



Институт математики
и механики
им. Н.Н. Красовского

«Динамические системы: устойчивость, управление, дифференциальные игры» (SCDG2024)

Материалы Международной конференции, посвященной
100-летию со дня рождения академика Н.Н. Красовского

Екатеринбург, 9–13 сентября 2024 г.

“Dynamic Systems: Stability, Control, Differential Games” (SCDG2024)

Proceedings of the International Conference
devoted to the 100th anniversary
of Academician N.N. Krasovskii

Yekaterinburg, Russia, 9–13 September 2024

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского
Уральского отделения Российской академии наук

**«Динамические системы: устойчивость,
управление, дифференциальные игры»
(SCDG2024)**

Материалы Международной конференции,
посвященной 100-летию со дня рождения академика
Н.Н. Красовского

Екатеринбург, 9–13 сентября 2024 г.

**“Dynamic Systems: Stability, Control,
Differential Games” (SCDG2024)**

Proceedings of the International Conference
devoted to the 100th anniversary of Academician
N.N. Krasovskii

Yekaterinburg, Russia, 9–13 September 2024

Екатеринбург
2024

УДК 517.977

ББК 22.161.8

У81

«Динамические системы: устойчивость, управление, дифференциальные игры» (SCDG2024): Материалы Международной конференции, посвященной 100-летию со дня рождения академика Н.Н. Красовского, (Екатеринбург, 9–13 сентября 2024 г.). — Екатеринбург: ИММ УрО РАН, ООО «Издательство УМЦ УПИ», 2024. — 521 с.

Редакторы: В.И. Максимов, А.М. Тарасьев, Т.Ф. Филиппова

Конференция организована в рамках исследований, проводимых в Уральском математическом центре при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (номер соглашения 075-02-2024-1377).

UDC 517.977

LBC 22.161.8

“Dynamic Systems: Stability, Control, Differential Games” (SCDG2024): Proceedings of the International Conference devoted to the 100th anniversary of Academician N.N. Krasovskii, Yekaterinburg, Russia, 9–13 September 2024.

Editors: T.F. Filippova, V.I. Maksimov, A.M. Tarasyev

Published by: Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics of Ural Branch of the Russian Academy of Sciences (IMM UB RAS), Yekaterinburg, Russia

The Conference is organized as part of research conducted in the Ural Mathematical Center with the financial support of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (Agreement number 075-02-2024-1377).

ISBN 978-5-8295-0908-8

© ИММ УрО РАН / IMM UB RAS 2024

**Международная конференция «Динамические системы:
устойчивость, управление, дифференциальные игры»
(SCDG2024),
посвященная 100-летию со дня рождения
академика Н.Н. Красовского
Екатеринбург, 9–13 сентября 2024 г.,
<http://scdg2024.ufran.ru>**

Программный комитет

Сопредседатели программного комитета:

Бердышев В.И. (Екатеринбург)
Куржанский А.Б. (Москва)
Осипов Ю.С. (Москва)

Заместители председателей программного комитета:

Ушаков В.Н. (Екатеринбург)
Ченцов А.Г. (Екатеринбург)

Члены программного комитета:

Асеев С.М. (Москва)	Петров Н.Н. (Ижевск)
Васин В.В. (Екатеринбург)	Петросян Л.А. (Санкт-Петербург)
Григоренко Н.Л. (Москва)	Субботина Н.Н. (Екатеринбург)
Зеликин М.И. (Москва)	Толстоногов А.А. (Иркутск)
Никольский М.С. (Москва)	Черноусько Ф.Л. (Москва)

Организационный комитет

Председатель организационного комитета:

Лукоянов Н.Ю. (Екатеринбург)

Заместители председателя организационного комитета:

Максимов В.И. (Екатеринбург)
Тарасьев А.М. (Екатеринбург)
Филиппова Т.Ф. (Екатеринбург)

Секретари организационного комитета:

Дигас Б.В. (Екатеринбург)
Усова А.А. (Екатеринбург)

Члены организационного комитета:

