Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Удмуртский государственный университет»
Институт гражданской защиты
Многопрофильный колледж профессионального образования

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА. ИНЖЕНЕРНАЯ ПОДГОТОВКА В ТЕХНОСФЕРНОЙ БЕЗОПАСНОСТИ. УПРОЩЕННЫЙ КУРС «КИНЕМАТИКА» ДЛЯ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ УдГУ

Учебно-методическое пособие

Ижевск
2023

УДК 620.10(075.8)
ББК 30.121я73
Т382

Рекомендовано к изданию Учебно-методическим советом УдГУ

Рецензенты: д-р техн. наук, профессор каф. «Теоретическая механика и сопротивление материалов» ФГБОУ ВО УдГАУ П.В. Дородов,
канд. техн. наук, доцент каф. «Механика» ФГБОУ ВО ИжГТУ С.А. Девятериков.

Составитель: Кулагин А.В.

Т382 Техническая механика. Инженерная подготовка в техносферной безопасности. Упрощенный курс «Кинематика» для студентов технических специальностей УдГУ : учеб.-метод. пособие : [Электрон. ресурс] / сост. А.В. Кулагин. – Ижевск : Удмуртский университет, 2023. – 67 с.

В учебно-методическом пособии представлен учебный материал по дисциплинам «Техническая механика» среднего профессионального образования» и «Инженерная подготовка в техносферной безопасности» Высшего образования в виде основного лекционно-практического курса раздела «Кинематика» теоретической механики по 5 темам. Каждая тема содержит конспект лекции с графическим материалом и примерами решения типовых задач. Материал лекций составлен на базе соответствующих трудов по теоретической механике.

Издание предназначено студентам направлений подготовки «Техносферная безопасность» и «Пожарная безопасность», «Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений», «Эксплуатация нефтепромыслового оборудования» и «Противопожарная защита». Пособие направлено на формирование профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС.

УДК 620.10(075.8)
ББК 30.121я72

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ 4
ВВЕДЕНИЕ 9
ТЕМА 1. КИНЕМАТИКА 10
Основные понятия кинематики. Кинематика точки. 10
Примеры с решениями 15
Задания для самостоятельного решения 19
ТЕМА 2. ПРОСТЕЙШИЕ ВИДЫ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА 21
Примеры с решениями 25
Задания для самостоятельного решения 29
ТЕМА 3. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ 31
Примеры с решениями 32
Задания для самостоятельного решения 37
ТЕМА 4. ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА 38
Примеры с решениями 43
Задания для самостоятельного решения 48
ТЕМА 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ОТНОШЕНИЙ РАЗЛИЧНЫХ ПЕРЕДАЧ 49
Примеры с решениями. 53
Задачи для самостоятельного решения 61
ЗАКЛЮЧЕНИЕ 65
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК 66

ПРЕДИСЛОВИЕ

В учебно-методическом пособии изложены основные принципы изучения раздела «Кинематика» теоретической механики.

Проанализированы и представлены к изучению лекционные и практические материалы, связанные с расчетами кинематических характеристик при различных видах движения материальной точки и твердого тела без учета причин их вызвавших на базовом уровне их изучения.

Пособие рекомендовано студентам направлений подготовки 20.03.01 «Техносферная безопасность» ВО, 20.02.04 «Пожарная безопасность» СПО, 21.02.01. «Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений» СПО.

Пособие направлено на дальнейшее формирование профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС ВО и СПО.

В целях достижения промышленного прогресса и стабильности развития нашей страны остается высоким спрос на кадры технических специальностей высшего и среднего образования. Не достаточно высокий уровень технических знаний и исполнительной дисциплины в проектных организациях и на промышленных предприятиях не дает возможности производства высококачественной продукции на уровне мировых стандартов. Это пособие поможет улучшить уровень подготовки в данном разделе дисциплины на начальном этапе.

На первой ступени обучения студентам указанных специальностей по этому разделу дисциплины предлагается изучить основные подходы к решению задач кинематики материальной точки и твердого тела на основе знаний высшей математики, физики и инженерной графики для повышения уровня подготовки при решении простейших инженерных задач и задач специальных дисциплин.

Лекционный материал дополнен практическими задачами с подробным объяснением их решения.

Освоение дисциплины направлено на формирование элементов компетенций УК-1 – УК-9, ОПК-1 – ОПК-4 в соответствии с ФГОС ВО и ООП ВО. Приказ Министерства науки и высшего образования РФ от 25 мая 2020 г. № 680 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 20.03.01 Техносферная безопасность» (с изменениями и дополнениями):

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач;

УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений;

УК-3. Способен осуществлять социальное взаимодействие и реализовывать свою роль в команде;

УК-4. Способен осуществлять деловую коммуникацию в устной и письменной формах на государственном языке Российской Федерации и иностранном(-ых) языке(-ах);

УК-5. Способен воспринимать межкультурное разнообразие общества в социально-историческом, этическом и философском контекстах;

УК-6. Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни;

УК-7. Способен поддерживать должный уровень физической подготовленности для обеспечения полноценной социальной и профессиональной деятельности;

УК-8. Способен создавать и поддерживать в повседневной жизни и в профессиональной деятельности безопасные условия жизнедеятельности для сохранения природной среды, обеспечения устойчивого развития общества, в том числе при угрозе и возникновении чрезвычайных ситуаций и военных конфликтов;

УК-9. Способен использовать базовые дефектологические знания в социальной и профессиональной сферах;

ОПК-1. Способен учитывать современные тенденции развития техники и технологий в области техносферной безопасности, измерительной и вычислительной техники, информационных технологий при решении типовых задач в области профессиональной деятельности, связанной с защитой окружающей среды и обеспечением безопасности человека;

ОПК-2. Способен обеспечивать безопасность человека и сохранение окружающей среды, основываясь на принципах культуры безопасности и концепции риск-ориентированного мышления;

ОПК-3. Способен осуществлять профессиональную деятельность с учетом государственных требований в области обеспечения безопасности;

ОПК-4. Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности.

Освоение дисциплины направлено на формирование элементов основных компетенций ОК 1 – ОК 9 в соответствии с ФГОС СПО и ООП СПО по данному направлению подготовки 20.02.04 «Пожарная безопасность». Приказ Министерства просвещения России от 07.07.2022. № 537:

ОК 1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам;

ОК 2. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности;

ОК 3. Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях;

ОК 4. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде;

ОК 5. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста;

ОК 6. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных общечеловеческих ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения;

ОК 7. Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, применять знания об изменении климата, принципы бережливого производства, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях;

ОК 8. Использовать средства физической культуры для сохранения и укрепления здоровья в процессе профессиональной деятельности и поддержания необходимого уровня физической подготовленности;

ОК 9. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках.

Освоение дисциплины направлено на формирование элементов профессиональных компетенций ОК 1 – ОК 9 в соответствии с ФГОС СПО и ООП СПО по данному направлению подготовки 21.02.01 «Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений». Приказ Министерства образования и науки России от 12.05.2014. № 482:

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес;

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество;

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность;

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития;

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности;

ОК 6. Работать в коллективе и в команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями;

ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды, за результат выполнения заданий;

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации;

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

ВВЕДЕНИЕ

Теоретическая механика – преимущественно техническая и отчасти естественно-гуманитарная дисциплина о теории функционирования и расчете материальных точек и твердых тел в состоянии только покоя, только движения или в их совместном действии в разделах «Статика», «Кинематика», «Динамика» [1–16].

«Статика» и «Кинематика», не имея прямой связи между собой, служат в своем сочетании фундаментом изучения раздела «Динамика», далее студент на более высоком уровне приступает к освоению дисциплин «Детали машин», «Сопротивление материалов», «Теория машин и механизмов», «Прикладная механика», «Механика сплошных сред», «Гидрогазодинамика», «Теплофизика», «Разработка нефтяных и газовых месторождений», «Здания и сооружения» в зависимости от требований ФГОС ВО и СПО.

В дальнейшем полученные знания могут быть использованы по профилю профессиональной деятельности руководителя производства, инженера-конструктора, инженера-технолога, инженера-исследователя, мастера производства или техника.

В этом пособии представлен основной лекционно-практический материал по разделу «Кинематика» дисциплины «Теоретическая механика».

ТЕМА 1. КИНЕМАТИКА

Основные понятия кинематики. Кинематика точки

Основной задачей кинематики является изучение общих законов движения материальных точек и твердых тел без учета причин, их вызывающих. Кинематика отвечает на вопрос: как движется тело.

Механическое движение – это изменение положения тела в пространстве относительно других тел с течением времени.

Любое механическое движение характеризуется следующими параметрами:

1. Траектория движения – это линия, вдоль которой движется тело. В зависимости от траектории движение может быть прямолинейным и криволинейным.

2. Путь S [м] – это расстояние, пройденное телом вдоль линии траектории (рис. 1):

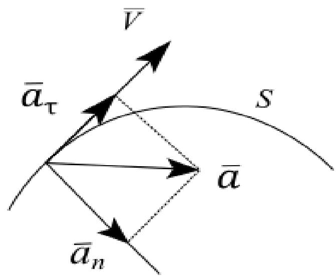


Рис. 1. Кинематические параметры материальной точки

3. Перемещение $\bar{S}$[м] – это направленный отрезок прямой, соединяющий начальное и конечное положение тела.

4. Уравнение движения точки.

Уравнение, определяющее положение движущейся точки в зависимости от времени, называется уравнением движения. Положение точки в каждый момент времени можно определить по расстоянию, пройденному вдоль траектории от некоторой неподвижной точки, рассматриваемой как начало отсчета. Такой способ отсчета называется естественным.

Таким образом, уравнение движения можно представить в виде S=*f*(t). Положение точки можно также определить, если известны ее координаты в зависимости от времени. Тогда в случае движения на плоскости должны быть заданы два уравнения (рис. 2):

$$\begin{cases} x=x(t); \\ y=y(t). \end{cases}$$

В случае пространственного движения добавляется третья координата $z=f_3(t)$. Такой способ задания движения называют координатным:

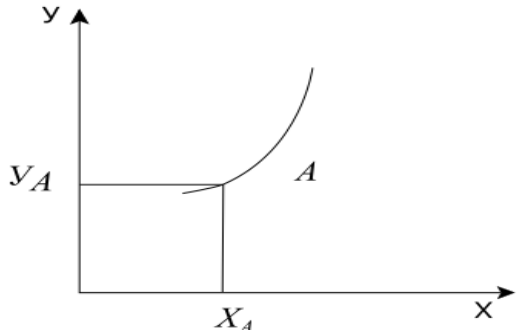


Рис. 2. Координатный способ задания движения точки

5. Скорость $\bar{V}$[м/с] – это векторная величина, характеризующая быстроту изменения пройденного пути за единицу времени. Принято учитывать два типа скоростей (рис. 1):

$$V_{\text{ср}}=\frac{\Delta S}{\Delta t}=\frac{S-S_0}{t-t_0},$$

где $\bar{V}_{ср}$ – средняя скорость на пути ΔS, где ΔS – пройденные путь за интервал времени Δt. Очень часто точка начинает движение из состояния покоя, то есть $t_0=0$, $S_0=0$, тогда можно воспользоваться обычной формулой скорости $V = \frac{S}{t}$.

При рассмотрении малых промежутков времени средняя скорость становится равной истинной (мгновенной) скорости движения в данный момент поэтому скорость определяют, как производную пути по времени.

$$V = \frac{dS}{dt} = S'.$$

6. Ускорение точки $\bar{a}$[м/с^2] – векторная величина, характеризующая быстроту изменения скорости по величине и направлению (рис. 1).

Касательное ускорение α_τ, – это величина, которая характеризует быстроту изменения величины скорости за единицу времени:

$$a_\tau = \frac{dV}{dt} = V' = S'';$$

$$a_\tau = \frac{V - V_0}{t}.$$

Касательное ускорение всегда направлено по линии вектора скорости.

Нормальное ускорение α_n – это величина, которая характеризует изменение направления вектора скорости:

$$a_n = v^2/r,$$

где r – радиус кривизны траектории.

Нормальное ускорение всегда направлено по радиусу к центру кривизны траектории. Для случая прямолинейного движения $a_\tau = a = 0$, для криволинейного $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$.

