

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского  
Уральского отделения Российской академии наук  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «Уральский федеральный университет  
имени первого Президента России Б. Н. Ельцина»

**Современные проблемы математики и ее  
приложений ,  
Международная (54-я всероссийская) молодежная  
школа-конференция**

6 – 10 и 17 февраля 2023 г.

Тезисы докладов

Екатеринбург 2023

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ И ЕЁ ПРИЛОЖЕНИЙ: тезисы Международной (54-й Всероссийской) молодёжной школы-конференции. Екатеринбург: Институт математики и механики УрО РАН, Уральский федеральный университет, 2023.

Настоящее издание включает тезисы Международной (54-й Всероссийской) молодёжной школы-конференции, прошедшей с 6 – 10 и 17 февраля 2023 года в г. Екатеринбурге.

Представлены работы по следующим направлениям: алгебра и дискретная математика; математическое программирование, некорректные задачи и анализ данных; теория функций; численные методы решения дифференциальных уравнений; оптимальное управление и дифференциальные игры; стохастическая динамика; машинное обучение. Сборник представляет интерес для специалистов по указанным областям науки.

*Ответственный редактор*  
к.ф.-м.н. Чистяков П.А.

*Ответственный за выпуск*  
к.ф.-м.н. Н.А. Минигулов

© ФГБУН Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН  
ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина», 2023

## Содержание

<b>Алгебра и дискретная математика (председатель д.ф.-м.н. Н.В. Маслова)</b>	<b>7</b>
Брылякова Е. В. Свойства корневых и максимальных унификаторов на диаграммах . . . . .	8
Горепекина А. А., Сорокина М. М. О максимальных подформациях однопорожденных $\bar{\omega}$ - веерных формаций групп . . . . .	9
Дураков Б. Е. О периодических группах, насыщенных конечными группами Фробениуса с дополнениями порядков, кратных простому числу . . . . .	10
Ивченко В. В., Маслова Н. В. Минимальные относительно простого спектра группы, име- ющие композиционный фактор, изоморфный группе $PSU_3(5)$ или $PSU_6(2)$ . . . . .	11
Ильенко К. А. О конечных группах с графом Грюнберга-Кегеля как у группы $G_2(3)$ . . . . .	12
Китов Н. В., Волков М. В. Задача проверки тождеств в подкрученных моноидах разбиений . . . . .	13
Кравчук А. В. Спектр транспозиционного графа $T_n$ . . . . .	14
Логинова В. С. О правопримитивных квазиполях Холла . . . . .	15
Максаков С. П. О решеточных свойствах $\mathfrak{F}^\omega$ -субнормальных подгрупп конечных групп . . . . .	17
Маслова Н. В., Нечитайло Л. Г., Хисматов Н. С. О распознаваемости по графу Грюнберга- Кегеля групп с небольшим простым спектром . . . . .	18
Махнев А. А., Белоусов И. Н., Голубятников М. П. Классификация графов Шилла с $b = 3$	19
Махнев А. А., Белоусов И. Н., Голубятников М. П. Классификация $Q$ -полиномиальных графов Шилла с $b_2 = c_2$ . . . . .	20
Махнев А. А., Белоусов И. Н., Цай Цэнь-чжуй. $Q$ -полиномиальные графы Шилла с $b = 4$ и $b = 6$ не существуют . . . . .	21
Махнев А. А., Биткина В. В., Гутнова А. К. $Q$ -полиномиальный граф с массивом пересече- ний $\{60, 45, 8; 1, 12, 50\}$ не существует . . . . .	22
Махнев А. А., Голубятников М. П., Ефимов К. С. Антиподальные графы $\Gamma$ диаметра 4, для которых $\Gamma_{3,4}$ – сильно регулярный граф с $\mu = 2, 4$ . . . . .	23
Осипов Н. Н. Метод Рунге для классических диофантовых уравнений . . . . .	24
Осипов Н. Н. Обзор элементарных методов решения диофантовых уравнений . . . . .	25
Паньшин В. В., Маслова Н. В., Старолетов А. М. О характеристике конечных простых исключительных групп лиева типа по графу Грюнберга-Кегеля . . . . .	26
Протасов Н. С., Черных В. В. Пучковые представления $pq$ -бэровских $*$ -полуколец . . . . .	27
Ревин Д. О. Различные аспекты задачи Брокера о треугольнике с заданными биссектри- сами и смежные вопросы . . . . .	29
Смелых К. А. Семантика СТЛК, компьютерное итерационное моделирование формул . . . . .	30
Созутов А. И. О периодических группах, насыщенных конечными группами Фробениуса . . . . .	31
Шлепкин А. А. Группы, насыщенные специальными линейными группами . . . . .	32
Шлепкин А. А., Сенашов В. С. Регулярные подстановки и вычисление функции плотности группы . . . . .	33
Шлёпкин А. К., Филиппов К. А. О конечных группах диэдра в локально конечных группах . . . . .	34
Alauadinov A. K., Yusupov B. B. Local derivations on the Schrödinger Lie algebra in $(n + 1)$ - dimensional space-time . . . . .	35
Alikhani S., Bakhshesh D., Golmohammadi H. Introduction to total coalitions in graphs . . . . .	39
Khodzitskii A. F. Monomial Rota–Baxter operators of nonzero weight on $F[x, y]$ coming from averaging operators . . . . .	41
Kondrat'ev A. S., Minigulov N. A. On finite non-solvable groups whose Gruenberg–Kegel graphs are isomorphic to the paw . . . . .	42
Panasenko D. I. On eigenfunctions of block graphs of Steiner systems . . . . .	43