Гомоюнов М.И. (Екатеринбург)	Матвийчук О.Г. (Екатеринбург)
Гусев М.И. (Екатеринбург)	Пименов В.Г. (Екатеринбург)
Завалищин Д.С. (Екатеринбург)	Сесекин А.Н. (Екатеринбург)
Зыков И.В. (Екатеринбург)	Сурков П.Г. (Екатеринбург)
Кандоба И.Н. (Екатеринбург)	Успенский А.А. (Екатеринбург)
Костоусов В.Б. (Екатеринбург)	Хлопин Д.В. (Екатеринбург)
Макаров А.В. (Екатеринбург)	

Содержание

Николай Николаевич Красовский (<i>К столетию со дня рождения</i>)	16
<i>Ю.В. Авербух.</i> Стохастический поводырь: работы Н.Н. Красовского и современное состояние	22
<i>А.А. Азамов.</i> Комбинаторика дифференциальных уравнений и приближенное решение задачи Коши высокого порядка точности	25
<i>Б.И. Ананьев.</i> Оценивание многошаговых динамических систем с неточными ограничениями на помехи	29
<i>Е.Д. Антипина.</i> О решении задачи идентификации входного сигнала	33
<i>Л.А. Артемьева, А.А. Дряженков, М.М. Потапов.</i> Модификации регуляризованного двухэтапного экстраградиентного метода в задачах квадратичной минимизации с неточно заданными входными данными	35
<i>С.М. Асеев.</i> Об ослаблении фазовых ограничений в задачах оптимального управления	38
<i>А.Л. Багно, А.М. Тарасьев.</i> Построение функции цены и оптимального управления в тестовой модели экономического роста	40
<i>В.Р. Барсегян.</i> Об управляемости линейных систем переменной структуры с динамическим регулятором	45
<i>В.Р. Барсегян, С.В. Солодуша.</i> Задачи оптимального граничного управления колебаниями струны с промежуточными условиями при минимизации граничной энергии	49
<i>И.А. Башкирцева.</i> Стохастическая генерация сложных колебаний в популяционной динамике	53
<i>Л.А. Бекларян, А.Л. Бекларян.</i> Дуализм в теории солитонных решений	56
<i>А.В. Беллев.</i> Стохастическая динамика модели связанных популяций с миграцией	59
<i>Л.М. Берлин, А.А. Галеев.</i> Необходимые условия экстремума в задаче быстрогодействия для группы несинхронных осцилляторов	63
<i>А.И. Благодатских.</i> Одновременная многократная поимка в конфликтно управляемом процессе	67
<i>С.А. Бутерин.</i> Интегро-дифференциальная система управления на временном графе	71

<i>А.М. Волков.</i> Построение стабилизирующих стратегий для решения нелокального уравнения неразрывности	75
<i>А.И. Глухов, М.А. Шишленин.</i> Игры среднего поля в динамике социальных протестов: математическое моделирование и управление	79
<i>С.О. Горчинский.</i> Дифференциальная теория Галуа и ее обобщение	84
<i>Б.Г. Гребенщиков, С.А. Загребина, А.Б. Ложников.</i> Устойчивость и стабилизация некоторых систем с неограниченным запаздыванием	85
<i>Н.Л. Григоренко, Е.Д. Евдокимов.</i> К задаче избежания столкновения с недетерминированным препятствием	88
<i>А.В. Губер, М.А. Шишленин.</i> Сравнительный анализ численных методов решения обратной задачи определения источника акустических волн	93
<i>М.И. Гусев.</i> О некоторых свойствах множеств достижимости нелинейных систем с интегральными ограничениями	95
<i>Д.Б. Давлетов, А.А. Ершов, В.Н. Ушаков.</i> О соотношении между α -множествами и слабо выпуклыми множествами	99
<i>А.А. Давыдов.</i> Стационарные состояния нелокальной КПП-модели и их оптимизация	103
<i>А.Р. Данилин, О.О. Коврижных.</i> Асимптотика решений задач оптимального терминального управления линейной автономной системой с малыми параметрами	104
<i>Ю.Ф. Долгий.</i> Квадратичные функционалы Ляпунова — Красовского для линейных автономных систем с последствием	107
<i>В.А. Дыхта.</i> Метод штрафных оценок и позиционный принцип минимума в задаче оптимального управления с терминальными ограничениями	111
<i>А.В. Егитов, Д.Л. Ткачев, Э.А. Бибердорф.</i> Устойчивость МГД течений полимерной жидкости в цилиндрическом канале (обобщение модели Виноградова — Покровского)	115
<i>А.В. Егоров.</i> Новое представление матрицы Ляпунова для систем с запаздыванием	118
<i>В.А. Зайцев, И.Г. Ким.</i> Управление матричным спектром блочных матричных систем обратной связью по выходу	123
<i>М.В. Зайцева, П.А. Точилин.</i> О восстановлении коэффициентов расщепления при моделировании потоков людей в помещении	126