Виды движения точки в зависимости от скорости и ускорения

1) Равномерное – это движение точки с постоянной по величине скоростью, которое характеризуется следующими величинами:

$$V=s/t=const;$$

$$s=vt;$$

$$a_\tau=0;$$

$$a_n=v^2/r.$$

Равномерное движение можно изобразить при помощи кинематических графиков (рис. 3).

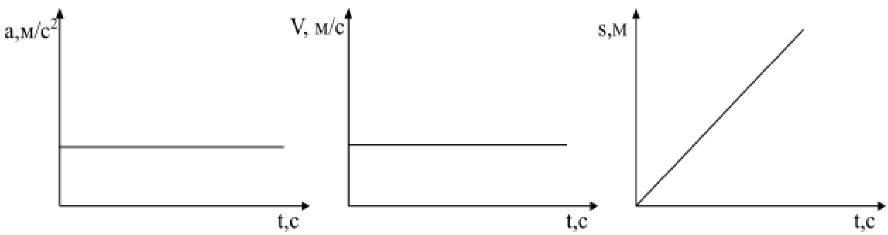


Рис. 3. Кинематические параметры равномерного движения точки

Уравнение (закон) движения точки при равномерном движении можно получить, проделав ряд несложных операций. Так как V=const, закон равномерного движения в общем виде является уравнением прямой: $S=S_0+Vt$, где S_0 – путь, пройденный до начала отсчета.

2) Равнопеременное (равноускоренное, равнозамедленное) – это движение точки с постоянным касательным ускорением.

Оно характеризуется следующими величинами:

$$|a_\tau|=const;\ a_\tau=\frac{v-v_0}{t};v=v_0+a_\tau t;\ s=v_0t+\frac{a_\tau t^2}{2};\ s=\frac{v^2-v_0^2}{2a_\tau}.$$

Равнопеременное движение можно изобразить при помощи кинематических графиков (рис. 4).

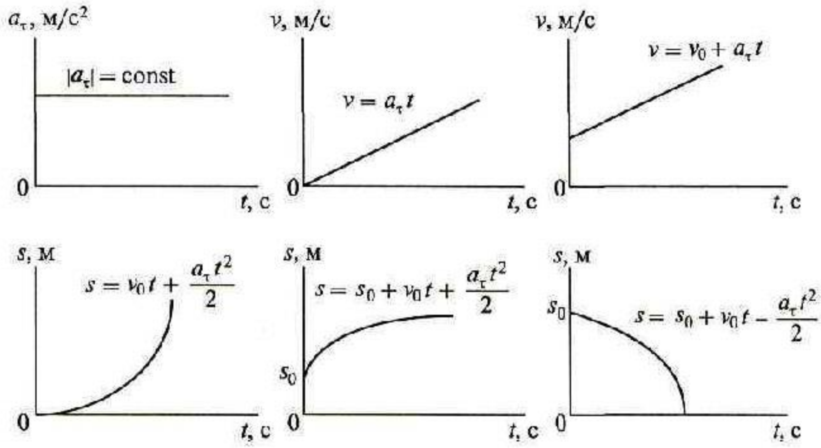


Рис. 4. Кинематические параметры равнопеременного движения точки

3) Неравномерное движение – это движение, при котором численные значения скорости и ускорения меняются. Уравнение неравномерного движения в общем виде представляется как уравнение третьей и выше степени. S=f(t^3). В этом случае в ходе решения часто используют принцип аддитивности (суперпозиции) представления траектории п. 1)., 2)., предварительно разбивая неравномерные временные интервалы.

Примеры с решениями [1–7]

Пример № 1. Дано уравнение движения точки: $S=0{,}36t^2+0.18t$. Определить скорость точки в конце третьей секунды движения и среднюю скорость за первые 3 секунды.

Решение:

1. Уравнение скорости в общем виде:

$$V = \frac{dS}{dt};$$

$$S'=2\cdot 0{,}36t+0{,}18=0{,}72t+0{,}18.$$

2. Скорость в конце третьей секунды:

$$V(3) = 0{,}72 \cdot 3 + 0{,}18 = 2{,}34 \text{ м/с.}$$

3. Средняя скорость:

$$V_{ср}=\frac{\Delta S}{\Delta t};$$

$$V_{ср}= (0{,}36 \cdot 3^2 + 0{,}18 \cdot 3)/3 = 1{,}26 \text{ м/с.}$$

Пример № 2. Материальная точка движется по кривой с радиусом $r = 10$ м в естественных координатах $S=2{,}5t^2+1{,}2t+2{,}5$.

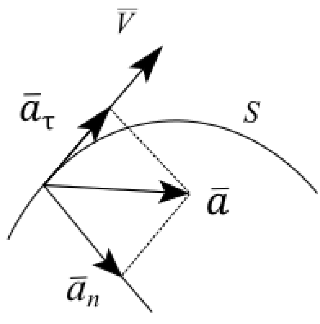


Рис. 5. Касательное и нормальное ускорения движения точки

Определить полное ускорение точки в конце второй секунды движения и указать направление касательной и нормальной составляющих ускорения в произвольно выбранной точке движения.

Решение:

1. Уравнения касательного ускорения и скорости определяется в общем виде так:

$$a_\tau = \frac{dV}{dt};$$

$$V = \frac{dS}{dt}=2\cdot2{,}5t+1{,}2=5t+1{,}2.$$

Касательное ускорение: a_τ=V′=5м/с^2, то есть касательное ускорение не зависит от времени и оно постоянно.

2. Нормальное ускорение в общем виде $a_n=\frac{V^2}{r}$. Величина скорости на второй секунде и нормального ускорения равны:

$$V(2)=5\cdot2+1{,}2=11{,}2 \text{ м/с};$$

$$a(2)=\frac{11{,}2^2}{10}=12{,}54 \text{ м/с}^2.$$

3. Полное ускорение в общем случае $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$ и в конце 2 секунды:

$$a(2)=\sqrt{5^2+12{,}54^2}=13{,}5 \text{ м/с}^2.$$

4. Нормальное ускорение направлено перпендикулярно скорости к центру кривизны окружности.

Касательное ускорение направлено по касательной к кривой и совпадает по направлению с направлением скорости, так как касательное ускорение – положительная величина (скорость растет) (рис.5).

Пример № 3. По заданному закону движения из состояния покоя S= 10+20t-5t^2 определить вид движения, начальную скорость и касательное ускорение точки, время до остановки.

Решение:

1. Вид движения: равнопеременное $S=S_0+V_0t+\frac{a_\tau t^2}{2}$.

2. При сравнении уравнений очевидно, что:

2.1. Начальный путь, пройденный до начала отсчета $S=10+20\cdot0-5\cdot0^2=10$ м.

2.2. Начальная скорость $V=\frac{dS}{dt}=20-5\cdot0^2=20$ м/с.

2.3. Постоянное касательное ускорение $a_\tau/2=-5$ м/с^2; $a_\tau=-10$ м/с^2.

2.4. Ускорение отрицательное значит, движение равнозамедленное, ускорение направлено в сторону, противоположную направлению скорости движения.

3. Можно определить время, при котором скорость точки будет равно нулю:

$$V=S'=20-2\cdot5t=0\Rightarrow t=20/10=2\text{с}.$$

Примечание: если при равнопеременном движении скорость растет, значит, ускорение – положительная величина, график пути – вогнутая парабола. При торможении скорость падает, ускорение направленно в сторону, противоположную скорости, и будет отрицательной величиной, график пути – выпуклая парабола.

Пример № 4. Самолет приземляется со скоростью 108 км/ч. Проехав 100 м, он остановился. Считая движение самолета прямолинейным равнозамедленным, определить его начальную скорость и ускорения.

Решение:

Поскольку движение самолета равнозамедленное, то касательное ускорение $a_\tau=const$. Уравнения скорости и траектории:

$$V=V_0+a_\tau t;$$

$$S = S_0 + V_0 t + \frac{a_\tau t^2}{2}.$$

Начальные условия S_0=0, $V_0 = \frac{108000}{3600} = 30\,{}^{\text{м}}/_{\text{с}}$.

Время движения самолета к остановке и пройденный им путь определим, принимая конечные условия движения:

$$t = t_1,\ V = V_0,\ S = S_1 = 100\text{ м}$$

при

$$0 = V_0 + a_\tau t_1;$$

$$S_1 = V_0 t_1 + \frac{a_\tau t_1^2}{2}.$$

Тогда:

$$t_1 = \frac{V_0}{-a_\tau};$$

$$S_1 = \frac{V_0^2}{-a_\tau} + \frac{a_\tau V_0^2}{2(a_\tau)^2} = \frac{V_0^2}{-2a_\tau};$$

$$a_\tau = -\frac{V_0^2}{-2S_1} = -\frac{30^2}{2 \cdot 100} = -4{,}5\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Пример № 5. Уравнение движения тела имеет вид $x = 5t + 0{,}8t^3$. Определить ускорение a_0 и скорость тела v_0 в начальный момент времени, а также среднее ускорение $a_{\text{ср}}$ за первые 5 секунд движения.

Решение:

Составим уравнения скорости и ускорения движения тела в общем виде:

$$V = \frac{dx}{dt} = 5 + 0{,}8 \cdot 3t^2;$$

$$a = \frac{dV}{dt} = 2{,}4 \cdot 2t = 4{,}8t.$$

Подставив в (1) и (2) t=0, найдем v_0=5 м/с, a_0=0 м/с^2.

Среднее ускорение находим по формуле $a_{\text{ср}} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_t - V_0}{t}$, в которой скорость в момент времени t=5с определяем из формулы уравнения скорости в общем виде, подставляя это численное значение времени $V_t = V_5 = 5 + 2{,}4 \cdot 5^2 = 65\ ^{\text{м}}/_{\text{с}}$. И окончательно, среднее ускорение $a_{\text{ср}} = \frac{65-5}{5} = 12\ ^{\text{м}}/_{\text{с}^2}$.

Задания для самостоятельного решения [1, 4, 7, 9]

1. Уравнения движения материальной точки заданы координатным способом:

$$x = 2\cos(\frac{\pi t^2}{3}) - 2;$$

$$y = -2\sin(\frac{\pi t^2}{3}) + 3.$$

Установить вид траектории, вычислить координаты точки, подставив время в осях x и y. Вычислить значения скорости в проекциях на декартовы оси координат. Определить полную скорость.

2. По заданному закону движения $S = 10+20t-5t^2$ определить вид движения, начальную скорость и касательное ускорение точки, время до остановки.

3. Движение точки задано уравнениями $x = 5t$; $y = 2t - 3t^2$, (x, y – см, t – с). Определить радиус кривизны траектории в те моменты, когда она пересекает ось Ox.

4. Как изменятся касательное и нормальное ускорения при прохождении точки через криволинейные участки траектории *B* и *C*? Скорость движения считать постоянной. Радиус участка *AB*=15 м, радиус участка *BC*=7 м. (рис. 6).

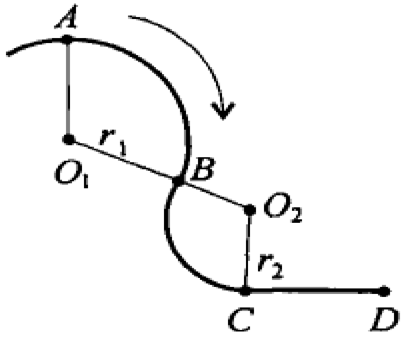


Рис. 6. Криволинейная траектория движения точки

ТЕМА 2. ПРОСТЕЙШИЕ ВИДЫ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

К простейшим движениям твердого тела относится поступательное и вращательное движение.

Поступательное движение твердого тела – это такое движение, при котором прямая, проведенная в теле между любыми двумя точками, перемещается параллельно самой себе.

При поступательном движении все точки тела движутся одинаково: скорости и ускорения в каждый момент одинаковы. Поэтому для описания движения тела можно рассматривать движение одной его точки, обычно центра масс.

Поступательное движение может быть прямолинейным и криволинейным (рис. 7).

