Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Удмуртский государственный университет»
Институт математики, информационных технологий и физики
Кафедра общей физики

СБОРНИК ЗАДАЧ И КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ПО КУРСУ «МЕХАНИКА»

Учебно-методическое пособие

Ижевск
2023

УДК 531/534(076.1)
ББК 22.2я04я73
С232
Рекомендовано к изданию Учебно-методическим советом УдГУ

Рецензент: канд. физ.-мат. наук, ст. научный сотрудник лаборатории АСАП УдмФИУ УрО РАН А.С. Алалыкин.

Составители: Новикова Т.А., Гатауллина А.И.,
Романов Э.А., Галлямов С.Р.

С232 Сборник задач и контрольных заданий по курсу «Механика» : учеб.-метод. пособие : [Электрон. ресурс] / сост. Т.А. Новикова и др. – Ижевск : Удмуртский университет, 2023. – 76 с.

Предлагаемое учебно-практическое пособие представляет собой задачник-практикум по общей физике, раздел "Механика". Оно предназначено для использования на практических занятиях и для самостоятельной работы студентов второго курса направления «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) математика и физика» ИМИТиФ. В пособии рассматривается краткий теоретический материал по решению задач основных разделов механики, подобраны задания к темам лекционного курса, предлагаются задачи для самостоятельной работы.

УДК 531/534(076.1)
ББК 22.2я04я73

СОДЕРЖАНИЕ

При изучении естественных наук задачи полезнее правил.

И. Ньютон

ВВЕДЕНИЕ

О ЧЕМ ЭТО ПОСОБИЕ

Данное пособие предназначено для студентов 2 курса специальности 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) математика и физика» ИМИТиФ. Согласно учебным планам указанной специальности, изучению данной дисциплины предшествуют курсы высшей математики.

Работа студента по усвоению содержания курса общей физики "Механика" складывается из нескольких основных элементов: посещения лекционных, практических, лабораторных занятий и самостоятельной работы с учебными пособиями. *Практические занятия* – это занятия, проводимые под руководством преподавателя в учебной аудитории, направленные на углубление теоретических знаний и овладение методами решения определенных групп задач.

Знание теории приобретается одновременно с ее использованием для решения задач. Абстрактные поначалу законы, уравнения, определения понятий и физических величин в процессе их практического применения при решении физических задач, начинают постепенно наполняться конкретным содержанием, и только тогда приходит понимание теории. Недаром известный итальянский физик Энрико Ферми утверждал, что «знать физику – означает умение решать задачи». Другими словами, уровень подготовки по физике определяется уровнем сложности задач, которые Вы можете решить.

Что касается второго аспекта обучения решению задач на практических занятиях, то здесь бытует мнение, что единого метода решения задач по физике не существует. Но, по нашему мнению, общий подход (как система методов) к решению любой физической задачи существует. Поэтому при решении предложенной задачи нужно стремиться не только получить правильный ответ, но и усвоить общий подход к решению подобных задач.

Как было отмечено выше, самостоятельная работа студента является одной из важнейших составляющих учебного процесса, в ходе которой происходит формирование навыков, умений и знаний и в дальнейшем обеспечивается усвоение Вами приемов познавательной деятельности. Для того чтобы Ваша самостоятельная работа была эффективной, необходимо выполнить ряд условий, к которым можно отнести и обеспечение студента необходимыми методическими и учебными материалами. Содержание и структура данного пособия такова, что его можно использовать как в организации аудиторной, так и самостоятельной работы.

В предлагаемом пособии весь изучаемый материал разбит на параграфы, содержание и набор которых соответствует требованиям Государственного образовательного стандарта для педагогических специальностей. Каждый параграф включает в себя несколько разделов. В начале каждого раздела помещены методические указания к решению задач по теме данного раздела. В методических указаниях обсуждаются особенности задач данной темы, даются общие методы, приемы их решения. В пособии не приведен перечень формул и законов, так как предполагается, что, работая с данным пособием, Вы будете пользоваться учебниками по курсу общей физики, в которых найдете нужный теоретический материал.

При подборе задач мы руководствовались следующими принципами:

- более простые задачи должны предшествовать более сложным. Для задач, помеченных звездочкой, требуется не только более глубокое знание предметного материала, но и смекалка;
- в пределах каждой темы задачи должны быть взаимосвязаны: в одних случаях решение задачи опирается на полученные ранее результаты, а в других – сравнение двух задач требуется для того, чтобы, не смотря на их кажущееся сходство, выявить существенное различие между ними.

Объем включенного на каждое практическое занятие материала избыточен, что дает возможности для индивидуальной работы со студентами на занятиях. Звездочкой в пособии отмечены задачи повышенной трудности. Определив уровень студентов, ведущий практические занятия преподаватель сам отберет задачи по степени сложности, учитывая то, что основные типы задач, включенных в пособие, должны быть обязательно разобраны в аудитории.

Каждый параграф содержит так же задачи домашних контрольных работ и приведены таблицы номеров задач для самостоятельного решения. Большинство задач, приведенных в данном пособии, взято из задачников [2; 3; 6; 11].

ПЛАН РАБОТЫ

Овладеть умением решать задачи по курсу общей физики могут все студенты. Для этого нужно с самого начала изучения курса физики не только посещать все занятия, но и регулярно прорабатывать осваивать излагаемый на лекциях материал по конспектам лекций и по рекомендованным учебным пособиям, серьезно готовиться к практическим занятиям и стараться задачи, рассматриваемые в аудитории и задаваемые на дом, решать самостоятельно. Помните, что нельзя научиться решать задачи, только наблюдая за тем, как это делают другие. «Когда задачу решает другой, все ясно, когда решаешь сам, ничего не выходит» (Леонард Эйлер).

В течение семестра Вам необходимо будет выполнить четыре домашние контрольные работы. Сроки исполнения этих контрольных дополнительно оговорит на занятиях преподаватель. Домашние задачи сдаются в ходе собеседований с преподавателем во время занятий и консультаций. Решение всех задач домашних контрольных работ должно быть выполнено Вами в отдельной тетради, и сопровождаться подробным комментарием. Серьезные затруднения, возникающие при выполнении домашних задач, нужно устранять на ближайшей консультации с преподавателем. Своевременное преодоление возникающих трудностей позволит Вам успешно выполнить план самостоятельной работы по изучению курса «Механики».

ОБЩИЕ ЗАМЕЧЕНИЯ ПО РЕШЕНИЮ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

В процессе решения поставленной задачи необходимо пройти ряд этапов, а именно:

1. *Проанализировать* физическое явление, которая отражает данная задача. Анализ явления начинается с выбора и анализа физической системы и заканчивается составлением системы уравнений в результате применения физических законов.
2. *Получить* ответ в общем и числовом виде. Этап начинается с решения полученной системы уравнений и заканчивается получением числового ответа.
3. *Проанализировать* ответ.

Рассмотрим содержание каждого этапа отдельно.

<u>Первый этап.</u> Анализ физического явления целесообразно начинать с выбора физической системы. В процессе анализа физических объектов, вошедших в систему, полезно выяснить, к каким идеальным объектам они относятся, какими обладают свойствами, с какими телами и каким образом они могут взаимодействовать, каковы могут быть результаты и последствия этого взаимодействия. Физическое явление характеризуется изменением каких-то физических величин. Эти величины связаны между собой. Известно, что устойчивая связь или зависимость между физическими величинами отражается в физическом законе. В каждом физическом законе можно рассматривать несколько сторон. Нам особенно будут необходимы две сторон физического закона: *границы применимости* и *метод применения закона.*

Всякий физический закон верен лишь при выполнении определенных условий. Если хотя бы одно из этих условий нарушено, то данный закон применять нельзя. Например, второй закон Ньютона в форме $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ справедлив, если выполняются следующие условия: движение тела рассматривается по отношению к инерциальной системе отсчета, тело должно быть материальной точкой, масса тела – постоянной. При нарушении хотя бы одного из этих условий второй закон Ньютона в записанной выше форме применять нельзя.

При решении задач по физике недостаточно знать соответствующий закон (его физический смысл, условия применимости и т. д.), необходимо еще уметь применять его в конкретных условиях. Для каждого физического закона существует *метод* (алгоритм) его *применения.* Например, для того, чтобы правильно применить второй закон Ньютона надо выполнить следующую систему действий.

– проверить, выполнены ли условия его применимости (если хотя бы одно из них нарушено, то закон применять нельзя);

– найти все силы, действующие на данное тело и указать их на чертеже;

– выбрать инерциальную систему отсчета;

– записать второй закон в виде скалярных уравнений:

$$\begin{cases} ma_x = \sum F_x \\ ma_y = \sum F_y \end{cases},$$

где a_x, a_y- проекции вектора ускорений на оси OX, OY; $\sum F_x$, $\sum F_y$ – алгебраическая сумма проекций всех сил на те же оси координат.

Методы применения других физических законов будут приведены в соответствующих параграфах.

Первый этап заканчивается составлением замкнутой системы уравнений (число неизвестных в системе совпадает с число уравнений). Зачастую метод применения одного или нескольких физических законов позволяет получить такую систему уравнений. Но, встречаются задачи, в решении которых применение «обычных» законов и методов их применения не приводит к цели: система уравнений остается незамкнутой. Остается неучтенным какое-то «нечто», какая-то «изюминка», о которой нужно как-то догадаться. Безусловно, о том, как догадаться, как отыскать, никаких общих и универсальных практических советов, по-видимому, дать нельзя.

Второй этап предусматривает решение системы уравнений и получение решения задачи в общем виде, а также нахождение числового ответа задачи.

Во втором этапе почти отсутствует физический элемент. Безусловно, этот этап является менее важным, чем первый, но, необходимо подчеркнуть, он не является второстепенным. К сожалению, иногда недооценивают роль этого этапа, считая, что его вообще можно не проводить. Неверно так же считать, что ошибки, допущенные на втором этапе, являются второстепенными. Если при решении системы уравнений, или при переводе единиц, или при арифметическом расчете совершена ошибка, решение задачи в целом окажется неверным. С точки зрения практики, задача решена верно только в том случае, если получен ее верный общий и числовой ответ.

Неправильно второй этап считать второстепенным еще и потому, что после него должен следовать этап анализа решения. Последний этап вообще нельзя провести, если не получен общий и числовой ответ задачи. Таким образом, для получения окончательного решения задачи по физике первый и второй этапы ее решения являются в равной степени необходимыми.

Третий этап. На этом этапе выясняют, как и от каких величин зависит найденная величина, при каких условиях эта зависимость осуществляется. При анализе числового ответа исследуют размерность полученной величины; соответствие полученного числового ответа физически возможным значениям искомой величины (например, если для скорости движения самолета получено значение большее, чем скорость света в вакууме, то этот ответ явно ошибочен); и т. д.

Необходимо отметить, что выделенные этапы не всегда автоматически гарантируют решение задачи. Иногда задача может быть решена и без этапов – «интуитивно». Но решения задач будут получены гораздо чаще и быстрее, если действовать согласно этим этапам. Иными словами, выделенные этапы – это не догма, а руководство к самостоятельной деятельности при решении задач по физике, это система разумных советов, а не инструкция.

КОГО МЫ ЧТИМ ВЕЛИКИМИ ЛЮДЬМИ?

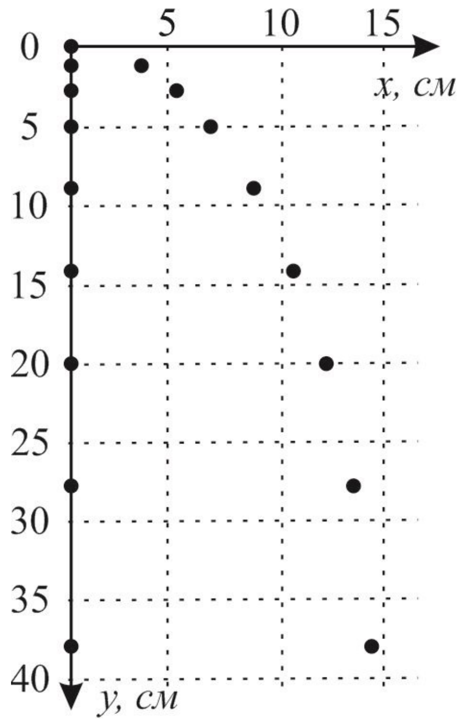
Недавно в одной именитой компании был полнят известный банальный вопрос: кто из великих людей – Цезарь, Александр Македонский, Тамерлан или Кромвель – был более велик. Один из участников спора сказал, что, вне всякого сомнения, самым великим был Исаак Ньютон. Он оказался прав, ибо если истинное величие состоит в том, чтобы, получив от неба мощный талант, использовать его для самообразования и просвещения других, то человек, подобный Ньютону, едва ли встречающийся однажды на протяжении десяти веков, действительно велик, в то время, как все эти политики и завоеватели, без которых не обошлось ни одно столетие, обычно суть не что иное как именитые злодеи. Мы чтим тех, кто владеет умами силою своей правды, но не тех, кто путем насилия создает рабов; тех, кто познал Вселенную, а не тех, кто её обезобразил.

(По книге Ф. Вольтера «Философские письма». 1733 г.)

§ 1 КИНЕМАТИКА

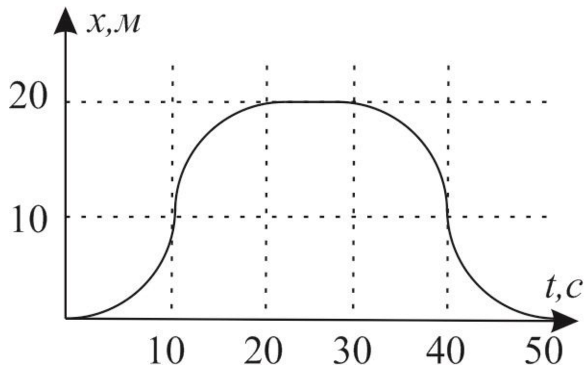
А. НЕРАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ

<u>Занятие № **1**</u>



1 На рисунке приведен ряд фотографий движущегося шарика, полученных методом многократных вспышек с интервалом $^1/_{30}\,c$. Шарик движется слева направо, и нулевая точка шкалы совмещена с правым краем шарика в начальном положении.

- Запишите уравнения движения.
- Определите мгновенную скорость в момент времени $t = {}^4/_{30}\,c$.
- Определите ускорение.



2 По данной зависимости $x(t)$, характеризующей прямолинейное движение автомобиля, построить временные зависимости $S(t), v_x(t), a_x(t)$.

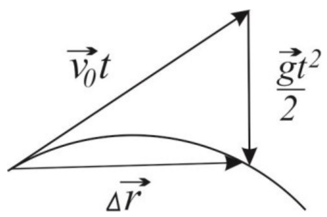
- В какой момент времени скорость автомобиля будет наибольшей? Чему она равна?
- Какова средняя скорость автомобиля за первые полчаса?

В 1818 г. польский математик и философ Юзеф Вронский (1776–1853) назвал раздел механики, в котором давалось лишь математическое описание того, как движутся тела, без выяснения причин, почему они так движутся *форономией.* Однако более широкое распространение получило другое его название – *кинематика* (от греч. «кинематос» – движение), которое впервые появилось в 1834 г. в одной из работ французского ученого Андре Мари Ампера (1775–1836).

Занятие № 2

Равнопеременное движение описывается законами движения, дающими зависимость радиус-вектора $\vec r$ и скорости $\vec v$ от времени:

$$\begin{cases} \vec r = \vec r_0 + \vec v_0 t + \dfrac{\quad}{2} \\ \vec v = \vec v_0 + \vec a t \end{cases}.$$



На рисунке вектор перемещения частицы $\Delta \vec r = \vec r - \vec r_0$, брошенной под углом к горизонту, изображен в соответствии с уравнениями движения в виде суммы векторов $\vec v_0 t$ и $\dfrac{\vec a t}{2}$. Отсюда ясен *графический* способ решения задачи на определения скорости v частицы и ее перемещения $\Delta \vec r$ в любой момент времени, если известны начальная скорость $\vec v_0$ и ускорение $\vec a$.

Однако основным методом решения задач по кинематике является *координатный* (численный) метод, при котором от векторной формы записи уравнений переходят к скалярной. Для этого нужно выбрать систему отсчета: задав ее начало, положительное направление осей координат и выбрать начало отсчета времени. В соответствии с характером задач, рассматриваемых в дальнейшем, будем применять декартову систему координат. Выбор системы координат произволен; выбирать ее необходимо каждый раз в зависимости от условий задачи, таким образом, чтобы математическое решение было упрощено.

Проецируя все векторы, входящие в уравнения движения на оси координат, получим четыре скалярных уравнения соответственно для осей *OX и OY:*

$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x} t + \dfrac{a_x t^2}{2}; \quad y = y_0 + v_{0y} t + \dfrac{a_y t^2}{2} \end{cases} \qquad \begin{cases} v_x = v_{0x} + a_x t; \quad v_y = v_{0y} + a_y t \end{cases}$$

Теперь решение задачи свидится к решению системы уравнений.

1 Тело брошено под углом α к поверхности земли со скоростью $\vec v_0$. Считая, что сопротивление движению отсутствует, определить:

- максимальную дальность полета;
- максимальную высоту полета;
- скорость тела при подлете к Земле;
- высоту, на которой скорость тела составляет угол φ с горизонтом.

2 С крыши дома оторвалась сосулька и за время $\tau = 0,2\ c$ пролетела мимо окна, высота которого $h = 1,5\ м$. С какой высоты относительно верхнего края окна она оторвалась? Размерами сосульки пренебречь.

Занятие № 3

1 Тело брошено под углом α к поверхности земли со скоростью $\vec{v}_0$. Найти радиус кривизны траектории его движения, тангенциальное и нормальное ускорение в некоторый момент времени *t*.

2 Трамваи выехал на закругленный участок пути радиуса $R = 200$ *м* и, двигаясь с постоянным тангенциальным ускорением, проехал путь $S = 100$ *м* до полной остановки. Определить полное ускорение трамвая в середине участка торможения Начальная скорость $v_0 = 36\ ^{км}/_{ч}$.

3* Необходимо перебросить мяч через вертикальную стенку высоты *H,* находящуюся на расстоянии *L* от места бросания. При какой наименьшей начальной скорости это возможно? Под каким углом к горизонту должна быть в этом случае направлена начальная скорость мяча? Бросок производится с Земли.

4* Испытание осколочной гранаты производится в центре дна цилиндрической ямы глубины *H.* Образующиеся при взрыве осколки, скорость которых не превышает v_0, не должны попадать даже на край ямы. Каким должен быть минимальный диаметр ямы?

«Пригласили ветеринара, статистика и физика, чтобы каждый за $100,000 в течение недели придумал способ для угадывания коня, который победит на скачках. Через неделю все трое приходят…

Ветеринар: – Я разработал таблицу, по которой, зная физические данные коней, можно будет предсказать победителя.

Комиссия: – Очень полезная информация…

Статистик: - Я построил регрессию, по которой, зная предыдущие забеги, можно предсказать коня-победителя.

Комиссия: - Очень полезная информация

Физик: – Мне нужно для работы еще два года и 1 млн долларов – но к настоящему моменту я построил модель для победы сферического коня в вакууме».

Итак, сферический конь в вакууме. В анекдоте в смешной форме объяснен один из принципов научного метода – идеализация и абстракция. Суть в том, что для изучения каких-либо явлений мы отметаем все лишнее и изучаем только значимые моменты. В частности, если мы изучаем движение как таковое, то мы можем абстрагировать от массы и размеров объекта.

Б. ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ: ОТНОСИТЕЛЬНОСТЬ ДВИЖЕНИЯ

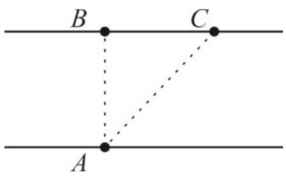
В задачах на относительное равномерное прямолинейное движение можно выделит те, в которых:

– характеристики движения тела даны относительно движущейся системы отсчета, а искомые величины нужно **найти** в неподвижной системе отсчета;

– в условии задают движение нескольких (обычно двух) тел по отношению к неподвижной системе отсчета, связанной с Землей. В таких случаях решение задачи упрощается, если рассматривать все движения в системе отсчета, связанной с одним из движущихся тел.

Занятие №4

1 От бакена, который находится на середине широкой реки, отошли две лодки A и B. Обе лодки стали двигаться по взаимно перпендикулярным прямым: лодка A – вдоль реки, а лодка B – поперек. Удалившись на одинаковое расстояние от бакена, лодки вернулись затем обратно. Найти отношение времени движения лодок $\frac{t_A}{t_B}$, если скорость каждой лодки относительно воды в N раз больше скорости течения.



2 Лодочник должен переплыть реку из пункта A в пункт B, лежащие на одном перпендикуляре. Если лодочник направляет лодку по прямой AB, то через время t_1 он попадет в пункт C, лежащий на расстоянии S вниз по течению от пункта B. Если он направляет лодку под некоторым углом α к AB, то через время t_2 он попадет в пункт B

Считая скорость лодки относительно воды постоянной, определить скорость течения реки, относительную скорость лодки, ширину реки и угол α.

3 От буксира, идущего против течения реки оторвалась лодка. В тот момент, когда на буксире заметили лодку, она находилась от него на расстоянии S_0. С буксира быстро спустили катер, который доплыл до лодки и возвратился с нею назад. Сколько времени заняла поездка катера и какое расстояние L проплыл в одну и другую сторону, если скорости катера и буксира относительно воды равны v_k и $v_б$ соответственно.

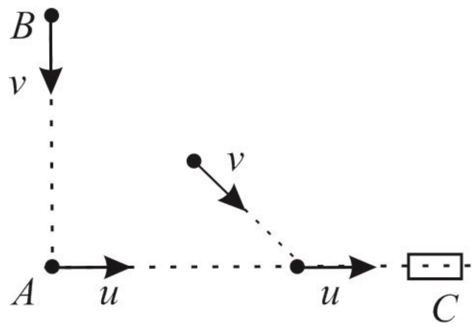
4* Лодка пересекает реку с постоянной относительно воды скоростьюv, направленной под углом α к берегам. Скорость течения воды в реке меняется по линейному закону, достигая на середине реки величины u. Ширина реки равна d. При каком значении утла α лодка достигнет противоположного берега в точке, расположенной напротив начальной?

Занятие № 5

1 Частица A, двигаясь со скоростью $\vec{v}$, ударяется о массивную стенку B, которая движется в том же направлении со скоростью $\vec{u}$ Определить скорость частицы $\vec{v}_1$ после удара, если известно, что при ударе о стенку B, когда она неподвижна, частица отскакивает, сохраняя скорость по модулю и изменяя ее направление на противоположное.