<i>А.А. Замышляева, Е.В. Бычков.</i> О задаче оптимального управления для одной математической модели гидродинамики . . .	130
<i>Т.Т. Ибайдурраев.</i> Модельная дифференциальная игра с пополняемыми ресурсами управлений	133
<i>Д.Н. Ибрагимов.</i> О решении задачи быстродействия для линейной системы с дискретным временем и суммарным ограничением на векторное управление	137
<i>А.В. Ивановичи.</i> Оптимальные низкоэнергетические межпланетные перелёты с малой тягой, использующие движение по инвариантным многообразиям точек либрации	141
<i>А.Н. Игнатов.</i> О влиянии скоростного режима грузового поезда на интегральный риск движения на примере одного набора данных	145
<i>Н.А. Изобов, А.В. Ильин.</i> Антиперроновский эффект смены положительных характеристических показателей линейного приближения на отрицательные у дифференциальных систем с малыми возмущениями	149
<i>С.И. Кабанихин, М.А. Шихалин.</i> Методы регуляризации нелинейных обратных задач	152
<i>А.Л. Казаков, А.А. Лемперт.</i> Точные решения одной квазилинейной параболической системы	155
<i>А.И. Калинин, Л.И. Лавринович.</i> Асимптотика решения задачи оптимизации трехтемповой сингулярно возмущенной линейной системы с интегральным квадратичным критерием качества	159
<i>И.И. Калинин.</i> Мультиагентные системы в моделировании функционирования орбитальной группировки ДЗЗ	162
<i>А.К. Керимбеков, А.К. Батов, Ж.К. Асанова.</i> О разрешимости задачи синтеза распределенного управления при нелинейной оптимизации упругих колебаний	165
<i>А.В. Ким.</i> Дифференциальные уравнения с обыкновенными и инвариантными производными	169
<i>Ю.Н. Киселёв, С.Н. Авакумов, М.В. Орлов, С.М. Орлов.</i> Исследование особых режимов в моделях экономического роста	171
<i>А.П. Колниченко.</i> Тьюринговские структуры в пространственно-распределенных моделях: мультистабильность и стохастические переходы	174
<i>Е.А. Колпакова.</i> О дифференциальной игре с функционалом, зависящим от момента выхода на границу	178

<i>Е.К. Костоусова.</i> О полиэдральных методах решения задач терминального сближения и уклонения в линейных многошаговых системах с фазовыми ограничениями	182
<i>А.Я. Красинский.</i> О комплексном применении аналитической механики несвободных систем, нелинейной теории устойчивости и метода Н.Н. Красовского к одному классу задач стабилизации с нулевыми корнями	186
<i>Н.А. Красовский, А.М. Тарасьев.</i> Равновесные траектории в координационных играх со среднеинтегральными выигрышами	189
<i>Е.А. Крупенников.</i> О построении слабых аппроксимаций решения задачи реконструкции управлений при невыпуклых ограничениях	193
<i>Е.А. Крупенников, Н.Г. Новоселова.</i> Численное исследование модели химиотерапии злокачественной опухоли, растущей по обобщенному логистическому закону, и ее приложений . . .	197
<i>Е.Т. Ларин, В.И. Максимов.</i> Об устойчивом решении задачи отслеживания входа	201
<i>Н.Д. Ливанов, И.В. Изместьев.</i> Численное решение задачи управления гиперболической системой при наличии неопределенности	205
<i>Н.А. Мамадалиев.</i> Задача преследования для дифференциально-разностных игр нейтрального типа с интегральными ограничениями на управления игроков	208
<i>Н.А. Манакова, Н.Г. Николаева, К.В. Перевозчикова.</i> Исследование задачи Шоултера — Сидорова для стохастической модели нелинейной диффузии	212
<i>В.П. Матвеевко.</i> Сингулярные решения теории упругости: аналитические и численные результаты, практические приложения	216
<i>А.И. Мачтакова.</i> О преследовании группы скоординированных убегающих в дифференциальной игре с дробными по Капуто производными	217
<i>А.П. Маштаков.</i> Модель зрительного восприятия контуров с учетом их ориентации и толщины	220
<i>Е.С. Можегова, Н.Н. Петров.</i> О некоторых задачах группового преследования во временных шкалах	223
<i>Х.Я. Мустапокулов.</i> Дифференциальные игры с импульсными управлениями	227

