимость звезды связана с абсолютной звездной величиной звезды и Солнца соотношением (см. задачу 5) для самостоятельного решения

$$\lg L = 0,4 \cdot (M_c - M_*). \quad (3)$$

Найдем абсолютную звездную величину Солнца, зная видимую звездную величину Солнца и расстояние от Земли до Солнца

$$M_c = m_c - 5 \lg a + 5 \quad (4)$$

В этой формуле расстояние  $a$  необходимо выразить в парсеках ( $1 \text{ пк} = 206265 \text{ а}$ ). Последнее уравнение переписывается

$$M_c = m_c - 5 \lg \frac{1}{206265} + 5, \quad (5)$$

Тогда

$$\lg R = \frac{1}{2} \cdot 0,4 \cdot \left( m_c - 5 \lg \frac{1}{206265} + 5 - M_* \right) + 2 \lg \frac{T_c \cdot 2R}{\mu \cdot V^2}$$

Или

$$R = 10^{\left[ 0,2 \cdot \left( m_c - 5 \lg \frac{1}{206265} + 5 - M_* \right) + 2 \lg \frac{T_c \cdot 2R}{\mu \cdot V^2} \right]}$$

### Задачи для самостоятельного решения

1. Расстояние до Сириуса (2,7 пк) уменьшается на 8 км ежесекундно. Через сколько лет блеск Сириуса возрастает вдвое?

2. Звезда Ригель излучает ежесекундно со всей поверхности в 81000 раз больше энергии, чем Солнце. Температура поверхности звезды  $12000^\circ \text{К}$ , расстояние до нее 330 пк. Определить: а) радиус звезды; б) сравнить освещенность земной поверхности звездой Ригель и Солнцем.

*Примечание.*

В данной задаче считаются известными светимость Солнца и расстояние от Земли до Солнца.

3. Показать, что угловые, линейные размеры и расстояние небесного объекта связаны соотношением

$$d'' \cdot r = D \cdot 206265,$$

где  $d''$  – угловой диаметр;

$D$  – линейный диаметр;

$r$  – расстояние.

4. При какой температуре наиболее вероятная скорость движения атомов железа в 10 раз меньше наивероятнейшей скорости движения атомов водорода при температуре  $10^6$  К?

5. Вывести формулу Погсона  $\lg \frac{E_1}{E_2} = 0,4(m_2 - m_1)$  из определения видимой звездной величины.

Доказать, что аналогичное формуле Погсона соотношение имеет место между светимостями и абсолютными звездными величинами двух небесных тел.

6. Вывести формулу, связывающую радиус, светимость и эффективную температуру на поверхности звезды, зная радиус, светимость и эффективную температуру на поверхности Солнца. Радиус и светимость звезды выразить в солнечных единицах.

$$\left( \lg R = \frac{1}{2} \lg L + 2 \lg \frac{T_c}{T_*} \right)$$

7. Во сколько раз звезды 1-й величины ярче самых слабых звезд, видимых простым глазом?

8. У некоторой переменной звезды блеск меняется от минимума к максимуму на 7 звездных величин. Во сколько раз возрастает при этом блеск звезды?

9. Если расстояние до звезды 4-й величины уменьшить вдвое, какой станет ее видимая звездная величина?

10. «Летящая звезда Барнарда» имеет рекордно большое собственное движение  $10''$  в год; её параллакс  $0,5''$ . Оценить тангенциальную скорость.

11. Лучевая скорость звезды Бетельгейзе  $V_r = +2,1 \text{ км/с}$ , собственное движение  $\mu = 0'',032$  в год, а расстояние до неё  $83 \text{ пк}$ . Определить полную пространственную скорость звезды относительно Солнца и угол, образованный направлением движения звезды в пространстве с лучом зрения.

12. Определите расстояние до шарового звёздного скопления, если в нём обнаружено несколько короткопериодических цефеид, с видимой звёздной величиной  $m = 5,5$ , а их абсолютная величина  $M = 0,5$ . Каков линейный размер скопления, если его угловой диаметр  $d = 3'$ . Звездой какой величины было бы на этом расстоянии наше Солнце, имеющее  $M = 5$ ?

13. Какова светимость звезды  $\xi$  Скорпиона, если её видимая звёздная величина  $3^m$ , а расстояние до неё  $7500 \text{ св. лет}$ ?

14. Во сколько раз некоторая звезда больше по диаметру чем Солнце, если её светимость в 100 раз больше светимости Солнца, а температуры у них одинаковы?

15. Определите среднюю плотность звезды красного сверхгиганта, если его диаметр в 300 раз, а масса в 30 раз больше соответствующих параметров Солнца

16. Двойная звезда имеет компоненты  $2^m$  и  $3^m$ . Найти суммарную звёздную величину двойной.

17. Где светлее – днём на Плутоне или в лунную ночь на Земле. Во сколько раз?

18. Показать, что при малом изменении расстояния до самосветящегося объекта  $\left( \frac{\Delta r}{r} \ll 1 \right)$

его видимая звёздная величина изменяется на  $\Delta m = 2,17 \frac{\Delta r}{r}$ .

### Вариант проверки текущих знаний по теме

1. Параллакс звезды Веги равен  $0'',1$ . Каково расстояние до неё в парсеках?

1      2      5      10

2. Во сколько раз звезды 1-й величины ярче самых слабых звезд, видимых простым глазом?  
10    100    1000    5
3. Отношение кубов больших полуосей орбит двух планет равно 16. Во сколько раз отличаются периоды обращения этих планет?  
2    4    6    8
4. Во сколько раз изменится период обращения спутника, если он останется на прежнем расстоянии от планеты, а масса планеты увеличится в 4 раза?  
4    1    2    8
5. Расстояние до ближайшей к нам звезды  $\alpha$  Центавра 4,26 св. года. Чему равно это расстояние в пк?  
4,26    13,9    2,13    13,88
6. Найти годичный параллакс звезды СИРИУС, если расстояние до неё 27пк.  
0,37    0,57    0,1    0,25
7. Во сколько раз ближе находится звезда Сириус в сравнении со звездой Процион, если  $\sin \pi_c = 0.37$ ,  $\sin \pi_c = 0.297$   
1,27    1,3    1,5    2
8. За время вспышки сверхновой звезды изменение блеска равно  $15^{\square}$ . Во сколько раз изменялась энергия, излучаемая ею?  
1000    10000    100000    1000000
9. Что такое видимая звёздная величина и как её определить
10. Найти связь между высотой ( $h$ ) и зенитным расстоянием ( $z$ ) небесного объекта
11. Как связаны высота северного полюса мира ( $h_p$ ) и широта места наблюдения  $\square$
12. Рассчитать расстояние до звезды  $\xi$  Скорпиона в пк? Если расстояние до неё 7500 св. лет.
13. Какова светимость звезды  $\xi$  Скорпиона, если её видимая звёздная величина  $3^m$ , а расстояние до неё 7500 св. лет?
14. Во сколько раз некоторая звезда больше по диаметру чем Солнце, если её светимость в 100 раз больше светимости Солнца, а температуры у них одинаковы?
15. В формуле  $m - M = 5 \lg r - 5$ , где  $m$  – видимая звёздная величина,  $M$  – абсолютная звёздная величина,  $r$  – расстояние до объекта пк.

## Тема 2. КИНЕМАТИКА И ДИНАМИКА ДВИЖЕНИЯ ПЛАНЕТ И СПУТНИКОВ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ

### Теоретический материал

Планеты солнечной системы делятся на две группы: «планеты земной группы» и планеты-гиганты, различающиеся геометрическими и динамическими характеристиками. Движение тел Солнечной системы происходит в соответствии с законом всемирного тяготения

$$\vec{F} = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2 \vec{r}}{r^3}. \quad (1)$$

Напряжённость  $\vec{g}$  и потенциал  $\varphi$  гравитационного поля:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$g_h = \gamma \frac{M}{r^2} \quad (2)$$

$$\varphi = \gamma \frac{M}{r} \quad (3)$$

Три закона планетных движений – три закона Кеплера.

1. Под действием силы притяжения одно небесное тело движется в поле тяготения другого небесного тела по одному из конических сечений - кругу, эллипсу, параболе или гиперболе.

а) движение по круговой орбите

$$V_1 = \gamma \frac{M}{r} = \sqrt{g \cdot r} \quad (4)$$

$V_1$  – первая космическая скорость.

б) движение по эллиптической орбите

$$e = \frac{r_A - r_P}{r_A + r_P} \quad (5)$$

$e$  – эксцентриситет орбиты,

$r_A$  – афелийное расстояние,

$r_P$  – перигелийное расстояние.

$$r_P = a \cdot (1 - e)$$

$$r_A = a \cdot (1 + e)$$

$$a = \frac{r_A + r_P}{2}$$

$a$  – большая полуось орбиты.

в) движение по параболической орбите

$$V_2 = \sqrt{2 \cdot \gamma \frac{M}{r}} = \sqrt{2} \cdot V_1 \quad (6)$$

$V_2$  – вторая космическая скорость.

2. Площадь, описанная радиусом-вектором за единицу времени, есть величина постоянная

$$r^2 \frac{d\theta}{dt} = const. \quad (7)$$

Следствия второго закона Кеплера

$$\frac{V_P}{V_A} = \frac{r_A}{r_P}$$

$$\frac{\omega_P}{\omega_A} = \frac{r_A^2}{r_P^2}$$

$V_A, \omega_A, V_P, \omega_P$  – линейные и угловые скорости в афелии и перигелии орбиты соответственно;

2.) Интеграл энергии

$$V^2 = \gamma \cdot \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right) \quad (8)$$

$V$  – скорость тела на расстоянии  $r$  от фокуса эллипса.

$$\frac{a^3}{T^2(M+m)} = \frac{\gamma}{4\pi^2} = const, \quad (9)$$

где  $T$  – период обращения,  $a$  – большая полуось орбиты.

Варианты записи третьего закона Кеплера

$$\frac{a_1^3}{a_2^3} = \frac{T_1^2}{T_2^2} \quad (10)$$



Или

$$\frac{a_1^3}{a_2^3} = \frac{T_1^2(M_1 + m_1)}{T_2^2(M_2 + m_2)} \quad (11)$$

Расстояния до планет солнечной системы можно оценить, пользуясь формулой Боден-Титиуса

$$r = (0.3 \cdot 2^n + 0.4) \quad (12),$$

где  $r$  – радиус планетной орбиты в астрономических единицах,

$n$  – индекс, принимающий значения:

$n = -\infty$  Меркурий

$n = 0$  Венера

$n = 1$  Земля

$n = 2$  Марс

$n = 3$  Пояс астероидов

$n = 4$  Юпитер

$n = 5$  Сатурн и т. д.

В настоящее время главной задачей планетных исследований является изучение физических характеристик планет: температуры, давления, химического состава строения атмосфер и т. д. Фотометрический анализ планетных поверхностей позволяет высчитать сферическое альbedo

$$A_s = \frac{\Phi}{\Phi_0}, \quad (13)$$

где  $\Phi_0$  – поток света, падающий на планету от Солнца;

$\Phi$  – поток света, рассеиваемого планетой по всем направлениям.

Если температура планет определялась бы только количеством солнечного тепла, поступившего на них, то для оценки ее можно было бы использовать формулу

$$T = \frac{288}{\sqrt{r}}, \quad (14)$$

где  $r$  – радиус планетной орбиты в астрономических единицах

Для планетной атмосферы изменение давления с высотой следует формуле

$$P = P_0 \cdot e^{-\frac{h}{H}}, \quad (15)$$

где  $H$  – высота однородной атмосферы.

### Вопросы для самопроверки

1. С какой скоростью будет падать парашютист в атмосфере Венеры, если известно, что на Земле эта скорость равна 5 м/с? Можно ли обойтись без парашюта? Известно, что отношение плотностей в атмосфере Венеры и Земли 100.
2. При какой скорости движения в атмосфере Венеры самолет будет испытывать ту же подъемную силу, что и на Земле?
3. Справедливо ли соотношение между массами и ускорениями двух тел, взаимопротягивающих друг друга  $w_1 / w_2 = m_2 / m_1$ ?
4. При каком условии Земля и Луна получают одинаковые ускорения от Солнца?
5. Объяснить причину изменения силы тяжести на поверхности Земли.
6. Во сколько раз свет Луны в полнолуние слабее солнечного, если звездная величина Луны  $-12^m5$ , а Солнца  $-26^m8$ ?
7. Сколько весил бы человек, попавший на Луну и имеющий вес на Земле 60 кг на пружинных весах? на рычажных весах?
8. Может ли космонавт, высадившийся на поверхности Луны, ориентироваться на ней с помощью магнитного компаса?