2* Из двух пунктов A и B, расстояние между которыми L, одновременно начинают двигаться два корабля со скоростями $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ Векторы скоростей образуют с отрезком AB одинаковые углы $\alpha = 45^0$. Считая движение кораблей равномерным и прямолинейным, определить наименьшее расстояние между ними.

3 Навстречу человеку, бегущему вдоль железной дороги, промчались два поезда – один через время τ после другого. Известно, что оба поезда идут со скоростью $\vec{u}$, причем второй поезд отправился со станции через время t' после первого. Какова скорость человека?



4. На лужайке в точке A в пределах видимости своего домика С находится Заяц. Из леса в точке B, расположенной на перпендикуляре к прямой, проходящей через Зайца и его домик, появляется Волк. Волк начинает бежать по направлению к Зайцу с постоянной по абсолютной величине скоростью v, направленной все время точно на Зайца. Вначале расстояние от Волка до Зайца равно h.. Заяц бежит к домику с постоянной (максимальной для себя) скоростью u. По какой траектории бежит Волк? Где он настигнет Зайца и в чем состоит условие успешной охоты?

Нан Ин, японский мастер дзен, принимал как-то у себя профессора университета, пришедшего расспросить его о дзен. Нан Ин разливал чай. Налив гостью полную чашку, он продолжал лить дальше. Профессор смотрел на льющийся через край чай и наконец, не выдержав, воскликнул: Она же полна! Больше не входит!

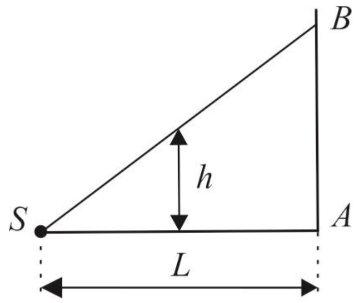
– Вот как эта чашка, – ответил Нан Ин, – и вы наполнены своими мнениями и суждениями. Как же я могу показать вам дзен, пока вы не опорожните свою чашку.

В. ПРЯМОЛИЖЙНОЕ РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ: СВЯЗНЫЕ СИСТЕМЫ

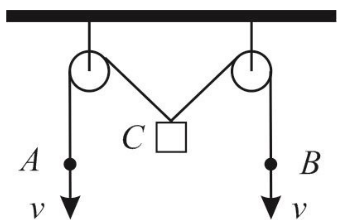
Зная закон движения точки, легко полностью описать ее движение, в том числе получить все сведения о скорости, ускорении и траектории. Поэтому во многих задачах поиск решения связан с вопросом о законе движения, который может быть либо конечной целью, либо промежуточным этапом. Часто удается использовать геометрические связи между координатами, из которых можно получить закон движения или другие интересующие нас сведения. Однако не всегда сделать это просто, в чем убеждают следующие задачи.

Занятие № 6

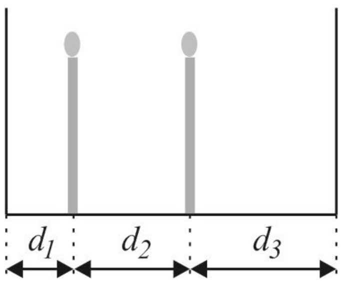
1 Человек, стоя на высоком берегу, тянет находящуюся в воде лодку, выбирая веревку со скоростью v. Какую скорость будет иметь лодка в момент, когда угол между веревкой и вертикалью равен a.?



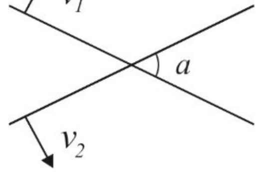
2 Точечный источник света S находится на расстоянии Lот вертикального экрана AB. От источника к экрану по прямой SA движется поступательно с постоянной скоростью v непрозрачный предмет высотой h. Определите мгновенную скорость перемещения по экрану верхнего края тени предмета.



3 Концы канатов A и B тянут вниз с одинаковыми скоростями v. Какую скорость u имеет груз в тот момент, когда угол между канатами равен $2a$?



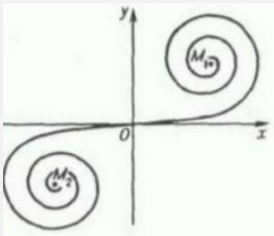
4 Записывая свои воспоминания, автор засиделся до поздней ночи при свечах. Две свечи одинаковой длины Lон зажег одновременно и поставил так, как показано на рисунке. Скоро он заметил, что тень первой свечи (на левой стене) неподвижна, а тень второй свечи (на правой стене) укорачивается со скоростью v. Автор сразу вычислил через какое время он останется при одной свече и когда – в полной темноте. Попробуйте и вы ответить на этот вопрос.



5 Две прямые, пересекаются под углом a, движутся перпендикулярно самим себе со скоростями $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$. С какой скоростью $\vec{v}$ движется точка пересечения прямых?

КАК ЗАКРУГЛИТЬ ЖЕЛЕЗНУЮ ДОРОГУ?

Экспресс стрелой несётся по железной дороге, отбивая ровный ритм походной мелодии на рельсовых стыках. Его пассажиры и не предполагают, что их комфорт обеспечили не только проводники и машинисты, но и математики, благодаря расчётам которых повороты поезда плавны и удобны.



Клофоида

Ещё при строительстве первых железных дорог проектировщики столкнулись с неожиданной проблемой: двигаясь по дуге окружности, вагон поезда испытывает воздействие центробежной силы, которая полностью отсутствует на прямолинейных перегонах. Если прямой участок железнодорожного полотна сразу переходит в круговой, то не только пассажиры в вагоне, но и все механические части – гайки, болты, прокладки – получат резкий толчок. Чтобы избежать нежелательной встряски, между прямыми и круговыми участками железнодорожного пути устраивают так называемые переходные линии с плавным изменением кривизны.

Как определяют кривизну линии в какой-либо её точке? Мерой служит радиус кривизны, т. е. радиус окружности, наиболее тесно прилегающей к линии в этой точке. Когда кривизна линии уменьшается до нуля, линия становится прямой. Лучше всего переходную линию железнодорожного пути устраивать таким образом, чтобы кривизна вдоль неё изменялась пропорционально длине дуги. Соответствующая математическая кривая называется *клофоидой* (от *греч.* «клофо» – «прясть») или *спиралью Корню* – по имени физика М. А. Корню, применившего её в 1874 г. для описания дифракции света. Железнодорожникам клофоида больше знакома как *радиоидальная* спираль Она описывается уравнением $R = k/S$, где R – радиус соприкасающейся окружности в точке кривой, в которой окажется поезд, пройдя по ней расстояние S: $к$ – постоянная.

Машинист ведет поезд ровно и о поворотах вы узнаете, наблюдая последние вагон состава из окна своего купе. Неожиданно всплывают в памяти рассказы о спирали Корню.

Г. ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Поскольку угловое перемещение $\vec{\varphi}$, угловая скорость $\vec{\omega}$ и угловое ускорение $\vec{\varepsilon}$ связаны между собой так же, как и соответствующие им линейные величины $\vec{r},\ \vec{v},\ \vec{a}$, то методы решения задач на вращательное движение во многом совпадают с теми, что были рассмотрены для неравномерного движения точки. Это относится, прежде всего, к задачам на равнопеременное вращательное движение тела вокруг неподвижной оси, которое описывается следующими законами движения:

$$\begin{cases} \vec{\varphi} = \vec{\varphi}_0 + \vec{\omega}_0 t + \frac{\quad}{2} \\ \vec{\omega} = \vec{\omega}_0 + \vec{\varepsilon} t \end{cases}$$

Если тело одновременно участвует в двух вращательных движениях с угловыми скоростями $\vec{\omega}_1$ и $\vec{\omega}_2$ относительно двух пересекающихся осей, то результирующее движение будет тоже вращательным с угловой скоростью, равной $\vec{\omega} = \vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_2$.

Плоское движение твердого тела (качение) можно представить как результат сложения двух простых движений: вращение вокруг некоторой оси и. поступательного движения этой оси. Скорость каждой точки тела относительно земли есть векторная сумма скоростей этих двух движений:

$$\vec{v} = \vec{v}_{пос} + \vec{v}_{вр},$$

$\vec{v}_{пос}$ – скорость поступательного движения, одинаковая для всех точек тела, $\vec{v}_{вр} = [\omega \times \vec{r}\,]$ – скорость вращательного движения точки, отстоящей на расстоянии r от оси.

Заметим, что качение можно представить как чистое вращение относительно мгновенной оси вращения. Положение мгновенной оси меняется со временем.

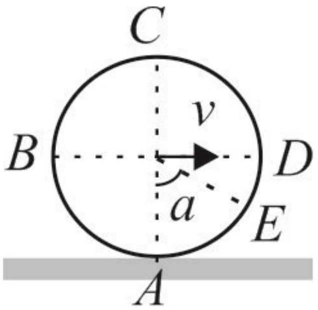
<u>Занятие № 7</u>

1 Маховик вращается равноускоренно. Найти угол, который составляет вектор полного ускорения любой точки маховика с радиусом в тот момент, когда маховик совершит первые $N = 2$ оборота.

2 Вентилятор вращается с частотой ν = *900 об/мин*. После выключения вентилятор, вращаясь равнозамедленно, сделал до остановки N = *75 оборотов*. Какое время прошло с момента выключения вентилятора до полной остановки?

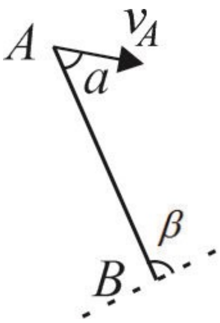
3*При движении автомобиля его колесо радиуса R катиться по окружности радиуса r в горизонтальной плоскости. При этом центр колеса движется с постоянной скоростью v. Определить угловую скорость и ускорение колеса, а так же угол, образуемый вектором угловой скорости с вертикалью.

Занятие № 8

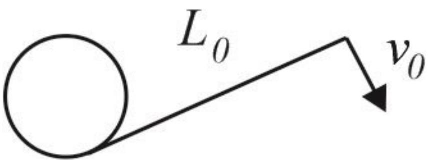


1 Диск радиуса R катиться равномерно без проскальзывания со скоростью v (см. рис.) по горизонтальной дороге. Найти модуль и направления скоростей и ускорений точек A, B, C, D, E ободе диска. Какие точки диска имеют ту же по модулю скорость относительно дороги, что и центр диска O.

2 Толпа муравьев волочит кусок коры в форме равностороннего треугольника. Известно, что в некоторый момент времени, скорость вершина B равна $\vec{v}_в$ и направлена вдоль AB, а скорость вершины С направлена вдоль CB. Найти величину скорости вершины С в тот же момент времени.



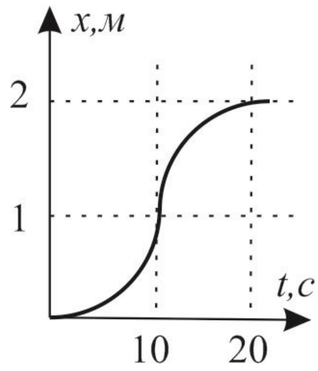
3 Палочка AB длины L движется в плоскости чертежа (см. рис.) так, что в данный момент времени скорость ее конца A направлена под углом α, а скорость конца B – под углом β к палочке. Величина скорости конца A равна v. Определить величину скорости конца B. Найти положение мгновенной оси вращения палочки.



4 На неподвижный цилиндр радиуса R намотана нить так, что в начальный момент времени остается не намотанным лишь конец нити длинной L. На конце нити укреплена тяжелая точка, которой в начальный момент сообщается скорость $\vec{v}_0$, направленная перпендикулярно нити так, что нить начинает разматываться. Как будет меняться длина размотанной части нити со временем, если силой тяжести можно пренебречь?

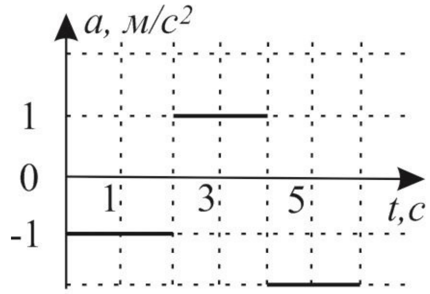
В лекциях Р. Фейнмана приводится поучительная история о том, как трудно объяснить, что такое скорость, человеку, нарушившему правила дорожного движения. Полицейский, остановив машину, сообщил нарушительнице, что она ехала со скоростью *90 км/ч*, а в ответ услышал: «Простите, это невозможно. Как я могла ехать девяносто километров в час, если я еду всего лишь семь минут!»

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

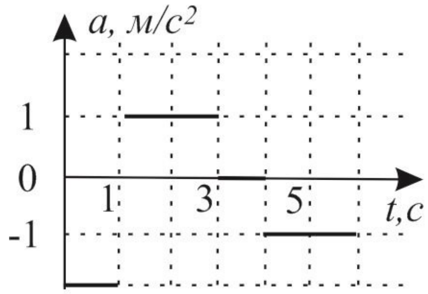


1.1 Материальная точка движется по прямой. На рисунке представлен график зависимости ее координаты x от времени t. Найдите по графику среднюю скорость за все время движения. Нарисуйте графики зависимости скорости и ускорения от времени.

1.2 По данной зависимости $a_x(t)$ характеризующей прямолинейное движение, построить временные зависимости $x(t)$, $S(t)$, $v_x(t)$.Начальные условия задайте сами.

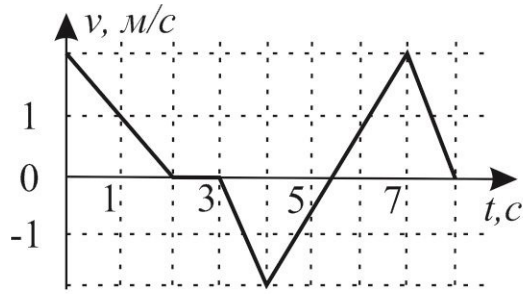


а)

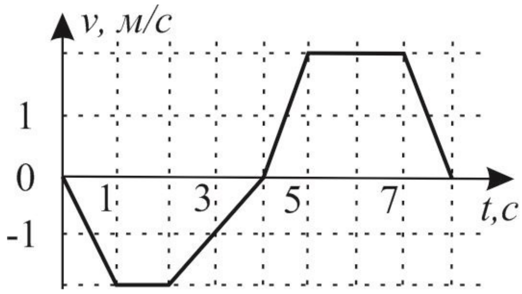


б)

1.3 По данной зависимости $v_x(t)$ характеризующей прямолинейное движение, построить временные зависимости $x(t)$, $S(t)$, $a_x(t)$. Начальную координату примите равной нулю.



а)



б)

1.4 Зависимость пройденного телом пути от времени задается уравнением $S = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ ($C = 0{,}1$ $м/с^2$; $D = 0{,}03$ $м/с^3$). Определить: через сколько времени после начала движения ускорение тела будет равно 2 $м/с^2$; среднее ускорение за этот промежуток времени.

$$\left[\Delta t = 10\,c, a_{ср=}\,1{,}1\,м/c^2\right]$$

1.5 В момент времени $t = 0$ c частица вышла из начала координат в положительном направлении оси OX. Ее скорость меняется со временем по закону $\vec{v} = v_0\,(1 - \frac{t}{\tau})\,\vec{i}$, где v_0 – начальная скорость, модуль которой равен 10 $см/с$, а $\tau = 5$ $с$. Найти:

– координату x частицы в моменты времени 6; 10 и 20 $с$;

– моменты времени, когда частица будет находиться на расстоянии *10 см* от начала координат;

– путь S, пройденный частицей за первые *4* и *8 с*, изобразить примерный график *S(t)*.

$$\left[x = v_0 t \left(1 - \frac{t}{2\tau} \right);\ 1,9 \text{ и } 11 c;\ S = \left(1 - \frac{t}{2\tau} \right) v_0 t \quad при\, t \le \tau \ \text{ и } \quad S = \left(1 + \left(1 - \frac{t}{\tau} \right)^2 \right) \frac{v_0 t}{2} \quad при\, t \ge \tau \right]$$

1.6 Радиус-вектор частицы изменяется со временем по закону $\vec{r}(t) = \alpha \cdot t\vec{i} + \beta \cdot t^2 \vec{j}$, где α и β – постоянные; $\vec{i}$ и $\vec{j}$ – орты осей *OX* и *OУ*. Найти:

– уравнение траектории частицы и изобразить ее график;

– зависимость от времени скорости и ускорения, а так же модулей этих величин;

– зависимость от времени угла φ между векторами скорости и ускорения.

$$\left[y = \frac{x^2 \beta}{\alpha^2};\ \vec{v} = \alpha \vec{i} + 2\beta t \vec{j};\ \vec{a} = 2\beta \vec{j};\ v = \sqrt{\alpha^2 + 4\beta^2 t^2};\ a = 2\beta;\ tg\varphi = \frac{\alpha}{2\beta t} \right]$$

1.7 Точка движется в плоскости *XY* по закону $x = \alpha t$; $y = \alpha t (1 - \beta t)$, где α и β – положительные постоянные. Определить:

– уравнение траектории материальной точки и изобразить ее график;

– скорость и ускорение точки в зависимости от времени;

– момент времени, когда угол между скоростью и ускорением равен $\frac{\pi}{4}$.

$$\left[y = x - \frac{x^2 \beta}{\alpha};\ v = \alpha \sqrt{1 + (1 - 2\beta t)^2} \quad a = 2\alpha\beta;\ t = 0 \right]$$

1.8 Радиус-вектор материальной точки изменяется со временем по закону $\vec{r} = 4t^2 \vec{i} + 3t \vec{j}$, где $\vec{i}$ и $\vec{j}$ – орты осей *OX* и *OУ*. Определить:

– зависимость от времени скорости и ускорения, а так же модулей этих величин;

– зависимость от времени угла φ между векторами скорости и ускорения.

$$\left[\vec{v} = 8t\vec{i} + 3\vec{j};\ |\vec{v}| = \sqrt{64t^2 + 9};\ \vec{a} = 8\vec{i};\ |\vec{a}| = 8;\ tg\varphi = \frac{8t}{3} \right]$$

1.9 Наблюдатель, стоявший в момент начала движения электропоезда у его переднего края, заметил, что первый вагон прошел мимо него за $\tau = 4$ *с*. Считая движение равноускоренным, определить время прохождения мимо наблюдателя седьмого вагона.

$$\left[\tau_7 = \tau\left(\sqrt{7} - \sqrt{6}\right) = 0,79\ c \right]$$

1.10 Первый вагон поезда прошел мимо наблюдателя, стоящего на платформе, за $t_1 = 1$ *с*, а второй – за $t_2 = 1,5$ *с*. Длина вагона $L = 12$ *м*. Найти ускорение *a* поезда и его скорость v_0 в начале движения. Движение поезда считать равнопеременным.

$$\left[a = \frac{2L(t_1 - t_2)}{t_1 t_2 (t_1 + t_2)};\ v0 = \frac{L}{t_1} - \frac{a t_1}{2} \right]$$

1.11 Время отправления электрички по расписанию *12.00*. На ваших часах *12.00*, но мимо вас уже начинает проезжать предпоследний вагон, который движется мимо вас в течение *10 с*. Последний вагон проносится мимо вас за *8 с*. Электричка отправилась вовремя и движется равноускоренно. На сколько отстают ваши часы?

$$\left[t = \frac{\tau_1^2 - \tau_2^2 - 2\tau_1\tau_2}{2\left(\tau_1 - \tau_2\right)} = -31\ c \right]$$

1.12 Тело, свободно падающее с некоторой высоты, за время t после начала движения проходит путь в $n = 5$ раз меньший, чем за такой же промежуток времени в конце движения. Найти высоту, с которой падало тело.

$$\left[h = \frac{g\,t^2\,(n+1)^2}{8} \right]$$

1.13 Тело, свободно падающее с некоторой высоты, первый участок пути проходит за время t, а такой же последний – за время $0{,}5\ t$. Найти высоту, с которой падало тело.

$$\left[h = \frac{25g\,t^2\,(n+1)^2}{32} \right]$$

1.14 Тело брошено со скоростью $V = 10$ *м/с* по углом $\alpha = 45^0$ к горизонту. Найти радиусы кривизны траектории тела в начальный момент его движения, спустя время $t = 0{,}5\ c$ и в точке наивысшего подъема тела над поверхностью земли.

$$\left[R_0 = \frac{v^2}{g\cos\alpha};\ R_1 = \frac{(v^2 - 2\,v\,g\,t\sin\alpha + g^2\,t^2)^{\frac{3}{2}}}{g\,v\cos\alpha};\ R_2 = \frac{v^2\cos^2\alpha}{g} \right]$$

1.15 Под каким углом α к горизонту надо бросить шарик, чтобы радиус кривизны траектории в начальный момент времени был в $\eta = 8$ раз больше, чем в вершине?

$$\left[\cos\alpha = \eta^{-\frac{1}{3}} \right]$$

1.16 Под каким углом α к горизонту надо бросить шарик, чтобы центр кривизны вершины траектории находился на земной поверхности?

$$\left[tg\,\alpha = \sqrt{2} \right]$$

1.17 Тело брошено с поверхности земли под углом $\alpha = 60°$ к горизонту с начальной скоростью $v_O = 20$ *м/с*. Найти перемещение, его модуль и направление от начальной точки бросания тела до ближайшей точки, в которой нормальное ускорение тела $a_n = 8$ *м/с²*.

$$\left[\Delta\vec{r} = 10\,\vec{i} + 12{,}3\,\vec{j};\ \Delta r = 15{,}85\ м;\ \beta = 30{,}9^0 \right]$$

1.18 Камень брошен с вышки в горизонтальном направлении со скоростью *30 м/с*. Определить скорость, тангенциальное и нормальное ускорение камня в конце второй секунды после начала движения.