<i>Д.А. Новиков.</i> Численное решение задачи управления с фазовыми ограничениями	230
<i>И.О. Осипов.</i> О свойстве выпуклости множеств достижимости квазилинейных систем	234
<i>А.В. Паршиков.</i> Поиск управления для одной задачи оптимального полета в режиме следования рельефу местности	238
<i>В.С. Пацко, Г.И. Трубников, А.А. Федотов.</i> Машина Дубинса с интегральным ограничением на управление: двумерное множество достижимости	242
<i>Л.А. Петросян.</i> Кооперация в неантагонистических дифференциальных играх на сетях с переменной сетевой структурой	246
<i>В.Г. Пименов.</i> Компактная схема для решения супердиффузионного уравнения с несколькими переменными запаздываниями	247
<i>М.В. Плеханова, Е.М. Ижбердеева.</i> Модификация системы уравнений Скотт-Блэра	251
<i>С.Н. Попова, Э.А. Фалхразиева.</i> Равномерная локальная достижимость линейных управляемых гибридных систем	253
<i>Е.Ю. Просвиряков.</i> Точные решения уравнений Навье — Стокса для ньютоновских и неклассических жидкостей	256
<i>А.С. Родиц, Н.Н. Субботина.</i> Обобщенная формула Хопфа для функции цены в позиционной дифференциальной игре с ε -поймкой	259
<i>В.Л. Розенберг.</i> Реконструкция возмущений в стохастических дифференциальных уравнениях: различные информационные условия	263
<i>Л.Б. Ряшко.</i> Мемристивная модель нейрона: мультистабильность и переходы порядок-хаос	266
<i>Ю.Л. Сачков.</i> Сублоренцевы задачи на распределении Мартинге	269
<i>Е.Ф. Сачкова, Ю.Л. Сачков.</i> Оптимальные траектории в α -плоскости Грушина	272
<i>О.Н. Самсонок.</i> Оптимальное управление ВV-процессом выметания	274
<i>И.А. Самыловский, М.А. Бармин.</i> Оптимальный синтез в задаче о приведении двойного интегратора на отрезок	277
<i>А.Н. Сесекин, А.Д. Кандрина.</i> Устойчивость по Хайерсу — Уламу — Рассиасу нелинейных дифференциальных уравнений с разрывными траекториями и запаздыванием	279

<i>А.С. Скорынин, В.Е. Федоров.</i> Аналитическое разрешающее семейство операторов для линейных уравнений с регулярной производной Хилфера	283
<i>А.Л. Скубачевский.</i> Об успокоении нестационарной системы управления с последствием нейтрального типа	285
<i>С.В. Солодуша.</i> Об одной экстремальной задаче, связанной с полиномами Вольтерра	288
<i>А.Х. Сташ.</i> О свойствах показателей колеблемости нелинейной системы и системы ее первого приближения	292
<i>А.С. Стрекаловский.</i> Локальный поиск в невыпуклых задачах оптимального управления	295
<i>Н.Н. Субботина.</i> О связи задач реконструкции управлений при выпуклых и невыпуклых ограничениях	300
<i>О.А. Султанов.</i> Устойчивость гамильтоновых систем относительно затухающих стохастических возмущений	304
<i>П.Г. Сурков.</i> О задаче онлайн моделирования траектории системы дробного порядка с запаздыванием	308
<i>П.С. Сурнин.</i> Обратная задача для системы нелинейных уравнений реакции-диффузии в случае моделирования динамики планктонного сообщества озера Байкал	311
<i>Е.В. Табаринцева.</i> О решении граничной обратной задачи с финальным переопределением	313
<i>И.А. Тайманов.</i> Динамические системы на центральных расширениях алгебр Ли и симплектические нильмногообразия	317
<i>Г.А. Тимофеева, Д.С. Завалицин.</i> Анализ стратегий грузоперевозчиков в рамках модели игры с несколькими критериями	318
<i>А.А. Толстоногов.</i> Связанная система, состоящая из эволюционного включения с максимально монотонными операторами и ргох-регулярного процесса выметания	321
<i>П.А. Точилин, М.В. Паршиков.</i> Алгоритм поиска субоптимального решения задачи быстрогодействия при помощи случайных деревьев, при фазовых ограничениях по части переменных	322
<i>П.А. Точилин, И.А. Чистяков.</i> Построение кусочно-кубических оценок функции цены для приближённого решения задачи целевого управления	327
<i>Д.В. Трещев.</i> О бесконечномерной теории Флоке	330