9. Спутник Сатурна-Титан окружен плотной атмосферой. Луна же лишена атмосферы, хотя ее масса лишь в 1,9 раза меньше массы Титана. Чем объяснить это различие?
10. Отношение кубов больших полуосей орбит двух планет равно 16. Во сколько раз отличаются периоды обращения этих планет?
11. Как должен измениться период обращения спутника, если он останется на прежнем расстоянии от планеты, а масса планеты увеличится в 4 раза?
12. Как должна измениться масса Земли, чтобы спутник, оставаясь на прежнем расстоянии, обращался бы вокруг планеты с меньшим периодом?
13. Во сколько раз Солнце с Сатурна кажется ярче, чем Сириус с Земли?
14. Что стало бы с Солнечной системой, если бы масса Солнца мгновенно уменьшилась?

**Задача 1.** Какова должна быть масса Земли по сравнению с действительной, чтобы Луна обращалась вокруг неё с современным периодом, но на вдвое большем расстоянии. Масса Луны в 81 раз меньше массы Земли.

Дано:

$$T_1 = T_2 = T$$

$$a_2 = 2 \cdot a_1$$

$$M_2 = ?$$

Решение:

Параметры прежней и новой орбит Луны связаны третьим законом Кеплера

$$\frac{a_1^3}{a_2^3} = \frac{T_1^2(M_1 + m_1)}{T_2^2(M_2 + m_1)} \quad (1)$$

так как  $m_1 = m_2 = m$ ,  $T_1 = T_2 = T$ ,  $a_2 = 2 \cdot a_1$ , то

$$\frac{a_1^3}{8 \cdot a_1^3} = \frac{T^2(M_1 + m)}{T^2(M_2 + m)} \quad (2)$$

или

$$M_2 + m = 8M_1 + 8m$$

$$M_2 = 8M_1 + 7m \quad (3)$$

Заменив

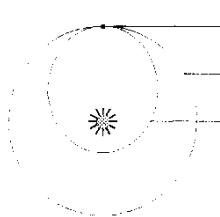
$$m = \frac{M_1}{81}$$

имеем

$$M_2 = 8M_1 + \frac{7}{81}M_1 = \frac{655}{81}M_1 \approx 8 \cdot M_1$$

**Задача 2.** Как изменилась бы орбита Земли, если бы масса Солнца внезапно удвоилась?

Решение: На рисунке 3:



— Положение Земли в момент изменения массы Солнца.

--- Первоначальная орбита Земли.

--- Новая орбита Земли.

В момент внезапного увеличения массы Солнца сила притяжения Земли к Солнцу увеличивается вдвое. Новая эллиптическая орбита целиком лежит внутри прежней круговой. Причём в момент перехода на новую орбиту Земля будет находиться в афелии эллиптической орбиты.

Интегралы энергии, описывающие движения Земли в поле центрального тела с массами  $M$  и  $2M$  записываются соответственно

$$V^2 = \gamma \cdot M \cdot \frac{1}{a} \quad (1)$$

$$V^2 = \gamma \cdot 2M \left( \frac{2}{a} - \frac{1}{a_1} \right) \quad (2)$$

$a$ ,  $a_1$  – первоначальное и новое значение большой полуоси орбиты Земли соответственно.

Сравнивая выражения (1) и (2) между собой находим

$$a_1 = \frac{2}{3}a$$

По третьему закону Кеплера имеем

$$\frac{a^3}{M \cdot T^2} = 4\pi^2 \quad (3)$$

$$\frac{a_1^3}{T_1^2 2M} = \frac{\gamma}{4\pi^2} \quad (4)$$

Откуда следует

$$\frac{T_1}{T} = \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{a_1}{a} \right)^3} = \frac{2}{3 \cdot \sqrt{3}} \approx 0,4$$

$$T_1 = 0.4 \cdot T, \text{ где } T = 1 \text{ год}$$

Эксцентриситет новой орбиты  $e_1$  найдём из формулы, связывающей афелийное расстояние ( $r_A = a$ ) и большую полуось  $a_1$ .

$$a = a_1 \cdot (1 + e_1)$$

$$e_1 = \frac{a - a_1}{a_1} \quad e_1 = 0.5$$

Ответ: Период обращения Земли и эксцентриситет новой орбиты  $T_1 = 0.4$  года  $e_1 = 0.5$

### Задачи для самостоятельного решения

1. На прямой Земля-Луна разыскивается нейтральная точка, в которой притягивающие силы этих двух тел равны между собой. Расстояние от Земли до Луны равняется 60 радиусам Земли:
  - а) найти положение нейтральной точки.
  - б) чему равна начальная скорость, необходимая для достижения Луны по прямой линии.
2. Найти массу Солнца, исходя из следующих данных: угловая скорость обращения Земли вокруг Солнца составляет 1 в сутки.
3. Приравнявая центростремительное ускорение относительно ускорению, вызванное действием двух небесных тел друг на друга, вывести 3-й закон Кеплера.
4. Зная ускорение свободного падения  $g$  на планете и ее среднюю плотность  $\rho$  определить радиус этой планеты.
5. На экваторе некоторой планеты тело весит вдвое меньше, чем на полюсе. Плотность вещества этой планеты  $3g / \text{см}^3$ . Определить период вращения планеты вокруг своей оси.
6. Искусственный спутник движется вокруг планеты  $A$ , имея период обращения  $T_1$ . Как изменится период обращения спутника, если он будет двигаться вокруг планеты  $B$ , имеющей такую же плотность, как и планета  $A$ , но вдвое больший радиус? Спутник движется по круговой орбите вблизи поверхности планеты в обоих случаях.
7. Спутник движется по круговой орбите в плоскости экватора на высоте, равной радиусу Земли. С какой скоростью должен перемещаться наземный наблюдатель, чтобы спутник появлялся над ним каждые 5 с? Разобрать случаи, когда направление движения спутника и вращения Земли совпадают и когда – противоположны.
8. Определить среднюю плотность планеты  $\rho$ , продолжительность суток на которой  $T = 6ч.$ , если на её экваторе пружинные весы показывают на  $\eta = 10\%$  меньший вес, чем на полюсе.
9. В 1988 г. Плутон прошёл через перигелий. Каково было при этом его расстояние от Солнца? А чему оно будет равно в начале XXII века? Эксцентриситет орбиты Плутона  $e = 0,25$ . На сколько примерно градусов сместился Плутон со своей орбиты со времени открытия?

10. Спутник «Молния» в перигее удалён от центра Земли на 7000 км, в апогее – на 46000 км. Вычислите период обращения спутника вокруг Земли и эксцентриситет его орбиты.

11. Оцените время перелёта космического аппарата с Земли на Марс по полуэллипсу, в перигелии касающемуся орбиты Земли, а в афелии – орбиты Марса. (Эллипс Гомана). Большая полуось орбиты Марса 1,5 а. е.

12. Вычислить массу Марса в сравнении с массой Земли по движению его спутника Фобоса, для которого  $r = 9300 \text{ км}$ ,  $T = 0^{\text{д}}.32$ . Соответствующие величины для Луны принять равными  $r_1 = 384000 \text{ км}$ ,  $T_1 = 27^{\text{д}}.3$ .

13. Найти освещенность, создаваемую Марсом на единице поверхности Земли, если Марс имеет угловой размер  $d'' = 25''$ , солнечный свет достигает поверхности планеты за время 13 мин. Полная светимость Солнца  $L_c = 3.8 \cdot 10^{33} \text{ эрг/с}$ .

14. Какова максимальная высота гор на поверхности Марса, Земли, Венеры, Луны? Коэффициент плавления скальных пород  $Q$ , ускорение силы тяжести  $g$ . Для численных расчетов принять  $Q = 60 \text{ кал/г}$  для кварца.

15. Доказать тождество силы тяготения и силы тяжести.

16. Вывести формулу, выражающую звездную величину внешней планеты  $m$  при расстояниях ее от Солнца  $r$  и от Земли  $\rho$ , зная, что при противостоянии, когда  $r_0 = a$  и  $\rho_0 = a - 1$  (где  $a$  - большая полуось ее орбиты в астрономических единицах), видимая звездная величина планеты равна  $m_0$ .

17. Доказать, что геометрическое место точек, в которых силы притяжения Солнца и Земли равны, есть сфера радиуса  $R \cdot \sqrt{m \cdot M} / M - m$  с центром, лежащим на прямой, соединяющей Солнце и Землю на расстоянии  $\frac{mR}{M - m}$  от центра Земли в сторону, противоположную Солнцу,

где  $M$  и  $m$  – массы Солнца и Земли, а  $R$  – расстояние от Земли до Солнца. Выразите две указанные выше величины в км.

18. Как зависит линейная скорость движения планеты по круговой орбите от радиуса орбиты  $r$ ?

19. Каким должен быть темп аккреции на Юпитер (в массах Юпитера в год), чтобы его болометрическая светимость возросла вдвое.

20. Невероятно, но факт: от трения о воздух спутники, летящие в разряженных слоях атмосферы, не тормозятся, а разгоняются! Понять, как это может быть, можно доказав, что энергия, которую спутник тратит на преодоление сопротивления воздуха в точности равна приращению его кинетической энергии.

21. Камень подняли на высоту  $R$  над поверхностью планеты радиуса  $R$  и массы  $M$  и отпустили там с нулевой скоростью. Показать из соображений размерности, что время его свободного падения на поверхность планеты  $t_s$  есть

$t_s = \tau_s = \sqrt{\frac{R^3}{\gamma \cdot M}}$ , где  $\tau_s$  – безразмерный множитель (порядка единицы). Не пытайтесь найти  $\tau_s$  точно, получить следующую единицу

$$\tau_s \asymp \frac{3\pi}{4} = 2.36$$

22. Чему равна температура поверхности Луны в подсолнечной точке. Альbedo Луны  $A_s = 0.07$ , а солнечная постоянная  $K_* = 1.36 \cdot 10^6 \frac{\text{эрг}}{\text{см}^2 \cdot \text{с}}$ .

23. Установить соотношения между расстояниями  $\alpha$  планет от Солнца и их средними угловыми скоростями  $\omega$ , предполагая орбиты круговыми. Аналогичное соотношение установить между  $\alpha$  и линейными скоростями движения планет по круговым орбитам.

### Вариант проверки текущих знаний по теме

1. Какие из перечисленных ниже объектов входят в состав Солнечной системы?

Титан            Плутон                      Уран            Ио

2. Определить расстояние от земли до солнца в миллионах километров, если солнечный свет достигает поверхности земли 8,3 мин.

149,6   50      100      150

3. Вес человека, находящегося в разных точках Земли, различается. Отчего это зависит?

- 1) от температуры
- 2) от давления
- 3) от массы
- 4) от расстояния между человеком и центром Земли

4. Чем объяснить смену времён года на Земле?

- 1) расстоянием от Солнца до Земли
- 2) наклоном плоскости орбиты Земли к оси вращения Солнца
- 3) наклоном плоскости орбиты Земли к оси вращения Земли вокруг своей оси

5. Ускорение свободного падения на Солнце в 27 раз больше, чем на Земле. Отчего это зависит.

- 1) от температуры
- 2) от давления
- 3) от массы
- 4) от радиуса

6. На Луне ваш вес в 6 раз меньше, чем на Земле. Почему?

- 1) радиус Луны больше радиуса Земли
- 2) радиус Луны меньше радиуса Земли
- 3) масса Луны больше массы Земли
- 4) масса Луны меньше массы Земли

7. Будет ли отличаться вес космонавта на Марсе и Земле, если определяется на рычажных весах?

Да      нет

8. Определите среднюю плотность звезды красного сверхгиганта, если его диаметр в 300 раз, а масса в 30 раз больше соответствующих параметров Солнца, если средняя плотность Солнца  $\rho = 1,4 \text{ г/см}^2$

9. Какова должна быть масса Земли по сравнению с действительной, чтобы Луна обращалась вокруг неё с современным периодом, но на вдвое большем расстоянии. Масса Луны в 81 раз меньше массы Земли

10. Как изменилась бы орбита Земли, если бы масса Солнца внезапно удвоилась?