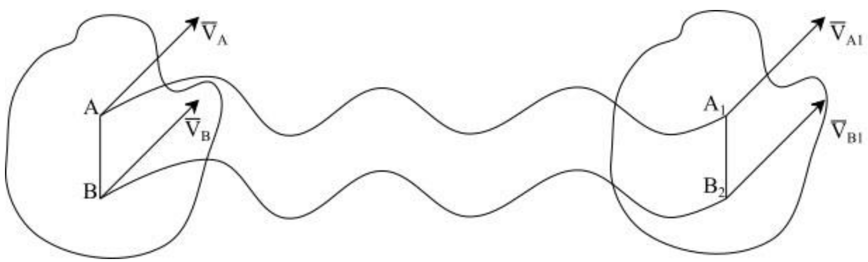


Рис. 7. Поступательное движение твердого тела*

**Примечание.* $AB=A_1B_1$ $AB \parallel A_1B_1$ $\bar{V}_A=\bar{V}_B$ $S_A=S_B$

В качестве примера прямолинейного поступательного движения приведем перемещение проходного резца токарного станка относительно обрабатываемой заготовки, а криволинейного – движение заготовки, закрепленной в шпинделе станка, относительно своей продольной оси симметрии (рис. 8).

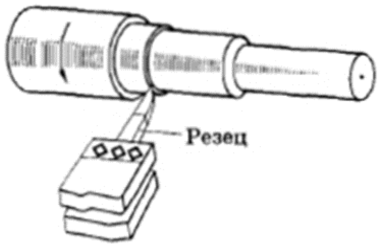


Рис. 8. Прямолинейное движение резца и криволинейное движение заготовки

Работа большинства машин и механизмов основана преимущественно на вращательном движении.

Вращательным движением твердого тела вокруг неподвижной оси называется такое движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, лежащим в плоскостях, перпендикулярных оси вращения, с центрами на этой оси.

Любое вращательное движение характеризуется следующими параметрами (рис. 9[1]):

1) φ[рад] – угол поворота, или угловое перемещение (1 рад = 57,3°). Для определения положения тела в любой момент времени используется уравнение: траектории $\varphi=\varphi(t)$.

2) $\omega_{ср}=\Delta\varphi/\Delta t$[рад/с] – средняя угловая скорость (характеризует изменение угла поворота за единицу времени).

Текущее значение угловой скорости $\omega = \varphi/t$.

Для определения истинной угловой скорости можно пользоваться выражением $\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \varphi'$.

[1] URL: https://present5.com/presentation/3/32046454_132132144.pdf-img/32046454_132132144.pdf-65.jpg

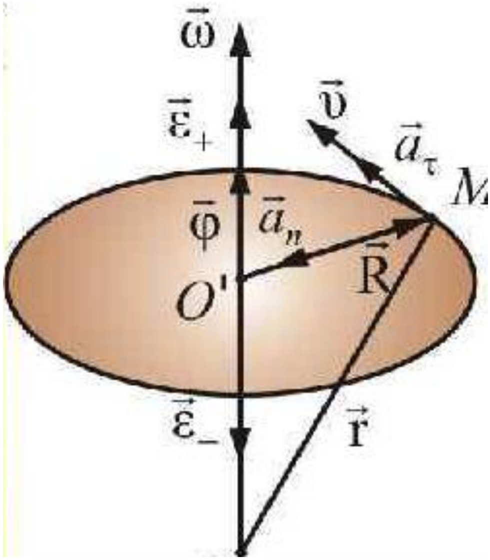


Рис. 9. Кинематические параметры вращательного движения

Угловое ускорение – это величина, которая характеризует изменение угловой скорости за единицу времени:

$$\varepsilon = \frac{(\omega - \omega_0}{t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} \quad [\text{рад/с}^2].$$

Иногда для оценки быстроты вращения используют угловую частоту вращения n [об/мин].

Угловая скорость и частота вращения физически близкие величины:

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi n}{30}$$

Виды вращательного движения твердого тела в зависимости от скорости и ускорения:

1) ***равномерное*** – это движение тела с постоянной угловой скоростью:

$$\omega = \varphi/t = const;$$

$$\varphi = \omega t;$$

$$\varepsilon = 0.$$

Линейные скорости и ускорения точек равномерно вращающегося тела определяются по формулам:

$$V=\omega r;$$

$$a_\tau = 0;$$

$$a_n = \omega^2 r.$$

Кинематические графики для этого вида движения выглядят следующим образом (рис. 10).

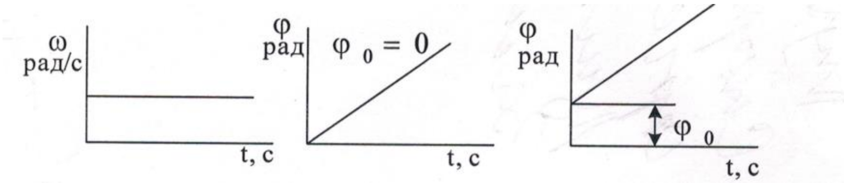


Рис. 10. Кинематические графики равномерного вращательного движения

2) ***равнопеременное*** – это движение с постоянным угловым ускорением:

$$\varepsilon = (\omega - \omega_0)/t = \text{const};$$

$$\varphi = \omega_0 t + \varepsilon t^2/2;$$

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t.$$

Линейные скорости и ускорения точек при равнопеременном вращении тела определяются по формулам:

$$V = V_0 + a_\tau t;$$

$$V = \omega_0 r + \varepsilon t r = r(\omega_0 + \varepsilon t);$$

$$a_\tau = \varepsilon r;$$

$$a_n = \omega^2 r;$$

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

Угловое ускорение при ускоренном движении – величина положительная; угловая скорость будет все время возрастать. Угловое ускорение при замедленном движении – величина отрицательная, и угловая скорость убывает (рис. 11)[2].

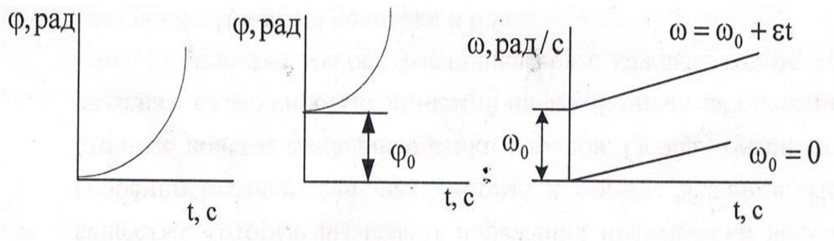


Рис. 11. Кинематические графики равнопеременного вращательного движения

Примеры с решениями [1–7]

Пример № 1.

По заданному графику угловой скорости определить вид вращательного движения (рис. 12).

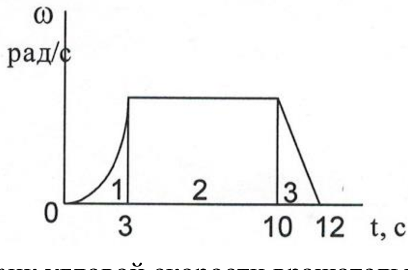


Рис. 12. График угловой скорости вращательного движения

1. Участок 1 – неравномерное ускоренное движение, $\omega=\varphi^{I}>0$; $\varepsilon=\omega^{I}>0$.

---

[2] URL: https://present5.com/presentation/63263628_346205858 /image-13.jpg

2. Участок 2 – скорость постоянна – движение равномерное ω=const.

3. Участок 3 – скорость равнозамедленная – равнозамедленное движение;

$\varepsilon=\omega^{I}<0$.

Пример № 2.

Тело вращалось равноускоренно из состояния покоя и сделало 360 оборотов за 2 минуты. Определить угловое ускорение.

Решение:

1. Один оборот равен 2π радиан, Следовательно, 360 оборотов=720π рад, $\varphi=720\pi$ рад.

2. Закон равнопеременного вращательного движения:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}.$$

В данном случае $\varphi_0=0$; $\omega_0=0$. Следовательно, $\varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2}$, откуда $\varepsilon = \frac{2\varphi}{t^2}$.

3. Угловое ускорение равно $\varepsilon = \frac{2\cdot 720\pi}{120^2} = 0{,}314$ рад/с^2.

Пример № 3.

Тело вращалось с угловой частотой 1200 об/мин. Затем движение стало равнозамедленным, и за 30 секунд скорость упала до 900 об/мин. Определить число оборотов тела за это время и время до полной остановки.

Решение:

1. Построим график изменения скорости за 30 секунд. Для чего определяем угловые скорости вращения тела в начале пути и за 30 секунд движения (рис. 13):

$$\omega_0 = \frac{1200\pi}{30} = 40\pi \text{ рад/с};$$

$$\omega = \frac{900\pi}{30} = 30\pi \text{ рад/с}.$$

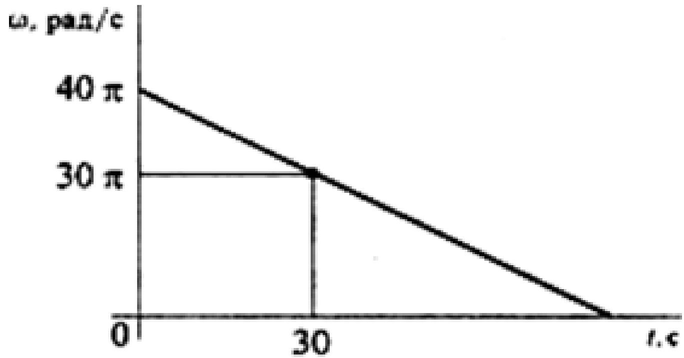


Рис. 13. График изменения скорости за 30 секунд

Определяем угловое ускорение:

$$\varepsilon=\frac{\omega-\omega_0}{t}=\frac{30\pi-40\pi}{30}=1/3\pi \text{ рад/с}^2.$$

Определяем угол поворота за прошедшее время:

$$\varphi=\varphi_0+\omega_0 t+\frac{\varepsilon t^2}{2};\ \varphi_0=0; \quad \varphi=40\pi\cdot 30-\frac{1\pi\cdot(30)^2}{3\cdot 2}=1050\pi\text{рад}.$$

Тогда число оборотов за 30 секунд движения вычисляем по формуле:

$$N=\frac{\varphi}{2\pi}=\frac{1050\pi}{2\pi}=525 \text{ об.}$$

2. Определяем время до полной остановки. Угловая скорость при остановке тела равна нулю, $\omega=0$.

Таким образом, из уравнения равнозамедленного движения $\omega=\omega_0+\varepsilon t=0$, тогда $t_{ост}=\frac{40\pi\cdot 3}{\pi}=120$с.

Пример № 4.

Маховое колесо вращается равномерно со скоростью 120 об/мин. Радиус колеса 0,3 м. Определить скорость и полное ускорение точек на ободе колеса, а также скорость точки, находящейся на расстоянии 0,15 м от центра (рис. 14).

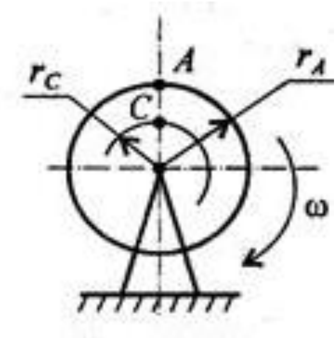


Рис. 14. Вращение махового колеса

Решение:

1. Угловая скорость определится из формулы:

$$\omega=\frac{\pi n}{30}=\frac{3.14\cdot 120}{30}\approx 12{,}56 \text{ рад/с.}$$

2. Линейная скорость на ободе колеса в точке А

$$V_A=\omega r_A=12{,}56\cdot 0{,}3=3{,}77 \text{ м/с.}$$

3. Линейная скорость в точке С

$$V_c=\omega r_c=12{,}56\cdot 0{,}15=1{,}88 \text{ м/с.}$$

4. Угловое ускорение при данном виде движения $\varepsilon=\omega'=0$ и касательное ускорение точки А$a_{\tau A}=0$, значит, нормальное ускорение точки А

$$a_{nA}=\omega^2 r_A=12.56^2\cdot 0.3=47{,}33 \text{ м/с}^2.$$

5. Полное ускорение точек на ободе колеса будет вычислено по формуле:

$$a_A=\sqrt{a_{\tau A}^2+a_{nA}^2};$$

$$a_A=a_{nA}=47{,}33 \text{ м/с}^2.$$

Задания для самостоятельного решения [1, 4, 5, 6, 7, 9]

1. Маховое колесо вращается равномерно со скоростью 150 об/мин. Радиус колеса 0,5 м. Определить скорость и полное ускорение точек на ободе колеса и скорость точки, находящейся на расстоянии 0,25 м от центра.