[$35{,}8$ *м/с*; $5{,}37$ *м/с*^{2}; $8{,}22$ *м/с*^{2}]

1.19 Радиус кривизны траектории тела, брошенного под углом к горизонту, в верхней точке составляет 20 м, максимальная высота подъема *10 м*. С какой начальной скоростью и под каким углом к горизонту брошено тело?

$$[20\ м/с;\ 45^0]$$

1.20 Два игрока в мяч, бросают его друг другу. Какой наибольшей высота достигает мяч во время игры, если он от одного игрока к другому летит *2 с*.

$$\left[h = \frac{g\,t^2}{8} \approx 5\ м\right]$$

1.21 Под каким углом к горизонту надо бросить тело, чтобы высота подъема была равна дальности полета?

$$[tg\alpha = 4]$$

1.22 Мячик бросили с некоторой высоты h под углом $\alpha = 30^0$ к горизонту. С какой начальной скоростью был произведен бросок, если мячик достиг максимальной высоты над поверхностью земли, равной $2h$, и упал на поверхность земли через время $t_0 = 4\ с$ после броска?

$$\left[v_0 = \frac{g\,(\sqrt{2}-1)\,t_0}{sin\ \alpha} = 32{,}5\ м/с\right]$$

1.23 Тело брошено горизонтально. Через время $t = 5\ с$ после броска угол между скоростью и ускорением стал $\beta = 45^0$. Определить скорость тела в этот момент. В какой момент времени t_1 после броска скорость тела будет в два раза большего начальной скорости?

$$\left[v = g\,t\,\sqrt{2} = 70\ м/с;\ t_1 = t\sqrt{3} = 9\ с\right]$$

1.24 Тело, брошено горизонтально с высоты $h = 80\ м$, упало на землю на расстоянии $L = 60\ м$ (по горизонтали). Найти перемещение тела за время, в течении которого скорость увеличивается в $n = 2$ раза. Какой угол составляет перемещение с горизонтом?

$$\left[S = \frac{L^2}{4h}\sqrt{(n^2-1)(n^2+3)} \approx 51{,}55\ м;\ \ \alpha = arctg\frac{\sqrt{n^2-1}}{2} \approx 41^\circ\right]$$

1.25 Вертолет летит со скоростью *50 м/с* на высоте *45 м*. С вертолета нужно сбросить груз на баржу, движущеюся встречным курсом со скоростью *5 м/с*. На каком расстоянии S не долетая баржи летчик должен освободить крепеж, держащий груз.

$$\left[S = (v_{верт} + v_{верт})\sqrt{\frac{2h}{g}} = 165\ м\right]$$

1.26 Один мальчик бросил вверх мяч со скоростью $v_1 = 5\ м/с$. Одновременно с ним второй мальчик, стоявший на расстоянии $L = 5\ м$ от первого бросил камень со скоростью $v_2 = 2\ v_1$, стараясь попасть в мяч. Под каким углом к горизонту α должен бросить камень второй мальчик? В какой момент времени t произойдет столкновение?

$$\left[sin\ \alpha = \frac{v_1}{v_2} = 0{,}5;\ t = \frac{L}{2\ v_1\ cos\ \alpha} = 0{,}58\ с\right]$$

1.27 Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью v_0. В тот момент, когда оно достигло наибольшей высоты подъема из той же точки со скоростью $1,5\ v_0$ брошено вверх второе тело. На какой высоте от поверхности земли они встретятся?

$$\left[h = \frac{v_0^2}{2\,g}\left(1 - \frac{1}{4n^2}\right)\right]$$

1.28 Два тела брошены вертикально вверх с одинаковыми скоростями $v_0 = 15\ м/с$ через промежуток времени $\tau = 0,5\ с$. Через какое время и на какой высоте они встретятся?

$$\left[t = \frac{2v_0 - g\tau}{2g}\ ;\ h = \frac{4v_0^2 + g^2t^2}{8g}\right]$$

1.29 С крыши падают капли воды. Промежуток времени между отрывами капель $\tau = 0,1\ с$. На каком расстоянии друг от друга будут находиться через время $t_1 = 1\ с$ после начала падения первой капли следующие три?

$$\left[S_{23} = (2\,t_1 - 3\,\tau)\frac{g\,\tau}{2}\ ;\ S_{34} = (3\,t_1 - 5\,\tau)\frac{g\,\tau}{2}\right]$$

1.30 Тело брошено горизонтально. Через время $t=5\ с$ после броска угол между скоростью и ускорением стал $\beta=45°$. Определить скорость тела V в этот момент. В какой момент времени t_1 после броска скорость тела будет в два раза больше его начальной скорости?

$$\left[V = 70\ м/с\right]$$

1.31 Тело брошено горизонтально. Через время $t=5\ с$ после броска угол между скоростью и ускорением стал $\beta=45°$. В какой момент времени t_1 после броска скорость тела будет в два раза больше его начальной скорости?

$$\left[t = 9\ с\right]$$

1.32 Камень брошен горизонтально со склона горы, образующего угол $\alpha=45°$ с горизонтом (см. рис.). Чему равна начальная скорость камня, если он упал на склон на расстоянии $L=50\ м$ от точки бросания?

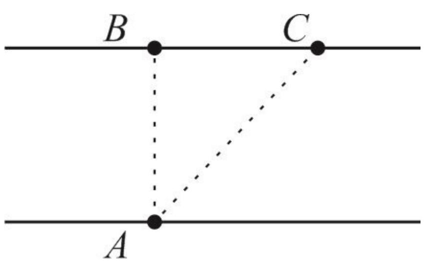
$$\left[v_0 = 13\ м/с\right]$$

1.33 Мячик, отскочивший от поверхности земли вертикально вверх со скоростью $V=10\ м/с$, пролетел мимо окна, высота которого $h=1,5\ м$, за время $t=0,2\ с$. На какой высоте относительно поверхности земли находится подоконник?

$$\left[h = 1,37\ м\right]$$

1.34 От пристани C к пристани T по реке плывет со скоростью $v_1 = 3$ км/ч относительно воды весельная лодка. От пристани T к пристани C одновременно с лодкой отходит катер, скорость которого относительно воды $v_2 = 10$ км/ч. За время движения лодки между пристанями катер успевает пройти это расстояние четыре раза и прибывает к T одновременно с лодкой. Определить скорость и направление течения реки.

$$\left[v_T = \left(2\,v_2 - \sqrt{4v_1^2 - 4v_1v_2} \right),\ от\,T\,к\,C \right]$$



1.35 Дна лодочника должны переплыть реку из пункта A в пункт B. Один из них направляет лодку по прямой AB и, достигнув противоположного берега, оказывается в точке C. Для того чтобы попасть в пункт B, он движется против течения от пункта C к пункту B. Второй лодочник направляет лодку так, что сразу, достигнув противоположного берега, оказывается в пункте B. Кто из них попадет в пункт B быстрее и во сколько раз? Скорость лодки относительно воды в обоих случаях одинакова и равна $v = 5{,}2$ м/с, скорость течения воды $u = 1{,}2$ м/с.

$$\left[\frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{v+u}{v-u}} \right]$$

1.36 Два автомобиля движутся с постоянными скоростями v_1 и v_2 по дорогам, пересекающимся под прямым углом. Когда первый автомобиль достиг перекрестка, второму оставалось проехать до этого расстояние L.Спустя какое время после этого, расстояние между шпилями будет наименьшим? Чему равно это расстояние?

$$\left[t = \frac{v_2 L}{v_1^2 + v_2^2};\ L = \frac{v_1 L}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}} \right]$$

1.37 Вагон $L = 3{,}6$м, движущийся со скоростью $v = 15$ м/с, был пробит пулей, летевшей перпендикулярно направлению движения вагона. Смещение отверстий в стенах вагона относительно друг друга равно $S = 9$ см. Определить скорость движения пули, считая ее постоянной.

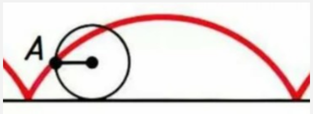
$$\left[u = v\frac{L}{S} \right]$$

1.38 Теплоход длиной $L = 300$ м движется прямолинейно по озеру со скоростью v_1. Катер, имеющий скорость $v_2 = 90$ км/ч, проходит расстояние от кормы до носа движущегося теплохода и обратно за время $t = 7{,}5$ с. Найти скорость теплохода.

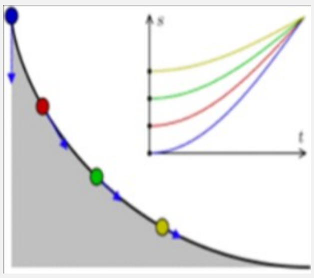
$$\left[v_1 = v_2\sqrt{1 - \frac{2L}{v_2 t}} \right]$$

Домашняя контрольная работа

Вариант	Номера заданий							
I	1.1	1.4	1.9	1.14	1.19	1.24	1.29	1.34
II	1.2 а	1.5	1.10	1.15	1.20	1.25	1.30	1.35
III	1.2 б	1.6	1.11	1.16	1.21	1.26	1.31	1.36
IV	1.3 а	1.7	1.12	1.17	1.22	1.27	1.32	1.37
V	1.4 б	1.8	1.13	1.18	1.23	1.28	1.33	1.38



Циклоида



В 1696 году И. Бернулли поставил задачу о нахождении кривой наискорейшего спуска, или, иначе говоря, задачу о том, какова должна быть форма ледяной горки, чтобы, скатываясь по ней, совершить путь из начальной точки А в конечную точку В за кратчайшее время. Искомую кривую назвали брахистохроной, то есть «кривой кратчайшего времени». Более того, она имеет также свойство *таутохронности*: тяжёлое тело, помещённое в любую точку арки циклоиды, достигает горизонтали за одно и то же время.

Ясно, что кратчайшим путем из точки А в точку В является отрезок АВ. Однако при таком прямолинейном движении скорость набирается медленно и затраченное на спуск время оказывается большим. Скорость набирается тем быстрее, чем круче спуск. Однако при крутом спуске удлиняется путь по кривой и, тем самым, увеличивается время его прохождения. Ученые доказали, что искомой кривой является перевернутая циклоида.

§ 2 ДИНАМИКА

Важно помнить, что второй закон Ньютона, выражаемый уравнением $\sum\vec{F} = m\vec{a}$, справедлив только в инерциальных системах отсчета. В подавляющем большинстве задач, в которых рассматривается движение тел относительно поверхности Земли, систему отсчета, связанную с Землей, можно считать инерциальной.

А. ДВИЖЕНИЕ ТЕЛ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПОСТОЯННОЙ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ И УПРУГИХ СИЛ

Общую схему решения задач по динамике можно представить следующим образом:

– сделать чертёж, указав на нём все силы, действующие на данное тело;

– записать второй закон Ньютона в векторной форме: $m\vec{a} = r_1 + r_2 + \ldots + \vec{F}_N$;

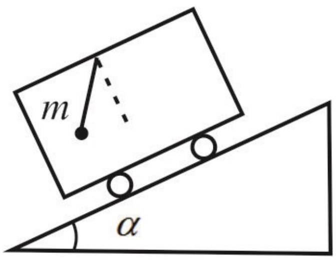
– выбрать инерциальную систему отсчета;

– записать второй закон в виде двух скалярных уравнений: $\begin{cases} ma_x = \sum F_x \\ ma_y = \sum F_y \end{cases}$;

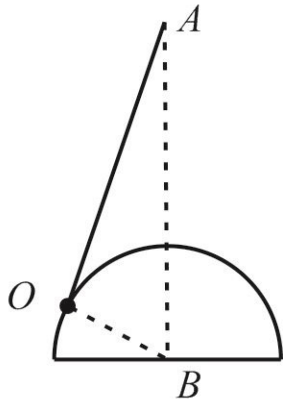
– при необходимости полученную систему уравнений дополнить кинематическими формулами, законами.

Если в задаче рассматривается движение системы связанных между собой тел, то второй закон записывают для каждого тела в отдельности

Занятие № 1



1 В вагоне укреплен отвес (шарик массой ***m*** на нити). Какое направление примет отвес, когда вагон будет скатываться без трения с наклонной плоскости, образующей с горизонтом угол α. Считать, что отвес неподвижен относительно вагона.



2 Шарик массой ***100 г,*** подвешенный на легкой нити, образующей угол ***30°*** с вертикалью лежит на гладкой полусфере радиусом ***10*** *см.* Треугольник ***AOB*** прямоугольный. Шарику сообщили скорость ***0,5*** *м/с* перпендикулярно плоскости чертежа, и он стал скользить по полусфере, описывая окружность. Чему равна сила давления шарика на полусферу во время движения?

3 Два груза массами $\boldsymbol{m_1}$ и $\boldsymbol{m_2}$ связанные невесомой **нерастяжимой** нитью, лежат на идеально гладком столе. К правому телу приложена сила $\boldsymbol{F}$ составляющая угол α горизонтом. Найти силу натяжения нити и ускорение грузов.

4 На подставке лежит груз, прикрепленный легкой пружиной к потолку. В начальный момент пружина не растянута. Подставку начинают опускать вниз с ускорением a. Через какое время груз оторвется от подставки? Жесткость пружины k, масса груза $\boldsymbol{m}$**.**

5* Тело массы $\boldsymbol{M}$ падает без начальной скорости с высоты H на пружину жесткости k. Найти время сжатия пружины, пренебрегая массой пружины и трением.

ЯБЛОКО НЬЮТОНА

Нужен был гений Ньютона, чтобы удивиться тому, что яблоко упало на землю.

К. Д. Ушинский

История о том, что однажды, гуляя в саду, Ньютон увидел, как с ветки упало яблоко, и это подтолкнуло его к открытию закона всемирного тяготения, стала уже легендой. Неудивительно, что многие историки науки и учёные пытались установить, соответствует ли она истине. Ведь без закона всемирного тяготения не было бы знаменитой книги Ньютона «Начала».

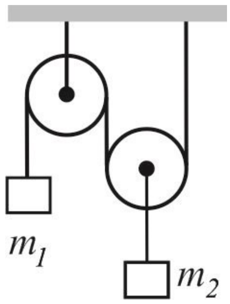
Катарина Бартон, племянница Ньютона, прожившая рядом с ним 30 лет, писала в своих мемуарах: «В 1666 году Ньютон был вынужден на некоторое время вернуться из Кембриджа в своё поместье Вулсторп, так как в Лондоне была эпидемия чумы. Когда он однажды отдыхал в саду, ему, при виде падающего яблока, пришла в голову мысль, что сила тяжести не ограничена поверхностью Земли, а простирается гораздо дальше. Почему бы и не до Луны?!». Лишь через 20 лет (в 1687 г.) были опубликованы «Математические начала натуральной философии», где Ньютон доказал, что Луна удерживается на своей орбите той же силой тяготения, под действием которой падают тела на поверхность Земли.

Легендарная яблоня была единственной в саду Ньютона. Дерево пережило Ньютона почти на сто лет и погибло в 1820 г. во время сильной грозы. Кресло, сделанное из него, хранится в Англии, в частной коллекции.

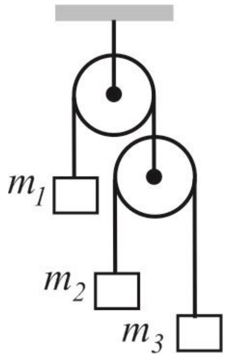
(С. Громов из книги Энциклопедия)

Занятие № 2

1 Через блок перекинута нить, на концах которой висят два груза с одинаковыми массами ***M*.** Одновременно на каждый из грузов кладут по перегрузку: справа массой – *3m,* слева – *m*. Определить ускорение системы, силу натяжения нити и силу давления перегрузков на основные грузы. Трением и массой блока пренебречь.



2 Определить ускорение грузов массой m_1 и m_2, а так же натяжение нитей в системе изображенной рисунке. Трением и массой блоков пренебречь. Ни считать невесомой и нерастяжимой.



3* Определить ускорение груза массой m_1 в систем изображенной на рисунке. Трением и массой блоков пренебречь. Нить считать невесомой и нерастяжимой.

В русском учебнике физики для гимназий законы Ньютона даны в оригинальной латинской формулировке без перевода. Требовалось их выучить. Этот учебник вышел в 1915 г., т. е. спустя два года после создания квантовой модели атома Бора и спустя десять лет после создания Эйнштейном специальной теории относительности.

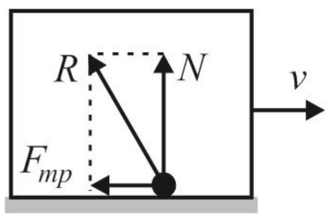
(Из книги П.С. Кудрявцева «Курс истории физики».)

Лейбница однажды спросили, какого он мнения о Ньютоне. «Если взять математиков от начала мира до Ньютона, то окажется, что Ньютон сделал половину, и притом лучшую половину», ответил немецкий учёный. Если учесть взаимную неприязнь между Лейбницем и Ньютоном, их споры о приоритете в создании математического анализа, высказывание Лейбница дорогого стоит!

(Из книги П.С. Кудрявцева «Курс истории физики».)

Б. ДВИЖЕНИЕ ТЕЛ ПРИ НАЛИЧИИ СИЛЫ ТРЕНИЯ

При движении тела по поверхности какого-либо другого тела между ними возникает взаимодействие, при этом к первому телу оказывается приложенной сила реакции опоры $\vec{R}$. Во всех реальных случаях эта сила направлена не по нормали к соприкасающимся поверхностям, а отклонена от нее в сторону, противоположную скорости движения тела. Разложив силу $\vec{R}$ на составляющие по нормали и по касательной к соприкасающимся поверхностям, получим $\vec{R}=\vec{N}+\vec{F}_{TP}$, где $\vec{N}$ – нормальная составляющая силы реакции опоры; $\vec{F}_{TP}$ – сила трения. Таким образом, сила трения является, по существу, одной из составляющих силы реакции опоры.



Сила трения скольжения подчиняется закону трения скольжения $F_{TP\,CK}=\mu N$ и направлена всегда в сторону, противоположную относительной скорости тела. Сила трения покоя $F_{TP\,ПОК}$ всегда равна по модулю и противоположна по направлению той силе, которая должна была бы вызвать скольжение. Поэтому сила трения покоя есть величина переменная даже при постоянном значении силы $\vec{N}$. Однако, она имеет предел - величину $max\,F_{TP\,ПОК}$, определяемую законом трения покоя: $max\,F_{TP\,ПОК}=\mu_0 N$, где μ_0 - коэффициент трения покоя.

Решая задачи, мы будем считать, что $\mu \approx \mu_0$, т. е. будем полагать, что максимальное значение силы трения покоя равно силе трения скольжения.

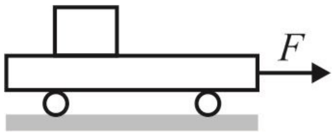
Но не надо думать, что трение всегда препятствует движению – часто оно ему способствует.

При прокручивании колёс автомобиля сила трения шин о поверхность земли, препятствуя их проскальзыванию, действует со стороны дороги и направлена вперёд, обеспечивая поступательное движение автомобиля. Чем сильнее трение, тем больше соответствующая сила, поэтому его стараются не уменьшать, а увеличивать: покрытие дороги делают шероховатым, наносят на поверхность шины рельефные рисунки (протекторы). Вспомните, как трудно идти по скользкой дороге или как буксует автомобиль, стоящий на льду или в грязи: колёса проскальзывают на месте, хотя мотор исправно вращает их.

(С. Громов из книги Энциклопедия)

Занятие № 3

1 Кирпич массы *1 кг* лежит на горизонтальном столе. Коэффициент трения между кирпичом и столом равен *0,1.* К кирпичу приложена горизонтальная сила *F:* а) *F = 0,5 Н,* б) *F = 2 Н.* Выразить аналитически и графически зависимость силы трения и ускорения кирпича от величины силы *F*.



2 Тележку массой *M = 20 кг***,** на которой лежит груз массой *m = 10 кг* тянут с силой *F,* направленной горизонтально. Коэффициент трения между грузом и тележкой $\mu = 0,1$. Пренебрегая трением между тележкой и опорой, найти ускорение тележки и груза при различных значениях силы *F:* а) *F = 20 Н,* б) *F = 60 Н.*

3 Решить предыдущую задачу полагая, что сила *F* приложена не к тележке, а к грузу. Рассмотреть два случая: *а***)** *F = 10 Н,* б) *F = 30 Н.*

4* На горизонтальной плоскости с коэффициентом трения μ лежит тело массой *m.* В момент времени *t = 0 c* к нему приложили горизонтальную силу, меняющуюся по закону $\vec{F} = \beta t$**,** где β – постоянный вектор. Найти путь, пройденный телом за первые ***t*** секунд после начала движения.

КАЧЕНИЕ ВМЕСТО СКОЛЬЖЕНИЯ.

При скольжении твёрдого тела по неподвижной твёрдой поверхности его замедляет сила трения μN, где безразмерный коэффициент μ зависит от гладкости соприкасающихся поверхностей. При качении вращение тормозит момент сил $M=\mu^* N$, т. е. коэффициент трения качения μ^* должен иметь размерность длины.

Для равномерного скольжения к телу следует приложить силу, уравновешивающую силу трения. Равномерное качение круглого тела можно поддерживать с помощью силы *F*', момент которой уравновешивает тормозящий момент силы трения качения.

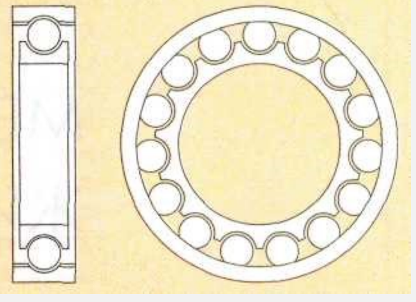
Сравним затраты энергии, необходимые для поддержания скольжения и качения с одинаковыми скоростями двух тел, производящих одинаковое давление *N* на поверхность соприкосновения.

Поскольку при чистом качении угловая скорость $\omega=v/R$ отношение мощностей *(W=Fv)* скольжения и качения составляет: $\frac{W}{W'}=\frac{\mu Nv}{\mu^* N\omega}=\frac{\mu R}{\mu^*}$. Так, для колеса радиусом R=50 см при $\mu=0,5$ и $\mu^*=0,05$ *см* отношение равно $\frac{W}{W'}=\frac{0,5\cdot 50}{0,05}=500.$

Следовательно, поддерживать качение оказывается в *500* раз легче, чем тащить то же тело волоком. Поэтому люди издавна используют колёса – диски или кольца со спицами, насаженные на ось. Однако вдоль боковой поверхности колёсной оси продолжает действовать трение скольжения. Чтобы уменьшить его, ось смазывают (сухое трение заменяют жидким) или используют подшипники. В них трение скольжения заменено трением качения.

Шарикоподшипник состоит из двух соосных колец, пространство между которыми заполнено одинаковыми шариками или цилиндриками (роликами). Внутреннее кольцо туго насаживается на ось, а внешнее закрепляется в теле и вращается вместе с ним. Каждый шарик катится одновременно по выпуклой поверхности внутреннего кольца и по вогнутой – внешнего.

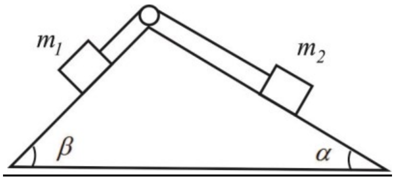
Деформацию колец и шариков в точках касания сокращают, изготовляя их из твёрдых материалов. При значительных нагрузках на подшипник (например, в большегрузных автомобилях) давление на шарики и кольца достигает огромных значений, так как область их контакта имеет очень малую площадь



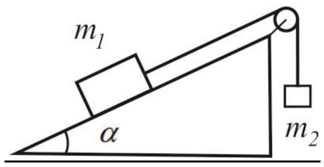
В этих случаях вместо шариков применяют цилиндрические ролики, соприкасающиеся с кольцами не в одной точке, а вдоль отрезка прямой (образующей цилиндра). Площадь касания увеличивается – давление уменьшается.