Ответ: Период обращения Земли и эксцентриситет новой орбиты

11. Вычислить массу Марса в сравнении с массой Земли по движению его спутника Фобоса, для которого  $r = 9300 \text{ км}$ ,  $T = 0^d.32$ . Соответствующие величины для Луны принять равными  $r_1 = 384000 \text{ км}$ ,  $T_1 = 27^d.3$ .

12. Малая планета №4 (астероид «Веста») обращается вокруг Солнца по орбите, большая полуось которой равна  $a = 2.36 \text{ а.е.}$ . Найдите период её обращения вокруг Солнца.

13. Определить ускорение свободного падения на поверхности Марса, если отношение масс Марса и Земли 0,107; а отношение радиусов Марса и Земли равно 0,53.

14. На какой высоте  $h$  ускорение свободного падения будет в  $n=9$  раз меньше ускорения свободного падения у поверхности Земли?

15. На некоторой планете плотность вещества которой  $\rho$ , тело на полюсе весит  $n$  раз больше, чем на экваторе. Определить период обращения планеты вокруг собственной оси.

### Тема 3. СОЛНЦЕ. СОЛНЕЧНАЯ СИСТЕМА. КОМЕТЫ И МАЛЫЕ ТЕЛА СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ

#### Теоретический материал

##### Кометы

Кометы – это совершенно особенные космические тела, которые видны при приближении их к Солнцу. Вокруг ядра кометы образуется большая кома (или голова), из последней выходит один или несколько хвостов кометы.

Световой поток от кометы представляют формулой

$$F = \frac{F_0}{r^n \cdot \Delta^2} \quad (1)$$

где  $F_0$  – значение  $F$  при  $r = \Delta = 1$

$\Delta$  – расстояние от кометы до земного наблюдателя;

$r$  – гелиоцентрическое расстояние.

В логарифмическом виде формулу (1) можно переписать

$$M = M_0 + 2.5n \lg r + 5 \lg \Delta, \quad (2)$$

где  $M = -2.5 \lg F$ ;  $M_0 = -2.5 \lg F_0$  – абсолютная звездная величина кометы.

Температуру ядра кометы можно подсчитать по формулам:

$$T = W^{1/4} \cdot T_* \quad (3)$$

где  $T_*$  – температура Солнца;  $W = \frac{1}{4} \frac{R_*^2}{r^2}$

$$T = \frac{288}{\sqrt{\Delta}} \quad (4)$$

Кометы движутся вокруг Солнца по законам Кеплера.

##### Метеоры

Абсолютная звездная величина  $M$  метеора – видимая звездная величина его, каким он был бы виден с расстояния 100 км, будучи в зените

$$M = m - 5 \lg r - k, \quad (5)$$

где  $r$  – истинное расстояние до метеора, выраженное в сотнях километров;

$k$  – поправка за экстинкцию.

Экстинкция – ослабление световых потоков в земной атмосфере в результате рассеяния и поглощения света.

Скорость метеорного тела  $V$  при вторжении в земную атмосферу определяется равенством

$$V^2 = V_\infty^2 + \frac{2\gamma m_3}{R} \quad (6)$$

где  $V_\infty$  – скорость метеора относительно Земли (до их сближения в пространстве);

$m_3, R$  – масса, радиус Земли.

##### Метеориты

Возраст метеоритов  $t$  можно определить из формулы

$$\frac{N_s^t}{N_i^t} = \frac{1 - e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}}, \quad (7)$$

где  $N_i^t$  – количество атомов данного рода на грамм метеорного вещества, оставшееся по истечении времени  $t$ ;

$N_s^t$  – количество атомов и продуктов распада на 1 грамм метеорного вещества;

$\lambda$  – постоянная распада.

Радиус воронки, образующейся при падении метеорита на Землю

$$R \sim \sqrt[3]{m \cdot V^2}, \quad (8)$$

где  $m$  – масса метеорита;

$V$  – скорость метеорита в момент его соприкосновения с Землей.

Глубина в сантиметрах, на которую зарываются железные метеориты, дается приближенной формулой

$$D = 18,3 \cdot \sqrt[3]{m}, \quad (9)$$

где  $m$  – масса метеорита в килограммах.

Скорость падения метеорита вблизи земной поверхности постоянна и составляет

$$V = 35,5 \cdot \sqrt[6]{m} \text{ м/с}, \quad (10)$$

где  $m$  – масса метеорита в граммах.

### Вопросы для самопроверки

1. Как отличить при наблюдении комету без хвоста от обычной туманности?
2. Какие наблюдения доказали бы, что кометы не находятся в земной атмосфере, как это предполагалось в древности?
3. В точности ли одинаковы орбиты какой-либо периодической кометы при ее последовательных возвращениях к Солнцу?
4. Орбиты двух комет лежат в плоскости эклиптики и имеют перигелийные расстояния, равные  $0,5 a$  и  $2 a$ . Каждая из комет имеет хвост длиной 150 млн км. Может ли какая-либо из этих комет или обе зацепить своим хвостом Землю?
5. Почему наблюдения изменений блеска комет не позволяют считать эти небесные тела самосветящимися газовыми шарами, подобными звездам?
6. Чем объяснить, что к утру число спорадических метеоров увеличивается?
7. Какова кинетическая энергия метеорита массой 1 г, летящего со скоростью 60 м/с?
8. Найти скорость падения метеоритов весом 1 мг и 1 кг.
9. Найти глубину, на которую зароятся железные метеориты массой 01 кг и 100 кг.
10. Болид, замеченный на расстоянии 0,5 км от наблюдателя, имел видимый диск вдвое меньше лунного. Каков его действительный размер?
11. Астрономам известны кометы, пролетавшие на расстоянии 1-2 радиуса Солнца от его поверхности. Почему же они не испарились в солнечной короне, температура которой превышает миллион градусов?
12. Во сколько раз должен измениться общий блеск кометы при уменьшении её расстояния от Земли  $\Delta$  и от Солнца  $r$  вдвое, если закон изменения блеска комет выражается формулой  $1: r^4 \cdot \Delta^2$ .

**Задача 1.** Определить большую полуось, период обращения, эксцентриситет и перигелийное расстояние кометы, которая на расстоянии 1 а. е. от Солнца имеет скорость направленную перпендикулярно радиус-вектору и по величине в 10 раз меньшую, чем скорость Земли при движении вокруг Солнца.

|   |   |
|---|---|
| Дано:<br>$r = a_3 = 1 \text{ а. е.}$<br><hr/> $a = ?$<br>$r_p = ?$<br>$e = ?$ | Решение:<br>Интеграл энергии для кометы, находящийся на гелиоцентрическом расстоянии<br>$V^2 = \gamma M \left( \frac{2}{a_3} - \frac{1}{a} \right) \quad (1)$ |
|---|---|

Круговая скорость на орбите Земли

$$V_1^2 = \gamma \frac{M}{a_3} \quad (2)$$

Так как

$$V = 0,1 \cdot V_1 \quad (3)$$

Преобразуя систему уравнений (1–3)

$$10^{-2} \cdot V_1^2 = \gamma M \left( \frac{2}{a_3} - \frac{1}{a} \right)$$

$$10^{-2} \gamma \cdot \frac{M}{a_3} = \gamma M \left( \frac{2}{a_3} - \frac{1}{a} \right)$$

$$\frac{1}{100 \cdot a_3} = \frac{2}{a_3} - \frac{1}{a} \quad \frac{1}{a} = \frac{2}{a_3} - \frac{1}{100 \cdot a_3} = \frac{199}{100 \cdot a_3}$$

$$a = \frac{100}{199} a_3 \approx \frac{a_3}{2}$$

Период обращения по 3-му закону Кеплера

$$\frac{T}{T_3} = \left( \frac{a}{a_3} \right)^{3/2} \quad (4)$$

$$T = T_3 \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} \approx 0.35 \text{ года.}$$

Комета на расстоянии  $1a.e.$  находится в афелии своей орбиты, так, что

$$r_A = 1a.e. = a_3$$

Но  $r_A = a \cdot (1+e)$ , тогда  $e = 0.99$

$$r_p = a(1-e) = \frac{100}{199} a_3 \cdot (1-0.99) = \frac{1}{199} a_3$$

$$r_p = 0.005025 \cdot a_3 \approx 750000 \text{ км}$$

Комета в перигелии почти «зацепит» Солнце. Такие кометы, «царапающие Солнце», неоднократно наблюдались.

**Задача 2.** Каков предельный размер астероида, с которого ещё можно спрыгнуть в космос? Среднее значение плотности астероида  $\bar{\rho} = 3 \text{ г/см}^3$

Решение:

В момент отрыва от поверхности астероида прыгун должен развить вторую космическую скорость

$$\frac{mV_2^2}{2} \geq \gamma \frac{mGM}{r} \quad (1)$$

Или

$$V_2 = \sqrt{\frac{2M\gamma}{R}} \quad (2)$$

при  $r = R$

Масса  $M$  астероида:

$$M = \bar{\rho} \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \quad (3)$$

Преобразуя (1) и (3)

$$V_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot \gamma}{R} \bar{\rho} \frac{4\pi}{3} R^3}$$

$$R = V_2 \cdot \sqrt{\frac{3}{8\pi\gamma\bar{\rho}}} \quad (4)$$



Вертикальную составляющую скорости прыгуна при прыжке на Земле можно оценить из закона сохранения энергии по формуле

$$\frac{mV^2}{2} = mgh \quad V = \sqrt{2gh} \quad (5)$$

$$V = V_2$$

$g$  – ускорение свободного падения на Земле;

$h$  – высота, на которую центр тяжести поднимется в прыжке.

Разумная оценка  $h = 1\text{ м}$  прыгун преодолевает планку на высоте  $\sim 180\text{ см}$ ,

Тогда

$$R = \sqrt{\frac{3gh}{4\pi\gamma\rho}} \approx 4\text{ км}$$

Если космонавт перед прыжком разбежится, то он сумеет спрыгнуть и с тела большего размера.

### Задачи для самостоятельного решения

1. На расстоянии от Земли  $\Delta = 0,5$  и от Солнца  $r = 1,5$  суммарный блеск кометы равняется блеску звезды  $8^m.0$ . Предполагая, что блеск кометы меняется как обычно по закону  $1/r^4 \cdot \Delta^2$ , вычислить звездную величину кометы, которую она имела бы на расстояниях  $\Delta = 1$ ,  $r = 1$ .

2. Доказать, что истинная длина пути метеора в атмосфере

$$L^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2 \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot \cos l,$$

где  $r_1$  и  $r_2$  – расстояния начала и конца пути метеора от наблюдателя;

$l$  – видимая угловая длина его пути.

3. Доказать, что если  $\omega$  есть средняя угловая скорость метеора,  $r$  – расстояние от наблюдателя до него, а  $\psi$  – его угловое расстояние от радианта, то линейная скорость метеора

$$V = \frac{r}{\sin \psi} \omega, \text{ если } \omega \text{ мало.}$$

4. Скорость движения кометы в перигелии втрое больше, чем в афелии? Чему равен эксцентриситет её орбиты?

5. В романе Ж. Верна «Гектор Сервадак» описывается комета Галлея с расстоянием от Солнца в афелии 820 млн. км и периодом обращения два года. Могла ли быть такая комета?

6. Какова большая ось орбиты Галлея если период её обращения 76 лет?

7. Молекулы Циана (CN) выделяются с поверхности кометного ядра при температуре  $200^\circ\text{C}$  под действием нагревания солнечными лучами. Покинут ли они ядро кометы, если оно представляет собой глыбу порядка 100 м в диаметре, имеющую плотность  $\rho = 2,7\text{ г/см}^3$ ?

8. Телескопом среднего размера можно зарегистрировать астероид из главного пояса астероидов размером до 5 км. Какого размера объекты пояса Койпера можно зарегистрировать этим же телескопом этими же методами? Все необходимые характеристики астероидов главного пояса Койпера вам надо вспомнить самостоятельно. Физические характеристики (состав) объектов считать приблизительно соответствующими Марсу и Плутону.