Skuratovskii R. V. Normal subgroups of iterated wreath products of symmetric and alternating groups . . . . .	44
Skuratovskii R. V. Square root of an element in $PSL_2(\mathbb{F}_p)$ , $SL_2(\mathbb{F}_p)$ , $GL_2(\mathbb{F}_p)$ and $A_n$ . . . . .	48
<b>Математическое программирование, некорректные задачи и анализ данных (председатель член–корреспондент РАН М.Ю. Хачай)</b>	<b>51</b>
Васёв П. А. Модель конструкторов научной визуализации . . . . .	52
Костоусов В. Б., Дунаевская К. В. Новый метод оценки текущей характеристики точности в задаче навигации по полю высот рельефа местности . . . . .	55
Рыженко К. В., Хачай М. Ю., Незнахина Е. Д. Приближенные алгоритмы с константными оценками точности для некоторых асимметричных задач комбинаторной маршрутизации . . . . .	56
Спиридонов А. А., Кумков С. С. Безопасное каскадное слияние потоков воздушных судов с ограничением снизу на вариацию моментов прибытия . . . . .	57
Чистяков П.А. Метод регуляризации Тихонова для аппроксимации МНК-решения СЛАУ	58
Чистяков П.А. Факторный, кластерный и дискриминантный анализ. Применение в задачах обработки данных в социологии . . . . .	59
Япаров А. Д., Капелюшин Ю. Е. Математическое моделирование теплового состояния и алгоритм определения внутренних температурных полей тонких прослоек . . . . .	60
Япаров Д. Д. Метод идентификации параметров системы при динамических измерениях .	61
Firstkov A.L., Forghani M. Staking Based Approach with Reduced Amino Acid Alphabets and Word2Vec for Modelling Antigenic Variants . . . . .	62
Ogorodnikov Yu., Rudakov R. A Branch-and-Price Approach for the Reliable Production Process Design Problem . . . . .	64
<b>Теория функций (председатель д.ф.-м.н. Р.Р. Акопян)</b>	<b>65</b>
Зарянов А. А. Оценка модуля $n$ -ой производной линейной комбинации гауссовых радиально-базисных функций . . . . .	66
Кутбаев А.Б. Матричное представление группы магического зацепления в группе изометрий пространства Лобачевского . . . . .	67
Никифорова Т. М. Обобщённые взвешенные задачи минимакса и максимина на оси . . . . .	68
Паюченко Н. С. О существовании экстремальной функции в неравенстве Колмогорова для положительной срезки второй производной на оси . . . . .	70
Пестовская А. Э. Многочлены, наименее уклоняющиеся от нуля в $L_q(-1, 1)$ , с ограничением на корни . . . . .	71
<b>Численные методы решения дифференциальных уравнений (председатель д.ф.-м.н. В.Г. Пименов)</b>	<b>72</b>
Канищев Р. А. Численное исследование траекторий перелёта в модельной системе притягивающих центров . . . . .	73
Мухамедиева Д. К., Муминов С. Ю. Оценка решения параболического уравнения с двойной нелинейностью . . . . .	74
<b>Оптимальное управление и дифференциальные игры (председатель к.ф.-м.н. П.Г. Сурков)</b>	<b>77</b>
Волдеаб М. С. Оптимизация средней временной выгоды для вероятностных моделей эксплуатируемых популяций . . . . .	78
Гомоюнов М. И. О построении оптимальных позиционных стратегий в задачах оптимального управления системами дробного порядка . . . . .	80
Горанов А. Ю., Калев В. И., Плаксин А. Р. Формирование оптимальной стратегии управления продольной скоростью беспилотного автомобиля методами обучения с подкреплением . . . . .	81