(С. Громов из книги Энциклопедия)

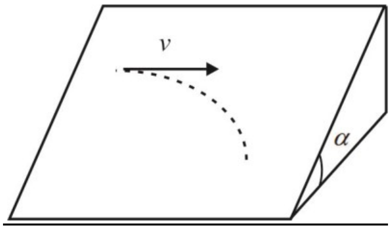
Занятие № 4



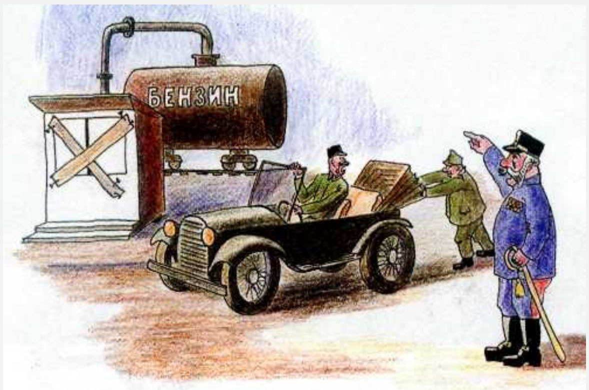
1 На вершине двух наклонных плоскостей образующих с горизонтом углы $\alpha = 30^0, \quad \beta = 45^0$, ° укреплен блок (см. рис.). Грузы $m_1 = 1$ *кг* и $m_2 = 2$ *кг* соединены невесомой нитью, перекинутой через блок. Определить ускорение, с которым начнут двигаться грузы и силу натяжения нитей. Коэффициенты трения грузов о плоскость одинаковы и равны μ. Рассмотреть два случая: а) $\mu = 0,1$, б) $\mu = 0,2$.



2 По наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 30^0$ с горизонтом спускается брусок массой $m_1 = 0,4$ *кг*. Коэффициент трения скольжения между бруском и наклонной плоскостью равен $\mu = 0,1$. Брусок связан с грузом $m_2 = 0,3$ *к* . Определить величину и направление ускорения груза m_2; силу натяжение нитей.



3*На наклонной плоскости лежит тело (см. рис.), которому в начальный момент времени сообщают направленную по горизонтали скорость v_Q. Угол наклона плоскости равен α, коэффициент трения скольжения μ. Найти годограф скоростей тела.



Полковник Краус фон Циллергут провозгласил:

– Когда кончился бензин, автомобиль вынужден был остановиться. Это я сам вчера видел. А после этого ещё болтают об инерции господа!.. Ну не смешно ли?

(Из книги Я. Гашека «Похождения бравого солдата Швейка.)

В. РЕАКТИВНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Уравнение движения тела переменной массы имеет вид**:**

$$m\frac{d\vec{v}}{dt}=\sum\vec{F}_i-\vec{u}\,\frac{}{dt},$$

где $\vec{u}$ – скорость отделяющейся массы, относительно тела; $\sum\vec{F}_i$ – векторная сумма внешних сил, действующих на тело.

Общая схема решения задач остается прежней.

Занятие № 5

1 Ракета массой *M* висит над поверхностью Земли. Какую массу топлива в единицу времени она должна расходовать, если скорость истечения газа $\vec{u}$.

2*Рассмотреть падение капли в атмосфере насыщенного пара. Сопротивлением воздуха при падении пренебречь.

3 *Ракета перед стартом имеет массу m_0 *= 120 кг.* На какой высоте окажется ракета через *t = 15 с* после начала работы ее двигателей? Считать расход топлива равным *4 кг/с* и скорость истечения газов относительно ракеты *u = 1000 м/с* постоянными. Задачу решить считая поле тяготения Земли однородным.

4 Найти высоту подъема ракеты в однородном поле тяжести, если масса ракеты изменяется по экспоненциальному закону. Скорость истечения газов $\vec{u}$ считать постоянной. Известно время τ работы двигателя ракеты.

ФОРМУЛА ЦИОЛКОВСКОГО

Ракета – это тело переменной массы. По мере сгорания топлива из ракетного двигателя выбрасывается газовая струя, уносящая с собой часть начальной массы ракеты. Общая теория движения тел переменной массы была разработана профессором Петербургского политехнического института Иваном Всеволодовичем Мещерским (1859–1935). Его труд был опубликован осенью того же года, когда Циолковский вывел свою знаменитую формулу. Содержащееся в данной работе уравнение *(уравнение Мещерского)* позволяет получить формулу Циолковского более простым способом, чем это было сделано её автором.

Когда из ракеты с некоторой скоростью $\vec{u}$ (относительно неё) выбрасываются продукты сгорания топлива, они (в соответствии с третьим законом Ньютона) действуют на ракету с силой, противоположной по направлению скорости их истечения. Эту силу называют *реактивной силой тяги.*

В отсутствие внешних сил импульс системы, состоящей из ракеты и выбрасываемых из неё газов, должен оставаться неизменным. Следовательно, импульс, уносимый газовой струёй, должен компенсироваться соответствующим приращением импульса ракеты. Значит, чем больше скорость истечения газа $\vec{u}$ и масса газа, выбрасываемая за каждую секунду движения, т. е. *dm/dt,* тем больше будет импульс, приобретаемый ракетой за единицу времени. Последний определяет силу, действующую на ракету. Таким образом, реактивная сила тяги оказывается равной $\vec{u}$

$$\vec{F} = -\vec{u}\,\frac{\quad}{dt}$$

и уравнение движения ракеты (уравнение Мещерского) имеет вид

$$m\frac{dv}{dt} = -u\frac{dm}{dt} \text{ или } \frac{dm}{m} = \frac{dv}{du}$$

где m и v – соответственно масса и скорость ракеты в момент времени t.

Если допустить, что в начальный момент времени $v = 0$, $m = m_0$ и что ракета движется прямолинейно в направлении, противоположном скорости истечения газов, то путём интегрирования уравнения Мещерского можно получить следующее соотношение:

$$\frac{m_0}{m} = e^{v/u}.$$

Полученное соотношение и называют *формулой Циолковского.* Формула справедлива лишь для скоростей, много меньших скорости света в вакууме $(v<<c)$. Релятивистским обобщением формулы Циолковского является соотношение $\frac{m_0}{m} = \left(\frac{1+v/c}{1-v/c}\right)^{c/2u}$ из которого, в частности, следует, что ни при какой конечной стартовой массе космического корабля он никогда не достигнет скорости света c.

(С. Громов из книги Энциклопедия)

Г. ЗАКОН ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ

Отметим, что в формуле силы тяготения $F = G\frac{Mm}{r^2}$, r - есть расстояние между материальными точками, или центрами сферических тел. Если взаимодействующие тела нельзя считать таковыми, то для определения силы гравитационного взаимодействия необходимо разбить тела на бесконечно малые элементы и найти силу взаимодействия между элементами тел $d\vec{F}$ **,**а затем просуммировать все элементарные силы $d\vec{F}$**.**

<u>Занятие № 6</u>

1 Ракета, летевшая над поверхностью Земли на высоте *h*, в результате кратковременного действия мощной тормозной установки останавливается. С какой скоростью упадет ракета на Землю? Сопротивлением пренебречь.

2 Шарик массой *m* находится на расстоянии ***a*** от конца тонкого однородного стержня, масса которого *M* и длина *L = 2a.* Определите силу притяжения шарика и стержня. Как изменится сила притяжения, если стержень заменить шариком массой *M***,** помещенным в центр масс стержня.

3 Определите силу взаимодействия между кольцом из тонкой проволоки, радиус которого *r***,** и небольшим шариком массой *m,* который находится на оси кольца на расстоянии *L* от его центра. Радиус кольца *R,* плотность проволоки ρ .

4 * Материальная точка падает без начальной скорости на землю с высоты *H = 1000 км.* Найти время, за которое она окажется на высоте *h = 100 км.*

ЗАКОН ТЯГОТЕНИЯ И РАЗМЕРНОСТЬ ПРОСТРАНСТВА

Следующий после Ньютона (и совершенно неожиданный) шаг в понимании закона всемирного тяготения был сделан 23-летним выпускником Кёнигсбергского университета Иммануилом Кантом (1724–1804). В 1747 г. он написал работу «Мысли об истинной оценке живых сил», в которой несколько страниц посвятил свойствам пространства и их связи с законом тяготения.

Канта интересовал вопрос: почему пространство трёхмерно? «Легко доказать, – замечал он, – что не было бы никакого пространства и никакого протяжения, если бы субстанции не обладали никакой силой действовать вовне. Ибо без этой силы нет никакой связи, без связи – никакого порядка и, наконец, без порядка нет никакого пространства». Но эти о законе всемирного тяготения изменяются обратно пропорционально квадрату расстояния между телами.

А потому между числом 3 – размерностью пространства и числом 2 в законе тяготения должна быть связь, мерность пространства, сделал вывод Кант, «происходит, по-видимому, оттого, что субстанции в существующем мире действуют друг на друга таким образом, что сила действия обратно пропорциональна квадрату расстояния».

Кант сознавал, что его рассуждения не слишком убедительны, и закончил свою работу такими словами: «Эти мысли могут послужить наброском для некоего исследования, которым я намереваюсь заняться. Не могу, однако, отрицать, что сообщаю их в том виде, в каком они мне пришли в голову, не придав им требуемой достоверности с помощью более подробного изучения. Я готов поэтому снова отказаться от них, как только более зрелое суждение раскроет мне их слабость».

И действительно, впоследствии, став знаменитым философом, Кант пришёл к мысли, что свойства пространства не могут зависеть от какого бы то ни было закона сил, и больше к этой теме не возвращался.

Лишь спустя 170 лет после выхода упомянутого выше сочинения Канта, в 1917 г., в журнале «Труды Амстердамской академии» появилась статья известного физика Пауля Эренфеста (1880–1933) под названием «Каким образом в фундаментальных законах физики проявляется то, что пространство имеет три измерения?». Рассмотрев "физику" в n-мерном евклидовом пространстве, он пришёл к выводу, что закон всемирного тяготения в общем случае должен иметь вид

$$F = G\frac{Mm}{r^{n-1}},$$

где n – размерность пространства, в котором рассматривается гравитационное взаимодействие. В нашем пространстве, как установил Ньютон $n\text{-}1=2$. Отсюда следует, что размерность пространства в котором мы живём, равна ***3.***

(С. Громов из книги Энциклопедия)

Д. НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

В задачах, в которых идет речь о физических явлениях происходящих внутри ускоренно движущегося тел (вагона, лифта и т. д.), решение, основанное на применение второго закона Ньютона, упрощается, если рассматривать явление в неинерциальной систем отсчета, связанной с ускоренно движущимся телом. В таких системах второй закон выражается уравнением

$$\sum \vec{F} + \vec{F}_{ИН} = m\vec{a},$$

где $\vec{a}$ – ускорение тела в неинерциальной системе отсчета.

Силы инерции $\vec{F}_{ИН}$ зависят, прежде всего, от характера движения неинерциальной системы. Мы рассмотрим только два типа неинерциальных систем: системы, движущиеся поступательно прямолинейно и ускоренно, а так же системы, вращающиеся с постоянной угловой скоростью относительно какой-либо инерциальной системы.

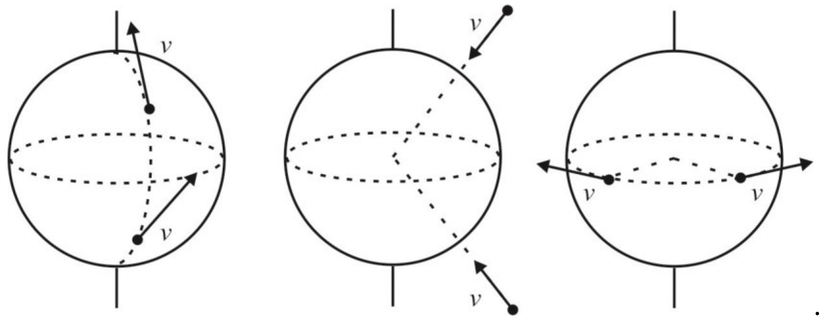
Различия	Центробежная сила	Сила Кориолиса
Направление	Центробежная сила направлена радиально наружу от тела во вращающейся системе отсчета.	Сила Кориолиса действует перпендикулярно оси вращения и вектору скорости объекта.
Пропорциональность	– Центробежная сила пропорциональна квадрату скорости вращения. – Центробежная сила связана с расстоянием тела от оси вращающейся рамы.	– Сила Кориолиса пропорциональна скорости вращения. – Сила Кориолиса пропорциональна вектору скорости, ортогональному оси вращения.

Действие силы Кориолиса заметно во многих явлениях, связанных с движением тел на Земле. Так, например, поток воды в реках Северного полушария прижимается данной силой к правому берегу, что приводит к его подмыванию. Поэтому правый берег таких рек обычно более крутой по сравнению с левым.

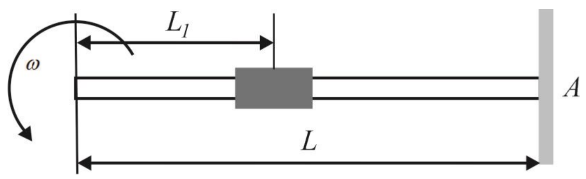
Занятие № 7

1 Тело массой ***m,*** находящееся на вершине наклонной плоскости, удерживается силой трения. За какое время тело спуститься с наклонной плоскости, если она станет двигаться в горизонтальном направлении с ускорением $\vec{a}$. Длина плоскости ***L,*** угол наклона к горизонту φ, коэффициент трения между телом и плоскостью μ.

2 Определить направление силы Кориолиса $\vec{F}_k = 2m[\vec{v} \times \omega]$ для тел, изображенных на рисунке



3 Горизонтально расположенный стержень имеет длину L и может вращаться относительно вертикальной оси, проходящей через один из его концов. На другом конце стержня установлена мишень. На расстоянии L_1 от мишени установлено дуло закрепленного орудия, сообщающего снаряду скорость v вдоль стержня. При неподвижном стержне снаряд попадает в мишень в точку A. Определить, как далеко от точки A пролетит ***с***наряд, если стержень начнет вращаться против часовой стрелки с угловой скоростью ω.



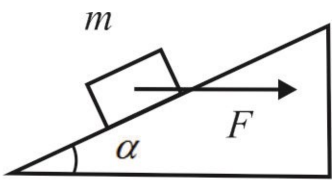
4 Тело массой m находится на экваторе. Определить на сколько изменится сила, действующая на поверхность Земли, если тело, движущееся с востока на запад с постоянной скоростью v, изменит направление на противоположное.

Гюстав Гаспар Кориолис (1792–1843) – французский учёный, занимавшийся теорией относительного движения. Ввёл понятия так называемой силы Кориолиса.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

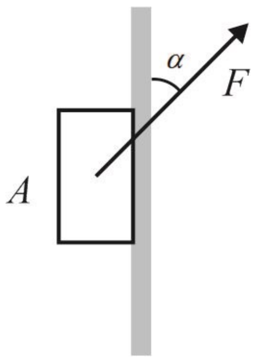
2.1 У бруска одна сторона гладкая, а другая шероховатая. Если его положить на наклонную плоскость шероховатой стороной, он будет лежать на грани соскальзывания. С каким ускорением брусок будет соскальзывать, если его перевернуть? Коэффициент трения между шероховатой стороной бруска и наклонной плоскостью $\mu = 0,2$.

$$\left[\alpha = g\frac{\mu}{\sqrt{1-\mu^2}} \approx 1,9 м/с^2\right]$$



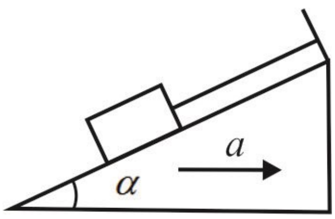
2.2 Какую горизонтальную силу F необходимо приложить к бруску, чтобы он равномерно перемещался вниз по наклонной плоскости (см. рис.)? Масса бруска m = 2 кг, коэффициент трения между бруском и поверхностью плоскости $\mu = 0,2$; плоскость образует угол $\alpha = 45°$ с горизонтом.

$$\left[F = mg\frac{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}{\mu\sin\alpha + \cos\alpha} = 13H\right]$$



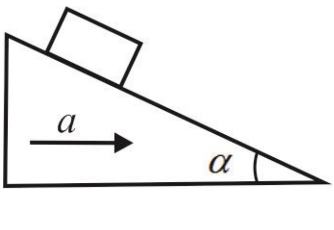
2.3 Магнит A массой $m = 5\ кг$ притягивается к стенке с силой $F_1 = 5\ H$. Если к магниту приложить еще силу F_2 = 20 Н, составляющую угол $\alpha = 30°$ со стенкой, то куда и с каким ускорением будет двигаться магнит? Коэффициент трения между стенкой и магнитом $\mu = 0,2$. При каких значениях μ магнит не будет двигаться?

$$\left[a = g - \frac{F_2\cos\alpha + \mu(F_1 + F_2\sin\alpha)}{m} \approx 5,4 м/с^2\ вниз\ \mu \geq \frac{mg - F_2\cos\alpha}{F_1 + F_2\sin\alpha} = 2,1\right]$$



2.4 На гладкой наклонной плоскости, движущейся вправо с ускорением a, лежит брусок массой m (см. рис.). Найти натяжение нити и силу давления бруска на плоскость. При каком ускорении плоскости брусок не будет давить на плоскость?

$$[T = m(g\sin\alpha + a\cos\alpha);\ F = m(g\cos\alpha - a\sin\alpha);\ a_1 = gctg\alpha]$$



2.5 По гладкой наклонной плоскости, движущейся с ускорением a, скользит брусок (см. рис.). Найти ускорение бруска относительно плоскости. Каким должно быть ускорение, чтобы брусок не скользил по плоскости? Угол наклонной плоскости с горизонтом равен α.

$$[a_{отн} = g\sin\alpha - a\cos\alpha; a_1 gtg\alpha]$$

2.6 На диске, который может вращаться вокруг вертикальной оси, лежит шайба массой $m = 100$ *г*. Шайба соединена пружиной с осью диска. Если число оборотов диска не превышает $n_1 = 2$ *об/с*, пружина находится в недеформированном состоянии. Если число оборотов $n_2 = 5$ *об/с*, то пружина удлиняется вдвое, Определить жесткость пружины.

$$\left[k = 4\pi^2 m\left(2n_2^2 - n_1^2\right) \approx 82 H/м\right]$$

2.7 На наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 6°$ лежит тело. Плоскость равномерно вращается вокруг вертикальной оси. Расстояние от тела до оси вращения $r = 10$ *см*. Наименьший коэффициент трения, при котором тело удерживается на вращающейся наклонной плоскости $\mu = 0,4$. Найти угловую скорость вращения.

$$\left[\omega = \sqrt{\frac{g(\mu\cos\alpha - \sin\alpha)}{r(\mu\sin\alpha + \cos\alpha)}} = 5.3 рад/с\right]$$

2.8 Полая сфера радиусом $R = 0,4$ *м* вращается вокруг вертикального диаметра с постоянной угловой скоростью $\omega = 5$ *рад/с*. Вместе со сферой на ее внутренней поверхности движется небольшая шайба, находящаяся на высоте h. Определить минимальное значение коэффициента трения μ, при котором это возможно.

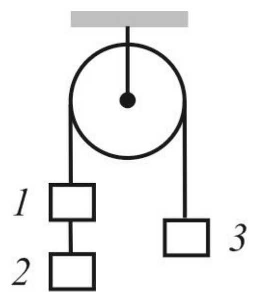
$$\left[\mu = \frac{g - \omega^2(R-h)}{g + \omega^2(R+h)} \cdot \sqrt{\frac{R+h}{R-h}} 0,3\right]$$

2.9 Каков должен быть коэффициент трения μ резины о внутреннюю поверхность конуса с углом при вершине 2α, чтобы мотоциклист мог двигаться по окружности радиуса R с угловой скоростью ω?

$$\left[\mu \geq \frac{g + \omega^2 R tg\alpha}{(\omega^2 R - g tg\alpha)\sin 2\alpha}\right]$$

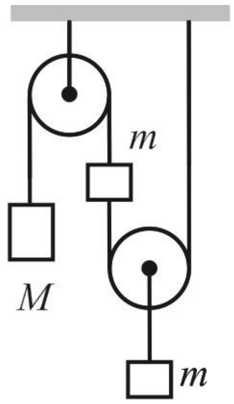
2.10 Шарик на нити, вращающийся равномерно в вертикальной плоскости, находится в лифте, движущемся с ускорением $2g$. Когда шарик находится в нижней точке своей траектории, натяжение нити равно нулю. Определить натяжение нити T в момент, когда шарик находится в верхней точке своей траектории. Масса шарика m.

$$[T = 2\,mg]$$



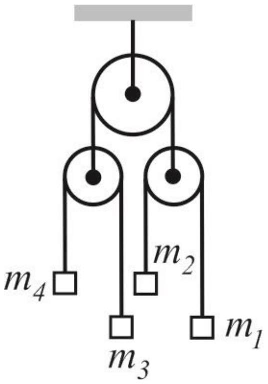
2.11. Через неподвижный блок перекинута нить, к которой подвешены три одинаковых груза массой $m = 5$ *кг* каждый (см. рис.). Найти ускорение системы и силу натяжения нити между грузами *1* и *2*. Какой путь S пройдут грузы за первые $t = 4$ *с* движения? Трением пренебречь. Нить невесома и нерастяжима.

$$\left[a = \frac{g}{3};\ T_1 = \frac{2}{3}mg;\ S = \frac{g\,t^2}{6}\right]$$



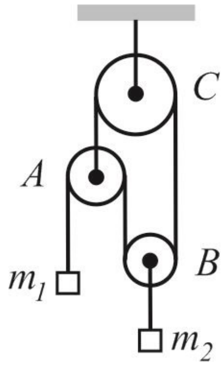
2.12. В системе, изображенной на рисунке, блоки невесомы, а нити невесомы и нерастяжимы. Найти ускорение подвижного блока.

$$\left[a = g\,\frac{|2M - 3m|}{5m + 4M}\right]$$



2.13 В системе, показанной на рисунке, $m_1 > m_2 > m_3 > m_4$. Найти силы натяжений нитей T и силы давления P на оси блоков при движении грузов. Трением, массой блоков и нитей пренебречь. Нить нерастяжима.