9. На сколько изменится продолжительность суток  $T$ , если метеорная пыль, падающая на поверхность Земли, покроев её равномерно тонким слоем массы  $m = 1,38 \cdot 10^{13}\text{ т}$ ? Масса Земли  $M = 5 \cdot 10^{21}\text{ т}$ . Момент инерции слоя метеорной пыли относительно земной оси считать равным  $\frac{2}{3}mR^2$ , где  $R$  – радиус Земли.

10. Какая часть энергии движения метеорита, летящего со скоростью 60 км/с, достаточна для его полного испарения, если на испарение 1 г каменного метеорита идёт  $10^9$  эргов энергии. Куда расходуется остаток кинетической энергии метеорита?

11. Астероид Паллада удалён от Солнца в среднем на расстояние в 2,77 раза больше, чем

от Солнца. Чему равняется время его полного обращения вокруг Солнца?

12. Некоторая комета движется по эллипсу, имеющему эксцентриситет 0,5. Сравнить её линейные и угловые скорости в перигелии и афелии.

13. Два астероида находятся на одном расстоянии от Солнца. Один тёмный, поглощающий практически всё падающее на его поверхность излучение, второй светлый, отражающий половину падающей энергии. Первый астероид имеет среднюю температуру поверхности – 100°C. Какова средняя температура поверхности второго?

14. Обнаружена комета, орбита которой в перигелии и афелии касается орбит Земли и Марса. Что можно сказать об этой комете: орбитальный период, скорость встречи с планетами, устойчивость орбиты, условия наблюдения, условия нагрева от Солнца и т. п.

15. Малая планета №4 (астероид «Веста») обращается вокруг Солнца по орбите, большая полуось которой равна  $a = 2.36a.e.$  Найдите период её обращения вокруг Солнца.

16. Несколько лет назад в Солнечной системе открыт новый класс объектов – двойные астероиды. Оцените наибольшее возможное расстояние от 100 км астероида до его спутника – астероида меньшего размера. Характерная плотность вещества астероидов  $2g/cm^3$ , летают они в среднем на расстояниях порядка 40 млн. км от Солнца, масса которого  $2 \cdot 10^{30} кг$ .

17. За орбитой Нептуна, на гелиоцентрических расстояниях более  $30a.e.$  находится группа транснептуновых объектов и малых тел типа комет и астероидов, первый из которых был открыт 1992 г. Предполагается, что на расстояниях от 30 до  $50a.e.$  (пояс Койпера) имеется не менее 70000 тел крупнее 100 км. Каковы примерно минимальные размеры тел пояса Койпера, которые можно было бы обнаружить с помощью хаббловского космического телескопа?

### Вариант проверки текущих знаний по теме

1. Орбиты двух комет лежат в плоскости эклиптики и имеют перигелийные расстояния, равные  $0,5a$  и  $2a$ . Каждая из комет имеет хвост длиной 150 млн.км. Может ли какая-либо из этих комет или обе зацепить своим хвостом Землю?

1 и 2, 2, 1, нет

2. Отчего зависит число Вольфа

а) от числа «пятен»

б) от числа факелов

в) от числа протуберинцев

г) от числа групп пятен

3. Как отличить при наблюдении комету без хвоста от обычной туманности?

1) по скорости движения

2) по блеску

3) по внешнему виду

4. В точности ли одинаковы орбиты какой-либо периодической кометы при ее последовательных возвращениях к Солнцу?

да нет

5. Чем объясняется разница в скорости движения кометы в разных точках орбиты

1) массой

2) радиусом

3) расстоянием

6. Определить среднюю плотность планеты  $\rho$ , продолжительность суток на которой  $T = 6ч.$ , если на её экваторе пружинные весы показывают на  $\eta = 10\%$  меньший вес, чем на полюсе.

7. Каков предельный размер астероида, с которого ещё можно спрыгнуть в космос? Среднее значение плотности астероида  $\bar{\rho} = 3,2 / \text{см}^3$
8. Скорость движения кометы в перигелии втрое больше, чем в афелии? Чему равен эксцентриситет её орбиты?
9. Полная светимость Солнца  $3,84 \cdot 10^{26} \text{ Дж/с}$ , а эффективная температура  $5785^\circ\text{К}$ . Определить радиус Солнца.
10. Каким образом энергия от ядерного источника в центре Солнца передаётся в его фотосферу?
11. Объяснить, почему полное лунное затмение длится дольше, чем полное солнечное затмение.
12. Максимум энергии в солнечном спектре приходится на длину волны  $4700 \text{ \AA}$ . Определить температуру Солнца.
13. Астероид Паллада удалён от Солнца в среднем на расстояние в 2,77 раза больше, чем от Солнца. Чему равняется время его полного обращения вокруг Солнца?
14. Некоторая комета движется по эллипсу, имеющему эксцентриситет 0,5. Сравнить её линейные и угловые скорости в перигелии и афелии.
15. Какова кинетическая энергия и импульс метеорита массой 1 г, летящего со скоростью 60 м/с?

## Тема 4. АСТРОНОМИЧЕСКИЕ ИНСТРУМЕНТЫ

### Теоретический материал

Основная задача наблюдательной астрофизики – исследование излучения, приходящего от космических объектов, используя физические методы исследования:

- фотографические и фотоэлектрические методы регистрации и изучения потока излучения и спектров;
- методы определения лучевых скоростей;
- тонкие методы обнаружения и наблюдения магнитных полей небесных тел;
- методы поляризационных измерений и т. д.

Главными характеристиками телескопа являются:

- 1) собирающая способность;
- 2) разрешающая способность
- 3) увеличение.

1) Телескоп собирает в фокусе все лучи, перехватываемые объективом. Невооруженный человеческий глаз собирает только те лучи, которые попадают в зрачок. Собирающая способность телескопа ( $C$ ) определяется как отношение площади поверхности его объектива ( $S$ ) к площади зрачка человеческого глаза ( $S_0$ )

$$C = \frac{S}{S_0} \quad (1)$$

Выражая в формуле (1) площадь  $S$  и  $S_0$  через диаметры  $D$  и  $D_0$  телескопа и человеческого зрачка соответственно, получаем

$$C = \left( \frac{D}{D_0} \right)^2 \quad (2)$$

Учитывая предел видимости невооружённого глаза  $\approx 6^m,5$  можно рассчитать выигрыш при использовании телескопа в звёздных величинах, что составит  $5 \lg \left( \frac{D}{D_0} \right)$ . физические поте-

ри света в телескопах достигают 40%, поэтому, предельная звёздная величина для телескопа с входным отверстием  $D$  (см) при визуальных наблюдениях будет определяться формулой

$$m_e = 6^m,5 + 2,5 \lg \left[ 0,6 \frac{D^2}{S^2} \right] = 7^m,1 + 5 \lg D \quad (3)$$

2) Разрешающая способность телескопа ( $\alpha$ ) определяется как наименьшее угловое расстояние двух звёзд, при котором их ещё можно увидеть каждую в отдельности.

$$\alpha [\text{радиан}] = 1,22 \frac{\lambda}{D} \quad (4)$$

где  $\lambda$  – длина световой волны падающего излучения.

Линейный радиус диска звезды ( $a$ ) в фокальной плоскости объектива с фокусным расстоянием ( $F$ ) будет равна

$$a = F \cdot \alpha = 1,22 \lambda \cdot \frac{F}{D} = 1,22 \lambda \cdot m \quad (5)$$

Явление дифракции кладёт предел разрешающей силе телескопа. Если угловое расстояние между двумя звёздами меньше  $2\alpha$ , то их дифракционные диски будут частично налагаться друг на друга.

3) Увеличение телескопа определяется как отношение угла, под которым объект виден в телескоп ( $\beta$ ), к углу под которым этот же объект виден невооружённым глазом ( $\alpha$ )

$$G = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{F}{f} = \frac{D}{d} \quad (6)$$

где  $f$  – фокусное расстояние окуляра

$d$  – диаметр окулярного зрачка.

Если  $d = \delta$ ,  $\delta$  – диаметр зрачка ( $\approx 6\text{мм}$ ), то равнозрачковое увеличение ( $g$ )

$$g = \frac{D}{\delta} \quad (7)$$

Важными характеристиками телескопа являются также величины относительного отверстия ( $A$ ) светосила ( $B$ )

$$A = \frac{D}{F} \quad (8)$$

$$B = \frac{D^2}{F^2} \quad (9)$$

### Вопросы для самопроверки

1. Где на Земле нужно поставить телескоп, чтобы его немецкая монтировка была азимутальной?
2. Каков наименьший линейный размер образований на Луне, которые можно различить невооружённым глазом?
3. Небо с утра до вечера затянуло сплошной облачностью, но дисциплинированный астроном честно работает – на своём солнечном телескопе он пытается заниматься определением химического состава Солнца. Как вы думаете, может ли из этого что-то выйти?
4. Доступны ли крупнейшим телескопам звёзды, подобные Солнцу, в туманности Андромеды?
5. Как изменится на фотографии вид полной Луны, если закрыть правую половину объектива телескопа?

6. Какой вид имеет спектр быстро вращающейся планеты, если щель спектрографа направлена вдоль её экватора?
7. Как в принципе, А.А. Белопольский смог при помощи спектроскопа установить метеоритное строение кольца Сатурна?
8. По спектру некоторой звезды, находящейся вблизи точки летнего солнцестояния, в двадцатых числах марта была определена её лучевая скорость  $70 \text{ км/с}$ . Через полгода лучевая скорость была определена в  $130 \text{ км/с}$ . Определить на этом основании, как это было впервые предложено академиком А.А. Белопольским, расстояние от Земли до Солнца.
9. Что такое число Вольфа ( $W$ )? Наблюдения показали, что  $W = 200$ , а число пятен на Солнце  $=100$ , что можно сказать о распределении пятен по диску Солнца?
10. Космический телескоп способен зарегистрировать значительно менее яркие звёзды, чем наземный телескоп такого же диаметра. Почему?
11. Почему днём можно проводить радиоастрономические наблюдения, а в оптическом диапазоне нельзя наблюдать ничего, кроме Солнца?
12. Вокруг Земли движется много вышедших из строя ИСЗ, которые представляют опасность для функционирующих спутников и космонавтов. Предложите способ удаления с орбиты местных ИСЗ.

### Задача 1

Можно ли изготовить телескоп для визуальных наблюдений из одной линзы? Если да, то каковы должны быть параметры этой линзы, чтобы получить увеличение в 50 раз при поле зрения в  $10'$ ?

### Решение

В принципе можно. Пусть  $D$  и  $F$  – диаметр и фокусное расстояние собирающей линзы. Она создаёт в фокальной плоскости действительное изображение, которое можно рассматривать глазом без окуляра с расстояния наилучшего зрения ( $\zeta = 20 \div 25 \text{ см}$ ). Очевидно, что угловое увеличение при этом будет  $F/\zeta$ . Для увеличения в 50 раз нужна линза с  $F \approx 12 \text{ м}$ . Поле зрения такого телескопа будет равно угловому диаметру линзы, делённому на увеличение телескопа, т. е.

$$\alpha = \left(\frac{D}{F}\right) : \left(\frac{F}{\zeta}\right) \text{ в радианах} \quad (1)$$

В угловых минутах это составит

$$\alpha = 3438' \frac{D\zeta}{F^2} \quad (2)$$

По условию задачи  $\alpha = 10'$ , поэтому необходима линза диаметром  $D = 180 \text{ см}$ . Таких линз не существует. Если же ограничиться линзой диаметром  $15 \div 20 \text{ см}$ , то поле зрения будет около  $1'$ . Этого вполне достаточно для изучения планет и других небольших ярких объектов, но управляться с таким телескопом будет очень нелегко.

### Задачи для самостоятельного решения

1. Оценить безопасную скорость движения, управляемого с Земли Марсохода, оснащённого телекамерой, которая «видит» только на 10 м.
2. Сколько фотонов падает за 1 секунду на зеркало самого большого в мире телескопа Кука ( $D = 10 \text{ м}$ ) от Веги и от звезды  $30^m$ ?
3. Недавно начата работа над проектом космического телескопа следующего поколения (после Хаббла). Одна из основных научных задач, которая должна на нём решаться, – изучение предельно далёких объектов Вселенной. Одна из самых далёких объектов – галактика с  $z = 4.92$ .