<i>Г.И. Трубников.</i> Аналитика эллиптических функций при построении двумерного множества достижимости машины Дубинса с интегральным ограничением на управление	331
<i>Г.А. Угольницкий, А.В. Королев.</i> Дифференциально-игровые модели олигополии Курно с дополнительными эффектами	335
<i>А.А. Усова, А.М. Тарасьев.</i> Интерпретация фазовых ограничений в модели роста в терминах теории надежности	340
<i>А.А. Успенский, П.Д. Лебедев.</i> Альфа-множества и их оболочки при построении решений плоских задач управления по быстродействию с невыпуклой целью	344
<i>В.Н. Ушаков, А.А. Ершов, А.Р. Матвийчук, О.А. Кувшинов, П.А. Васев, А.В. Ушаков.</i> Метод унификации Н.Н. Красовского: применение к решению игровых задач сближения	348
<i>В.Е. Федоров, Н.М. Скрипка.</i> Один класс эволюционных уравнений с производной Лиувилля	351
<i>Т.Ф. Филиппова, О.Г. Матвийчук.</i> Неравенства Гамильтона — Якоби — Беллмана в задачах оценивания состояний нелинейной управляемой системы с неопределенностью	353
<i>И.А. Финогенко.</i> О скользящих режимах функционально-дифференциальных уравнений	355
<i>Е.Н. Хайлов, Э.В. Григорьева.</i> Параметризация множества достижимости билинейной управляемой системы в адаптивной терапии ракового заболевания	359
<i>О.В. Хамисов.</i> Оптимизация терминального функционала методами нелинейных опорных функций	363
<i>М.В. Хлебников.</i> Синтез гарантирующего фильтра как задача оптимизации	365
<i>Д.В. Хлопин.</i> Об одном методе построения единственной сопряженной траектории для оптимального на бесконечности управления	368
<i>М.Ю. Христиченко, Ю.М. Нечепуренко, Д.С. Гребенников, Г.А. Бочаров.</i> Технология численного бифуркационного анализа дифференциальных уравнений с запаздыванием с приложением к моделям инфекционных заболеваний	372
<i>Л.Ю. Циовкина.</i> Об алгебро-комбинаторных конструкциях равноугольных жестких фреймов	377
<i>А.Г. Ченцов.</i> Маршрутные процессы в задачах последовательного обхода множеств	380

<i>А.В. Чернов.</i> О глобальной управляемости полулинейного эволюционного уравнения с ограниченным управлением и фиксированным временем	383
<i>Ф.Л. Черноусько.</i> Динамика и оптимизация мобильных систем с управляемой конфигурацией	387
<i>С.В. Чистяков.</i> Истоки метода программных итераций в теории дифференциальных игр	389
<i>И.А. Чупин.</i> Нахождение точек переключения релейного управления для манипуляционных роботов	393
<i>Л.Г. Шагалова.</i> Конструкция обобщенного решения для уравнения Гамильтона — Якоби с экспоненциальной зависимостью от импульса	397
<i>М.В. Шамолин.</i> Тензорные инварианты динамических систем с диссипацией	401
<i>А.И. Шафаревич.</i> Геометрические асимптотики решений строго гиперболических систем с резко меняющимися коэффициентами	404
<i>Д.Е. Шафранов.</i> О численном решении одного линейного стохастического уравнения теории фильтрации в пространствах дифференциальных форм, заданных на торе	405
<i>В.И. Ширяев, Е.О. Подивилова, А.А. Брагина, В.П. Щербаков.</i> Об управлении динамической системой прямым методом Ляпунова в условиях неполноты информации	409
<i>М.А. Шчиленин, С.И. Кабанихин, Н.С. Новиков.</i> Прямые и итерационные методы решения обратных задач медицинской томографии	412
<i>А.Ф. Шориков.</i> Оптимизация адаптивного управления прогнозированием состояния фазового вектора линейной дискретной управляемой динамической системы	414
<i>К.А. Щелчков.</i> Об одной задаче управления нелинейной системой второго порядка в условиях воздействия помехи	418
<i>С.В. Щербаков, А.В. Ким.</i> Анализ регуляторов в задаче стабилизации ВИЧ-моделей с запаздыванием	421
<i>М.Г. Юмагулов.</i> Об устойчивости точек равновесия системы «реакция-диффузия»	423
<i>П.А. Юровских.</i> О наихудших возмущениях в задаче гарантированного оценивания с выпуклыми ограничениями	427