2. Вал электромотора вращается равномерно с частотой $n=1200$ об/мин. После выключения рубильника вал остановился из-за трения в подшипниках, сделав $N=100$ оборотов. Определить угловое ускорение ε, считая его постоянным.

3. Стержень вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi=2t-1$, по стержню движется точка по закону $s=4t+4$. Определите траекторию абсолютного движения точки, и ее положение в момент времени 11 с.

4. Маховое колесо начинает вращаться из состояния покоя, и через 39 мин после начала движения оно имеет угловую скорость 118 об/мин. Сколько оборотов сделало колесо за 8 мин.?

5. Ротор электродвигателя вращается со скоростью, описываемой уравнением $\omega = 2\pi t$. Определить вид движения.

6. Тело начало вращаться из состояния покоя, и через 25 с его угловая скорость стала равной 37 рад/с. С этой угловой скоростью тело вращалось равномерно 12 с, а после этого – равнозамедленно в течение 7 с до полной остановки.

Определить:

1) число оборотов и среднюю угловую скорость тела за все время вращения;
2) окружную скорость точек тела, расположенных на расстоянии $r = 0,5$ м от оси вращения тела через 7 с после начала движения.

7. Точка *A,* лежащая на ободе равномерно вращающегося шкива, движется со скоростью V= 2,77 м/с и нормальным ускорением a_n = 500 см/с^2. Определить радиус шкива ОА и величину угловой скорости (рис. 15):

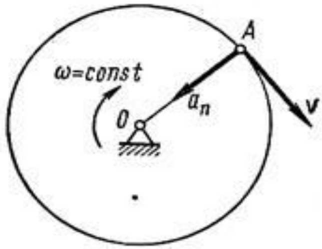


Рис. 15. Схема распределения скорости
и нормального ускорения

8. Шарик движется по окружности радиусом 0,05 м с постоянным тангенциальным ускорением 5 см/с^2. Определить:

1) угловую скорость шарика к концу пятого оборота;

2) нормальное ускорение к концу пятого оборота;

3) полное ускорение.

ТЕМА 3. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ

В некоторых случаях движущиеся тела, которые принимаются за материальные точки, могут совершать сложное движение, например, движение человека в вагоне движущегося поезда.

Сложное движение точки – это движение точки относительно неподвижной системы координат.

Скорость сложного движения называется абсолютной скоростью.

Сложное движение точки складывается из переносного движения, т. е. движения подвижной системы координат относительно неподвижной, например, движение, поезда относительно Земли, и относительного движения, т. е. движения точки относительно подвижной системы координат, например, движение лодки относительно течения реки.

Но при решении задач кинематики параллелограмм скоростей *Мпао* обычно рассматривается как вспомогательный чертеж, а модуль и направление искомой скорости определяется аналитически или графо-аналитически с использованием треугольников *Мпа, Моа*. При этом искомой величиной может быть не только $V_{абс}$, но и проекции$V_{отн}$, $V_{пер}$.

Таким образом, скорость абсолютного движения точки равна векторной или скалярной сумме скоростей переносного и относительного движения (рис.16):

$$\overline{V}_{абс}=\overline{V}_{пер}+\overline{V}_{отн}=\sqrt{V_{пер}^2+V_{отн}^2+2V_{пер}V_{отн}\cos\alpha}\text{- –}$$

теорема сложения скоростей.

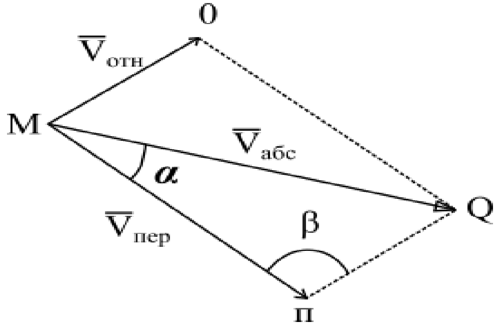


Рис. 16. Графическое представление абсолютной скорости сложного движения точки

Примеры с решениями [1–7]

Пример № 1.

Автомобиль движется по шоссе с переносной скоростью $V_{пер}$=40 км/ч. Вертикальные капли дождя оставляют на боковом стекле автомобиля след под углом $\boldsymbol{\alpha}$=30^0 к вертикали. Определить скорость капель относительно Земли $V_{абс}$ (рис. 16).

Решение:

Определим относительную скорость капель $V_{отн}$ – скорость капель в подвижной системе отсчета. Относительная скорость капель представляет собой гипотенузу прямоугольного треугольника.

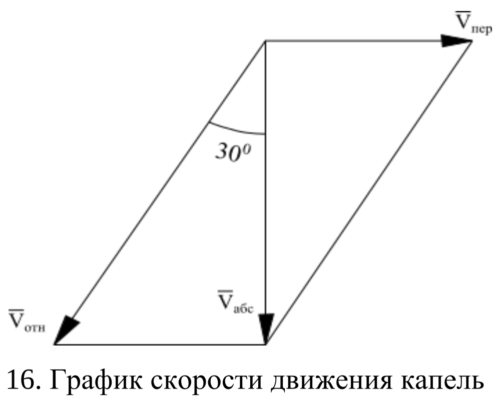


Рис. 16. График скорости движения капель

$V_{отн}=V_{пер}/\sin 30^0=40/0{,}5=80$ км/ч.

Абсолютная скорость капель составляет:

$$V=\sqrt{V_{отн}^2-V_{пер}^2}=\sqrt{80^2-40^2}=68\ \text{км/ч}.$$

Пример № 2.

Моторная лодка должна переплыть на другой берег по кратчайшему расстоянию из точки А в точку В, расположенную на противоположной стороне. АВ=l=250 м. Определить, под каким углом α к прямой АВ должна плыть лодка и сколько времени займет переправа, если скорость течения реки $V_{пер}$=10 м/мин (переносная скорость). Скорость лодки относительно воды $V_{отн}$=20 м/мин.

Решение:

Определяем углы между $V_{пер}$ и $V_{отн}$

$$\sin\alpha=\frac{V\text{пер}}{V\text{отн}}=\frac{10}{20}=0{,}5;$$

$$\alpha=30°.$$

Абсолютная скорость лодки определится так:

$$V=\sqrt{V_{отн}^2-V_{пер}^2}=\sqrt{20^2-10^2}=17{,}3\,\frac{\text{м}}{\text{мин}};$$

$$t=l/V=250/17{,}3=14{,}5\ \text{мин}.$$

Пример № 3.

С какой скоростью и по какому курсу должен лететь самолет, чтобы за время t=2 часа пролететь расстояние S=300 км точно на Север. Во время полета дует северо-западный ветер со скоростью V=27 км/ч, направленный под углом $\propto=30^0$ к меридиану (рис. 17).

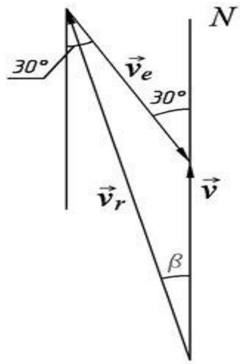


Рис. 17. Курсовое распределение скоростей движения самолета

Решение:

Скорость самолета по отношению к Земле – абсолютная скорость будет равна

$$V=S/t=300/2=150 \text{ км/ч}.$$

Переносная скорость – это скорость ветра $V_{пер}$=27 км/ч.

Относительную скорость определяем по теореме косинусов (параллелограмм скоростей):

$$V_{\text{отн}} = \sqrt{V_{\text{пер}}^2 + V^2 - 2V \cdot V_{\text{пер}} \cos 150^\circ} =$$

$$\sqrt{27^2 + 150^2 + 2 \cdot 27 \cdot 150 \cdot 0{,}87} = 174 \text{ км/ч} = 48 \text{ м/с}.$$

Курс самолета вычисляется по теореме синусов

$$\frac{\sin\beta}{V_{\text{пер}}} = \frac{\sin 150^\circ}{V_{\text{отн}}};$$

$$\sin\beta = \frac{V_{\text{пер}}}{V_{\text{отн}}} \sin 150^\circ \frac{27}{174} 0{,}87 = 0{,}13;$$

$$\beta \approx 7^\circ.$$

Пример № 4.

От одного берега реки к другому плывет лодка, держа курс перпендикулярно к берегам. Ширина реки 800 м; лодка достигает противоположного берега через 24 мин после начала переправы. За это время лодку сносит вниз по течению на расстояние 600 м.

Определить скорость течения реки, собственную скорость лодки, скорость лодки относительно берегов.

Скорость течения у берегов и на середине реки считать одинаковой (рис. 18).

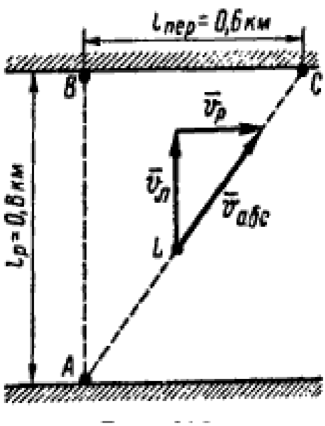


Рис. 18. Схема движения лодки относительно берегов в текущий момент времени

Решение:

1. Представим чертеж движение лодки. Лодка отплывает из точки А на правом берегу. При отсутствии течения она подошла бы к левому берегу в точке В. Ширину реки представим в более удобных единицах измерения АВ=$l_р$=800 м=0,8 км. Но лодку сносит вниз по течению – переносное движение на расстояние ВС=$l_{пер}$=600 м=0,6 км, и движение – абсолютное

движение лодки относительно берегов соответствует гипотенузе АС. Обозначим символом L текущее положение лодки через определенное время после начала движения. Скорость лодки относительно берегов – абсолютная скорость $V_{абс}$ – направлена вдоль прямой АС и суммируется из собственной скорости $V_л$, сообщаемой гребным винтом или веслами, и из переносной скорости течения реки $V_р$.

2. При отсутствии течения реки лодка будет перемещаться относительно берегов так же, как и относительно воды, по прямой АВ и ее движение опишется уравнением

$$l_р = V_л t,$$

где t – время переправы (t=24 мин=0,4 ч).

Вычисляем собственную скорость лодки (скорость лодки относительно воды – относительную скорость)

$$V_л = l_р/t = 0{,}8/0{,}4 = 2 \text{ км/ч}.$$

3. Если лодка плывет по течению реки, ее движение соответствует уравнению

$$l_{пер} = V_р t.$$

Тогда скорость течения реки составит

$$V_р = l_{пер}/t = 0{,}6/0{,}4 = 1{,}5 \text{ км/ч}.$$

4. Из прямоугольного треугольника скоростей (рис. 18) вычисляем абсолютную скорость – скорость лодки относительно берегов

$$V_{абс} = \sqrt{\left(V_л^2 + V_р^2\right)} = \sqrt{2^2 + 1{,}5^2} = 2{,}5 \ {}^{км}/_{ч}.$$

Задания для самостоятельного решения [1, 4, 5, 6, 7, 9]

1. Корабль плывет на север со скоростью 58,7 км/ч. Второй корабль идет курсом на северо-восток со скоростью 31,2 км/ч. Найти величину направления скорости другого корабля, определяемую наблюдателем, который находится на палубе этого корабля.

2. Прямая движется поступательно со скоростью V_1, перпендикулярной к AB, а прямая CD – поступательно со скоростью V_2, перпендикулярной к CD.Найти величину скорости точки M пересечения этих прямых, если угол между ними равен α.

3. Найти условия, при которых в сложном движении точки справедливы соотношения $\frac{dV_{\text{отн}}}{dt} = a_{\text{отн}}, \frac{dV_{\text{пер}}}{dt} = a_{\text{пер}}$.

4. Показать, что в сложном движении точки всегда выполнено равенство $\frac{dV_{\text{отн}}}{dt} - \frac{dV_{\text{пер}}}{dt} = a_{\text{отн}} - a_{\text{пер}}$.

5. По реке с запада на восток по параллели 65° северной широты со скоростью V= 4,25 м/с плывет плот. Определить абсолютную скорость плота.

6. Маршруты двух самолетов пересекаются над поселком А. Первый самолет летит точно на север, второй самолет – на юго-восток. Скорости V_1 и V_2 обоих лайнеров численно равны (V_1=V_2=V). Определить, чему равна и как направлена в этот момент скорость второго самолета относительно первого (рис. 19).