Здесь, как обычно,  $z$  – параметр красного смещения:  $z = (\lambda - \lambda_0) / \lambda_0$ . На планируемом телескопе галактики надеются обнаружить, по крайней мере, вплоть до  $z = 10$ . В каком спектральном диапазоне будет предпринята попытка зарегистрировать эти сверхдалёкие галактики?

4. Оцените время перелёта космического аппарата с Земли на Марс по полуэллипсу, в перигелии касающемуся орбиты Земли, а в афелии – орбиты Марса (эллипс Гомана). Большую полуось орбиты Марса принять равной  $1,5 \text{ a.e.}$

5. Крупнейшим наземным телескопом (в частности, двум самым большим в мире 10-метровым телескопам Кука) доступны звёзды  $28^m$ . Во сколько раз они слабее звёзд, едва различимых невооружённым глазом?

6. Наблюдения показали, что угловой размер Крабовидной туманности увеличивается на  $0.4''$  в год. В то же время линии в спектре туманности раздвоены на величину  $\Delta\lambda / \lambda = 0.008$ . Почему вместо одной смещённой линии видна раздвоенная линия? Оцените расстояние до туманности.

7. Наблюдения покрытия Луной Крабовидной туманности в рентгеновском диапазоне показали, что покрытие половины туманности длится около 1 мин. Оцените диаметр области туманности, излучающей в рентгеновском диапазоне, считая расстояние до неё  $1,7 \text{ кпк.}$

8. Расстояние между компонентами двойной звезды Капеллы  $0.054''$ . Какие окуляры нужно применять, чтобы наблюдать её раздельно в телескоп диаметром  $D = 1 \text{ м}$  и фокусом  $F = 10 \text{ м}$  и телескоп с  $D = 5 \text{ м}$  и  $F = 30 \text{ м}$ ?

9. Если положение спектральной линии на фотопластинке измеряется с точностью в  $0,02 \text{ мм}$ , то с какой точностью можно определить лучевую скорость звезды по её спектру, снятому с дисперсией 1)  $200 \text{ \AA/мм}$  и 2)  $1 \text{ \AA/мм}$ ?

10. В обсерватории работал телескоп с объективом диаметром 2 м. При экспозиции 20 мин он мог фотографировать звёзды до  $21^m$ . Затем соорудили новый многозеркальный телескоп, имеющий объектив из 6 зеркал по 3 м диаметром каждое. С какой экспозицией теперь можно сфотографировать эти же звёзды?

11. Наблюдения указывают, что свет звезды, покрытой кольцом Сатурна, ослабевает примерно на  $1^m$ , а толщина колец не превышает 3 км. Оцените по этим данным как часто и с какой скоростью сталкиваются между собой частицы кольца?

12. Призменная камера имеет фокусную длину волны  $210 \text{ см}$ , преломляющий угол равный  $8^\circ$ . Полагая, что температурный градиент коэффициента преломления стекла равен  $\frac{dn}{dT} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ град}^{-1}$ , определить, насколько сместится линия  $H\gamma$  при изменении температуры

призмы на  $2^\circ$ . Смещение выразить в линейной мере, в шкале длин волн  $\left( \text{\AA} \right)$ .

13. Спутник летит над поверхностью Земли на высоте 200 км. Каков наименьший размер деталей на Земле, которые можно с него сфотографировать?

Указание: размер диска дрожания звезды из-за влияния земной атмосферы составляет  $1'' \div 2''$ .

### Вариант проверки текущих знаний по теме

1. Главными характеристиками телескопа являются

- а) увеличение
- б) светосила
- в) тип телескопа
- г) хроматическая абберация

2. Основным элементом телескопа рефрактора является

- 1) сферическое зеркало

- 2) параболическое зеркало
- 3) собирающая линза
- 4) рассеивающая линза
3. Основным недостатком рефрактора является
  - 1) хроматическая абберация
  - 2) сферическая абберация
4. Космический телескоп способен зарегистрировать значительно менее яркие звёзды, чем наземный телескоп такого же диаметра. Почему?
5. Доступны ли крупнейшим телескопам звёзды, подобные Солнцу, в туманности Андромеды?
6. Какой вид имеет спектр быстро вращающейся планеты, если щель спектрографа направлена вдоль её экватора?
7. Что такое число Вольфа ( $W$ )? Наблюдения показали, что  $W = 200$ , а число пятен на Солнце  $= 100$ , что можно сказать о распределении пятен по диску Солнца?
8. Почему днём можно проводить радиоастрономические наблюдения, а в оптическом диапазоне нельзя наблюдать ничего, кроме Солнца?
9. Вокруг Земли движется много вышедших из строя ИСЗ, которые представляют опасность для функционирующих спутников и космонавтов. Предложите способ удаления с орбиты местных ИСЗ.
10. Сколько фотонов падает за 1 секунду на зеркало самого большого в мире телескопа Кука ( $D = 10\text{ м}$ ) от Веги и от звезды  $30^m$ ?
11. Крупнейшим наземным телескопом (в частности, двум самым большим в мире 10-метровым телескопам Кука) доступны звёзды  $28^m$ . Во сколько раз они слабее звёзд, едва различимых невооружённым глазом?
12. Наблюдения покрытия Луной Крабовидной туманности в рентгеновском диапазоне показали, что покрытие половины туманности длится около 1 мин. Оцените диаметр области туманности, излучающей в рентгеновском диапазоне, считая расстояние до неё  $1,7 \text{ кпк}$ .
13. Какой диаметр имеет самый большой по размерам телескоп рефрактор? Где он находится?
14. Кому принадлежит приоритет изготовления первого телескопа-рефрактора?
15. Кому принадлежит приоритет изготовления первого телескопа-рефлектора?

## Тема 5. ГАЛАКТИКА. ВНЕГАЛАКТИЧЕСКАЯ АСТРОНОМИЯ

### Теоретический материал

Для детального или статистического изучения галактик необходимо располагать следующими простейшими данными о каждой из них:

- 1) положение на небе (координаты),
- 2) тип, определённый видом и структурой изображения галактики на фотографии,
- 3) видимая интегральная звёздная величина и цвет,
- 4) средняя поверхностная яркость,
- 5) угловые размеры.

Пол классификации Хаббла различают три морфологических типа галактик: Эллиптические, спиральные, неправильные.

Для эллиптических галактик определяется степень сжатия

$$n = 10 \frac{a-b}{a} \quad (1)$$

где  $a$  и  $b$  – наибольший и наименьший диаметры сжатия.

Расстояние до галактик  $r$  определяются по формуле

$$m - M = 5lgr - 5 \quad (2)$$

где  $m$  – видимая, а  $M$  – абсолютная звёздная величина, наблюдаемого в галактике объекта высокой светимости (цефеид, новых звёзд, шаровых звёздных скоплений и т.п.),  $r$  – расстояние в  $пк$ .

Угловые размеры  $d$  галактики легко переводятся в линейные с помощью формул:

$$D = \frac{r \cdot d'}{3438} \text{ нк}$$

$$D = \frac{r \cdot d''}{206265} \text{ нк} \quad (3)$$

в зависимости от того, в минутах или секундах дуги выражен поперечник галактики  $d$ .

Вращение галактик можно использовать для приближённой оценки её массы  $M$

$$M = \frac{R \cdot V_R^2}{\gamma} \quad (4),$$

где  $V_R$  – скорость орбитального движения звёзд вокруг ядра галактики на расстоянии  $R$  от центра.

$\gamma$  – гравитационная постоянная.

Спектры галактики определяются спектрами звёзд, преобладающих в галактике.

Взаимное удаление всех галактик друг от друга приводит к смещению спектральных линий в длинноволновую, т. е. красную сторону спектра (красное смещение  $z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ ). Скорость удаления галактики

$$V = c \cdot z$$

$$H \cdot r = c \cdot z \quad (5)$$

где  $c$  – скорость света в вакууме,

$r$  – расстояние до галактики в  $Мпк$ ,

$H$  – постоянная Хаббла.

Последние определения указывают на значение  $H = 100 \text{ км/сек/Мпк}$ .

При больших скоростях используют релятивистские формулы

$$1+z = \sqrt{\left(1+\frac{V}{c}\right) / \left(1-\frac{V}{c}\right)} \text{ и } r = \frac{2 \cdot c}{H} (1+z) \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+z}}\right) \quad (6)$$

### Вопросы для самопроверки

1. Как будет выглядеть звёздное небо для наблюдателя, летящего на субсветовом звездолёте (т. е. со скоростью, близкой к скорости света)?
2. Что произойдёт с каплей воды, моментально попавшей в открытый космос?
3. В 1885 г. в туманности Андромеды наблюдалась вспышка сверхновой звезды (*S And*). Учитывая, что расстояние до этой галактики 690  $пк$ , оцените, когда взорвалась звезда.
4. В 1987 г. в Большом Магеллановом Облаке зарегистрирована вспышка сверхновой. Сколько лет назад произошёл этот взрыв, если расстояние до БМО составляет 55  $пк$ ?
5. Почему связь между светимостью цефеид и периодом изменения их блеска была открыта по наблюдениям звёзд в Большом Магеллановом Облаке, а не в нашей Галактике?
6. Объясните, почему точность измерения расстояний до далёких галактик зависит от того, с какой точностью нам известно расстояние до Солнца?



7. Вы, конечно, помните, как выглядят обычные фотографии туманности Андромеды (М31). Как вам кажется, каков примерно угол наклона плоскости галактики М 31 к лучу зрения? После того как вы, никуда не заглядывая, сделали прикидку, проверьте себя, произведя необходимые измерения фотографии этой туманности в любой книге.
8. Как выглядела бы туманность Андромеды для невооруженного глаза, если бы мы видели ее с ребра?
9. Имеется планетарная туманность, ядро которой – очень горячая звезда ( $T = 80000K$ ). Значительная часть излучения звезды поглощается в туманности. Почему же сквозь туманность хорошо видны далёкие галактики?
10. За сколько лет Земля в своём годовом движении вокруг Солнца проходит путь, равный расстоянию до  $\alpha$ Сеп расстояние до которой  $r = 1.33nк$  ?
11. Вселенная совсем маленькая: звёзд во всей Вселенной столько же, сколько атомов в капле воды! Проверьте.
12. Что больше: Кулонова сила притяжения электрона к протону в атоме водорода или Ньютонова сила притяжения двух космонавтов, обменивающихся рукопожатием в открытом космосе?
13. Оцените, сколько звёзд в нашей Галактике и сколько галактик во всей Вселенной приходится на одного человека.
14. Как определяют расстояние до галактик?
15. Какие внегалактические источники радиоизлучения известны в настоящее время? А источники радиоизлучения нашей Галактики?
16. Почему Млечный Путь проходит не точно по большому кругу небесной сферы?
17. Как проявляет себя межзвёздная среда?

### Задача 1.

При наблюдении радиопульсаров обнаружили, что интервалы между их импульсами периодически изменяются, причём для всех пульсаров этот период одинаков и в точности равен одному звёздному году. Объясните это явление. Оцените, насколько меняется интервал между импульсами у пульсара в Крабовидной туманности ( $P_0 = 0,033с$ ). В каком месяце у этого пульсара период минимален?

### Решение.

Очевидно, что изменение частоты прихода импульсов от всех пульсаров с одинаковым периодом, – в 1 год, – связано с орбитальным движением Земли и возникающим вследствие этого эффектом Доплера. Если расстояние между источником и наблюдателем изменяется со скоростью  $V$ , а частота испускания импульсов источником  $\nu_0$ , то изменение этой частоты для наблюдателя составляет

$$\Delta \nu \equiv \nu - \nu_0 = -\nu_0 \frac{V}{c}, \quad (1)$$

где  $c$  – скорость света, с которой распространяются радиоимпульсы. Появление в формуле знака «минус» легко объяснить: например, если источник удаляется от наблюдателя, то расстояние до него возрастает, а значит, скорость его положительна, но частота прихода импульсов при этом уменьшается, а значит  $\Delta \nu$  отрицательна. Важно помнить, что скорость  $V$  – это не полная скорость источника относительно наблюдателя, а лучевая скорость  $V_r$ . Доплеровское изменение частоты, таким образом, составляет

$$\Delta \nu = -\nu_0 \frac{V_r}{C}. \quad (2)$$

Поскольку период и частота импульсов связаны обратно пропорциональной зависимостью ( $P = 1/\nu$ ), то

$$\frac{\Delta P}{P_0} = -\frac{\Delta \nu}{\nu_0}. \quad (3)$$

Здесь знак «минус» тоже понятен: например, если источник приближается к наблюдателю, то частота прихода импульсов возрастает, а интервал между ними, напротив, – уменьшается. Значит изменение интервала между импульсами

$$\Delta P = P_0 \frac{V_r}{C}$$

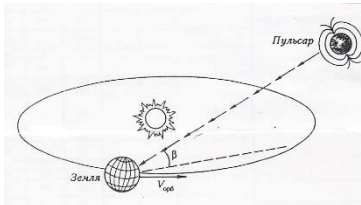


Рис.