Долгий Ю. Ф., Чупин И. А. Выбор параметров релейных управлений для манипуляционного робота . . . . .	83
Жарков И. Н. Асимптотический анализ оптимального управления портфелем со стохастической волатильностью при наличии транзакционных издержек . . . . .	85
Зыков И. В. О внешних оценках множеств достижимости управляемых систем с квадратичной нелинейностью по состоянию . . . . .	87
Изместьев И. В., Ушаков В. Н. О некоторых модификациях сеточных алгоритмов построения множеств достижимости нелинейных управляемых систем . . . . .	88
Корнеева О. А., Мастерков Ю. В. Магистральные процессы в задачах планирования . . . . .	90
Крупенников Е. А. О реконструкции управлений с невыпуклыми ограничениями . . . . .	92
Куликов В. В., Куцый Н. Н. Выбор критерия оптимизации при параметрическом синтезе различных дискретных регуляторов с интегральной составляющей и ограничением на перегулирование . . . . .	93
Лебедев П. Д., Кувшинов О. А. Алгоритмы построения субоптимальных покрытий плоских фигур в классе решеток из конгруэнтных кругов . . . . .	94
Мачтакова А. И. Об одной задаче группового преследования с дробными производными . . . . .	96
Можегова Е. С. Некоторые задачи группового преследования во временных шкалах . . . . .	98
Осипов И. О. Об асимптотике функционала при решении задачи локального синтеза методом линеаризации . . . . .	100
Паршиков А. В. Поиск управления для одной задачи оптимального полета в режиме следования рельефу местности . . . . .	102
Родин А. С. Достаточные условия для представления минимаксного решения через формулу Хопфа в случае, когда гамильтониан в уравнении Гамильтона-Якоби зависит от времени и импульсной переменной . . . . .	103
Родина Л. И., Черникова А. В. Об эксплуатации структурированной популяции, заданной дифференциальными уравнениями, на бесконечном промежутке времени . . . . .	104
Трубников Г. И., Осипов С. И. Исследование процесса торможения колеса . . . . .	106
Усова А. А., Полушин И. Г. Адаптивный алгоритм стабилизации QSR-диссипативных систем и их функция расхода . . . . .	107
Ушаков В. Н., Ершов А. А., Ушаков А. В. Множества достижимости и интегральные воронки управляемых систем с переменной динамикой . . . . .	109
Щелчков К. А. Относительная оптимальность в нелинейных играх преследования с дискретным управлением . . . . .	111
Юровских П. А. О построении информационных множеств нелинейных дискретных систем . . . . .	112
<b>Стохастическая динамика (председатель д.ф.-м.н. Л.Б. Ряшко)</b>	<b>113</b>
Башкирцева И. А. Методы синтеза стохастической чувствительности аттракторов в задаче предотвращения нежелательных сдвигов в динамике экологических систем . . . . .	114
Башкирцева И. А., Качусов С. М. Стохастические трансформации кальциевых осцилляций . . . . .	115
Башкирцева И. А., Перевалова Т. В., Ряшко Л. Б. Анализ стохастической модели "жертва-хищник-топ хищник" с учетом эпидемии в популяции "хищник" . . . . .	116
Беляев А. В., Ряшко Л. Б. Анализ трансформаций порядок-хаос в динамике метапопуляционных систем со случайными миграциями . . . . .	117
Горбачев Д. В., Перевалова Т. В. Параметрический анализ стохастической модели «хищник-жертва» с кубической ограниченностью ресурса . . . . .	118
Иваненко Г. А., Башкирцева И. А., Клабукова Ю. В. Циклы-канарды в термохимической модели Зельдовича-Семенова . . . . .	119
Колениченко А. П. Мультистабильность в моделях нелинейной динамики с диффузией на плоскости . . . . .	120