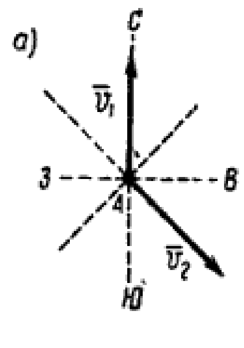


Рис. 19. Курс движения самолётов

ТЕМА 4. ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Плоскопараллельным движением называется такое движение, при котором все точки тела перемещаются в плоскостях параллельно какой-то одной плоскости, называемой основной (рис. 20). Пример такого движения: движение колеса автомобиля на прямом участке пути, движение шатуна кривошипно-шатунного механизма.

Плоскопараллельное движение издается двумя методами:

1) методом разложения плоскопараллельного движения на поступательное и вращательное;

2) методом мгновенных скоростей.

В основе первого метода лежит теорема: всякое плоско параллельное движение может быть получено с помощью одного поступательного и одного вращательного движения.

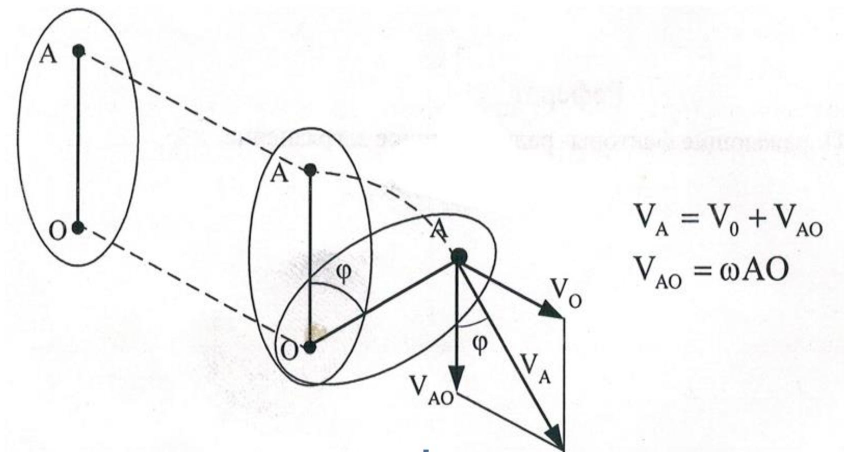


Рис. 20. Плоскопараллельное движение твердого тела

Плоскопараллельное движение тела может осуществляться путем одновременно происходящих вращательных и поступательных движений.

Поступательное движение тела можно считать переносным, а вращательное – относительным. Тогда вектор абсолютной скорости произвольной точки А будет равен скорости поступательного движения другой произвольной точки О плюс скорость вращательного движения точки А относительно точки О:

$$\overline{V_A} = \overline{V}_0 + \overline{V_{AO}},\ V_A = \sqrt{V_O^2 + V_{AO}^2 + 2V_O V_{AO}\,cos\varphi}\ .$$

Точка, вокруг которой происходит относительное вращательное движение, называется полюсом вращения.

Таким образом, скорость любой точки тела при плоскопараллельном движении в данный момент времени равна сумме скорости полюса вращения и вращательной скорости данной точки относительно полюса.

Здесь необходимо определиться с системой отсчета. Так, в приведенных выше примерах, в системе отсчета, связанной с плоскостью соприкосновения, движение катка или колеса является плоскопараллельным, а в системе отсчета, связанной с осью колеса или катка – вращательным. Следовательно, скорость каждой точки колеса в системе отсчета, связанной с землей – абсолютная скорость, согласно закону сложения скоростей, равна векторной сумме линейной скорости вращательного движения – относительной скорости и скорости поступательного движения оси – переносной скорости (рис. 21).

$$\overline{V_B} = \overline{V_{\text{пер}}} + \overline{V_{\text{отн}}}.$$

В основе второго метода лежит понятие мгновенного центра скоростей (МЦС).

МЦС – это точка плоской фигуры, скорость которой в данный момент времени равна нулю.

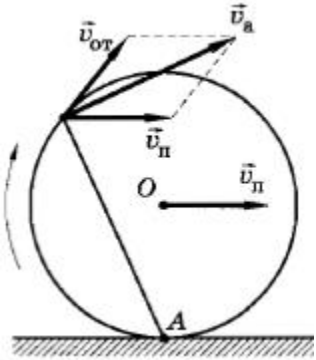


Рис. 21. Схема произвольной точки движения В колеса или катка относительно полюса А

Всегда можно на фигуре найти такую точку. Например, возьмем скорость какой-то точки А, которую примем за полюс вращения. Отложим отрезок АО, перпендикулярный V_A, где $AO = V_A/\omega$, тогда скорость точки О равна $V_O=V_A+V_{OA}$, причем $V_{OA}=\omega AO=(\omega V_A)/\omega V_A$. Таким образом, $V_O=V_A-V_A=0$ (рис. 22).

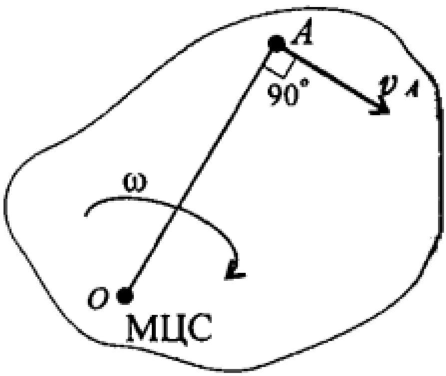


Рис. 22. Общий случай определения МЦС

МЦС всегда лежит на прямой, проведенной из какой-либо точки фигуры, перпендикулярно направлению скорости этой точки. Скорость любой точки фигуры прямо пропорциональна ее расстоянию до МЦС.

Способы нахождения МЦС:

1. Известны угловая скорость и скорость какой-то точки. В этом случае МЦС точки О находится на перпендикуляре, восстановленном из точки А к вектору скорости на расстоянии АО= V_A/ω (рис. 22).

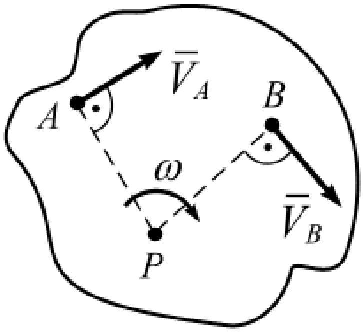


Рис. 23. Определение МЦС для произвольно направленных двух скоростей

2. Известны направления скоростей двух точек $\overline{V_A}$ и $\overline{V_B}$. В этом случае МЦС лежит на пересечении перпендикуляров, восстановленных из точек А и В по отношению к направлениям этих скоростей (рис. 23).

3. Известно, что векторы скорости двух точек $\overline{V_A}$ и $\overline{V_B}$ параллельны друг другу, направлены в одну сторону перпендикулярно отрезку АВ и не равны по величине.

В этом случае МЦС находится в точке пересечения прямой, соединяющей начала векторов $\overline{V_A}$ и $\overline{V_B}$, и прямой, соединяющей их концы (рис. 24).

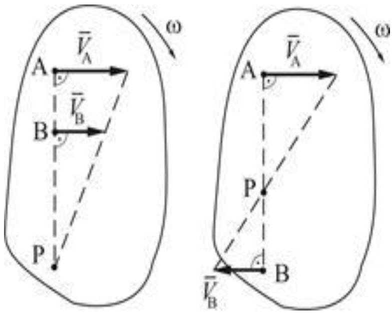


Рис. 24. Определение МЦС при параллельном расположении скоростей

4. Известно, что векторы скорости двух точек $\overline{V_A}$ и $\overline{V_B}$ параллельны друг другу, но направлены в противоположные стороны. В этом случае МЦС находится на пересечении прямых, соединяющих начала и концы векторов скорости (рис. 24).

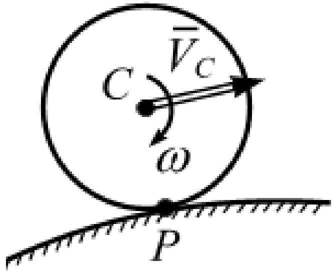


Рис. 25. МЦС плоской скользящей фигуры

5. Известно, что плоская фигура без скольжения катится по неподвижной прямой. В этом случае МЦС находится в точке касания фигуры с прямой Р (рис. 25).

6. Известны две скорости $\overline{V_A}$II$\overline{V_B}$, тогда МЦС уходит в бесконечность и определить его невозможно (рис. 26).

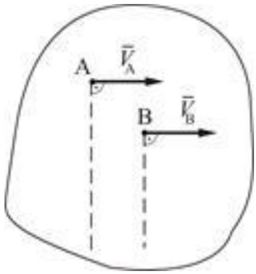


Рис. 26. МЦС для случая параллельно направленных скоростей

Примеры с решениями [1–7]

Пример № 1.

Рассмотрим механизм, в котором стержень ОА вращается вокруг точки О со скоростью ω. Вдоль стержня перемещается поступательно ползун М со скоростью $\overline{V_M}$ (рис. 27).

Определить абсолютную скорость точки М.

Решение:

1. Переносное движение происходит относительно продольной оси стержня со скоростью $V_r=V_M$.

2. Относительное движение стержня – вращение осуществляется в плоскостях YOX, Y_1OX_1 в полярных координатах действия угловой скорости $V_e=\omega OM$.

3. Абсолютная скорость точки М $V_{абс}=\sqrt{V_e^2+V_r^2}$.

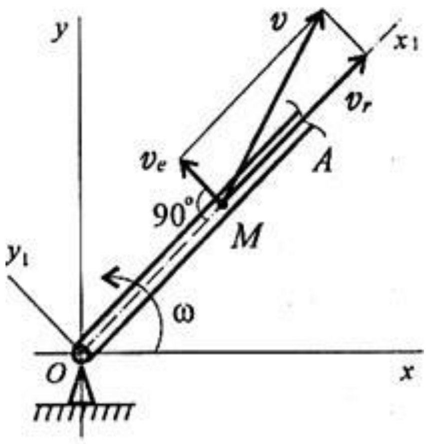


Рис. 27. Вращающийся стержень ОА с поступательно перемещающимся ползуном М

Пример № 2.

Стержень AB (рис. 28) движется в плоскости чертежа, при этом конец A скользит по вертикальной стене, а конец B – по полу. Определить скорость конца стержня B в момент времени, когда стержень составляет с горизонтальной плоскостью угол 30^0, если известно, что скорость конца A в этот момент составила 10 м/с.

Решение:

1 способ. Используем тождественные уравнения метода проекций

$$V_A \cdot \cos 60° = V_B \cos 30°;$$

$$V_B = V_A \frac{\cos 60°}{\cos 30°} = 10 \cdot \frac{0,5}{0,87} = 5,75 \ ^{\text{м}}/_{\text{с}}.$$

Этот способ позволяет определить линейные скорости в граничных точках, но не угловую скорость тела. Выделяя точку С, переходим ко второму способу решения задачи.

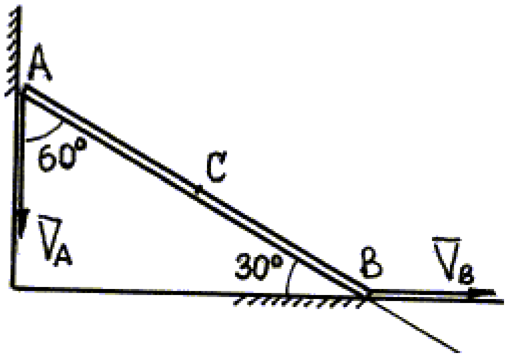


Рис. 28. Схема перемещения стержня AB в горизонтальной и вертикальной плоскостях

2 способ. Используем тождественные уравнения метода проекций

$$V_A \cdot \cos 60° = V_B \cos 30°;$$

$$V_B = V_A \frac{\cos 60°}{\cos 30°} = 10 \cdot \frac{0,5}{0,87} = 5,75 \,{}^{\text{м}}/_{\text{с}}.$$

Этот способ позволяет определить линейные скорости в граничных точках, но не угловую скорость тела. Выделяя точку С, переходим ко второму способу решения задачи.

3 способ. Рассмотрим решение примера с помощью МЦС. Для наглядности вычислим скорость середины *С* стержня и его угловую скорость ω. АВ= 2,0 м.