Конечно, Земля вместе с Солнечной системой движется с какой-то скоростью относительно любого пульсара. Но это галактическое движение изменяется очень медленно, – за миллионы лет, – и его можно не принимать во внимание, полагая, что изменённая вследствие этого движения частота импульсов и есть основная частота пульсара ( $\nu_0$ ). А реально наблюдаемые изменения с годичным периодом происходят за счёт движения Земли с орбитальной скоростью  $V_{orb} = 30 \text{ км/с}$ . Вектор этой скорости лежит в плоскости эклиптики. Если эклиптическая широта пульсара  $\beta$ , то скорость Солнца по отношению к нему в течение года изменяется на  $\pm V_{orb} \cos \beta$ . Значит вариации периода составят  $\Delta P = \pm P_0 V_{orb} \cos \beta / c = \pm 10^{-4} P_0 \cos \beta$ . Поскольку Крабовидная туманность находится в эклиптическом созвездии Тельца, можно положить  $\cos \beta \approx 1$ . Тогда  $\Delta P = \pm 3.3 \cdot 10^{-6} \text{ с}$ . Минимальным период будет в тот момент, когда Земля движется в направлении пульсара. Это происходит через четверть года после того, как рядом с ним по эклиптике пройдёт Солнце. А поскольку Солнце в восточной части Тельца бывает в середине декабря, то искомым месяц – март.

Кстати, чтобы доплеровское смещение частоты из-за движения Земли не мешало исследовать истинные изменения периодов пульсаров, обычно сразу после наблюдения исправляют измеренный период, вычитая из него  $\Delta P$  и приводя, таким образом, период к фиктивному наблюдателю, расположенному в центре масс Солнечной системы.

## Задача 2.

Сферическая галактика в созвездии Скульптора имеет массу  $4 \times 10^{36} \text{ кг}$  и удалена от центра нашей галактики на расстояние  $R = 8 \text{ кпк}$ . Масса Галактики  $M = 2 \times 10^{41} \text{ кг}$ . Определить, каков может быть максимальный радиус ( $r$ ) галактики в Скульпторе, чтобы она не была разрушена приливными силами притяжения нашей Галактики.

## Решение.

На рис. 6. галактика в Скульпторе изображена в виде сферы. Если бы все её части испытывали одинаковое ускорение к центру Млечного Пути, то никакого приливного эффекта не было бы. Однако точка 1 ближе к Млечному Пути и значит, испытывает большее ускорение ( $a_1$ ) к нему, чем точка 3 (ускорение  $a_3$ ). Поэтому точки 1 и 3 стремятся удалиться друг от друга. Это и есть приливный эффект, который разрушил бы маленькую галактику в Скульпторе, если бы не её собственное притяжение к центру (точка 2), стремящееся удержать точки 1 и 3,

сообщая им ускорения  $a_1'$  и  $a_3'$ . Вычислим суммарные ускорения в точках 1 и 3, вызываемые как притяжением Млечного Пути, так и притяжением самой галактики в Скульпторе:

$$(a_1 - a_1') = \frac{\gamma M}{(R-r)^2} - \frac{\gamma m}{r^2} \quad (\text{точка 1}) \quad (1)$$

$$(a_3 + a_3') = \frac{GM}{(R+r)^2} - \frac{Gm}{r^2} \quad (\text{точка 3}) \quad (2)$$

Если  $(a_1 - a_1') < (a_3 + a_3')$ , то звёзды в точках 1 и 3 сближаются, если же  $(a_1 - a_1') > (a_3 + a_3')$ , то звёзды удаляются друг от друга и галактика разрушается. Значит максимальный размер галактики, ещё устойчивой к разрушающему приливному эффекту, можно найти из равенства

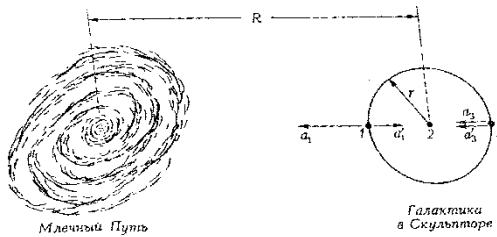


Рис. 6

$$\frac{M}{(R+r)^2} + \frac{m}{r^2} = \frac{M}{(R-r)^2} - \frac{m}{r^2} \quad (3)$$

После тождественных преобразований

$$r^3 = R^3 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \frac{m}{2M} \quad (4)$$

Учитывая зависимость  $r$  от  $R$  получим  $r = R \left(\frac{m}{2M}\right)^{1/3}$ .

Подставив численные значения, получим  $r = 2.3 \text{ кпк}$ .

### Задачи для самостоятельного решения.

1. Угловой размер эллиптической галактики  $d = 3'$ , а линия поглощения водорода  $H_\beta$  в её спектре имеет длину волны  $\lambda = 48660 \text{ нм}$  и эквивалентную ширину  $W = 30 \text{ нм}$ . Оцените массу галактики. Лабораторная длина волны линии  $H_\beta$   $\lambda_0 = 48610 \text{ нм}$ .
2. Из ядра далёкой галактики вылетают два радиосигнала в противоположных направлениях вдоль одной прямой, ориентированной под углом  $60^\circ$  к лучу зрения, и движущихся с одинаковой постоянной скоростью.  $V = 2c/3$ . Во сколько раз один источник будет казаться нам ближе к центру галактики, чем другой?
3. Из ядра квазара происходит выброс радиоисточника с околосветной скоростью в сторону наблюдателя под углом  $30^\circ$  к лучу зрения. Чему будет равна кажущаяся скорость удаления источника от квазара, если наблюдатель может измерять только угловое смещение.
4. На месте взрыва сверхновой 1987 г. в большом Магелановом Облаке был обнаружен оптический пульсар с периодом  $P=0,002 \text{ с}$ . Полагая, что невозможно движение со скоростью – большей скорости света, оцените размер этого быстрого пульсара.
5. Пульсар, излучающий импульсы со строго одинаковой периодичностью, движется равномерно и прямолинейно относительно наблюдателя. Докажите, что наблюдаемый интервал между его импульсами будет либо возрастать со временем, либо оставаться постоянным независимо от того, с какой скоростью и в каком направлении движется пульсар. Движение Земли в Солнечной системе не учитывать.

6. Плотное облачко межзвёздного газа испускает переменное мазерное излучение молекулы гидроксила ( $OH$ ) на волне  $\lambda = 18\text{см}$ . Оцените максимальную протяжённость области излучения, если его вариации происходят с характерным временем, равным 5 минутам.
7. Сверхновая в максимуме блеска достигает абсолютной величины  $M = -21^m$ . Как часто будут регистрироваться вспышки сверхновых, если ведётся патрулирование по всему небу до предельной величины  $m = 14^m$ ? Считать, что в типичной галактике сверхновая вспыхивает в среднем один раз за 100 лет, а сами галактики распределены в пространстве с плотностью одна галактика на  $10\text{Мпк}^3$ .
8. Галактика, находящаяся от нас в момент наблюдения на расстоянии  $330\text{Мпк}$ , имеет скорость  $V = 30000\text{км/с}$ . На каком расстоянии она находилась в момент излучения света?
9. Шаровое скопление, находящееся в некоторой галактике, имеет угловой диаметр  $d$ , видимый блеск  $m$  и расстояние от Земли  $r$ . Найти абсолютную звёздную величину скопления и его линейный диаметр. Полагая, что скопление состоит из звёзд типа Солнца, оценить число звёзд в скоплении, их среднюю пространственную плотность и среднее расстояние между ними.
10. Две цефеиды в точности одного и того же периода расположены в туманности Андромеды – одна на ближайшем, другая на наиболее удаленном от нас краях ее диска. Оцените разность звездных величин этих цефеид.
11. По расстоянию до центра Галактики и скорости движения Солнца по его галактической орбите оценить массу Галактики.
12. Оцените абсолютную звездную величину сверхновой, вспыхнувшей в 1987 г. в Большом Магеллановом облаке. В максимуме блеска она имела видимую звездную величину около  $3^m$ .
13. Радиоисточник в ядре активной галактики имеет угловой размер  $d = 0.001''$ , величина красного смещения  $z=0.5$ . Оцените линейные размеры источника в  $\text{пк}$ .
14. Галактика удаляется от нас со скоростью  $V = 5000\text{км/с}$ . Она видна как объект размером  $d = 1'$ . Оценить ее линейный размер.
15. Чего больше во Вселенной – протонов или реликтовых фотонов? Среднюю плотность вещества во Вселенной принять равной  $\rho = 10^{-30}\text{г/см}^3$ . Температура реликтового излучения равна  $2.7\text{К}$ .
16. Какова глубина той потенциальной ямы, в которой мы живём.
17. Крабовидная туманность – это остаток сверхновой, вспыхнувшей в 1054 г. Она имеет, грубо говоря, вид светящегося эллипса размером  $6' \times 4'$ . Измерение лучевых скоростей газа туманности показало, что она расширяется со скоростью около  $1200\text{км/с}$ . Оценить расстояние до туманности.
18. Пять из семи звезд ковша Большой Медведицы (кроме «крайних») имеют близкие по величине и направлению собственные движения и почти равные лучевые скорости. Вспомнив, как выглядит ковш на небе в сравнении с другими звездами, оценить расстояние «до Большой Медведицы» (точнее, до этих пяти звезд ковша).
19. Астрономы впервые выполнили наблюдения в ультранеизвестном (УН) и инфраневедомом (ИН) диапазонах. В УН они нашли дискретные источники, причем оказалось, что они распределены по всей небесной сфере равномерно. В ИН также были обнаружены ранее неизвестные объекты, причем оказалось, что эти источники концентрируются к плоскости Галактики (но не к ее центру). Что можно сказать о расстояниях до объектов, открытых в УН диапазоне? А о расстояниях до ИН-источников?
20. У звезды класса А0 межзвездное поглощение в видимой области равно  $3^m$ . Каков наблюдаемый показатель цвета этой звезды?
21. Показать, что радиус зоны II зависит от концентрации частиц газа  $n$  как  $n^{-2/3}$ .
22. Оценить массу молекулярного облака, состоящего в основном из  $H_2$ , если его размер  $D \approx 10\text{пк}$ , а концентрация частиц  $n \approx 10^2\text{см}^{-3}$ .

23. Оцените массу нейтрального водорода на луче зрения (в г/см<sup>2</sup>), производящего заметное (~ 10 %) поглощение в центре линии  $L_{\alpha}$ . Коэффициент поглощения в центре линии в расчете на один атом  $k_0 \approx 10^{-12} \text{ см}^2$  (при температуре газа ~ 100 К).

### Вариант проверки текущих знаний по теме

1. Как определяют расстояние до галактик?

- а) по модулю расстояния
- б) радиолокационный метод
- в) по красному смещению
- г) по формуле Хаббла

2. Внегалактические объекты Вселенной

- а) квазар зс 273
- б) звезда О Set
- в) объект VL Lac
- г) Солнце

3. В классификации Хаббла различают

- 1) звёзды
- 2) планеты
- 3) шаровые скопления
- 4) галактики

4. К какому типу галактик относится наша Галактика?

- 1) Сейфертовская
- 2) Спиральная
- 3) Иррегулярная
- 4) Эллиптическая

5. Самая близкая к нам галактика?