<i>M.R. Akhloumadi, S. Kafle, D.S. Ivanov, S.V. Sokolov.</i> Investigation of the Controlled Motion of a Solar Sail Spacecraft to Approach an Interstellar Asteroid	430
<i>M.A. Bekimov, M.B. Ruziboev, I.Z. Zaynabiddinov.</i> Pursuit Evasion Differential Games in ℓ^p on a Finite Time Interval	433
<i>Yu.E. Danik, M.G. Dmitriev.</i> An Algorithm for Constructing a Symbolic Family of Feedback Laws in nonlinear Control Systems Using Asymptotic Approximations and the SDRE Approach . .	437
<i>W.Q. Dong.</i> Feedback Stabilization of Quasi-One-Sided Lipschitz Nonlinear Discrete-Time Systems with Reduced-Order Observer	441
<i>A. Yu. Gornov, T.S. Zarodnyuk, A.S. Anikin, P.S. Sorokovikov.</i> Non-local Methods for Solving Optimal Control Problems	445
<i>V.V. Gorokhovik.</i> Abstract Convexity and Subdifferentiability of Functions with Respect to the Set of Lipschitz Classically Concave Functions	449
<i>A.L. Grinikh.</i> N -Person Prisoner's Dilemma with Imperfect Information on a Hypergraph	453
<i>G.D. Hu.</i> Stability and Stabilization of Linear Delay Systems	455
<i>A. Huseyin, N. Huseyin, Kh.G. Guseinov.</i> Continuity of L_p Balls and Application to the Nonlinear Control System	459
<i>I.V. Izmest'ev.</i> The Problem of Controlling the Process of Cleaning a Reservoir From Impurity: Numerical Solution	463
<i>O.O. Khamisov.</i> Distributed Hierarchical Control for Transmission Power Grids	466
<i>Yu.S. Ledyayev.</i> Dynamic Optimization Problems with Probabilistic Constraints and Subgradients of Parametric Integrals of Non-smooth Functions	470
<i>V.I. Maksimov.</i> A Singular Approach to the Problem of Tracking Input and Trajectory of Coupled ODE-Heat Equations	471
<i>N.B. Melnikov, M.I. Ronzhina.</i> Chattering Control in Feedback Stabilization of Underactuated Systems with Two Degrees of Freedom	474
<i>A.V. Mikhailov, S.S. Kumkov.</i> Geometric Procedure for Solving Linear Differential Games with High-Dimensional State Vector . .	478

<i>A.B. Miller, B.M. Miller, K.V. Stepanyan, A.K. Popov.</i> UAV Videonavigation at Landing Mode Based on the Optical Flow Approach	480
<i>T.N. Ndenecho, M.R. Akhloumadi, S.V. Sokolov.</i> An Active Decentralized Control Algorithm to Maintain Space Swarm	484
<i>G.S. Parastayev, A.A. Shanavin.</i> The Gini Index and the Ramsey's Conjecture on Social Stratification	487
<i>M.M. Pavletsov, L.B. Ryashko.</i> Analysis of Allee Effect in a Coupled Ricker Population Model	490
<i>G.G. Petrosyan.</i> On Topological Properties of Solution Sets for Semilinear Fractional Differential Inclusions of an Order $q \in (1, 2)$	494
<i>A.V. Podobryaev.</i> Existence of the Longest Paths for (Sub-)Lorentzian Structures	497
<i>I.M. Prudnikov.</i> Convexification Method for Solving Incorrect Problems of Control Theory	501
<i>A.N. Retticva.</i> Cooperation in Dynamic Multicriteria Game on Transport Network	504
<i>B.T. Samatov, M.A. Turgunboeva.</i> Differential Game with the Inertial Players under Integral Constraints on Controls	507
<i>D.A. Serkov.</i> On a Construction of a Partially Non-Anticipative Multiselector and Its Applications to Dynamic Optimization Problems	511
<i>Z. Wang.</i> Robust Stability of Second-Order Time-Delay Systems with Unknown Parameters	515
Author Index	519