Решение:

1. Так как направления скоростей точек *A* и *B* (рис. 28, 29) стержня известны, то положение МЦС точки *P* определяем, проведя перпендикуляры *AP* и *BP* к направлениям скоростей $\overline{V_A}$ и $\overline{V_B}$.

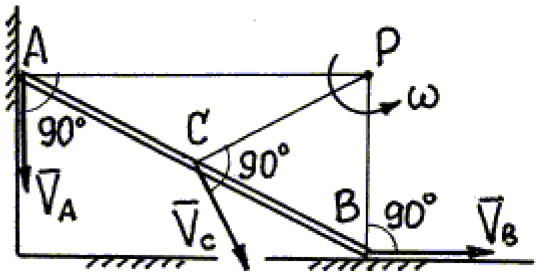


Рис. 29. Графо-аналитическое решение задачи при помощи МЦС

2. Скорость $\overline{V_C}$ направлена перпендикулярно *CP*. Составим уравнения линейных скоростей точек через угловую скорость:

$$V_A = \omega \cdot AP;$$

$$V_B = \omega \cdot BP = AB \cdot \cos 60°;$$

$$V_c = \omega \cdot C\text{P}.$$

3. Определим угловую скорость перемещения стержня

$$\frac{\omega}{AP} = \frac{10 \cdot 2}{2\sqrt{3}} = 5,78 \,{}^{\text{рад}}/_{\text{с}}.$$

4. Вычислим оставшиеся линейные скорости по формулам п. 2:

$$V_B = 5{,}78 \cdot 1{,}0 = 5{,}78\, {}^{\text{м}}/_{\text{с}};$$
$$V_C = 5{,}78 \cdot 1{,}0 = 5{,}78\, {}^{\text{м}}/_{\text{с}}.$$

Пример № 3.

Стержень АВ перемещается вниз и вправо, соприкасаясь со стеной и полом. Длина стержня 1,5 м в момент, изображенный на чертеже, скорость точки Vв=6 м/с. Найти скорость точки А (рис. 30).

Решение:

1. Найдем положение МЦС. Скорости точек А и В направлены вдоль стены вертикально вниз и вдоль пола горизонтально вправо. Проецируем перпендикуляры к векторам скоростей и определяем МЦС.

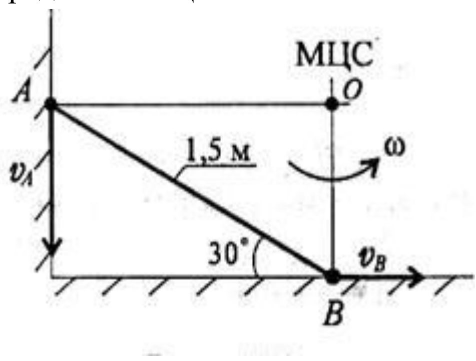


Рис. 30. Схема перемещения стержня АВ в горизонтальной и вертикальной плоскостях

2. По известной скорости $\overline{V}_{\text{в}}$ определяем угловую скорость ω стержня относительно МЦС:

$$\omega = \frac{V_B}{OB{\cdot}AB\sin 30°} = \frac{6}{0.75} = 8\ \text{рад/с}.$$

3. Определяем скорость точки А:

$$V_A = \omega \cdot OA = \omega \cdot AB \cdot \cos 30^o = 8 \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}87 = 9{,}31 \text{м/с}.$$

Пример № 4.

Колесо радиуса r катится без скольжения по неподвижной плоскости (рис. 31). Поступательная скорость центра симметрии колеса $\overline{V_o}$.

Определить скорости точек V_A, V_B, V_C.

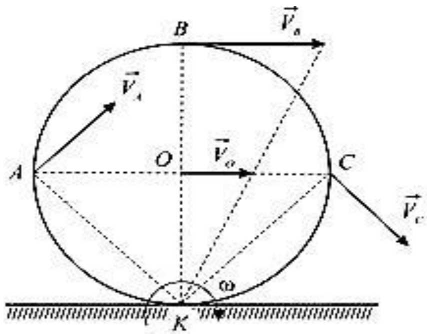


Рис. 31. Схема движения колеса по неподвижной плоскости

Решение:

МЦС располагается в точке касания К колеса и дороги. Зная скорость точки симметрии $\overline{V_o}$, находим угловую скорость колеса из соотношения

$$\omega = \frac{V_o}{OK} = \frac{V_o}{r}.$$

По формуле Эйлера определяем указанные скорости точек колеса на его образующей:

$$V_A = \omega \cdot AK = \sqrt{2} \cdot V_o;$$
$$V_B = \omega \cdot BK = 2 \cdot V_o;$$
$$V_C = \omega \cdot CK = \sqrt{2} \cdot V_o,$$

где ВК=2r, $AK = CK = \sqrt{KO^2 + OA^2} = \sqrt{r^2 + r^2} = r\sqrt{2}.$

Задания для самостоятельного решения [1, 4, 7, 9]

1. Рейка движется плоскопараллельно. В текущее время угловая скорость рейки составляет ω=1 рад/с, проекция на ось x скорости точки А рейки равна $V_A = 500\ ^{\text{см}}/_{\text{с}}$. Скорость точки В образует с осью x угол α=30º. Определить модули скоростей точек V_A и V_B , если $AB = 2\sqrt{2}$м (рис. 32).

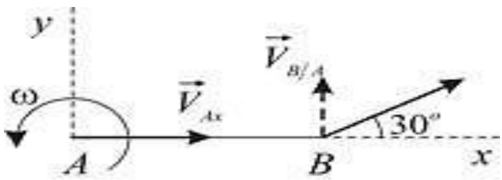


Рис. 32. Схема плоскопараллельного перемещения рейки

2. Пластины движутся параллельно в разные стороны со скоростями V_1= 12,7 м/с и V_2= 7,7 м/с. Между пластинами зажат диск радиусом *r* = 0,85 м, по ним без скольжения. Определить угловую скорость диска и линейную скорость его центра (рис. 33).

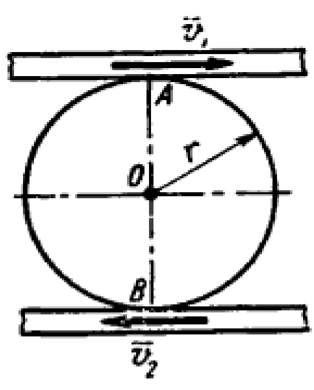


Рис. 33. Схема плоскопараллельного перемещения пластин и диска

ТЕМА 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ОТНОШЕНИЙ РАЗЛИЧНЫХ ПЕРЕДАЧ

Передаточное отношение – основная кинематическая характеристика любой передачи. Передаточные отношения определяются при помощи тех или иных геометрических элементов звеньев передачи. Найденное его значение выражает отношение угловых скоростей или чисел оборотов ведомого и ведущего звеньев:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}.$$

Передаточное отношение составной передачи – передачи, составленной из нескольких простейших передач, равно произведению их передаточных отношений:

$$i_{1n} = i_{12} \cdot i_{23} \cdot i_{34\ldots\ldots\ldots} \cdot i_{(n-1)n.}$$

Передаточное отношение между двумя элементами считается положительным, если оба элемента вращаются в одну сторону, например, пара зубчатых цилиндрических колес с внутренним зацеплением. Передаточное отношение между двумя элементами считается отрицательным, если оба элемента вращаются в противоположные стороны, например, пара зубчатых цилиндрических колес с внешним зацеплением.

Типовые простые зубчатые передачи, работающие за счет непосредственного контакта зубьев, приведены на рис. 34[3], а схема цепной и ременной передач, где передача вращающего момента от шестерни (ведущего катка) к ведомому колесу (ведомому катку) идет за счет гибкой связи без прямого взаимодействия – на рис. 35 [4], 36.[5]

---

[3]URL:https://expressmotors.ru/wpcontent/uploads/6/6/c/66cb275dc7b20867c35bfd87fb6a2d9a.jpeg

[4]URL:https://thepresentation.ru/img/tmb/3/279717/bf5fda06e27e8bd5a66f39a146927e5c-800x.jpg

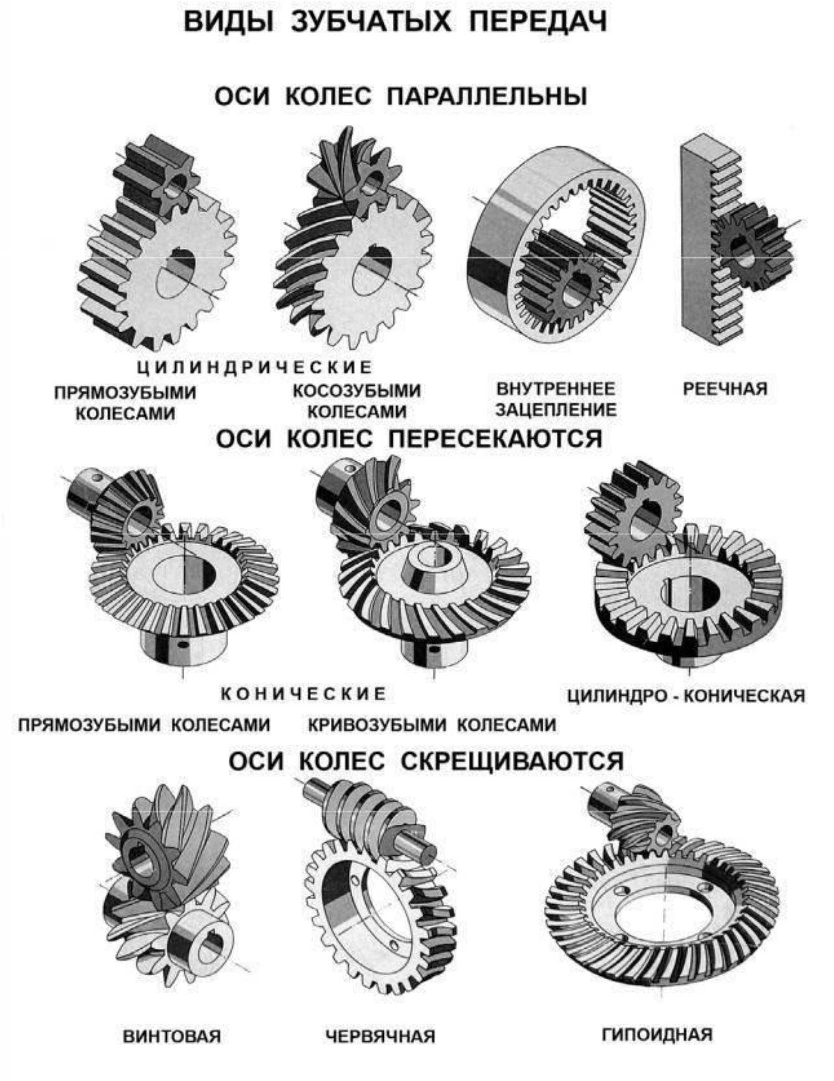


Рис. 34. Типовые простые зубчатые передачи

[5]URL:https://molibden-wolf-ram.ru/wp\content/uploads/c/a/b/cab0b5a5c990eee7c239a3b41d3625a1.jpeg.