- 1) Крабовидная туманность
- 2) Туманность Андромеды
- 3) Малое Магелланово облако

6. Самый далёкий объект Вселенной из предложенных ниже

- 1) туманность Андромеды
- 2) квазар ЗС 373
- 3) пульсар в центре крабовидной туманности

7. Конечной стадией развития солнцеподобных звёзд является

- 1) пульсар
- 2) нейтронная звезда
- 3) чёрная дыра
- 4) белый карлик

8. Вокруг Земли движется много вышедших из строя ИСЗ, которые представляют опасность для функционирующих спутников и космонавтов. Предложите способ удаления с орбиты местных ИСЗ.

9. Приведите примеры звезд, не располагающих ядерными источниками энергии.

- а) сверхгигант
- б) красный карлик
- в) нейтронные звёзды
- г) белый карлик

10. Выберите типы нестационарных звёзд.

- 1) красный гигант
- 2) жёлтый карлик
- 3) сверхновая звезда
- 4) белый карлик

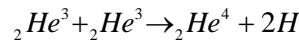
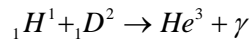
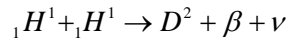
11. Ядра какого химического элемента участвуют в термоядерном синтезе в недрах Солнца?

- 1) гелия
- 2) углерода
- 3) азота
- 4) водорода

12. Количеством каких частиц отличаются изотопы водорода?

- 1) электронов
- 2) нуклонов
- 3) протонов
- 4) нейтронов

13. Допишите ядерные реакции протон-протонного цикла.



14. Написать формулу Хаббла для определения расстояний до галактик.

15. Чем отличаются характер и темп энерговыделения звёзд разных типов?

## Тема 6. ВНУТРЕННЕЕ СТРОЕНИЕ ЗВЕЗД.

### Теоретический материал

Определить из наблюдений тот или иной параметр звезды задача трудоемкая. Поэтому разрабатываются модели звезд и сравниваются с данными, полученными из наблюдений. Расчет звездной модели сводится к решению пяти дифференциальных уравнений

$$\frac{dP}{dr} = \gamma \frac{m(r)}{r^2} \rho, \quad (1)$$

где  $m(r)$  – масса звезды, находящейся внутри сферы радиуса  $r$ .

$$\frac{dm}{dr} = 4\pi r^2 \rho. \quad (2)$$

Системой уравнений (1) и (2) задается условие гидростатического равновесия.

$$\frac{dPr}{dr} = -x \frac{L(r)}{4\pi r^2} \rho, \quad (3)$$

где  $dPr$  – изменение давления излучения.

$$\frac{dT}{dr} = \frac{3xL(r)}{64\pi r^2 \sigma T^3} \rho, \quad (4)$$

где  $x$  – коэффициент поглощения на единицу массы вещества.

$$\frac{dL}{dr} = 4\pi r^2 \varepsilon(r), \quad (5)$$

где  $\varepsilon(r)$  – количество энергии, вырабатываемой 1 г вещества в результате термоядерных реакций.

$$P = P_r + P_G, \quad (6)$$

где  $P$  – полное давление;

$P_G$  – давление газа;

$P_r$  – давление излучения,

Давление идеального газа находится из уравнения

$$P_G = \rho \frac{R \cdot T}{\mu}. \quad (7)$$

Давление излучения

$$P_r = \frac{1}{3} a_R T^4, \text{ где } a_R = \frac{4\sigma}{c} \quad (8)$$

Одной из наиболее разработанных моделей является политропная модель, в которой давление  $P$  и плотность  $\rho$  связаны соотношением

$$P = \kappa \cdot \rho^{\left(1 + \frac{1}{n}\right)} \quad (9)$$

Где  $n$  показатель политропы ( $1 \leq n < 5$ );

$\kappa$  – некоторая постоянная

Источниками звездной энергии в звездах являются:

- а) гравитационное сжатие;
- б) термоядерные процессы.

### Вопросы для самопроверки

1. Какие наблюдательные данные противоречат утверждению о том, что источником энергии звёзд является распад радиоактивных элементов?
2. Каким образом энергия от ядерного источника в центре Солнца передаётся в его фотосферу?
3. Темп энерговыделения на единицу массы в человеческом теле на несколько порядков выше, чем у Солнца. Почему же мы гораздо холоднее?
4. Молярная масса вещества солнечных недр близка к 0,6. Почему она меньше единицы?
5. Между массовым числом  $A$  и атомным номером  $Z$  для тяжелых элементов (начиная с  $C^{12}$ ) справедливо соотношение  $A \approx 2z$ . Доказать на конкретных примерах, что при полной ионизации молекулярный вес тяжелых элементов  $\approx 2$ .
6. Дописать ядерные реакции протон-протонного цикла
 
$${}_1H^1 + {}_1H^1 \rightarrow D^2 + \beta + \nu$$

$${}_1H^1 + {}_1D^2 \rightarrow He^3 + \gamma$$

$${}_2He^3 + {}_2He^3 \rightarrow {}_2He^4 + 2H$$
7. Приведите примеры звезд, не располагающих ядерными источниками энергии.
8. В звездах измеренной массы (подобно Солнцу и меньше) не должно быть элементов тяжелее  $He$ . Изучение химического состава дает обратное. Как можно объяснить наличие тяжелых элементов в составе Солнца?

**Задача 1.** Предполагая, что Солнце газовый шар, и, зная  $m_c = 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}$ ,  $R_c = 7 \cdot 10^8 \text{ м}$ ,  $\mu = 0,6 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$  (молекулярная масса вещества Солнца), оценить давление и температуру в центре Солнца. Предположим также, что на поверхности Солнца  $P = 0$ , а плотность постоянна по всему шару и равна ее средней плотности.

Дано:

$$m_c = 2 \cdot 10^{30} \text{ кг.}$$

$$R_c = 7 \cdot 10^8 \text{ м}$$

$$\mu_c = 0,6 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3$$

$$P_c = ?$$

$$T_c = ?$$

**Решение:**

$$\bar{\rho} = \frac{m_c}{V}; \quad V = \frac{4}{3} \pi R_c^3,$$

$$\bar{\rho} = \frac{3}{4} \frac{m_c}{\pi R_c^3}. \quad (1)$$

$$r_2 = R \quad P_2 = 0$$

$$r_1 = 0 \quad P_1 = P_c$$

$$\left. \begin{aligned} dP &= -P_c \\ dr &= R \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Запишем уравнение гидростатического равновесия

$$\frac{dP}{dr} = \gamma \frac{m}{r^2} \rho. \quad (3)$$

$$dm = 4\pi r^2 \rho dr \text{ отсюда } \rho = \frac{dm}{4\pi r^2 dr}.$$

Тогда (3) переписывается

$$dP = -\gamma \frac{m}{r^2} \frac{dm}{4\pi r^2 \cdot dr} \cdot dr = -\gamma \frac{m}{4\pi r^4} dm \quad (4)$$

Проинтегрируем уравнение (4) по всей глубине

$$-P_c = -\gamma \frac{m^2}{8\pi r^4}; \quad P_c = \frac{\gamma m_c^2}{8\pi R_c^4}. \quad (5)$$

Ионизация во внутренних областях Солнца позволяет газу сохранять свойства идеального газа, уравнение состояния которого

$$P = \rho \frac{T \cdot R}{\mu}. \quad (6)$$

Подставляя в уравнение (6) выражения из уравнений (1) и (5) получим

$$\frac{\gamma m_c^2}{8\pi R_c^4} = \frac{3}{4} \frac{m_c}{\mu \pi R_c^3} T_c R.$$

Отсюда

$$T_c = \gamma \frac{m_c \mu}{6 R_c \cdot R}.$$

$$T_c = 2.3 \cdot 10^6 \text{ } ^\circ K$$

**Задача 2.** Когда начались межзвёздные перелёты, около одной из звёзд была открыта планета, состоящая из необычного вещества. Исследование образцов этого вещества показало, что при сдавливании оно сжимается, причём давление  $P$  и плотность вещества  $\rho$  связаны соотношением  $P = K \cdot \rho^2$ , где  $K$  – некоторая постоянная, которая была измерена в лаборатории.

Многие другие свойства этого вещества делали его поистине бесценным, поэтому, несмотря на удалённость планеты и высокую стоимость транспортировки, была начата добыча этого вещества в огромных, поистине космических масштабах. Но тут обнаружилось нечто невероятное: сколько ни увозили вещества с той удивительной планеты, размер её от этого не менялся! Докажите, что такое «чудо» возможно и найдите радиус этой планеты. (На всякий случай сразу же предупреждаем, что релятивистские эффекты тут не причём; тяготение – ньютоновское).

*Указание.* Применить метод анализа размерностей. Для получения точного значения радиуса используйте уравнение гидростатического равновесия.

**Решение.**

Проведём анализ размерностей фигурирующих в задаче величин. У нас имеются следующие размерные параметры: масса «планеты» (или лучше сказать – самогравитирующего тела)  $M$ , её радиус  $R$ , размерная постоянная  $K$ , входящая в уравнение состояния  $P = K \cdot \rho^2$  и, наконец, постоянная тяготения  $\gamma$ . Пусть  $[Q]$  – размерность величины  $Q$ . Тогда, с одной стороны,  $[P] = [K \rho^2] = [K (M/R^3)^2]$ , с другой же стороны ньютонова сила тяготения  $\gamma M^2 / R^2$ , отнесенная к площади поверхности сферы радиуса  $R$ , также имеет размерность давления:  $[P] = [\gamma M^2 / R^4]$ . Отношение двух фигурирующих здесь комбинаций определяющих размерных величин есть отвлечённое число. Обозначим его  $\alpha^2$ , так что

$$\left( \frac{\gamma M^2}{R^4} \right) \left( \frac{KM^2}{R^6} \right)^{-1} = \alpha^2,$$



откуда

$$R = \alpha \left( \frac{K}{\gamma} \right)^{1/2}$$

Следует ожидать, что  $\alpha$  – число порядка единицы: так «всегда» бывает.

Из полученного сейчас выражения следует, что радиус самогравитирующей равновесной конфигурации, построенной из вещества с уравнением состояния  $P = K\rho^2$ , однозначно определяется значением  $K$ . Замечательно, что масса  $M$  выпала. Отсюда можно заключить, что от добавления массы или от удаления с тела части его вещества радиус «планеты» меняться не будет. Оказывается поэтому, что если вещество имеет уравнение состояния  $P = K\rho^2$ , то в один и тот же объём можно поместить любую массу. В действительности, конечно, масса всё же будет ограничена сверху, так как при добавлении вещества гравитационная потенциальная яма будет становиться глубже. Скорость убегания

$$V_2 = \sqrt{\frac{2\gamma M}{R}}$$

Будет расти  $\propto M^{1/2}$ . Когда она станет приближаться к скорости света  $c$ , то должны начать проявляться отклонения поля тяготения от ньютоновского за счёт эффектов общей теории относительности.

Полученный результат – независимость  $R$  от  $M$  – кажется настолько невероятным, что сначала верится в него с трудом. Подтвердим его более детальным анализом (менее подготовленные читатели могут его пропустить). Это позволит получить значение  $\alpha$ . После этого поймём «на пальцах», в чём же суть дела, и обсудим некоторые важные для физики компактных звёзд заключения общего характера, которые можно сделать на основе анализа нашей простой задачи.