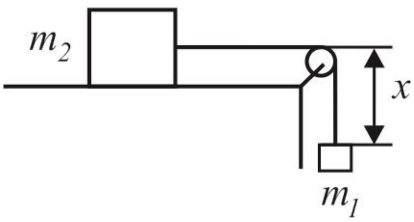
$$\left[T = \frac{4gm_1m_2m_3m_4}{m_1m_2m_3 + m_1m_3m_4 + m_1m_2m_4 + m_2m_3m_4}\ ;\ P_1 = 2\,T\ ;\ P_2 = 4\,T\right]$$



2.14 Определить ускорения грузов в системе блоков с грузами, изображенной на рисунке. Массой блоков и нитей пренебречь. Нити считать нерастяжимыми. В какую сторону будут вращаться блоки при движении грузов?

[оба груза падают свободно, т.е. $a = g$

Блоки A *и* B *вращаются против часовой стрелки, блок* C *- по часовой]*



2.15 Два груза соединены весомой нерастяжимой однородной нитью длиной l так, как показано на рисунке. Массы грузов $m_1 = m$, $m_2 = 2/3\ m$, нити $m_3 = 1/3\ m$. При какой длине вертикального отрезка нити x силы, действующие на грузы со стороны нити, окажутся равными? Чему равны эти силы? Каково ускорение системы в этом случае? Трения в системе нет. Нить невесома и нерастяжима.

$$\left[x = 0.6l; a = g\frac{3l + x}{6l} = 0.6g; T = 0.4mg\right].$$

2.16 Два шарика падают в воздухе. Шарики (сплошные) сделаны из одного материала, но диаметр одного из шариков вдвое больше, чем у другого. В каком соотношении будут находиться скорости шариков при установившемся (равномерном) движении? Считать, что сила сопротивления воздуха пропорциональна площади поперечного сечения движущегося тела и квадратично зависит от скорости движения тела.

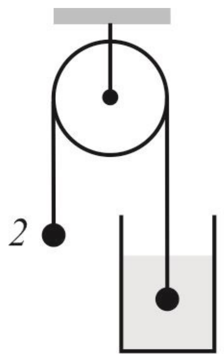
$$\left[\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{2}\right]$$

2.17 Парашютист массой $m_1 = 80$ *кг* спускается на парашюте с установившейся скоростью $v_1 = 5$ *м/с*. Какой будет установившаяся скорость, если на том же парашюте будет спускаться мальчик массой $m_2 = 40$ *кг*? Считать, что сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату скорости.

$$\left[v_2 = v_1\sqrt{\frac{m_2}{m_1}}\right]$$

2.18 Шар массой m падает в жидкости плотностью ρ с постоянной скоростью v. С какой силой нужно тянуть этот шар, для того чтобы он поднимался в той же жидкости со скоростью $2v$. Объем шара равен V. Сопротивление при движении, шара в жидкости пропорционально скорости шара.

$$\left[F = 3g(m - \rho V)\right]$$

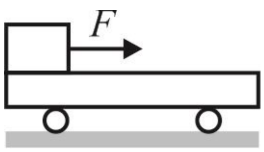


2.19 Два одинаковых шарика связаны невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через невесомый блок, причем один из шариков погружен в сосуд с жидкостью (см. рис.). С какой установившейся скоростью v будут двигаться шарики, если известно, что установившаяся скорость падения одиночного шарика в той же жидкости равна v_0? Сила сопротивления жидкости пропорциональна скорости. Плотность жидкости $\rho_ж$, плотность материала шариков $\rho > \rho_ж$.

$$\left[v = \frac{v_0\rho_ж}{(\rho - \rho_ж)}\right]$$

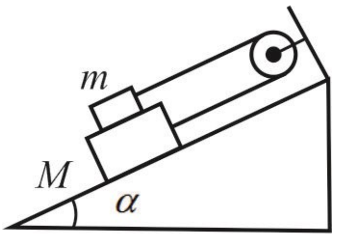
2.20 Чугунное ядро массы m падает в воде с постоянной скоростью v. С какой силой F надо тянуть его вверх, чтобы оно поднималось со скоростью $2v$? Сила сопротивления прямо пропорциональна величине скорости.`

$$\left[F = 3\,m\,g\,(1 - \frac{\rho_в}{\rho_ч})\right]$$



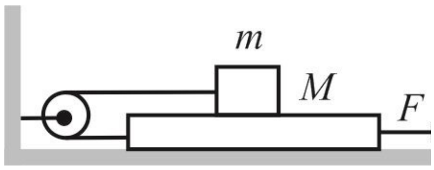
2.21 Тележка массой M может без трения катиться по горизонтальной поверхности. У заднего края тележки лежит брусок массой m (см. рис.). Коэффициент трения между бруском и тележкой μ. К бруску приложена горизонтальная сила F, достаточная для того, чтобы брусок начал двигаться относительно тележки. Через какое время брусок упадет с тележки, если ее длина l? При какой минимальной силе F_o брусок начнет скользить?

$$\left[t = \sqrt{\frac{2lmM}{FM - \mu gm(M + m)}};\; F_0 = \mu mg\left(1 + \frac{m}{M}\right)\right]$$



2.22 На наклонной плоскости с углом при основании α находится доска массой M и на ней брусок массой m $(M > m)$ (см. рис.). Коэффициент трения между доской и плоскостью μ, между доской и бруском 2μ. Определить ускорение этих тел. При каком отношении масс тела будут находиться в равновесии? Нить невесома и нерастяжима.

$$\left[a = g\frac{(M-m)\sin\alpha - \mu(M+5m)\cos\alpha}{M+m};\ \frac{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}{\sin\alpha + 5\mu\cos\alpha} \le \frac{m}{M} \le \frac{\sin\alpha + \mu\cos\alpha}{\sin\alpha - 5\mu\cos\alpha} \right]$$



2.23 В системе, изображенной на рисунке, массы брусков $M = 2$ *кг*, $m = 1$ *кг*. Какую силу нужно приложить к нижнему бруску, чтобы он двигался с постоянным ускорением $a = g/2$? Коэффициент трения между брусками $\mu = 0,5$; между столом и нижним бруском $\mu_2 = 0,2$.

$$\left[F = g\left[\frac{m+M}{2} + \mu_2(m+M) + 2\mu_1 m\right] = 30\ H \right]$$

2.24 Бруски A и B с массами m_1 и m_2 находятся на столе. К бруску B приложена сила $\vec{F}$, направленная под углом α к горизонту. Найти ускорения движения брусков, если коэффициенты трения брусков друг о друга и бруска о стол равны соответственно μ_1 и μ_2. Сила трения между поверхностями максимальна.

$$\left[a_B = \frac{F(\cos\alpha + \mu_1\sin\alpha)}{m_1} - \mu_1 g\ ;\ a_A = \frac{(\mu_1 - \mu_2)(m_1 g - F\sin\alpha)}{m_2} - \mu_2 g \right]$$

2.25 На наклонную плоскость с углом α помещена плоская плита массой m_2 , а на нее брусок – массой m_1 . Коэффициент трения между бруском и плитой μ_1 . Определить при каких значениях коэффициента трения μ_2 между плитой и плоскостью плита не будет двигаться, если известно, что брусок скользит по плите.

$$\left[\mu_2 \ge \frac{m_1\mu_1 + m_2 tg\alpha}{m_1 + m_2} \right]$$

2.26 После совершения одной тысячи оборотов вокруг Земли первый искусственный спутник уменьшил период обращения с $T_1 = 96,2$ *мин* до $T_2 = 92,7$ *мин*. На сколько при этом уменьшилась средняя высота полета спутника над поверхностью Земли?

$$\left[\Delta h = R_З \sqrt[3]{\frac{g}{4\pi^2 R_З}} \left(\sqrt[3]{T_1^2} - \sqrt[3]{T_2^2} \right) \right]$$

2.27 На какой высоте h от поверхности Земли должна проходить круговая орбита полюсного спутника, чтобы за сутки он пролетел над каждым полюсом $n = 10$ раз?

$$\left[h = R_З \left(\sqrt[3]{\frac{g\,t^2}{4\,\pi^2\,n^2\,R_З}} - 1 \right) \right]$$

21.28 Период обращения искусственного спутника планеты равен T. Определить среднюю плотность этой планеты. Спутник движется по круговой орбите вблизи поверхности планеты. Изменится ли период обращения этого спутника, если радиус планеты увеличить вдвое?

$$\left[\rho = \frac{3\,\pi}{G\,T^2} \right]$$

2.29 Определить среднюю плотность планеты ρ, продолжительность суток на которой $T = 6$ ч, если на ее экваторе пружинные весы показывают на $\eta = 10\%$ меньший вес, чем на полюсе.

$$\left[\rho = \frac{3\pi}{G\eta T^2} \approx 3 \cdot 10^3\, кг / м^3 \right]$$

2.30 На некоторой планете, плотность вещества которой ρ, тело на полюсе весит в n раз больше, чем на экваторе. Определить период обращения планеты вокруг собственной оси.

$$\left[T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho} \cdot \frac{n}{n-1}} \right]$$

2.31 На плоскости с углом наклона α лежит тело. Определить наименьший коэффициент трения между телом и плоскостью при отсутствии скольжения тела, если плоскость движется вправо равномерно; равноускоренно; равнозамедленно.

$$\left[\mu = tg\alpha\ ;\ \mu_1 = \frac{g\,sin\,\alpha - a\,cos\,\alpha}{g\,cos\,\alpha + a\,sin\,\alpha}\ ;\ \mu_2 = \frac{g\,sin\,\alpha + a\,cos\,\alpha}{g\,cos\,\alpha - a\,sin\,\alpha} \right]$$

2.32 Тело находится на Земле на широте 60^0. Определите минимальную скорость, с которой должно двигаться тело по параллели, чтобы его давление на Землю уменьшилось на $0,001$ от силы тяжести.

$$\left[v = \frac{0,01\,g}{2\,\omega\,cos\,\varphi} \right]$$

2.33 На широте Москвы ($\varphi = 55^0$) с высоты $h = 500\ м$ уронили тело. Определить на сколько в момент приземления отклонится тело от земного радиуса, продолженного до начального положения тела; сравните полученное отклонение с отклонением тела, упавшего с такой же высоты на экваторе.

$$\left[x = \frac{2}{3}\,h\,\omega \sqrt{\frac{2\,h}{g}}\,cos\,\varphi\ ;\ \frac{x_{ЭК}}{x} = 1,78 \right]$$

2.34 На широте $\varphi = 60^0$ производится выстрел. Ствол ружья расположен в плоскости меридиана и в момент выстрела направлен на юг. Начальная скорость пули $v = 500$ *м/с*. Определить величину и направление поперечного смещения пули за первую секунду ее полета, считая скорость пули постоянной.

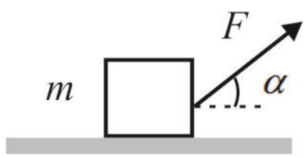
$$\left[\, x = v\,\omega\, t^2\, \sin\varphi \right]$$

2.35 Горизонтально расположенный гладкий стержень *AB* вращается с угловой скоростью $\omega = 2$ *рад/с* вокруг вертикальной оси, проходящей через его конец *A*. По стержню свободно скользит муфточка массой $m = 0{,}5$ *кг*, движущаяся из точки *A* с начальной скоростью $v_0 = 1$ *м/с*. Найти действующую на муфту силу Кориолиса (в системе отсчета, связанную со стержнем) в момент, когда муфточка оказалась на расстоянии $r = 50$ *см* от оси вращения.

$$\left[F = 2m\omega^2 r\sqrt{1+\left(\frac{v_0}{\omega r}\right)^2} \approx 2{,}8\ H \right]$$

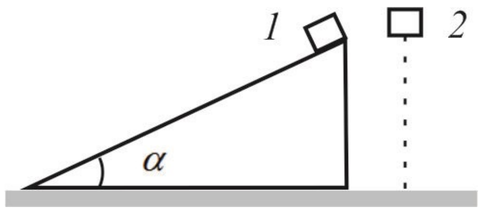
2.36 Тело массой $m = 0{,}4$ *кг* бросают вертикально вверх с начальной скоростью $v = 30$ *м/с*. Через время $t = 2{,}5$ *с* тело достигает высшей точки подъема. Определить среднее значение силы сопротивления воздуха, считая движение равнозамедленным.

$$\left[F = m\left(\frac{v_0}{t} - g\right) \approx 0.88H \right]$$



2.37 На тело массой $m = 0{,}1$ *кг*, лежащее на горизонтальном столе в момент времени $t = 0$, начала действовать сила $F = bt$ (где $b = 1$ *Н/с*), направленная под углом $\alpha = 30°$ к горизонту (см. рис.). Найти зависимость ускорения тела от времени, если коэффициент трения между поверхностями тела и стола $\mu = 0{,}1$. Через какой промежуток времени от начала действия силы тело оторвется от поверхности стола? Чему равно ускорение тела в момент отрыва?

$$\left[\begin{array}{l} t_1 = \dfrac{\mu mg}{b\left(\cos\alpha + \mu\sin\alpha\right)} \approx 0{,}11\ c\ \ ;\ \ t_2 = \dfrac{mg}{b\sin\alpha} \approx 1{,}96\ c\ \ ; \\ a = g\cdot ctg\alpha = 16{,}4\ м/c^2 \\ При\ 0 < t < 0{,}11c\ a = 0;\ при\ 0{,}11\ c < t < 1{,}96c\ a = 9{,}61t - 0{,}98; \\ при\ t > 1{,}96c\ a = \sqrt{100t^2 - 98t + 96{,}04} \end{array}\right]$$



2.38 Одно тело свободно падает с высоты *h*, другое – скользит по гладкой наклонной плоскости, имеющей угол наклона α (см. рис.). Сравнить скорости тел у основания наклонной плоскости v_0 и v_2 и время их движения t_1 и t_2 . Трением пренебречь.

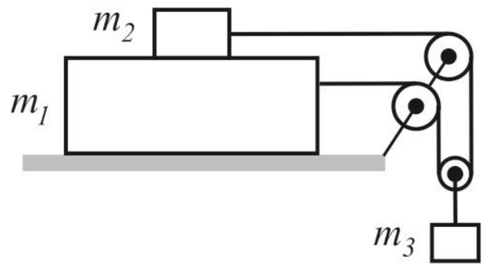
$$\left[v_1 = v_2 = \sqrt{2gh};\ t_1 = t_2 \sin\alpha \right]$$

2.39 За какое время t тело соскользнет с наклонной плоскости высотой h, наклоненной под углом α к горизонту, если по наклонной плоскости с углом наклона β оно движется равномерно?

$$\left[t = \frac{1}{sin\,\alpha}\sqrt{\frac{2h}{g\left(1 - ctg\alpha\; tg\beta\right)}} \right]$$

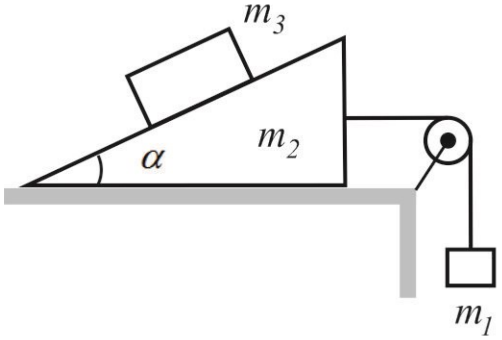
2.40 Ледяная горка составляет с горизонтом угол $\alpha = 10°$. По ней пускают вверх камень, который, поднявшись на некоторую высоту, соскальзывает по тому же пути вниз. Каков коэффициент трения μ, если время спуска в $n = 2$ раза больше времени подъема?

$$\left[\mu = tg\alpha \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \right]$$



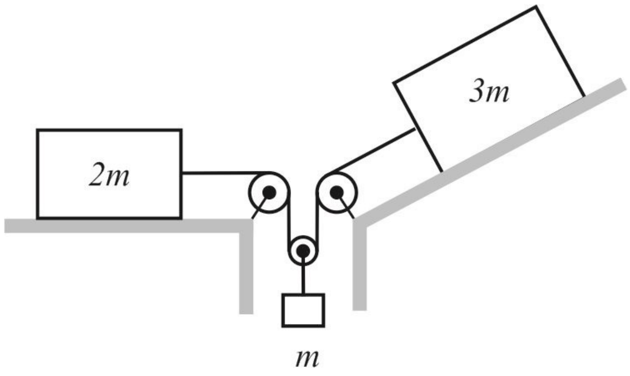
2.41 Через систему блоков, изображенную на рисунке, перекинута нить. К подвижному блоку подвешен груз массой $M = m_1 + m_2$. При каком соотношении между массами m_1 и m_2 бруски не будут скользить друг по другу, если коэффициент трения между брусками равен μ, а коэффициент трения о плоскость равен нулю? Нить невесома и нерастяжима, массой блоков и трением в них пренебречь.

$$\left[\left| 1 - \frac{m_1}{m_2} \right| \le 4\mu \right]$$



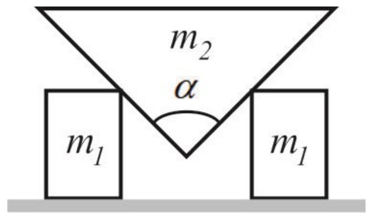
2.42 Определить ускорения тел m_1, m_2, m_3 в механической системе, изображенной на рисунке. Наклонная плоскость при основании имеет угол α. Трением, массой блока и нити пренебречь. Нить невесома и нерастяжима.

$$\left[\begin{array}{l} a_1 = a_2 = \dfrac{m_1 + m_3\, sin\,\alpha\, cos\,\alpha}{m_1 + m_2 + m_3\, sin^2\alpha} g; \\ a_{верт} = \dfrac{m_1\, sin\,\alpha\, cos\,\alpha + \left(m_1 + m_2 + m_3\right) sin^2\alpha}{m_1 + m_2 + m_3\, sin^2\alpha} g; \\ a_{гориз} = \dfrac{\left(m_1 + m_2\right) sin\,\alpha\, cos\,\alpha - m_1\, sin^2\alpha}{m_1 + m_2 + m_3\, sin^2\alpha} g; \\ a_3 = \sqrt{a^2_{3гориз} + a^2_{3верт}} \end{array} \right];$$



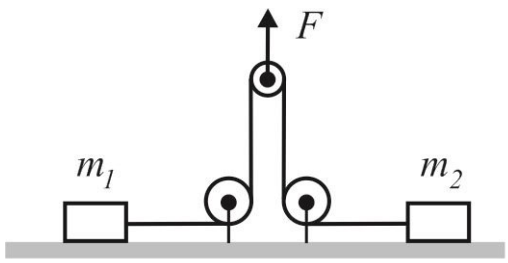
2.43 Определить силу натяжения нити и ускорения связанных между собой грузов в системе, изображенной на рисунке. Наклонная плоскость составляет с горизонтом угол $\alpha = 30°$. Массой блоков и нити пренебречь. Нить нерастяжима. Трение не учитывать.

$$\left[a_1 = \frac{22}{58}g; a_2 = \frac{9}{58}g; a_3 = \frac{35}{58}g; T = \frac{9}{29}mg\right]$$



2.44 Между двумя одинаковыми гладкими брусками массой m_1 каждый вставлен клин массой m_2 с углом при вершине α. Определить ускорения тел.

$$\left[a_1 = \frac{m_2 g tg\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{m_2 + 2m_1 tg^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}; a_2 = \frac{m_2 g}{m_2 + 2m_1 tg^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}\right].$$



2.45 В системе, изображенной на рисунке, грузы имеют массы $m_1 = 1$ *кг* и $m_2 = 2$ *кг*. Нить и блоки невесомы, трение в осях блоков отсутствует. Коэффициенты трения грузов о плоскость равны соответственно $\mu_1 = 0,5$; $\mu_2 = 0,3$. В момент времени $t_0 = 0$ на ось верхнего блока начинает действовать сила $F = 12\ H$, направленная вертикально вверх. На сколько уменьшится расстояние между грузами за время $t = 0,4\ c$ после начала действия силы F? Как изменится ответ, если сила $F = 9\ H$? Ускорение свободного падения g считать равным $10\ м/с^2$.

[Если $F = 12H$ *, то*

$a_2 = 0, a_1 = 1м/с^2, \Delta s = \frac{a_1 t^2}{2} = 0.08м$ *;если* $F = 9H$ *,*

то тела неподвижны]

Домашняя контрольная работа

Вариант	Номера заданий							
I	2.1	2.6	2.11	2.16	2.21	2.26	2.31	2.36	2.41
II	2.2	2.7	2.12	2.17	2.22	2.27	2.32	2.35	2.42
III	2.3	2.8	2.13	2.18	2.23	2.28	2.33	2.38	2.43
IV	2.4	2.9	2.14	2.19	2.24	2.29	2.34	2.39	2.44
V	2.5	2.10	2.15	2.20	2.25	2.30	2.35	2.40	2.45

§ 3 РАБОТА. ЗАКОНЫ ИЗМЕНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И ЭНЕРГИИ

Довольно часто тела взаимодействуют настоль сложным образом, что решение задачи с помощью второго закона Ньютона становится затруднительным. В таком случае разумно воспользоваться законом измерения импульса и механической энергии систем тел

$$\begin{cases} \Delta\vec{P}_C = \sum\vec{F}_{ВНЕШ}\Delta t \\ \Delta E_C = A_{НЕП} \end{cases}$$

А. ЗАКОН ИЗМЕНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

Ценность закона изменения импульса системы тел для решения задач в том, что он, связывая начальное конечное значение импульса системы, позволяет исключить из рассмотрения внутренние силы, т. е. силы взаимодействия между телами системы. Поэтому закон применяют в тех задачах, в которых силы взаимодействия между отдельными телами системы являются величинами переменными, причём характер их изменения со временем сложен или вообще неизвестен (например, силы, возникающие при ударе!).

Импульс системы тел сохраняется если импульс равнодействующей внешних сил равен нулю. Это возможно в каком-либо из двух случаев:

– если равнодействующая внешних сил, действующих на систему, равна нулю;

– если промежуток времени Δt**,** в течение которого на систему действуют внешние силы мал $(\Delta t \to 0)$**,** а равнодействующая ограничена по модулю (не бесконечно большая).

Встречаются ситуации, когда импульс системы тел в целом не сохраняется, но сохраняется проекция импульса системы $\vec{P}_C$ на некоторое направление OX $\left(\left(\Delta\vec{P}_C\right)_x = 0\right)$. Это возможно, если проекция равнодействующей внешних сил на ось OX равна нулю.