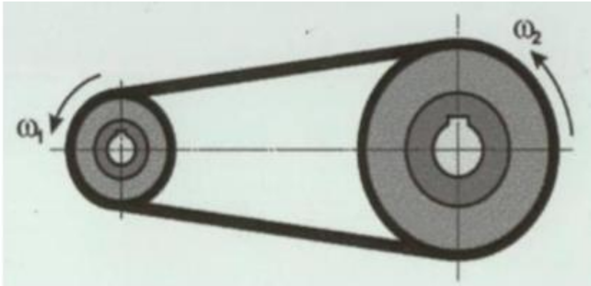


Рис. 35. Обобщенная схема ременной передачи

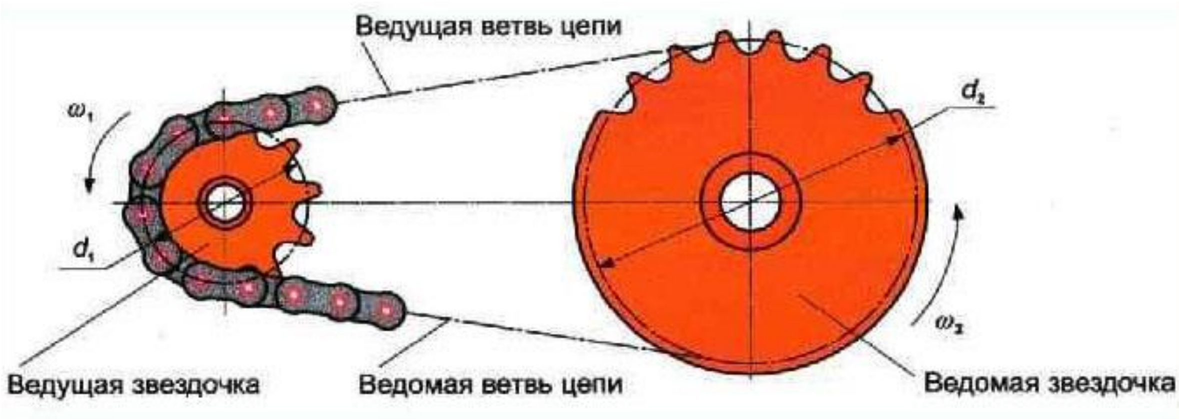


Рис. 36. Обобщенная схема цепной передачи

На рис. 37[6] представлен лобовой вариатор, схема работы которого описывается в нижеприведенной задаче.

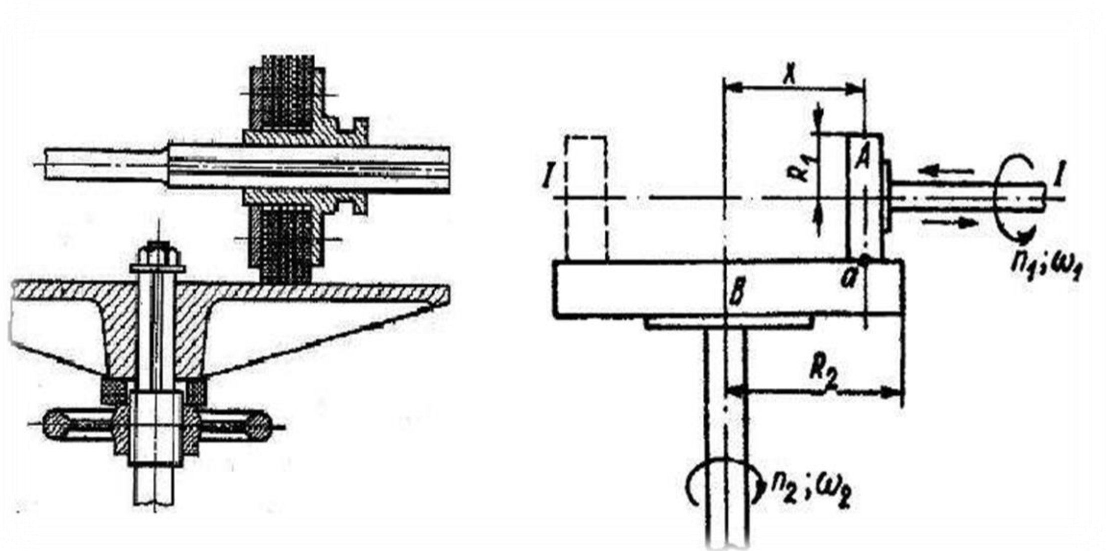


Рис. 37. Лобовой вариатор

[6] URL: https://mypresentation.ru/documents_6/4026ddde2b89cd3b86c26355df93832a/img3.jpg

Примеры с решениями

Пример № 1.

На каком расстоянии x необходимо установить каток 2 лобовой фрикционной передачи (рис. 37, табл. 1), чтобы при угловой скорости $n_1 = 400\,{}^{\text{об}}\!/_{\text{мин}}$ катка 1 каток 2 вращался со скоростью $n_2 = 1{,}25 \cdot n_1$. Диаметры катков $d_1 = 2r_1 = 400$ мм, $d_2 = \frac{d_1}{25} = \frac{2r_1}{25}$.

Вычислить максимальную n_{2max} и минимальную n_{2min} угловые скорости вала катка 2 при разных его положениях.

Решение:

1. Вычисляем расстояние x с использованием формулы передаточного отношения

$$i_{12} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{r_2}{x};$$

$$x = \frac{1{,}25 \cdot n_1 \cdot r_1}{400} = \frac{1{,}25 \cdot 400 \cdot 8}{400} = 10 \text{ мм}.$$

2. Если каток 2 движется вправо к границе катка 1, то размер x возрастает, то точки на поверхности катка 2 будут контактировать с точками на торцах поверхности катка 1, имеющими предельную скорость $V = \omega \cdot r$ и текущую скорость $V = \omega \cdot x$ и благодаря силе трения приобретают максимальную скорость.

Если в первой формуле п.1 расчета вместо x подставить наибольшее, теоретическое возможное число $x_{max}=r_1$ (на практике $x_{max} \leq r_1$)

$$n_{2max} = \frac{n_1 r_1}{r_2} = \frac{400 \cdot 200}{8} = 10000\,{}^{\text{об}}\!/_{\text{мин}}.$$

3. Если каток 2 переместить к противоположному краю катка 1, то угловая скорость у катка 2 по модулю

10000 об/мин с учетом вращения в обратном направлении. С учетом этого замечания:

$$x=-r_1;$$

$$n_{2max} = \frac{n_1(-r_1)}{r_2} = \frac{400 \cdot (-200)}{8} = -10000 \, {}^{об}/_{мин}.$$

Передача с изменением направления вращения вала называют лобовой фрикционной передачей или фрикционным вариатором.

4. При x = 0 продольные оси катков1 и 2 совпадают, и начинается смена направления вращения катка 2

$$n_x=0.$$

Образующая на ободе катка 2 контактирует с образующей катка 1 и поэтому находится в состоянии покоя, тогда

$$x = 0 = \frac{n_2 r_1}{n_1}.$$

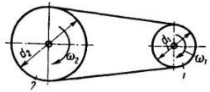
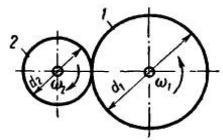
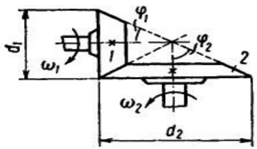
В этой формуле необходимо $r_2 \neq 0$, а достаточно $n_2=0$. Поэтому $n_2 r_2=0$.

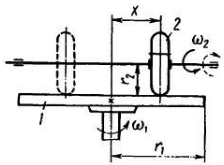
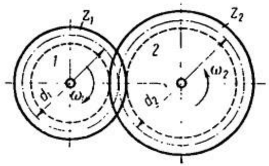
Пример № 2.

Вращательное движение между валами I и II происходит при помощи четырех зубчатых колес (рис. 38). Числа зубьев колес: $z_1=23$, $z_2=28$, $z_3=32$, $z_4=46$.

Модуль зубчатых колес m = 5 мм. Определить передаточное отношение $i_{\text{I-II}}$ межосевое расстояние A и габаритные размеры передачи L. Уменьшатся или увеличатся габаритные размеры, если передачу осуществить при помощи двух колес с тем же расстоянием A и модулем m?

Таблица 1

Передачи	Схема передач	Формула для определения передаточного отношения $i_{12}=$
Ременная		$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}.$
Фрикционные а) цилиндрическая		$i_{12} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}.$
б) коническая		$i_{12} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}.$

в) лобовая		$i_{12} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{r_2}{x};$
Зубчатые а) цилиндрическая		$i_{12} = \frac{z_2}{z_1}\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}.$

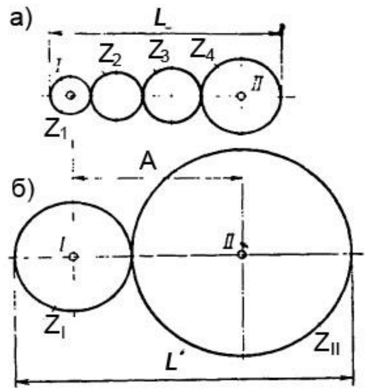


Рис. 38. Схемы 2-х и 4-х колесных зубчатых передач с одинаковым расстоянием А и модулем m

Решение:

1. Определяем передаточное отношение ступенчатой передачи

$$i_{I-II} = i_{12} \cdot i_{23} \cdot i_{34} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2} \cdot \frac{z_4}{z_3} = \frac{z_4}{z_1} = 2.$$

Зубчатые колеса, находящиеся на промежуточных осях, не влияют на величину передаточного отношения.

2. Межосевое расстояние А находим через диаметры d начальных окружностей зубчатых колес

$$A = \frac{d_1 + d_4}{2} + d_2 + d_3.$$

Подставляем вместо значений диаметров их выражения через модуль m и соответствующие числа зубьев d=mz:

$$A = m\left(\frac{z_1 + z_4}{2} + z_2 + z_3\right) = 5\left(\frac{23 + 46}{2} + 28 + 32\right)$$
$$= 472{,}5 \text{ мм}.$$

3. Находим габаритные размеры передачи L (рис. 38, а):

$$L = A + \frac{m}{2}(z_1 + z_4) = 472{,}5 + \frac{5}{2}(23 + 46) = 645 \text{ мм.}$$

4. Осуществим передачу с помощью колес с числами зубьев z_I, z_{II} того же модуля, сохраняя межосевое расстояние передачи постоянным

$$A = \frac{m}{2}(z_I + z_{II}).$$

С учетом ранее найденного передаточного отношения составляем уравнение для новой передачи:

$$i_{I-II} = \frac{z_{II}}{z_I}.$$

Исходя из этого число зубьев ведомого колеса

$$Z_{II}=2z_I.$$

Подставляем последнюю зависимость в уравнение межосевого расстояния

$$A = \frac{m}{2} \cdot 3z_I,$$

откуда $z_I = \frac{2A}{3m} = \frac{2 \cdot 472{,}5}{3 \cdot 5} = 63$ и, следовательно, $z_{II}=2 \cdot 63=126$.

Определяем габаритные размеры передачи, состоящей из двух колес:

$$L^I = m(z_I + z_I) = 5(63 + 126) = 945 \text{ мм.}$$

Габаритные размеры увеличились на 300 мм. Значит, при больших межосевых расстояниях целесообразнее применять составную передачу, состоящую из нескольких зубчатых колес, однако в этом случае повышаются требования по обеспечению сносности сборки и работы колес для исключения защемления в передаче.

Пример № 3.

Какую угловую скорость нужно сообщить ведущему валу n_1, чтобы при помощи ступенчатой передачи вал IV вращался со скоростью n_4=500 об/мин? Числа зубьев передач: конической z_1=25, z_2=36, цилиндрической колес внутреннего зацепления z_2^I=20, z_3=60, ременной с диаметрами шкивов d_3=40 мм, d_4=50 мм (рис. 39, пример 1).

Решение:

1. Передаточное отношение от вала I к валу IV определяем по произведению следующих передаточных отношений:

$$i_{14} = \frac{n_1}{n_4} = i_{12} \cdot i_{23} \cdot i_{34},$$

где $i_{12} = \frac{z_2}{z_1}$ – передаточное отношение конической зубчатой передачи;

$i_{23} = \frac{z_3}{z_2^I}$ – передаточное отношение цилиндрической передачи с внутренним зацеплением;

$i_{34} = \frac{d_4}{d_3}$ – передаточное отношение ременной пары.

2. Частоту вращения ведущего вала определяем по формуле

$$n_1 = n_4 \cdot i_{12} \cdot i_{23} \cdot i_{34} = n_4 \cdot \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2^I} \cdot \frac{d_4}{d_3} = 500 \cdot \frac{36 \cdot 60 \cdot 50}{25 \cdot 20 \cdot 40} = 2700\ ^{\text{об}}/_{\text{мин}}.$$

Пример № 4.

Лебедка при вращении рукоятки длиной *l*, двигаясь вертикально, перемещает груз Р. Диаметр барабана d = 200 мм, число зубьев зубчатых колес механизма: z_1=15, z_2=45, z_3=11, z_4=77 (рис. 39, пример 2).

Определить: 1) скорость подъема груза Р, если рукоятка вращается с угловой скоростью n_1=60 об/мин;

2) угловую скорость n_1^1 рукоятки, если груз движется со скоростью V_P^I = 0,2 м/сек.