Переходим к более аккуратному рассмотрению, которое позволит нам получить значение  $\alpha$ . Уравнение механического равновесия самогравитирующей сферически-симметричной конфигурации (звёзды, планеты) имеет вид

$$\frac{dP}{dr} = -\rho \frac{\gamma M_r}{r^2}.$$

При  $P = K\rho^2$  это дает

$$\frac{d\rho}{dr} = -\frac{\gamma}{2K} \frac{M_r}{r^2}$$

Здесь  $M_r$  – масса в сфере радиуса  $r$ , так, что

$$\frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho.$$

Поэтому из предыдущего уравнения следует, что

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\rho}{dr} \right) = -2\pi \frac{\gamma}{K} \rho.$$

Если ввести

$$y = r \cdot \rho,$$

То это уравнение приводится к виду

$$\frac{d^2 y}{dr^2} + \omega^2 y = 0,$$

Где

$$\omega^2 = 2\pi \frac{\gamma}{K}.$$

Мы пришли к уравнению, по форме совпадающему с уравнением гармонических колебаний. (Для этого достаточно было догадаться ввести новую неизвестную  $y$  вместо  $\rho$ ). Общее решение имеет вид

$$y = A \sin \omega r + B \cos \omega r ,$$

Где  $A$  и  $B$  – произвольные постоянные. При  $r = 0$  значение  $y = r \cdot \rho$  равно нулю, и поэтому  $B = 0$ . Итак,

$$\rho = \frac{A}{r} \sin \left( \sqrt{2\pi \frac{\gamma}{K}} r \right).$$

На поверхности тела, при  $r = R$ , мы должны иметь  $\rho = 0$ , откуда находим

$$\sqrt{2\pi \frac{\gamma}{K}} R = \pi ,$$

Так, что

$$R = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\frac{K}{\gamma}}$$

Таким образом, аккуратный расчёт полностью подтвердил то, что дал простой анализ размерностей. Безразмерный параметр  $\alpha$  действительно оказался близко к единице

$$\alpha = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

Если вдуматься, то неизменность радиуса при добавлении или удалении вещества не есть что-то невероятное. При добавлении массы, казалось бы, радиус будет возрастать. В этом «казалось бы», всё и заключено. На самом деле добавляемое вещество имеет вес и потому сдавливает нижележащие слои. Если вещество несжимаемо, радиус тела растёт пропорционально  $M^{1/3}$ . На этом простейшем случае и основана «интуиция» тех, кто не учитывает влияния сжимаемости на изменение радиуса при росте массы.

Если давление и плотность связаны степенной зависимостью

$$P = K \cdot \rho^{1+1/n} ,$$

то говорят, что мы имеем дело с политропой индекса  $n$ . Рассматривавшийся нами случай соответствует  $n = 1$ ; при  $n = 0$  имеем несжимаемое вещество. Чем меньше  $n$ , тем труднее сжать вещество, тем оно «жестче». Теперь ясно, что при всех  $n < 1$  добавление массы сопровождается увеличением радиуса, в случае же  $n = 1$  нижние слои «проседают» под действием веса добавляемого вещества ровно на столько, что это компенсирует увеличение радиуса за счет добавления вещества. Если  $n > 1$ , то с увеличением массы радиус должен убывать.

Бывает ли так? Да. Таковы, в частности, белые карлики. Чем больше масса белого карлика, тем меньше его радиус. При массах  $M \leq 0.4M_{\square}$  эта зависимость имеет вид  $R \propto M^{-1/3}$  (что соответствует политропе индекса  $n = 3/2$ ), при больших массах, а потому и больших плотностях, поскольку радиус убывает с  $M$ , скорость убывания радиуса увеличивается. Объяснение того, почему это происходит, завело бы нас слишком далеко. Ограничимся констатацией этого факта. При приближении массы к так называемому пределу Чандрасекара  $M_c = 1.46M_{\square}$  достигаются столь большие плотности, что вещество начинает радикально менять свои свойства: электроны начинают захватываться ядрами, превращая имеющиеся в них протоны в нейтроны. Идет процесс нейтронизации вещества. Белых карликов с массой, большей чандрасекаровского предела, в природе нет и быть не может — зато могут быть, и есть такие нейтронные звезды.

### Задачи для самостоятельного решения

1. Найти гидродинамическое время (время свободного падения элемента массы поверхности звезды до центра) для Солнца, если  $m_c = 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}$ ,  $R_c = 700000 \text{ км}$ .
2. Показать, что лучистое давление  $P_r$  в недрах звезды равняется  $1/3 U$ , где  $U$  – плотность излучения.
3. Рассчитать на какое время «хватит» нашего Солнца, если светить оно будет только за счет гравитационного сжатия.
4. Определить степень ионизации водорода в центре Солнца, используя формулу Саха. Температуру принять равной  $T = 1,5 \cdot 10^7 \text{ }^\circ\text{K}$ , а плотность  $\rho = 100 \text{ г/см}^3$ . Как согласуется полученный результат с часто встречающимся утверждением, что в центре Солнца водород полностью ионизован?
5. Показать, что лучистый градиент температуры в звезде определяется выражением

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3xPL_r}{16\pi^2 acT^3},$$

где  $x$  – коэффициент поглощения;

$\rho$  – плотность газа;

$L_r$  – светимость звезды на уровне  $r$ .

6. Представьте себе невозможное: в недрах Солнца перестало существовать газовое давление. За какое время оно схлопнется в точку? А сколько времени уходит на сжатие межзвёздного облака с начальной плотностью  $10^{-21} \text{ г/см}^3$ ?
7. Средняя плотность Солнца  $\bar{\rho} = 1,4 \text{ г/см}^3$  больше плотности воды. Почему же его можно считать газовым шаром?
8. Масса частицы примерно на 1 % меньше суммарной массы четырёх протонов. Убедитесь, что термоядерные реакции синтеза  $\alpha$ -частиц способны поддерживать нынешнюю светимость Солнца на протяжении миллиардов лет.
9. Оценить отношение чисел фотонов и нейтрино, ежесекундно излучаемых Солнцем. При синтезе одной  $\alpha$ -частицы выделяется энергия 26,7 МэВ, причём нейтрино уносят лишь малую часть этой энергии ( $\square$  2%).
10. Определите темп аккреции (в массах Солнца в год), который мог бы обеспечить наблюдаемую светимость Солнца. Как такая аккреция сказалась бы на продолжительности года?
11. Температуры в центрах двух звёзд равны  $T_1 = 18 \cdot 10^7 \text{ K}$  и  $T_2 = 20 \cdot 10^7 \text{ K}$ . Оценить отношение соответствующих скоростей энерговыделения.
12. Плотность и температура в центре Солнца равны соответственно  $\rho = 150 \text{ г/см}^3$  и  $T = 15 \cdot 10^6 \text{ K}$ . Чего там больше – фотонов или частиц. Известно, что концентрация фотонов  $n_\gamma$  в равновесном поле излучения с температурой  $T$  равна  $n_\gamma = 20 \cdot T^3$ .
13. Почему звезда с большой массой живёт меньше, чем звезда с малой массой?
14. Почему водородная бомба взрывается, а Солнце – нет, хотя и в том, и в другом случае энергия выделяется за счёт термоядерной реакции превращения водорода в гелий?
15. Температура в центре Солнца  $15 \text{ млн. K}$  и там протекают термоядерные реакции. Почему же у белого карлика Сириус  $B$ , температура внутри которого оценивается в  $40 \text{ млн. K}$ , эти реакции не протекают?

### Вариант проверки текущих знаний по теме

1. Какие наблюдательные данные противоречат утверждению о том, что источником энергии звёзд является распад радиоактивных элементов?
2. Какой из способов передачи энергии от ядерного источника в центре Солнца через его фо-

тосферу является основным?

- 1) Теплопроводность;
  - 2) Лучеиспускание;
  - 3) Конвекция.
3. Молярная масса вещества солнечных недр близка к 0,6. Почему она меньше единицы?
4. Между массовым числом  $A$  и атомным номером  $Z$  для тяжелых элементов (начиная с  $C^{12}$ ) справедливо соотношение  $A \approx 2z$ . Доказать на конкретных примерах, что при полной ионизации молекулярный вес тяжелых элементов  $\approx 2$ .
5. Приведите примеры звезд, не располагающих ядерными источниками энергии:
- 1) Белый карлик;
  - 2) Красный карлик;
  - 3) Сверхгигант;
  - 4) Нейтронная звезда.
6. В звездах измеренной массы (подобно Солнцу и меньше) не должно быть элементов тяжелее  $He$ . Изучение химического состава дает обратное. Как можно объяснить наличие тяжелых элементов в составе Солнца?
7. Найти гидродинамическое время (время свободного падения элемента массы поверхности звезды до центра) для Солнца, если  $m_c = 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}$ ,  $R_c = 700000 \text{ км}$ .
8. Определить степень ионизации водорода в центре Солнца, используя формулу Саха. Температуру принять равной  $T = 1,5 \cdot 10^7 \text{ }^\circ K$ , а плотность  $\rho = 100 \text{ г/см}^3$ . Как согласуется полученный результат с часто встречающимся утверждением, что в центре Солнца водород полностью ионизован?
9. Показать, что лучистый градиент температуры в звезде определяется выражением

$$\frac{dT}{dr} = - \frac{3xPL_r}{16\pi^2 acT^3},$$

где  $x$  – коэффициент поглощения;

$\rho$  – плотность газа;

$L_r$  – светимость звезды на уровне  $r$ .

10. Средняя плотность Солнца  $\bar{\rho} = 1,4 \text{ г/см}^3$  больше плотности воды. Почему же его можно считать газовым шаром?
11. Почему звезда с большой массой живёт меньше, чем звезда с малой массой?
12. Температуры в центрах двух звёзд равны  $T_1 = 18 \cdot 10^7 \text{ K}$  и  $T_2 = 20 \cdot 10^7 \text{ K}$ . Оценить отношение соответствующих скоростей энерговыделения.
13. Плотность и температура в центре Солнца равны соответственно  $\rho = 150 \text{ г/см}^3$  и  $T = 15 \cdot 10^6 \text{ K}$ . Чего там больше – фотонов или частиц. Известно, что концентрация фотонов  $n_\gamma$  в равновесном поле излучения с температурой  $T$  равна  $n_\gamma = 20 \cdot T^3$ .
14. Почему водородная бомба взрывается, а Солнце – нет, хотя и в том, и в другом случае энергия выделяется за счёт термоядерной реакции превращения водорода в гелий?
15. Температура в центре Солнца  $15 \text{ млн. K}$  и там протекают термоядерные реакции. Почему же у белого карлика Сириус  $B$ , температура внутри которого оценивается в  $40 \text{ млн. K}$ , эти реакции не протекают?

**Примечание.** Для направления «Физика» ИМИТиФ для углубления астрофизической части курса можно добавить дополнительные задачи по следующим темам [3]:

1. Теория непрерывного спектра.
2. Спектры Солнца и звёзд.

## Список литературы

1. Воронцов-Вельяминов, Б. А. Сборник задач и практических упражнений по астрономии / Б.А. Воронцов-Вельяминов. – М.: Наука, 1977. – 272 с.
2. Бескин, В. С. Гравитация и астрофизика / В.С. Бескин. – М.: Физматлит, 2009. – 160 с.
3. Гатауллина, А. И. Астрофизические задачи. Основы сферической астрономии / А.И. Гатауллина. – Ижевск: ГОУ Удмуртский университет, 2009. – 117 с.
4. Гатауллина, А.И. Решение астрофизических задач. Методические указания для студентов физиков 4 курса / А.И. Гатауллина. – Устинов; УдГУ, 1986. – 48 с.
5. Горбунов, Д. С. Введение в теорию ранней Вселенной: Теория горячего Большого взрыва / Д.С. Горбунов, В.А. Рубаков. – М.: УРСС, 2008. – 252 с.
6. Засов, А.В. Общая астрофизика / А.В. Засов, К.А. Постнов. – Фрязино: Век 2, 2004. – 496 с.
7. Зельдович, Я. Б. Магнитные поля в астрофизике / Я.Б. Зельдович, А.А. Рузмайкин, Д.Д. Соколов. – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2006. – 384 с.
8. Иванов, В. В. Парадоксальная Вселенная. 175 задач по астрономии / В.В. Иванов, А.В. Кривов, П.А. Денисенков. – С.Пб., 1997. – 142 с.
9. Мартынов, Д. Я. Курс общей астрофизики / Д.Я. Мартынов. – М.: Наука, 1971. – 616 с.
10. Соболев, В. В. Курс теоретической астрофизики / В.В. Соболев. – М.: Наука, 1985. – 528 с.
11. Сурдин, В. Г. Астрономические олимпиады. Задачи с решениями / В.Г. Сурдин. – Москва, 1995. – 320 с.
12. Торн, К. С Чёрные дыры и скидки времени: Дерзкое наследие Эйнштейна / К.С Торн. – М.: Физматлит, 2007. – 616 с.

*Учебное издание*

Составитель:  
Гатауллина Ангелина Ивановна

**Сборник задач и контрольных заданий  
по курсу «Астрономия»**

Учебно-методическое пособие

*Авторская редакция  
Компьютерная верстка: Ю.Н. Небрачных*

Издательский центр «Удмуртский университет»  
426034, Ижевск, ул. Ломоносова, 4Б, каб. 021  
Тел. : + 7 (3412) 916-364, E-mail: editorial@udsu.ru