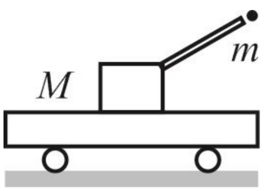
ИМПУЛЬС

Понятие импульса было введено в первой половине XVII в. Рене Декартом. Из-за отсутствия в то время физического понятия массы он определял импульс как произведение «величины тела на скорость его движения». Это произведение у Декарта выражало «количество движения» и появилось в его трудах при исследовании столкновений тел. Он не приписал этой величине никакого направления.

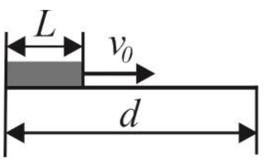
Определение импульса, данное Декартом, было уточнено Исааком Ньютоном. Согласно Ньютону, «количество движения есть мера такового, устанавливаемая пропорционально скорости и массе». В современных обозначениях это определение выглядит так $\vec{p} = m\vec{v}$.

(Из книги П.С. Кудрявцева «Курс истории)

Занятие 1



1 На железнодорожной платформе, движущейся со скоростью *v=5 м/с* укреплено орудие (см. рис). Масса платформы с орудием *M=104 кг* орудия, ствол которого приподнят над горизонтом на угол $\alpha=60^0$, производится выстрел. Масса снаряда *m=25 кг*, начальная скорость снаряда относительно орудия *u=500 м/с.* Определить скорость платформы, если ствол орудия направлен, в сторону движения и против движения платформы.



2 На корме лодки длиной *L = 200 см* и массой *M = 120 кг* сидит человек массой *m = 80 кг.* В результате кратковременного толчка лодка с человеком приобретает скорость v_0 *= 2 м/с* и начинает двигаться от одного берега канала шириной *d = 10 м* к другому берегу, при этом человек переходит с кормы на нос лодки. Пренебрегая сопротивлением воды, найти время движения лодки.

3 Две лодки идут навстречу параллельным курсом. Когда лодки находятся друг против друга, с каждой лодки во встречную перебрасывается мешок массой в *50 кг*, в результате чего первая лодка останавливается, а вторая идет со скоростью *8,5 м/с* в прежнем направлении. Каковы были скорости лодок до обмена мешками, если массы лодок с грузом равны *500 кг* и*1 т* соответственно?

4 Пушка массой *M* начинает свободно скользить вниз по гладкой наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом. Когда пушка прошла путь *L*, произвели выстрел, в результате которого снаряд вылетел с импульсом *p* в горизонтальном направлении, а пушка остановилась. Пренебрегая массой снаряда по сравнению с массой пушки, найти продолжительность выстрела.

Представление о существовании в природе чего-то неизменного и сохраняющегося (как альтернатива изменяющемуся и нарождающемся) появилось еще в античности. Например, древнегреческий ученый Демокрит (460–371) до н. э. писал: "Ничто из того что есть не может быть уничтожено. Всякое изменение есть только соединение и разделение частей".

(Из книги П.С. Кудрявцева «Курс истории)

Занятие 2

1 Шайба 1 скользившая по шероховатой горизонтальной поверхности, испытала соударение с покоившейся шайбой 2. После столкновения шайба 1 отскочила под прямым углом к направлению своего первоначального движения и прошла до остановки путь S_1, а шайба 2 – путь S_2. Найти скорость шайбы 1 непосредственно перед столкновением, если ее масса в N раз меньше массы шайбы 2 и коэффициент трения μ.

2 Снаряд, выпущенный из пушки, разорвался в верхней точке траектории на два осколка равной массы. Один из осколков полетел обратно и разбил пушку, из которой был выпущен снаряд. На каком расстоянии от пушки упал второй осколок, если разрыв произошёл на расстоянии *2 км* (по горизонтали) от пушки? Сопротивлением воздуха пренебречь.

3 Снаряд, летевший горизонтально со скоростью v_0, разрывается на две равные части на высоте H. Одна часть падает через время τ на землю точно под местом взрыва. Определить величину и направление скорости второй части снаряда сразу же после взрыва.

4* На гладкой горизонтальной поверхности лежит обруч массы M и радиуса R. На обруче сидит жук массы m. По каким траекториям будут двигаться жук и центр обруча, если жук поползет по обручу?

ПЕРВООТКРЫВАТЕЛИ

Первооткрывателями закона сохранения и превращения энергии являются: Р. Майер, Д. Джоуль, Г. Гельмгольц. Р. Майер начав с медицинского наблюдения, сразу рассматривал его как всеобъемлющий закон и раскрывал цепь энергетических превращений от космоса до живого организма. Д. Джоуль упорно измерял количественное соотношение теплоты и механической работы. Г. Гельмгольц связал закон с исследованиями великих механизмов.

(Из книги П.С. Кудрявцева «Курс истории)

PERPETUUM MOBILE

Мартын:

– Что такое perpetuum mobile?

Бертольд:

– Perpetuum mobile, то есть вечное движение. Если найду вечное движение, то я не вижу границ творчеству человеческому…

(*А. С. Пушкин. Сиены из рыцарских времён)*

Б. ЗАКОН ИЗМЕНЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

Применение закона измерения механической энергии требует:

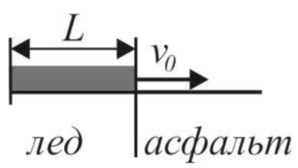
– установить значение кинетической и потенциальной энергии в начальном и конечном положении для каждого тела, входящего в систему. Выбор нулевого уровня потенциальной энергии поднятого тела произволен, но удобнее его выбирать по самому нижнему положению, которое занимает тело при своём движении.

– определить работу непотенциальных сил. К непотенциальным силам в механике относятся все силы кроме силы всемирного тяготения (и силы тяжести, как частный случай силы всемирного тяготения) и силы упругости.

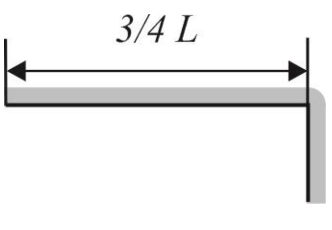
Занятие 3

1 Тело соскальзывает с наклонной плоскости высотой H и углом наклона α. Определить коэффициент трения между телом и плоскостью, если известно, что у основания скорость тела равна v.

2 Тело массой m падает с высоты H и углубляется в грунт на глубину L. Какова сила сопротивления грунта, если тело начало падать с начальной скоростью v_0.



3 Санки, движущиеся по горизонтальному льду со скоростью $v = 2$ *м/с*, въезжают на асфальт. Считая, что длина полозьев санок равна $L = 0,8$ *м*, а коэффициент трения их об асфальт равен $\mu = 0,2$, определить путь S, пройденный санками по асфальту, если известно, что $S>L$. Массу санок считать равномерно распределенной по длине полозьев. Трением санок о лед пренебречь.



4* На горизонтальном столе лежит однородная веревка длины L, один конец которой длиной $0,25L$ свешивается со стола. В некоторый момент времени без начальной скорости веревка начинает соскальзывать со стола. Определить скорость веревки в тот момент времени, когда она полностью соскользнет со стола. Коэффициент трения скольжения веревки о поверхность стола μ.

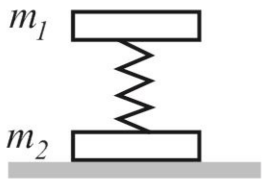
Джеймс Прескотт Джоуль (1818–1889) манчестерский пивовар, владелец большого пивоваренного завода.

Занятие 4

1 С вершины идеально гладкой (то есть без трения) сферы радиуса *1,2 м* соскальзывает небольшое тело. Определить высоту h от вершины сферы, на которой произойдет переход от соскальзывания к свободному падению.

2 На нити длиной L подвешен точечный груз. Какую наименьшую начальную скорость надо сообщить грузу в нижней точке, чтобы он начал вращаться в вертикальной плоскости?

3 Если положить на верхний конец спиральной пружины гирю, то она ее сожмет на L_0. На сколько сожмет пружину та же гиря, брошенная вниз с начальной скоростью v_0 с высоты H?



4 Две пластины, массы которых равны m_1, и m_2, скреплены между собой пружиной. С какой силой F нужно давить на верхнюю пластину, чтобы, двигаясь вверх после прекращения действия силы, верхняя пластина приподняла нижнюю?

СИЛА ТРЕНИЯ И НЕОБРАТИМОСТЬ ВРЕМЕНИ

Если бы трения не было, то движение тел было бы обратимым. Значит, только изменив знак скорости тела, можно было бы заставить его вернуться из конечного положения в исходное, пройдя все промежуточные состояния в обратном порядке. Однако силы трения изменяют эту ситуацию.

Рассмотрим, например, соскальзывание тела с наклонной плоскости, у нижнего края которой стоит упругая стенка – отражатель. Двигаясь вниз, тело налетает на стенку, отскакивает от неё и поднимается вверх по плоскости. В отсутствие трения оно, конечно, вернулось бы на ту же высоту, с которой начало движение. Однако в действительности его кинетическую энергию поглощает сила трения скольжения. Её работу легко рассчитать: $A= -F_{тр}s= -\mu mghctg\alpha$.Именно на такую величину уменьшается энергия скользящего тела. Поскольку на обратном пути тело «не дотягивает» до исходной точки, скольжение бруска по наклонной плоскости является необратимым. С физической точки зрения необратимость является следствием перехода энергии в немеханические формы (теплоту), её рассеяния в окружающем пространстве (диссипации энергии). Закон сохранения механической энергии в этих случаях «не работает», и приходится применять общий закон сохранения энергии. Но это требует привлечения термодинамики и выводит нас из мира механики.

(С. Громов из книги Энциклопедия)

В. СОВМЕСТНОЕ ПРИМЕНЕНИЕ ЗАКОНОВ ИЗМЕНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И ЭНЕРГИИ

Сюда относят задачи на упругий удар. При этом сохраняются как импульс, так и механическая энергия системы, что дает два уравнения позволяющих определить, например, скорость обоих тел после взаимодействия, если известны их скорости до взаимодействия.

В случае неупругого удара возникающие остаточные деформации тел всегда сопровождаются частичным или полным переходом механической энергии во внутреннюю энергию (тела нагреваются). Поэтому механическая энергия системы не сохраняется. Тогда энергия, затраченная на деформацию, определяется как разность между начальным и конечным значениями механической энергии системы.

Занятие 5

1 Из духового ружья стреляют в спичечную коробку, лежащую на расстоянии $\boldsymbol{L}$ от края стола. Пуля массой m, летящая горизонтально со скоростью v, пробивает коробку и вылетает из нее со скоростью $0,6v$. Масса коробки M. При каком коэффициенте трения между коробкой и столом коробка упадет со стола?

2 Пуля массой m, летящая со скоростью v попадает в мешок набитый ватой массой M, висящий на длинной нити. Найти высоту, на которую поднимется мешок, если пуля застревает в нем и долю ее кинетической энергии, которая будет расходоваться на пробивание ваты.

3 Пуля массой $\boldsymbol{m}$, двигаясь со скоростью v, ударяет по железному изделию, лежащему на наковальне. Масса наковальни вместе с изделием равна $\boldsymbol{M}$. Считая удар абсолютно неупругим, определить энергию, расходуемую на ковку (деформацию) изделия.

4 По горизонтальной плоскости может перемещаться трения гладкая горка высотой H и массой M. На неподвижную горку налетает скользящее по плоскости небольшое тело массой m. Как зависит результат столкновения от начальной скорости v, налетающего тела. При движении по горке тело не отрывается от нее.

Произведение силы на перемещение и косинус угла между ними Кориолис назвал *работой.*

Занятие 6

1 При упругом ударе нейтрона о ядро углерода он движется после удара в направлении, перпендикулярном к начальному. Считая, что масса *M* ядра углерода в *n=12 раз* больше массы *m* нейтрона, определить, во сколько раз уменьшается энергия нейтрона в результате удара.

2 С высоты *74 м* сбрасывают два одинаковых по массе камня, связанных веревкой, длина которой *40 м.* Первый камень начинает падать на *2 с* раньше второго. Через какое время после начала падения камни упадут на землю? Падение происходит без начальной скорости.

– Веревку считать абсолютно упругой.

– Веревку считать абсолютно неупругой.

3* Клин, масса которого *M,* угол наклона к горизонту α , находится на абсолютно гладкой горизонтальной плоскости. На клине лежит брусок массой *m.* Брусок под действием силы тяжести может скользить по клину без трения. Считая, что в начальный момент времени система находится в покое, определить скорость клина в тот момент времени, когда брусок опуститься по вертикали на высоту *h*.

ТЕОРЕМА НЁТЕР

Согласно *теореме Нётер,* каждому непрерывному преобразованию симметрии физических законов соответствует сохранение определённой динамической величины. Наиболее важными примерами подобных преобразований являются параллельный перенос в пространстве, сдвиг во времени и поворот в пространстве. Первое из этих преобразований является преобразованием симметрии вследствие однородности пространства, второе – вследствие однородности времени, а третье – вследствие изотропии.

1. Симметрии законов физики по отношению к параллельному переносу в пространстве соответствует сохранение импульса изолированной системы.

2. Симметрии законов физики по отношению к сдвигу во времени соответствует сохранение полной механической энергии изолированной потенциальной системы.

3. Симметрии законов физики по отношению к пространственным вращениям соответствует сохранение момента импульса изолированной системы.

Поиски симметрии являются важнейшей задачей современной физики.

(Валерий Туриков из книги Энциклопедия)

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

3.1 Две частицы массами *m* и *2m* движутся во взаимно перпендикулярных направлениях со скоростями соответственно *2V* и *V*. На частицы начинает действовать одинаковая сила. Определить величину и направление скорости частицы массой *2m* в момент времени, когда скорость частицы массой *m* стала такой, как показано пунктиром а) на рис. а; б) на рис. б.

а) б)

$$\left[a)\ v_1 = v\sqrt{5}\ ,\ tg\alpha = 2;\ б)\ v_2 = 2v\sqrt{5},\ sin\,\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} \right]$$

3.2 Мяч массой *m* падает на горизонтальную плоскость с высоты H_1. Определите среднюю силу удара $F_{ср}$. в следующих случаях: а) шарик пластилиновый (абсолютно неупругий удар); б) шарик и плоскость из стали (абсолютно упругий удар). Считать в обоих случаях, что соприкосновение шарика с плоскостью длилось τ секунд.

$$\left[F_{cp} = \frac{m\sqrt{2gH}}{\tau} + mg - \text{неупругий удар}\ ,\ F_{cp} = \frac{2m\sqrt{2gH}}{\tau} + mg - \text{упругий удар} \right]$$

3.3 При выстреле из пушки массой *M* вылетает снаряд под углом α к горизонту. При этом пушка за счет отдачи откатилась в горизонтальном направлении с начальной скоростью *V*. Найти изменение системы пушка-снаряд в результате такого выстрела. Трением пренебречь.

$$[\Delta P = MV\ tg\alpha]$$

3.4 Струя воды, площадь поперечного сечения которой *S*, ударяет в стену под углом α к нормали и упруго отскакивает от нее. Найти силу *F*, действующую на стенку, если известно, что скорость движения воды в струе *v*.

$$\left[F = 2\rho_{воды}\, S\, v^2\ cos\ \alpha \right]$$

3.5 Лодка неподвижно стоит в озере. На корме и на носу лодки на расстоянии *L=5 м* друг от друга сидят рыболовы. Масса лодки *M = 150 кг*, массы рыболовов m_1*=90 кг* и m_2*=60 кг*. Рыболовы меняются местами. На сколько переместиться при этом лодка? Сопротивлением воды пренебречь.

$$\left[x = \frac{(m_1 - m_2)\,L}{M + m_1 + m_2} \right]$$

3.6 Три лодки с одинаковой массой m идут друг за другом с одинаковой скоростью V. Из средней лодки одновременно в переднюю и зданию бросают со скоростью u относительно лодки грузы массой m_1. Какие будут скорости лодок после переброски грузов?

$$\left[v_1 = \frac{M(v+u)+mv}{M+m},\ v_2 = v,\ v_3 = \frac{M(v-u)+mv}{M+m}\right]$$

3.7 Из ракеты массой M выбрасываются продукты сгорания порциями, массы которых m, со скоростью V относительно ракеты. Пренебрегая действием силы тяжести и сопротивлением воздуха, определить скорость U ракеты после вылета 3-й порции.

3.8 На краю покоящейся тележки массы M стоят два человека, масса каждого из которых равна m. Пренебрегая трением найти скорость тележки после того, как оба человека спрыгнут с одной и той же горизонтальной скоростью u относительно тележки: а) одновременно; б) друг за другом.

$$\left[a)\ v = \frac{2mu}{M+2m};\ б)\ v = \frac{m(2M+3m)}{(M+2m)(M+m)}\right]$$

3.9 Две одинаковые лодки движутся со скоростями $u_1=10$ *м/с* и $u_2=15$ *м/с* под углами $\alpha_1=30°$ и $\alpha_2=45°$ к некоторому направлению. Когда лодки оказываются на очень близком расстоянии друг от друга, пассажир второй лодки перекладывает на первую груз так, что скорость его лодки не меняется. Считая массу каждой лодки вместе с пассажиром в $n=20$ *раз* больше массы груза, найти скорость первой лодки. Сопротивление воды не учитывать.

$$\left[v_1 = \frac{\sqrt{n^2u_1^2 + u_2^2 + 2u_1u_2 n\cos(\alpha_2-\alpha_1)}}{n+1} \approx 9{,}6\ м/с\right]$$

3.10 Граната брошена от поверхности земли под углом $\alpha=30°$ к горизонту с начальной скоростью $v_0=10$ *м/с.* В верхней точке траектории граната разрывается на два одинаковых осколка, скорости которых сразу после взрыва направлены горизонтально. На каком расстоянии L друг от друга упадут осколки, если кинетическая энергия, сообщенная им при взрыве, $E=18$ *Дж*, а масса гранаты $m=1$ *кг*? Сопротивлением воздуха пренебречь.

$$\left[L = \frac{2v_0\sin\alpha}{g}\sqrt{\frac{2E}{m}}\right]$$

3.11 Снаряд в верхней точке траектории на высоте $H=100$ *м* разорвался на две части: $m_1=1$ *кг* и $m_2=1{,}5$ *кг*. Скорость снаряда в этой точке $V_0=100$ *м/с*. Скорость большего осколка V_1 оказалась горизонтальной, совпадающей по направлению с V_0 и равной 250 *м/с*. Определить расстояние S между точками падения обоих осколков. Сопротивление воздуха не учитывать.

$$[S = 1695\ м]$$

3.12 Снаряд разрывается в верхней точке траектории на высоте $H=19,6$ *м* на две одинаковые части. Через время $t=1$ *с* после взрыва одна часть падает на Землю под тем местом, где произошел взрыв. На каком расстоянии S_2 от места выстрела упадет вторая часть снаряда, если первая упала в расстоянии $S_1=1000$ *м*? Силу сопротивления воздуха при решении задачи не учитывать.

$$\left[S_2 = S_1 + \frac{2S_1\sqrt{2H}}{t_1\sqrt{g}} \right]$$

3.13 Акробат массой $M=50$ *кг*, имея при себе груз массой $m=5$ *кг*, прыгает под углом $\alpha=60^0$ к горизонту со скоростью $V_0=6$ *м/с*. В наивысшей точке своей траектории он бросает груз горизонтально назад с относительной скоростью $U=2$*м/с*. На сколько увеличится дальность прыжка акробата вследствие этого?

$$\left[\Delta S = \frac{m\,U}{M+m}\,\frac{V_0\,\sin\alpha}{g} \right]$$

3.14 Человек, стоящий на неподвижной тележке, бросает в горизонтальном направлении камень массой m. Тележка с человеком покатилась назад и в первый момент бросания ее скорость была v. Масса тележки с человеком M. Найти кинетическую энергию камня через время t после начала движения.