Об одной задаче управления нелинейной системой второго порядка в условиях воздействия помехи

К.А. Щелчков

УдГУ, Ижевск, Россия, incognitobox@mail.ru

Аннотация: Рассматривается задача управления в нелинейной автономной системой дифференциальных уравнений второго порядка в условиях воздействия помехи в терминах дифференциальной игры преследования. Множество значений управлений преследователя является конечным, убегающего (помехи) — компакт. Целью преследователя является приведение, в рамках конечного времени, фазовой траектории в любую вперед заданную окрестность нуля вне зависимости от действий помехи. Для построения управления преследователю известны только фазовые координаты и значение скорости в некоторые дискретные моменты времени и неизвестен выбор управления помехи. Получены условия существования множества начальных положений, из каждой точки которого происходит поимка в указанном смысле. Причем это множество содержит некоторую окрестность нуля. Выигрышное управление при этом строится конструктивно.

Ключевые слова: дифференциальная игра, нелинейная динамическая система, управление, помеха.

Введение

Рассматривается задача управления нелинейной автономной системой дифференциальных уравнений с помехой в терминах дифференциальной игры преследования. Управлением убегающего (помехи) является измеримая функция на полубесконечном вправо интервале со значениями на некотором компакте. Управление преследователя задается на конечном отрезке времени, кусочно постоянное и имеет конечное число переключений. Для построения управления в момент переключения преследователю известны сам момент и фазовые координаты системы в этот момент, но не известен выбор управления убегающего. Таким образом, задача приведения траектории точно на заданное множество не разрешима в общем случае. Целью преследователя является приведение траектории, в рамках конечного времени, в любую вперед заданную окрестность начала координат вне зависимости от действий помехи. В такой задаче производится поиск условий, накладываемых на систему, которые обеспечивают существование ненулевых начальных положений, из которых происходит поимка (выполняется цель преследователя), и явной конструкции выигрышного управления.

Настоящая работа является продолжением исследований [1, 2].

1. Основной результат

В пространстве \mathbb{R}^k , $k \geq 2$, рассматривается дифференциальная игра $\Gamma(x_0, \dot{x}_0)$ двух лиц: преследователя P и убегающего E . Динамика игры описывается системой дифференциальных уравнений

$$\ddot{x} = f(x, \dot{x}, u, v), \quad u \in U, \quad v \in V, \quad x(0) = x_0, \quad \dot{x}(0) = \dot{x}_0,$$

где $x, \dot{x} \in \mathbb{R}^k$, x — фазовый вектор, \dot{x} — вектор скорости, u и v — управляющие воздействия; $U = \{u_1, \dots, u_m\}$, $u_i \in \mathbb{R}^l$, $i = 1, \dots, m$. Множество $V \subset \mathbb{R}^s$ — компакт. Функция $f: \mathbb{R}^k \times \mathbb{R}^k \times U \times V \rightarrow \mathbb{R}^k$ — для каждого $u \in U$ непрерывна по совокупности переменных x, \dot{x}, v и удовлетворяет по x, \dot{x} условию Липшица с постоянной, не зависящей от v . То есть существует положительное число L такое, что

$$\|f(x_1, \dot{x}_1, u_i, v) - f(x_2, \dot{x}_2, u_i, v)\| \leq L(\|x_1 - x_2\| + \|\dot{x}_1 - \dot{x}_2\|),$$

$$x_1, x_2, \dot{x}_1, \dot{x}_2 \in \mathbb{R}^k, \quad v \in V, \quad i = 1, \dots, m.$$

Здесь и всюду далее норма считается евклидовой.