Павлецов М. М., Перевалова Т. В. Компьютерное моделирование трехмерной модели взаимодействия потребителей . . . . .	121
Панкратов А. А. Особенности генерации паттернов в распределённой модели Селькова-Строгаца . . . . .	122
Перевалова Т. В., Прокопова Н. О. Анализ одномерного стохастического отображения взаимодействия двух хищников и одной жертвы . . . . .	123
Перевалова Т. В., Соломеин Л. Е. Исследование стохастической популяционной модели Хасселя . . . . .	124
Ряшко Л. Б. Методы моделирования и анализа стохастических эффектов в динамических системах с цветными шумами . . . . .	125
Слепухина Е. С., Ряшко Л. Б. Стохастическая генерация пачечных колебаний вблизи бифуркации Неймарка-Сакера в модели нейрона Морриса-Лекара-Термана . . . . .	126
<b>Машинное обучение (председатель к.ф.-м.н. А.В. Коньгин)</b>	<b>127</b>
Беляков Н. В. Проблема подхода transfer learning для задачи детекции облачности по снимкам со спутников ДЗЗ . . . . .	128
Коновалова Д. О. Дистанционное измерение параметров сердечного ритма с применением методов глубокого обучения сети с архитектурой PhysNet . . . . .	130
Марков Н. С., Ушенин К. С., Божко Я. Г. Сверточнo-рекуррентная модель для обнаружения пациентов с фибрилляцией предсердий по данным variability синусового ритма . . . . .	131
Пермяков Н. Е. Модель для предсказания намагниченности пространства однородного куба . . . . .	133
Поланко Е. Ф. Д., Демичева Е. И., Дордюк В. Д., Ушенин К. С. Фильтрация и статистический анализ данных высокоэффективной жидкостной масс-спектрометрии . . . . .	134
Саматов Д.С. Методы машинного обучения в радиомике для анализа кардиоваскулярных изображений . . . . .	135
Самусевич Ю. А., Бобров М. П., Дунаева А. В. Выделение растительности на спутниковых снимках . . . . .	137
Сергеев В. А., Плаксин А. Р. Модификации алгоритма Proximal Policy Optimization на основе рекуррентных нейронных сетей . . . . .	138
Симаков П. К. Грубые множества в одной задаче предсказания сердечных приступов . . . . .	140
Синотова С. Л., Солодушкин С. И. Многоэтапный подход к прогнозированию здоровья ребенка, зачатого при помощи вспомогательных репродуктивных технологий . . . . .	141
Ушенин К. С., Дордюк В. Д. Сегментация поверхностной сетки на основе локальных геометрических признаков . . . . .	142
Зиятдинов А. В., Дунаева А. В. Обнаружение высотных объектов на цифровых моделях земной поверхности . . . . .	143

## Относительная оптимальность в нелинейных играх преследования с дискретным управлением<sup>1</sup>

Щелчков К.А.