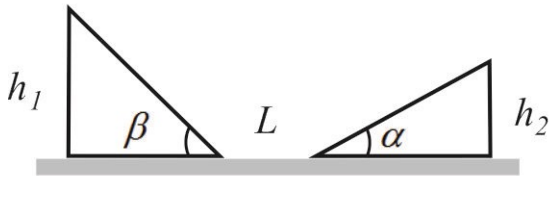
$$\left[E_k = \frac{(Mv)^2 + (mgt)^2}{2m} \right]$$

3.15 Автомобиль при полностью включенных тормозах (колеса не вращаются) может удержаться на участке горной дороги с наклоном до $\alpha=30°$. Каков тормозной путь S этого автомобиля на горизонтальном участке той же дороги при скорости $v=72$ *км/ч*?

$$\left[S = \frac{v^2}{2g\cdot tg\alpha} = 35\ м \right]$$

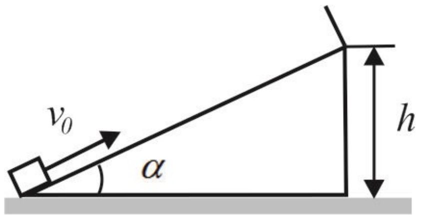
3.16 С вершины горы спускается тело и останавливается в точке, из которой вершина видна под углом $\alpha=30^0$. Найти коэффициент трения, если на всех участках пути он одинаковый.

$$[\mu = tg\alpha]$$



3.17 Санки съезжают с ледяной горки уклоном α с высоты h_1 и по инерции въезжают на противоположенный склон уклоном β на высоту h_2. Путь, пройденный санками по горизонтали равен L. Найдите коэффициент трения санок о лед.

$$\left[\mu = \frac{h_1 - h_2}{h_1 ctg\alpha + L + h_2 ctg\beta} \right]$$



3.18 Тело начинает двигаться вверх по наклонной плоскости со скоростью V_0=*10 м/с*. На высоте *H=1 м* оно упруго ударяется о преграду. Определить скорость тела в момент, когда оно вновь окажется у основания наклонной плоскости. Угол наклона плоскости к горизонту α*=30°*, коэффициент трения μ*=0,3*.

$$\left[v = \sqrt{v_0^2 - 4\mu gh \cdot ctg\alpha} \right]$$

3.19 Автомобиль массой *M=2 т* разгоняется с места в гору с уклоном $\alpha = 30^0$. Коэффициент сопротивления μ*=0,05*. Автомобиль набрал скорость *u=97,2 км/ч* на отрезке *s=100 м*. Какую среднюю полезную мощность $P_{ср}$ развивает двигатель?

$$\left[P_{cp} = \frac{Mu}{2S}\left(\frac{u^2}{2} + gs\left(sin\,\alpha + \mu\, cos\,\alpha \right) \right) \right]$$

3.20 Два одинаковых груза нужно поднять на крышу дома. Один рабочий решил поднимать груз на веревке равномерно вертикально вверх, второй – тянуть груз равномерно вверх по трапу, угол наклона которого к горизонту α*=60°*, а коэффициент трения между грузом и трапом μ*=0,05*. Во сколько раз n отличаются работы, совершенные при подъеме грузов на крышу обоими рабочими?

$$\left[n = 1 + \mu \cdot ctg\alpha \approx 1{,}03 \right]$$

3.21 Бассейн площадью *S=100 м²*, заполненный водой до уровня *h=1 м*, разделен пополам вертикальной перегородкой. Перегородку медленно передвигают в горизонтальном направлении так, что она делит бассейн в отношении *1:3*. Какую для этого надо совершить работу, если вода не проникает через перегородку?

$$\left[A = \frac{\rho g S h^2}{6} \right]$$

3.22 Гибкий однородный канат длиной *L* лежит на гладком горизонтальном столе. Один конец каната находится у края стола. В некоторый момент от небольшого толчка канат начал двигаться, непрерывно соскальзывая со стола. Как зависит ускорение и скорость каната от длины *x* куска его, свешивающегося со стола? Какова будет скорость каната к моменту, когда он сползет со стола?

$$\left[a = \frac{x\rho}{L};\ v = x\sqrt{\frac{g}{L}};\ v_1 = \sqrt{gL} \right]$$

3.23 Небольшой по размеру груз массой m_1 прикреплен к веревке длиной L и массой m_2, лежащей на гладком горизонтальном столе. Под тяжестью груза веревка начинает соскальзывать со стола. Какова будет скорость веревки, когда она полностью соскользнет со стола?

$$\left[v = \sqrt{gL\frac{2m_1 + m_2}{m_1 + m_2}}\right]$$

3.24 Двое рабочих должны выкопать цилиндрический колодец глубиной H. До какой глубины h следует копать первому рабочему, чтобы работа оказалась распределенной поровну? Считать, что грунт однороден и рабочие поднимают его до поверхности Земли.

$$\left[h = \frac{H}{\sqrt{2}}\right]$$

3.25 Мячик с грузом массой m отводят в горизонтальное положение и отпускают. Определить максимальное натяжение нити после того, как маятник зацепился за гвоздь, вбитый на середине длины маятника в точке, направление на которую из точки подвеса составляет с вертикалью угол α.

$$[T = mg(3 + 2cos\alpha)]$$

3.26 Люстра массой $m=100$ *кг* подвешена к потолку на металлической цепи, длина которой $l=5$ *м*. Определить высоту H, на которую можно отклонить люстру, чтобы при последующих качениях цепь не оборвалась? Известно, что разрыв цепи наступает при силе натяжения $T>1960$ *Н*.

$$\left[h < \frac{(T - mg)\,l}{2\,mg}\right]$$

3.27 Шарик массой M подвешен на нити. В натянутом состоянии нить расположили горизонтально и отпустили шарик. Вывести зависимость силы натяжения нити T от угла α, который образует в данный момент нить с горизонтальным направлением. Проверить выведенную формулу, решив задачу для случая прохождения шарика через положение равновесия, при $\alpha= 90°$.

$$[T = 3\ Mg\ sin\,\alpha\ ;\ T = 3\ Mg]$$

3.28 Математический маятник длиной L и массой M отвели на угол φ_0 от положения равновесия и сообщили ему начальную скорость V_0, направленную перпендикулярно к нити вверх. Найти силу натяжения нити маятника T в зависимости от угла φ нити с вертикалью.

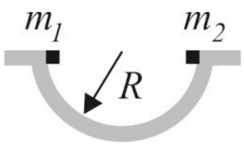
$$\left[T = Mg\left(3\ cos\,\varphi - 2\ cos\,\varphi_0 + \frac{v_0^{\ 2}}{gL}\right)\right]$$

3.29 Груз массой *m*, привязанный к нерастяжимой нити, вращается в вертикальной плоскости. Найти максимальную разность сил натяжения.

$$[\Delta T = 6\ mg]$$

3.30 С пристани на палубу покоящегося не пришвартованного катера массы *M=500 кг* бросают с горизонтальной скоростью *V=5 м/с* ящик массы *m=50 кг,* который в результате трения о палубу останавливается на ней. Какое количество тепла *Q* выделится при трении ящика о палубу? Сопротивлением воды движению катера пренебречь.

$$\left[Q = \frac{mMv^2}{2(m+M)} = 568{,}2\ Дж\right]$$



3.31 Два небольших тела, отношение масс которых равно *3*, одновременно начинают соскальзывать внутрь полусферы радиусом *R* (см. рис.). Происходит абсолютно неупругий удар. Определить максимальную высоту подъема тел после удара.

$$\left[H = R\left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 = \frac{R}{4}\right]$$

3.32 С высоты *H* без начальной скорости падает шар массой *M*. На высоте *H/2* в шар попадает пуля массой *m«M*, имеющая в момент удара горизонтальную скорость *v*, и застревает в нем. С какой скоростью *u* шар упадет на землю?

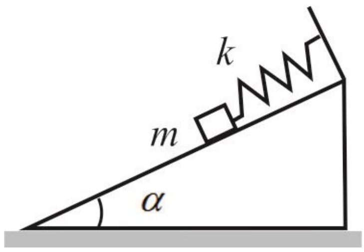
$$\left[u = \sqrt{2gH + \left(\frac{mv}{M+m}\right)^2}\right]$$

3.33 Ящик с песком массой *M=10 кг* стоит на гладкой горизонтальной плоскости. Он соединен с вертикальной стеной пружиной жесткостью *k=200 Н/*м (см. рис.). На сколько сожмется пружина, если пуля, летящая горизонтально со скоростью *V=500 м/с*, попадет в ящик и застрянет в нем? Масса пули *m=0,01 кг*.

$$\left[x = \frac{mv}{\sqrt{k(m+M)}}\right]$$

3.34 Человек массой *M=70 кг*, неподвижно стоявший на коньках, бросил вперед в горизонтальном направлении снежный ком массой *m=3,5 кг*. Какую работу *A* совершил человек при броске, если после броска он откатился назад на расстояние *S=0,2 м*? Коэффициент трения коньков о лед *μ=0,01*.

$$\left[A = M\mu gS\left(1 + \frac{M}{m}\right)\right]$$



3,36 На наклонной плоскости лежит брусок, соединенный пружиной с неподвижной опорой. Из положения, когда пружина не деформирована, брусок без начальной скорости отпускают, и он начинает скользить вниз. Определить максимальное растяжение пружины. Масса бруска $m=0{,}5$ *кг*, жесткость пружины $k=120$ *Н/м*, угол наклона плоскости к горизонту $\alpha=45°$, коэффициент трения бруска о плоскость $\mu=0{,}5$.

$$\left[x=\frac{2mg}{k}(\sin\alpha-\mu\cdot\cos\alpha)\right]$$

3.37 Оценить, на какую высоту поднимется стрела, выпущенная из лука вертикально вверх. Масса стрелы ***m = 20 г***, длина тетивы $L = 7$ ***м***. Тетива оттягивают на расстояние ***h = 5 см***. Сила натяжения тетивы постоянна и равна ***T = 250 Н.*** Считать, что прогиб тетивы много меньше ее длины. Сопротивление воздуха не учитывать.

$$\left[x=\frac{2h^2T}{mgL}-h\right]$$

3.38 Акробат прыгнул с трапеции на батут, который при этом прогнулся на расстояние $h = 1$ *м*. Высота трапеции над батутом $H = 4$ *м*. На сколько прогнется батут, если акробат будет стоять на нем?

$$\left[x=\frac{h^2}{h+H}\right]$$

3.39 Тело массой m подвешено к потолку при помощи пружины жесткостью k. Какой максимальной скорости достигнет тело, если его опустить из положения, когда пружина не растянута?

$$\left[v=g\sqrt{\frac{m}{k}}\right]$$

3.40 Частица массой m налетает на неподвижную мишень массой M и отражается назад с кинетической энергией в n раз меньшей первоначальной. Определить отношение массы частицы к массе мишени.

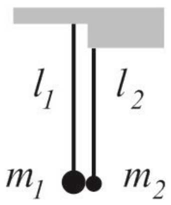
$$\left[\frac{m}{M}=\frac{\sqrt{n}-1}{\sqrt{n}+1}\right]$$

3.41 Два шара подвешены на параллельных нитях одинаковой длины так, что они соприкасаются. Массы шаров $m_1=0{,}2$ *кг* и $m_2=100$ *г*. Первый шар отклоняют так, что его центр тяжести поднимается на высоту $h=4{,}5$ *см*, и отпускают. На какую высоту поднимутся шары после соударения, если удар упругий?

$$[h_1=0{,}005\text{ м};\ h_2=0{,}08\text{ м}]$$

3.42 На дне гладкой полусферы радиусом R лежит шарик массой m_1. С края полусферы соскальзывает шарик массой m_2 такого же размера, как и первый. Какой будет высота подъема каждого шарика после упругого удара?

$$\left[h_1 = R\left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2} \right)^2, \ h_2 = R\left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right)^2 \right]$$



3.43 Два небольших стальных шарика подвешены на невесомых нерастяжимых нитях, как показано на рисунке. Массы шариков равны m_1 и m_2, длины нитей l_1 и l_2 соответственно. Первый шарик отклоняют на угол α и отпускают. На какой угол β отклонится после удара второй шарик? Удар центральный и абсолютно упругий. Сопротивление воздуха не учитывать.

$$\left[\beta = 2\arcsin\left(\frac{2m_1 \sin\frac{\alpha}{2}}{m_1 + m_2} \sqrt{\frac{l_2}{l_1}} \right) \right]$$

3.44 Шар массой m, движущийся со скоростью v, налетает на неподвижный шар массой $0{,}5\ m$ и после упругого удара продолжает двигаться под углом 30^0 к направлению своего первоначального движения. Найти скорости шаров после столкновения.

$$\left[x = \frac{2mg}{k}(\sin\alpha - \mu \cdot \cos\alpha) \right]$$

Домашняя контрольная работа

Вариант	Номера заданий							
I	3.1 а	3.5	3.10	3.15	3.20	3.25	3.30	3.35	3.40
II	3.1 б	3.6	3.11	3.16	3.21	3.26	3.31	3.36	3.41
III	3.2	3.7	3.12	3.17	3.22	3.27	3.32	3.37	3.42
IV	3.3	3.8	3.13	3.18	3.23	3.28	3.33	3.38	3.43
V	3.4	3.9	3.14	3.19	3.24	3.29	3.34	3.39	3.44

ИМПУЛЬС САМОЛЕТА

Закон сохранения импульса находит множество применений. Так о винтовом самолете мы можем утверждать, что импульс этого самолета, направленный вперед, может быть увеличен лишь в результате придания воздуху импульса, направленного назад. Работа пропеллера самолета и состоит в таком проталкивании воздуха назад. И в результате такой отдачи самолет устремляется вперед. В этом смысле между винтовым и реактивным самолетом существует лишь чисто конструктивное различие. В одном случае оказывается выгоднее поставить пропеллер снаружи самолета, чтобы вызвать поток воздуха назад; в другом выгоднее установить весь двигатель внутри самолета и обеспечить таким путем образование мощного потока воздуха и отработанных газов, также направленного назад.

В любом случае, как этого требует закон сохранения импульса, полученное самолетом ускорение вперед должно быть компенсировано таким же движением назад, которое мы придаем другим предметам, чтобы изменение импульса одного тела было равно и противоположно по направлению изменению импульса другого тела. В движении назад участвуют всегда как отработанные газы, так и воздух, окружающий мотор, и их относительная роль зависит от того, сколько воздуха имеется в окружении. Чем выше поднимается самолет, тем реже атмосферный воздух и тем существеннее поток выхлопных газов мотора по сравнению с потоком самого воздуха. Если же выйти в космическое пространство, где практически царит полная пустота, космическому кораблю можно будет придавать ускорение лишь за счет направленного назад импульса отработанных газов.

§ 4 ДИНАМИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

В задачах по курсу общей физики обычно рассматривают вращение твёрдого тела лишь вокруг неподвижной оси или оси, перемещающейся пространстве параллельно самой себе. В этом случае все векторы, характеризующие вращательное движение тела: $\vec{\omega}, \vec{\varepsilon}, M, L$ – направлены вдоль оси вращения. Это позволяет упростить запись уравнений вращательного движения тела. Выбрав ось вращения за ось проекций, будем в дальнейшем уравнения вращательного движения писать в скалярном виде, учитывая при этом знак проекций векторных величин.

ПАДАЮШАЯ КОШКА

Все знают, что как кошку ни брось, она все равно опустится на лапы. Все объясняется удивительной гибкостью Пусть сначала кошка оттопырит задние лапы, поджав передние и вытянув вперед шею, и станет, скручивая тело, поворачивать переднюю часть туловища. Момента импульса у кошки в целом, конечно, не появится, как его не было и вначале. Но поскольку масса ее задних ног отодвинута далеко от оси вращения, то очень маленькая угловая скорость задней половины тела кошки даст такой же момент импульса, что и большая угловая скорость его передней половины, так как масса передних лап придвинута близко к оси вращения. Направления этих вращений противоположны, и оба момента импульса взаимно уничтожаются, давая полный момент, равный нулю. Однако при этом передняя половина кошки поворачивается в одном направлении гораздо сильнее, чем задняя половина – в противоположном.

На этом втором этапе передняя часть кошки повернется, конечно, намного меньше, чем ее задняя часть. Когда в конце этого этапа кошка оттопырит задние лапы и подожмет передние, ее положение будет тем же, что в самом начале, только вся она окажется повернутой на заметный угол. Быстро повторяя раз за разом такие движения, кошка правильно ориентирует себя в пространстве и приземляется на лапы. На этом примере мы видим, как можно обойти закон сохранения момента импульса, не нарушая его, чего невозможно сделать с импульсом в поступательном движении.

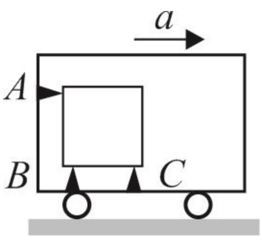
(Г. Бонди. Относительность и здравый смысл)

А. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

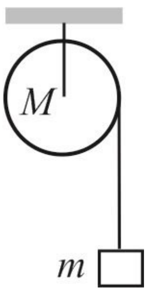
Уравнениями движения твёрдого тела являются второй закон Ньютона для движения центра инерции тел $\sum \vec{F} = m\vec{a}$, и основное уравнение динамики вращательного движения $\sum \vec{M} = I\vec{\varepsilon}$. Их применяют для расчётов сил и ускорений в случае равнопеременного движения твёрдого тела $\left(\vec{a} = const, \vec{\varepsilon} = const\right)$.

Сложное движение твёрдого тела удобно рассматривать как сумму двух движений: вращательного относительно какой-либо оси и поступательного со скоростью оси. Обычно выбирают ось вращения так, чтобы она проходила через центр инерции тела.

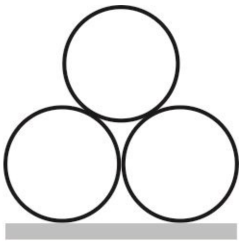
<u>Занятие 1</u>



1 Однородный куб массой *m = 10,0 кг* лежит в углу вагона на трех опорах *A, B, C* (рис.). Определить силы реакции опор F_a, F_b, F_c, если известно, что вагон движется с ускорением *a = 2,00 м/с*^{2}.



2 На горизонтальную ось насажен шкив радиуса *R = 10 см.* На шкив намотан шнур, к свободному концу которого подвесили гирю массой *m = 0,5 кг*. Масса шкива *M = 2 кг.* Считая массу шкива равномерно распределенной по ободу, определить ускорение *a*, с которым будет опускаться гиря, силу натяжения *T* нити и силу давления *N* шкива на ось.



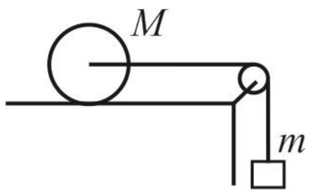
3 На земле лежат вплотную друг к другу два одинаковых бревна цилиндрической формы. Сверху кладут такое же бревно. При каком коэффициенте трения μ между бревнами они не раскатятся? По земле бревна не скользят.

4 Маховик, массу которого *m = 5 кг* можно считать распределенной по ободу радиуса *r = 20 см*, свободно вращается вокруг горизонтальной оси, проходящей через его центр, с частотой *n = 720 мин*$^{-1}$. При торможении маховик останавливается через промежуток времени *t = 20 с*. Найти тормозящий момент и число оборотов, которое сделает маховик до полной остановки.

> На мемориальной доске в швейцарском городе Рихен, где прошли первые годы жизни Леонарда Эйлера, написано: «Он был большой учёный и добрый человек».

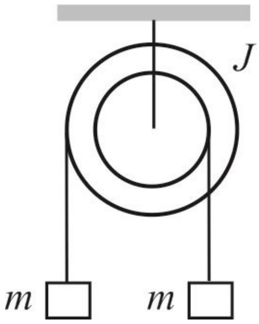
Занятие 2

1 Сплошной однородный диск скатывается без скольжения с наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом. Определить линейное ускорение α центра диска.

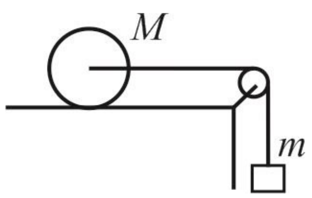


2 Система, состоящая из цилиндрического катка радиуса R и гири, связанных нитью, перекинутой через блок под действием силы тяжести гири приходит в движение из состояния покоя. Определить ускорение центра инерции катка и силу натяжения нити. Какую скорость приобретет гиря, если она опустится с высоты H? Масса цилиндра M, масса гири m, массой блока пренебречь. Считать, что цилиндр движется по горизонтальна поверхности без скольжения. Трением качения пренебречь. Нить невесома, нерастяжима.

3 Через блок, укрепленный на горизонтальной оси перекинута нить, к концам которой прикреплены грузы $m_1 = 300$ *г* и $m_2 = 200$ *г*. Масса блока $m_0 = 300$ *г*. Блок, считать однородным диском. Найти линейно ускорение грузов. Нить невесома, нерастяжима.



4* На ступенчатый вал, радиусы которого $R = 0{,}3$ *м* $r = 0{,}1$ *м* намотаны в противоположных направлениям невесомые нерастяжимые нити. К концам нитей привязаны грузы массой $m = 1$ *кг* каждый. Момент инерции вала $J = 0{,}3$ *кгм*^{2}. Найти ускорен грузов.



5 На сплошной цилиндр, который может кататься по горизонтальной плоскости без проскальзывания, намотана нить. Нить перекинута через блок и к концу ее привязан груз. Считая массы всех тел и моменты инерции круглых тел известными, найти ускорение подвешенного груза. Массой нити и трением в блоке пренебречь, нить нерастяжима и по блоку не проскальзывает.

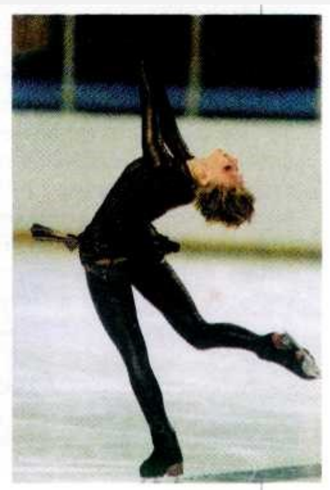
Леонард Эйлер придумал, как описать положение твёрдого тела в пространстве с помощью трёх углов, получивших с тех пор название *углы Эйлера.* Он много сделал для развития математического анализа и его применения к задачам движения. Теория Эйлера была изложена в годы первого пребывания учёного в Петербурге в 1736 г. в сочинении «Механика, или Наука о движении, изложенная аналитически».

Б. ЗАКОНЫ ИЗМЕНЕНИЯ ДЛЯ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Закон изменения механической энергии широко применяется для решении задач на вращательное движение твердого тела, Особенно в случаях неравнопеременного вращения, происходящего под действием переменного момента сил. Все замечания о применении закона изменения механической энергии, сделанные в параграфе 3, относятся и к случаю вращения твердого тела. При этом следует помнить, что полная кинетическая энергия твердого тела складывается из кинетической энергии его поступательного движения со скоростью центра инерции и кинетической энергии вращения вокруг оси, проходящей через центр инерции.

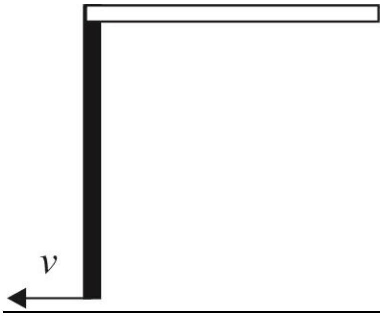
Закон изменения импульса системы позволяет исключить из рассмотрения любые силы, действующие внутри системы. Поэтому закон применяют в тех задачах на вращательное движение твёрдого тела (ил системы тел), где характер изменения со временем сил взаимодействия между частями системы сложен или вообще неизвестен.

МОМЕНТ ИМПУЛЬСА



Закон сохранения импульса (количества движения) был сформулирован Декартом применительно к поступательно движущимся телам. О сохранении вращательного движения он не говорил ничего. Лишь сто лет спустя Леонард Эйлер, а затем другой швейцарский учёный, физик и математик Даниил Бернулли (1700–1782), изучая вращение системы тел вокруг неподвижного центра, пришли к выводу, что и для вращательного движения **с**уществует свой закон сохранения. Оказалось, что при отсутствии внешних воздействий в процессе такого движения сумма произведений массы каждого тела на его скорость и расстояние от оси вращения остаётся постоянной. Немного позднее французский учёный Патрик Дарси выразил эти произведения через площади, заметаемые радиус-векторами частиц за одинаковое время, и тем самым позволил установить связь нового закона с уже давно известным законом движения планет, открытым Иоганном Кеплером.

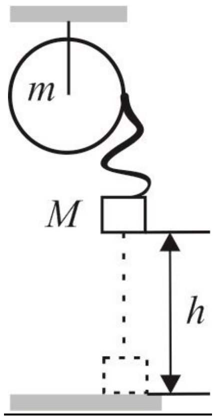
Занятие № 3



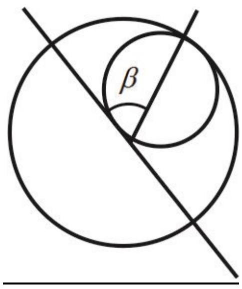
1 Тонкий однородный стержень длиной ***L*** может вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через конец стержня перпендикулярно ему. Стержень отклонили на угол равны *90*° от положения равновесия и отпустил Определить скорость нижнего конца стержня в момент прохождения положения равновесия.

2 Решить задачу № 2 из предыдущего занятия на основ закона сохранения энергии.