Под разбиением σ промежутка $[0, T]$ будем понимать конечное разбиение $\{\tau_q\}_{q=0}^{\eta}$, где $0 = \tau_0 < \tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_\eta = T$.

Определение 1. *Кусочно-постоянной стратегией W преследователя P на промежутке $[0, T]$ называется пара (σ, W_σ) , где σ — разбиение промежутка $[0, T]$, а W_σ — семейство отображений d_r , $r = 0, 1, \dots, \eta - 1$, ставящих в соответствие величинам $(\tau_r, x(\tau_r), \dot{x}(\tau_r))$ постоянное управление $\bar{u}_r(t) \equiv \bar{u}_r \in U$, $t \in [\tau_r, \tau_{r+1})$.*

Под управлением убегающего будем понимать произвольную измеримую функцию $v: [0, \infty) \rightarrow V$. Для построения управления убегающему E в начальный момент времени известны начальные положения x_0, \dot{x}_0 и выбранная стратегия W преследователя P . Кроме того, игрокам известны динамика системы, то есть функция f , множества U, V и константа Липшица L .

Определение 2. *В игре $\Gamma(x_0, \dot{x}_0)$ происходит ε -поймка, если существует $T > 0$ такое, что для любого $\hat{\varepsilon} > 0$ существует кусочно-постоянная стратегия W преследователя P на промежутке $[0, T]$ такая, что для любого допустимого управления убегающего $v(\cdot)$ выполнено неравенство $\|x(\tau)\| < \hat{\varepsilon}$ для некоторого $\tau \in [0, T]$.*

Целью преследователя является осуществление ε -поймки. Цель убегающего — воспрепятствовать этому.

Обозначим $\langle a, b \rangle$ — скалярное произведение векторов a, b .

Теорема 1. Пусть

$$\min_{p \in \mathbb{R}^k, \|p\|=1} \max_{u \in U} \min_{v \in V} \langle f(0, 0, u, v), p \rangle > 0.$$

Тогда существуют $\varepsilon_0 > 0$, $\theta > 0$ и $T > 0$ такие, что для любых начальных положений x_0, \dot{x}_0 таких, что $\|x_0\| + \theta \|\dot{x}_0\| < \varepsilon_0$, в игре $\Gamma(x_0, \dot{x}_0)$ происходит ε -поймка за время T . Кроме того, преследователю для построения стратегии достаточно использовать разбиение временного интервала с фиксированным шагом.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 23-71-01032).

ЛИТЕРАТУРА

1. Shchelchkov K. ε -Capture in nonlinear differential games described by system of order two // Dyn. Games Appl., 2022. Vol. 12. No. 2. P. 662–676. DOI: 10.1007/s13235-021-00393-0
2. Shchelchkov K.A. On the problem of controlling a nonlinear system by a discrete control under disturbance // Diff. Equat., 2024. Vol. 60. P. 127–135. DOI: 10.1134/S0012266124010105

On a Control Problem of a Second-Order Nonlinear System under Interference

Kirill A. Shchelchkov

¹ Udmurt State University, Izhevsk, Russia, incognitobox@mail.ru

Abstract: The control problem of a nonlinear autonomous system of second-order differential equations under the interference in terms of a differential pursuit game is considered. The set of control values of the pursuer is finite, of the evader (interference) is compact. The goal of the pursuer is to bring, within finite time, the phase trajectory to any predetermined neighborhood of zero, regardless of the actions of the interference. To construct the control, the pursuer knows only the phase coordinates and the velocity value at some discrete moments of time and does not know the choice of the interference control. Conditions for the existence of a set of initial positions from each point of which a capture occurs in the specified sense are obtained. The set contains some neighborhood of zero. The winning control is built constructively.

**Международная конференция
«Динамические системы: устойчивость, управление,
дифференциальные игры» (SCDG2024),
посвященная 100-летию со дня рождения
академика Н.Н. Красовского**

Материалы

TeX-редакторы: Б.В. Дигас, О.Г. Матвийчук

Подписано в печать 20.08.24 Формат 60×84/16
Бумага офсетная Печать офсетная Усл. печ. л. 32,2

Заказ № 7909 Тираж 186 экз.

Отпечатано в типографии

ООО «Издательство УМЦ УПИ»

г. Екатеринбург, ул. Гагарина, 35а, оф. 2

Тел.: (343) 362-91-16