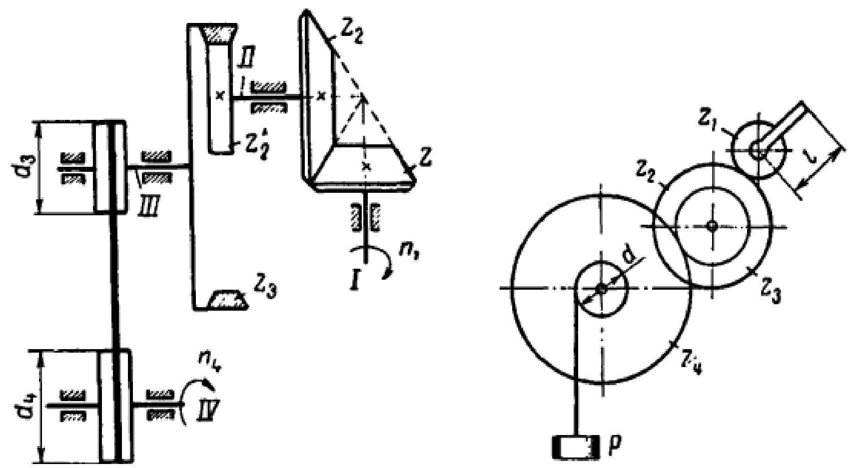


Рис. 39. Схемы работы составных передач примеров 1 и 2

Решение:

1. Ручка длиной *l* приводит в движение колесо с числом зубьев z_1, которое делает оборотов n_1 об/мин, то колесо с числом зубьев z_4 вращается с частотой n_4 об/мин, и находящийся на его оси барабан тоже совершает вращательное движение:

$$n_4 = n_1 \cdot i_{41},$$

где i_{41} – передаточное отношение от колеса z_4 к колесу z_1, которое вычисляется по зависимости $i_{41} = \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{z_3}{z_4}$, а угловая частота составляет

$$n_4 = n_1 \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{z_3}{z_4} = 60 \frac{15}{45} \cdot \frac{11}{77} = 2{,}86 \text{ об/мин.}$$

2. Окружная скорость точек на образующей барабана определится так:

$$V = \frac{\pi n_4 d}{60} = \frac{\pi \cdot 2{,}86 \cdot 0{,}2}{60} = 0{,}03 \text{ м/с},$$

что соответствует линейной скорости подъема груза весом Р:

$$V_p = V = 0{,}03 \ ^{\text{м}}/_{\text{с}}.$$

3. Если поднимать груз со скоростью V_P^I, то и барабан будет вращаться так, что точки его образующей перемещаются с этой же окружной скоростью

$$n_4^I = \frac{60 \cdot V_P^I}{\pi d} = \frac{60 \cdot 0{,}2}{\pi \cdot 0{,}2} = 2{,}86 \text{ об/мин}.$$

4. В случае, если барабан с колесом z_4 развивают частоту n_4^Iоб/мин, то колесо z_1 с рукояткой набирает частоту n_4^I об/мин, следовательно

$$n_1^I = n_4^I \cdot \frac{z_4}{z_3} \cdot \frac{z_2}{z_1} = 2{,}86 \cdot 21 = 401 \text{об/мин}.$$

Такая угловая скорость рукоятки может быть осуществлена только при помощи средств автоматизации.

Задачи для самостоятельного решения [1, 4, 7, 9]

1. Рассчитать передаточное отношение между первым и четвертым колесами (ведущее-ведомое) i_{14} для простого рядового соединения – зубчатые колеса расположены контактно и соосно (рис. 40) с числами зубьев колес z_1=18, z_2=26, z_3=32 и z_4=42.

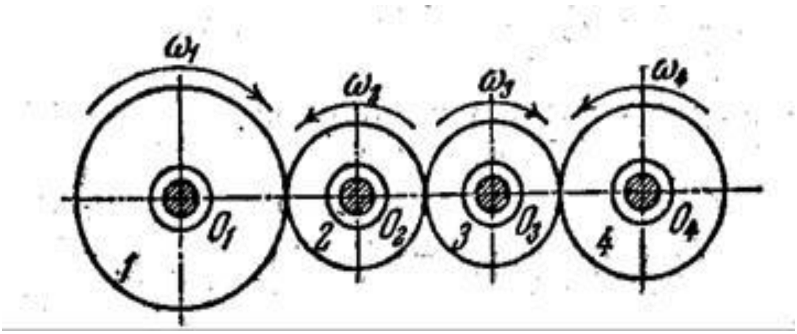


Рис. 40. Простое рядовое соединение

2. Рассчитать передаточное отношение i_{13} цилиндрического двухступенчатого редуктора (рис. 41) и межосевые расстояния a_{w1} и a_{w2}, принимая во внимание следующие исходные данные: числа зубьев колес z_1=18, z_2=26, $z_{2'}$=32 и z_3=42, модуль m = 8 мм, колеса считать нулевыми.

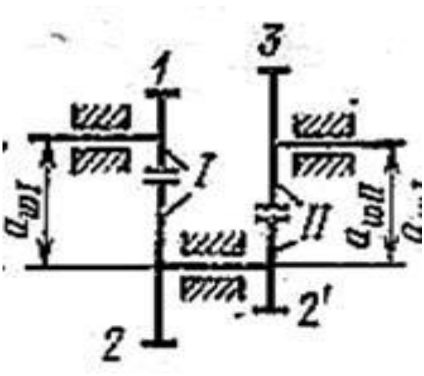


Рис. 41. Кинематическая схема цилиндрического двухступенчатого редуктора

3. Определить тип и общее передаточное число многоступенчатой последовательно соединенной передачи. Первая передача червячная состоит из червяка с числом заходов $z_ч$ = 4 и колеса с количеством зубьев $z_к$ = 30. Вторая передача цепная

состоит из ведущего колеса с числом зубьев $z_1 = 10$ и ведомого колеса с количеством зубьев $z_2 = 20$.

4. Для прямозубой цилиндрической зубчатой передачи (рис. 42) известно, что: межосевое расстояние составляет $a = 200$ мм, модуль зубчатых колес m = 4 мм, передаточное отношение $i_{12} = 3$, число зубьев шестерни $z_1 = 20$. Определить основные размеры зубчатых колес, а также угловую скорость ведомого колеса ω_2, если угловая скорость шестерни $\omega_1 = 120$ рад/с.

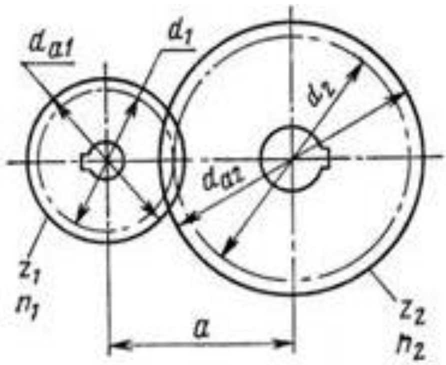


Рис. 42. Прямозубая цилиндрическая зубчатая передача

Червячная передача должна иметь передаточное число $i_{чк} = 12$. Какое надо назначить число заходов $z_ч$ червяка и число зубьев $z_к$ червячного колеса?

5. Цилиндрическая зубчатая передача состоит из двух колес внешнего и двух колес внутреннего зацепления (рис. 43). По известным данным: межосевое расстояние $\alpha = 180$ мм; общее передаточное число $i_{14} = 20$; модуль зубчатых колес m = 2,5 мм и передаточное число второй ступени $i_{34} = 5$. Определить передаточное число первой ступени передачи и числа зубьев зубчатых колес.

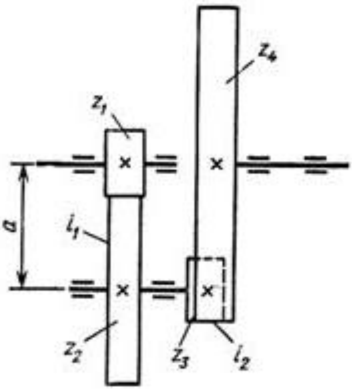


Рис. 43. Цилиндрическая зубчатая передача из колес внешнего и внутреннего зацепления

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Учебно-методическое пособие «Упрощенный курс "Кинематика" для студентов технических специальностей УдГУ» составлено в виде пяти последовательно подобранных основных тем, последовательно изложенных лекций и практических занятий, в которых изложены базовые принципы лекций кинематики и решения задач. В конце каждой темы предлагаются задачи для самостоятельного решения для повышения уровня знаний студентов по дисциплине [1–16]. Пособие может оказаться полезным студентам ВПО и СПО в ходе изучения дисциплин «Механика» или «Техническая механика», а также при подготовке к Олимпиадам по сопротивлению материалов, теоретической механике и теории машин и механизмов различного уровня.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Тарг, С.М. Краткий курс теоретической механики: учебник для втузов / С.М. Тарг. – Москва.: Высшая школа, 2010 – 416 с. – Текст: непосредственный.

2. Бухгольц, Н.Н. Основной курс теоретической механики: в 2-х частях / Н.Н. Бухгольц. – Москва.: Издательство «Лань», 2011 – 816 с.

3. Денисов, Ю.В. Теоретическая механика: учебник / Ю.В. Денисов, Н.А. Клинских. – Екатеринбург: УрФУ, 2013 – 474 с.

4. Мещерский, И.В. Задачи по теоретической механике: учебное пособие для вузов / И.В. Мещерский. – Санкт- Петербург [и др.]: Лань, 2012 – 448 с.

5. Кирсанов, М.Н. Теоретическая механика: сборник задач. Учебное пособие / М.Н. Кирсанов. – Москва: Инфра-М, 2016. – 608 с.

6. Кирсанов, М.Н. Решебник. Теоретическая механика / М.Н. Кирсанов. – Москва.: ФИЗМАТЛИТ, 2002 – 384 с.

7. Аркуша, А.И. Руководство к решению задач по теоретической механике: учебное пособие для машиностроительных средних специальных учебных заведений / А.И. Аркуша. – Москва: Высшая школа, 2004 – 335с.

8. Бутенин, Н.В. Курс теоретической механики: учебное пособие для вузов / Н.В. Бутенин. – Санкт- Петербург [и др.]: Лань, 2022 – 732 с.

9. Никитин, Н.Н. Курс теоретической механики: учебник / Н.Н. Никитин. – Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 718 с.

10. Диевский, В.А. Теоретическая механика: учебник / В.А. Диевский. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 348 с.

11. Атапин, В.Г. Механика. Теоретическая механика: учебное пособие / Атапин В. Г. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2017. – 108 с. // ЭБС «Консультант студента»: сайт. – URL: https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785778232297.html (дата обращения: 27.12.2022).

12. Хямяляйнен, В.А. Теоретическая механика: учебное пособие. – 3-еизд., перераб. / В.А. Хямяляйнен; Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, Кузбасский государственный технический университет имени Т.Ф. Горбачева. – Кемерово, 2020 – 227 с.

13. Бертяев, В.Д. Теоретическая механика. Краткий курс: учебник для вузов / В.Д. Бертяев, Л.А. Булатов, А.Г. Митяев, В.Б. Борисевич. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2023 // Образовательная платформа Юрайт: сайт. – URL: https://urait.ru/bcode/517437 (дата обращения: 27.12.2022).

14. Вереина, Л.И. Техническая механика: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования / Л.И. Вереина. – Москва: Издательский центр «Академия», 2015 – 224 с.

15. Мовнин, М.С. Основы технической механики: учебник / М.С. Мовнин, А.Б. Израелит, А.Г. Рубашкин. – Санкт-Петербург: Политехника, 2016. – 289 с. – URL: http://www.iprbookshop.ru/58853.html (дата обращения: 2.10.2022).

16. Котов, А.А. Основы технической механики: учебно-методическое пособие / А.А. Котов. – Москва, Вологда: Инфра-Инженерия, 2022. – 184 с.

Учебное издание

Составитель:
Кулагин Андрей Владимирович

Техническая механика. Инженерная подготовка в техносферной безопасности. Упрощенный курс «Кинематика» для студентов технических специальностей УдГУ

Авторская редакция
Компьютерная верстка: Т.В. Опарина.

Издательский центр «Удмуртский университет»
426034, Ижевск, ул. Ломоносова, 4Б, каб. 021
Тел. : + 7 (3412) 916-364, E-mail: editorial@udsu.ru