3 Круглая платформа радиусом $R = 1$ *м*, момент инерции которой $J=30$ *кг м*^{2}, вращается по инерции, делая $n_1 = 1$ *об/с*. На краю платформы стоит человек, масса которого $m = 70$ *кг.* Сколько оборотов в секунду $\boldsymbol{n_2}$ будет совершать платформа, если человек перейдет в ее центр? Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.



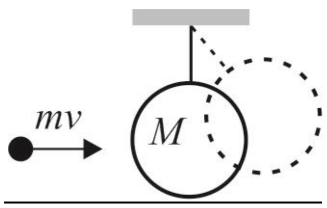
4* Маховик, имеющий вид диска радиуса *R* и массой *m* может вращаться вокруг горизонтальной оси. К его цилиндрической поверхности прикреплен шнур к другому концу которого подвешен груз массы *M*. Груз был приподнят, а затем отпущен. Упав свободно с высоты *h*, груз натянул шнур, и благодаря этому привел маховик во вращение. Какую угловую скорость приобрел при этом маховик?



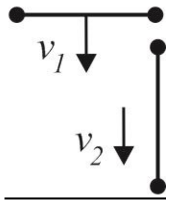
5* Горизонтальный диск массы *M* и радиуса *R* может свободно вращаться относительно вертикальной оси, проходящей через его центр *O*. На диске нарисована окружность вдвое меньшего радиуса, проходящая через центр диска. Человек массы *m* проходит по нарисованной окружности, выходя из точки О и возвращаясь в эту же точку. На какой угол повернется диск к моменту завершения обхода?

Кельтский камень легко вращается в одну сторону, но отказывается вращаться в другую. Если его закрутить в «неправильном» направлении, то, сделав несколько оборотов, он быстро остановится, покачается несколько секунд и начнёт вращаться в «правильном» направлении. Закрученный в «правильном» направлении, он продолжает вращаться так до остановки.

Занятие № 4



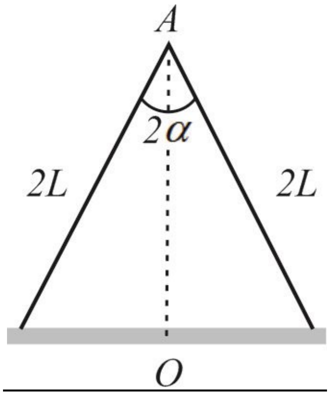
1 Маятник в виде однородного шара, жёстко скреплённого с тонким стержнем, длина l которого равна радиусу R шара, может качаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через конец стержня. В шар нормально к его поверхности ударилась пуля массой $m=10$ *г*, летевшая со скоростью $V = 800$ *м/с,* и застряла в шаре. Масса шара $M = 10$ *кг*, радиус его $R = 15$ *см*. На какой угол α отклонится маятник в результате удара пули? Массой стержня пренебречь.



2*По горизонтальной поверхности скользят две одинаковые гантели , расположенные как показано на рисунке. Скорости их соответственно равны v_1 и v_2. Каждая гантель представляет собой невесомый жесткий стержень длиной $\boldsymbol{L}$, на концах которого укреплены две одинаковые точечные массы. Определить характер движения каждой из гантелей после удара. Удар считать абсолютно упругим.

3* Три цилиндра одинаковой массы, длины и внешнего радиуса положены на наклонную плоскость. В начальный момент они находятся в состоянии покоя. Коэффициент трения скольжения по наклонной плоскости μ задан и одинаков для всех цилиндров. Первый цилиндр полый (в виде трубы), второй – однородный, а третий имеет такую же полость как первый, но закрытую крышками пренебрежимо м массы и заполненную жидкостью, такой же плотно как и стенки. Трением между жидкостью и стенками пренебречь. Плотность вещества первого цилиндр $\boldsymbol{N}$ раз больше плотности вещества второго и треть: цилиндров. Определите:

- линейные ускорения осей цилиндров в том случае, когда скольжение отсутствует. Сравните эти ускорения.
- каким должен быть угол наклона плоскости, чтобы не один из цилиндров не скользил.
- взаимные отношения угловых ускорений в случае качения с проскальзыванием всех цилиндров. Сравните эти ускорения.



4* Две одинаковые доски длиной *2 м* каждая, шарнирно скрепленные в верхней точке А, нижними концами опираются на гладкую горизонтальную плоскость. В начальный момент доски неподвижны и угол между ними равен $a = 60°$. За какое время доски упадут на плоскость, если систему предоставить самой себе? Трение в шарнире пренебречь.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

4.1 Найти момент инерции стержня относительно оси делящую стержень на две части с отношением длин 2:3. Длина стержня *L*, масса его *M*.

$$\left[J = \frac{11}{60} ML^2 \right]$$

4.2.На концах тонкого однородного стержня длиной *L* и массой *3m* прикреплены шарики, массы которых *m* и *2m* соответственно. Определить момент инерции такой системы относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через: а) шарик массой *m;* б) точку, отстоящую на *r* = *2L* от шарика массой *m.*

$$\left[a)\ J = 3ML^2\ ;\quad б)\ J = \frac{4}{3} ML^2 \right]$$

4.3 Найти момент инерции и момент количества движения земного шара относительно оси вращения.

$$\left[J = 7{,}9\ 10^{37}\ кг\ м^2\ ;\quad L = 7\ 10^{33}\ кг\ м^2\ /\ с \right]$$

4.4 Два шара радиусом *r = 5 см* каждый закреплены на концах тонкого стержня, вес которого значительно меньше веса шаров. Расстояние между центрами шаров *R = 0,5 м.* Масса каждого шара *m = 1 кг***.** Найти момент инерции *J* этой системы относительно оси, проходящей через середину стержня перпендикулярно его длине.

$$\left[J = 63{,}5\ 10^{-3}\ кг\ м^2 \right]$$

4.5 Найти момент инерции прямоугольной пластины, размеры которой *a* и *b (a < b),* относительно его грани а, если в центре пластины вырезали окружность радиуса *R< 0,5a.* Масса пластины *M.*

$$\left[J = \rho\left(\frac{ab^3}{3} - \frac{\pi R^4}{16} - \frac{\pi R^2 b^2}{4} \right);\ \rho = \frac{M}{ab - \pi R^2} \right]$$

4.6 Найти момент инерции прямоугольной пластины, размеры которой *a* и *b (a<b),* относительно его грани *a,* если в центре пластины вырезали квадрат со стороной ***c*** **<** *0,5a.* Стороны квадрата параллельны сторонам пластины. Масса пластины *M.*

$$\left[J = \rho\left(\frac{ab^3}{3} - \frac{c^4}{12} - \frac{c^2 b^2}{4} \right);\ \rho = \frac{M}{ab - c^2} \right]$$

4.7 Тонкая однородная пластинка массы *m = 0,6 кг* имеет форму равнобедренного прямоугольника. Найти её момент инерции относительно оси, совпадающей с одним из катетов, длина которого *a = 200 мм***.**

$$\left[J = 0{,}4\ г\ м^2 \right]$$

4.8 Однородный диск радиуса R имеет круглый вырез. Масса оставшейся (заштрихованной) части диска равна ***m***. ***Н***айти момент инерции такого диска относительно оси, перпендикулярной к плоскости диска и проходящей:

а) через точку O;

б) через его центр масс.

$$\left[a)\ J = \frac{13}{24} MR^2\ ;\quad б)\ J = \frac{37}{72} MR^2 \right]$$

4.9 С наклонной плоскости с углом наклона a скатывается без проскальзывания тело. Найти его ускорение.

а) цилиндр радиуса R и массой M;

б) шар радиуса R и массой M;

в) кольцо внешним радиусом R внутренним радиусом r, массой M;

г) полый шар с бесконечно тонкими стенками;

Д) обруч радиусом R, массой M, которая равномерно распределена по ободу обруча.

$$\begin{bmatrix} a)\ a = \frac{2}{3} g \sin\alpha\ ;\quad б)\ a = \frac{7}{5} g \sin\alpha \\ в)\ a = \frac{2R^2}{3R^2 + r^2} g \sin\alpha;\ г)\ a = \frac{3}{5} g \sin\alpha;\ д)\ a = \frac{1}{2} g \sin\alpha \end{bmatrix}$$

4.10 Два одинаковых шара радиуса r и массой m положены в вертикальный открытый с обеих сторон полый цилиндр радиуса R $(r>R/2)$**.** Какой должна быть минимальная масса полого цилиндра M, чтобы шары не могли его опрокинуть?

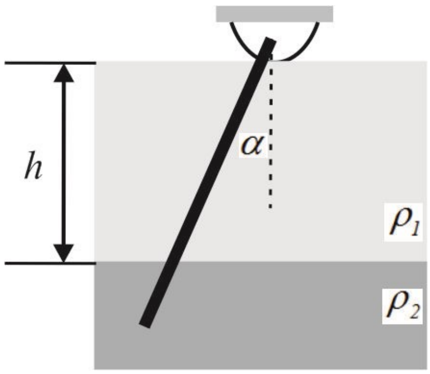
$$\left[M \geq 2m\left(1 - \frac{r}{R}\right) \right]$$

4.11 Стержень длинной L, выполненный из материала плотностью ρ, закреплен с помощью шарнира и полностью погружен в жидкость плотностью ρ_1 и ρ_2**.** Высота слоя жидкости с плотностью ρ_1 равна h. Определить угол, который при этом образует стержень с вертикалью.

$$\left[\cos\alpha = \frac{h}{L}\sqrt{\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho - \rho_2}} \right]$$

4.12 Два тела одинаковой массы m, но с разными плотностями ρ_1 и ρ_2 уравновешены на концах невесомого стержня длиной L. Тела погружают в жидкость плотностью ρ_0. На сколько необходимо переместить опору, чтобы после погружения в жидкость равновесие сохранилось?

$$\left[\Delta L = \frac{L\rho_0\left(\rho_2 - \rho_1\right)}{2\rho_1\rho_2\left(\rho_2 + \rho_1\right)\rho_0} \right]$$

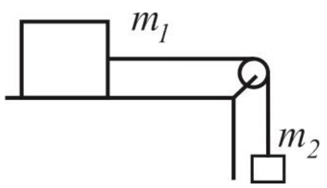


4.13 Тонкая однородная палочка шарнирно укреплена за верхний конец. Нижняя часть палочки погружена в воду. Равновесие достигается, когда палочка расположена наклонно и погружена в воду на половину своей длины. Какова плотность материала, из которого сделана палочка?

$$\left[\rho = 750\ кг / м^3\right]$$

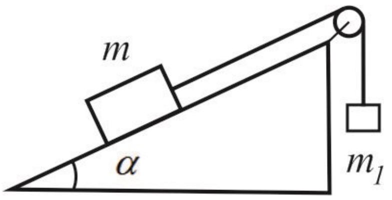
4.14 У стены стоит лестница. Коэффициент трения лестницы о стену $\mu_1 = 0,4,$ коэффициент трения лестницы о землю $\mu_2. = 0,5$. Центр тяжести лестницы находится на середине её длины. Определить наименьший угол *a,* который лестница может образовать с горизонтом, не соскальзывая.

$$\left[\alpha \approx 39^0\right]$$



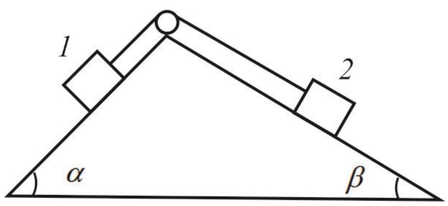
4.15 Два тела массой и m_1 и m_2 соединены нерастяжимой нитью перекинутой через блок в виде цилиндра радиуса *R* и массой ***M*.** Коэффициент трения между грузом и столом μ. Определить ускорения грузов.

$$\left[a = \frac{2g\left(m_1 - \mu m_2\right)}{M\left(m_2 + m_1\right)}\right]$$



4.16 На наклонной плоскости с углом наклона *a* лежит брусок массой *m.* Груз массой m_1 присоединен к бруску при помощи нити, перекинутой через блок в виде цилиндра радиуса *R* и массой *M*. Определить натяжения нити, если коэффициент трения бруска о плоскость μ. Массой нити пренебречь.

$$\left[\begin{aligned} &T = \frac{2m_1 + \left(m_1 + M\right)\left(\sin\alpha + \mu\cos\alpha\right)}{M\left(M + 2m_1\right) + 2mM} m_1 M g \\ &T = \frac{M m_1 g + 2m_1 T}{\left(M + 2m_1\right)} \end{aligned}\right]$$

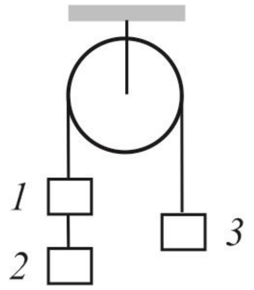


4.17 Найти ускорение, с которым движутся грузы. Масса грузов одинакова $m_1 = m_2 = 1\ кг$**,** угол $a = 30°$, угол β **=** $45°$**.** Коэффициент трения грузов 1 и 2 о наклонные плоскости $\mu = 0,4$. Принять блок за цилиндр радиуса *R* и массой *M.*

$$\left[a = \frac{\sin\beta - \sin\alpha - \mu\left(\cos\alpha + \cos\beta\right)}{\left(M + 4m_1\right)} 2m_1 g\right]$$

4.18 Через вращающийся блок в виде цилиндра массой M и радиуса R перекинута невесомая нерастяжимая нить. На концах нити привязаны грузы m_1 и m_2**.** Определить угловое ускорение ε. За какое время блок повернется на угол φ?

$$\left[\varepsilon = \frac{|m_2 - m_1| g}{(m_2 + m_1 + 0,5M)R}; \quad t = \sqrt{\frac{2\varphi}{\varepsilon}}\right]$$

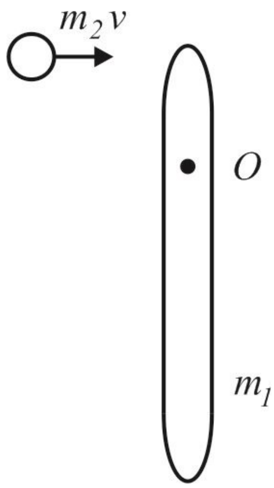


4.19 Через неподвижный блок в виде цилиндра перекинута нить, к которой подвешены три одинаковых груза массой m каждый. Какой путь пройдут грузы за первые t секунд движения? Нити невесомы, нерастяжимы. Масса блока M.

$$\left[S = \frac{mgt^2}{(M + 4m)}\right]$$

4.20 В палку, закрепленную за один конец, попадает и прилипает к ней в ее нижний конец пуля массой m и скоростью v. Определить максимальный угол отклонения палки от положения равновесия, если масса палки M а ее дина L.

$$\left[\cos a = 1 - \frac{3m^2v^2}{(M + 3m)(M + 2m)Lg}\right]$$



4.21 Однородный тонкий стержень массой $m_1 = 0,2$ *кг* и длиной $L = 0,2$ *м* может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через точку ***O***. В верхний конец стержня попадает пластилиновый шарик массой $m_2 = 10$ *г*, движущийся со скоростью $v = 10$ *м/*с**,** и прилипает к стержню. Определить угловую скорость стержня и линейную скорость нижнего конца стержня сразу после удара, если расстояние от верхнего конца до точки O равно $a = L/3$.

$$\left[\omega = \frac{3m_2v}{(m_1 + m_2)L}; \quad v_1 = \frac{3m_2v}{2(m_1 + m_2)}\right]$$

4.22 В центр мишени попадает и застревает в ней пуля массой m. Мишень имеет вид квадрата со стороной a, закреплена она за одну из граней к потолку. Найдите зависимость скорости пули от угла отклонения мишени от положения равновесия. Масса мишени M.

$$\left[v = \sqrt{\frac{(4M + 3m)(M + m)(1 - \cos\alpha)ag}{12m^2}}\right]$$

4.23 Однородная тонкая квадратная пластинка со стороной L и массой M может свободно вращаться вокруг неподвижной вертикальной оси, совпадающей с одной из ее сторон. В центр пластины по нормали к ней неупругого ударяется шарик m, летящий со скоростью v. Найти максимальный угол отклонения пластины после удара.

$$\left[cos\, a = 1 - \frac{12m^2v^2}{(4M+3m)(M+m)Lg} \right]$$

4.24 Однородный стержень длиной L и массой M может свободно вращаться вокруг неподвижной оси проходящей через его конец. Пуля массой M и летящая со скоростью v застревает в стержне. Место попадание пули делит стержень в отношении ***1:3***. Определить зависимость угла максимального отклонения стержня от скорости пули.

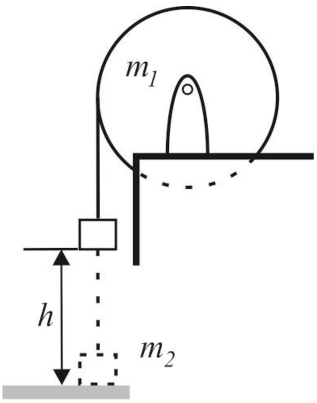
$$\left[cos\, a = 1 - \frac{m^2v^2}{8\left(1/3\,M + 1/16\,m\right)(M+2m)Lg} \right]$$

4.25 На скамье Жуковского стоит человек и держит в руке велосипедное колесо, вращающееся вокруг своей оси с угловой скоростью $15\ c^{-1}$. Ось колеса расположена вертикально и совпадает с осью скамьи Жуковского. С какой скоростью начнет вращаться скамья, если повернуть колесо вокруг горизонтальной оси на 180^0? Момент инерции человека и скамьи $\mathbf{3}$ *кг м*^{2}. Момент инерции колеса относительно своей оси $0{,}5$ *кг м*^{2}.

$$\left[\omega = 5c^{-1} \right]$$

4.26 Однородный цилиндр массы $m = 8{,}0$ *кг* и радиуса $R = 1{,}3$ *см* в момент $t = 0$ *с* начинает опускаться под действием силы тяжести. Пренебрегая массой нитей, найти угловое ускорение цилиндра.

$$\left[\varepsilon = 5\ 10^2\ рад/c^2 \right]$$

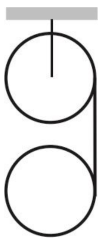


4.27 Маховик, имеющий форму диска массой $m_1 = 48$ *кг* и радиусом $R = 0{,}4$ *м*, может вращаться вокруг горизонтальной оси. К концу нити, намотанной на маховик, прикреплен груз массой $m = 0{,}2$ *кг*, который удерживается на высоте $h = 0{,}2$ *м* от пола. Какую максимальную угловую скорость приобретет маховик, если груз отпустить?

$$\left[\omega = \frac{2m_2\sqrt{2gh}}{(m_1+2m_2)R} \right]$$

4.28 На краю горизонтальной платформы, имеющей форму диска радиусом $R = 2$ м и массой $m = 4$ *кг,* стоит человек, масса которого $m_1 = 80$ *кг.* Платформа может свободно вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр. С какой угловой скоростью ω будет вращаться платформа, если человек будет идти вдоль ее края со скоростью $v = 2$ *м/с* относительно платформы?

$$\left[\omega = \frac{2m_1 v}{(2m_1 + m)R}\right]$$



4.29 Система состоит из двух одинаковых однородных цилиндров, на которые симметрично намотаны две легкие нити. Найти ускорение оси нижнего цилиндра в процессе движения. Трения в оси верхнего цилиндра нет.

$$\left[a = \frac{4}{5}g\right]$$

Домашняя контрольная работа

Вариант	Номера заданий						
I	4.1	4.5	4.9 а	4.10	4.15	4.20	4.25
II	4.2 а	4.6	4.9 б	4.11	4.16	4.21	4.26
III	4.2 б	4.7	4.9 в	4.12	4.17	4.22	4.27
IV	4.3	4.8 а	4.9 г	4.13	4.18	4.23	4.28
V	4.4	4.8 б	4.9 д	4.14	4.19	4.24	4.29

Если нас интересует, как движется падающий апельсин, то его можно рассматривать (моделировать) как *твердое тело* сферической формы. Если нас интересует, что произойдет при его контакте с твердой поверхностью, его лучше рассматривать как *жидкость* в эластичной сферической оболочке.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Беликов Б.С. Решение задач по физике: учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. шк., 1986. – 196 с.
2. Бублев С.М. Физика. Задачи повышенной сложности / С.М. Бублев, С.П. Малюков – Ростов н/ Д.: Феникс, 2005. – 252 с.
3. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики: учеб. пособие для вузов / Волькенштейн В.С. – 4-е изд. – М.: Л.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1993. – 455 с.
4. Гиэдиг П. Двести интригующих задач по физике / П. Гиедик, Д. Хоньек; пер. под ред. С.С. Кротова. – М.: Техносфера, 2005. – 271 с.
5. Жукарев А.С., Матвеев А.Н., Петерсон В.К. Задачи повышенной сложности в курсе общей физике. – М.: Эдиториал, 2001. – 192 с.
6. Иродов И.Е. Задачи по общей физике: учебное пособие / И.Е. Иродов. – 3-е изд. – М.: ЗАО "Изд-во БИНОМ", 1998. – 447 с.
7. Козел С.М. Сборник задач по физике / С.М. Козел, Э.И. Рашба. – 2-е изд. М.: Наука, 1987. – 301 с.
8. Кронин Д. Сборник задач по физике с решениями / пер. с англ. Г.В. Даниляна; под ред. П.А. Крупчинского. – М.: Атомиздат, 1985. – 335 с.
9. Миледин Г.В. Физика в задачах: Экзаменац. задачи с решениями / Г.В. Миледин – М.: Наука, 1985. – 208 с.
10. Стрелков С.П., Сивухин Д.В., Яковлев И.А. Сборник задач по общему курсу физики. Механика: учеб. пособие для вузов – М.: Наука, 1999. – 288 с.

Согласно классификации немецкого ученого Вернера Гильде, всех людей можно разделить на следующие четыре группы:

1 люди, которые никогда не удивляются;

2 люди, которые удивляются, но не задумываются над удивившим их явлением;

3 люди, которые удивившись спрашивают «а почему?»;

4 люди, которые удивившись обращаются к числу и мере.

Учебное издание

Составители:
Новикова Татьяна Алевтиновна, Гатауллина Ангелина Ивановна,
Романов Эдуард Аркадьевич, Галлямов Сергей Рафаэлович

Сборник задач и контрольных заданий по курсу «Механика»

Учебно-методическое пособие

Авторская редакция
Компьютерная верстка: Ю.Н. Небрачных

Издательский центр «Удмуртский университет»
426034, г. Ижевск, ул. Ломоносова, 4Б, каб. 021
Тел. : + 7 (3412) 916-364, E-mail: editorial@udsu.ru