*Удмуртский Государственный Университет, Ижевск, Россия*  
incognitobox@mail.ru

Рассматриваются две дифференциальные игры двух лиц. Первая игра  $\Gamma(x_0)$  описываемая системой вида

$$\dot{x} = f(x, u) + g(x, v), \quad x(0) = x_0, \quad u \in U, \quad v \in V,$$

где  $x \in \mathbb{R}^k$ ,  $U = \{u_1, \dots, u_m\} \subset \mathbb{R}^l$  — множество значений управления преследователя,  $V \subset \mathbb{R}^s$  — компакт — множество значений управления убегающего. Целью преследователя является приведение траектории системы в любую наперед заданную окрестность нуля за конечное время. Преследователь использует кусочно-постоянную стратегию, для построения которой разрешается использовать только информацию о значении фазовых координат в точках разбиения временного интервала. Управление убегающего — измеримая функция, для построения которой нет ограничений по доступной информации. В [2] получены достаточные условия существования окрестности нуля, из каждой точки которой происходит  $\varepsilon$ -поймка, которая означает перевод системы в сколь угодно малую окрестность нуля за конечное время. В настоящем исследовании рассматривается вспомогательная система  $\dot{y} = w$ ,  $w \in D_\rho(0)$ ,  $y(0) = x_0$ ,  $y \in \mathbb{R}^k$ , где  $D_\rho(0)$  — замкнутый шар радиуса  $\rho$  с центром в нуле. Пусть задано произвольное измеримое управление  $w : [0, T] \rightarrow D_\rho(0)$  такое, что  $\|y(t)\| \leq r$ ,  $y(T) = 0$ . При этом  $\rho$  не превосходит некоторого положительного числа. Считаем, что  $r < \varepsilon_0$ ,  $\varepsilon_0$  — радиус окрестности нуля, из каждой точки которой происходит  $\varepsilon$ -поймка. Показано, что в игре  $\Gamma(x_0)$  происходит  $\varepsilon$ -поймка за время  $T$  с выполнением следующего условия: для любого  $\delta > 0$  и любого  $t \in [0, T]$  справедливо неравенство  $\|x(t) - y(t)\| \leq \delta$ .

Вторая игра  $\Gamma(x_0, \dot{x}_0)$  описываемая системой вида

$$\ddot{x} = f(x, \dot{x}, u) + g(x, \dot{x}, v), \quad x(0) = x_0, \quad \dot{x}(0) = \dot{x}_0, \quad u \in U, \quad v \in V,$$

где  $x, \dot{x} \in \mathbb{R}^k$ . Здесь  $U, V$ , управление убегающего,  $\varepsilon$ -поймка определяются аналогично. Преследователь также использует кусочно-постоянную стратегию. В [2] получены достаточные условия существования окрестности нуля  $O_{\varepsilon_0}(0)$  такой, что для любых  $x_0, \dot{x}_0 \in O_{\varepsilon_0}(0)$  в игре  $\Gamma(x_0, \dot{x}_0)$  происходит  $\varepsilon$ -поймка. Аналогично, реализуется  $\varepsilon$ -поймка относительно системы вида  $\ddot{y} = w$ ,  $w \in D_\rho(0)$ ,  $y(0) = x_0$ ,  $\dot{y}(0) = \dot{x}_0$ ,  $y \in \mathbb{R}^k$ .

Так как управление  $w(\cdot)$  вспомогательной системы является произвольным с учетом указанных фазовых ограничений и краевых условий, то его можно выбрать оптимальным в соответствии с произвольным критерием качества. Относительная оптимальность понимается здесь как возможность  $\varepsilon$ -поймки при движении сколь угодно близко к некоторому оптимальному решению вспомогательной системы.

## Список литературы

- [1] К. А. Щелчков. Об одной нелинейной задаче преследования с дискретным управлением и неполной информацией. *Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки*, **28**: 2 (2029), 111–118.
- [2] K. Shchelchikov.  $\varepsilon$ -Capture in Nonlinear Differential Games Described by System of Order Two. *Dyn Games Appl.*, **12** (2022), 662–676

<sup>1</sup>Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках государственного задания № 075-00928-21-01, проект FEWS-2020-0010 "Развитие теории и методов управления и стабилизации динамических систем".