

# **СПЕКТРАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОПЕРАТОРОВ И СМЕЖНЫЕ ВОПРОСЫ**

*Материалы Международной научно-практической конференции,  
посвященной 75-летию профессора Я.Т. Султанова  
(г. Уфа, 26-27 октября 2023 г.)*

Уфа 2023

УДК 517.984  
ББК 22.162.4  
С71

Спектральная теория операторов и смежные вопросы: материалы Международной научно-практической конференции, посвященной 75-летию профессора Я.Т. Султанаева (Уфа, 26-27 октября 2023 г.). – Уфа: Издательство БГПУ, 2023. – 39 с. – ISBN 978-5-907730-37-3

В сборнике конференции представлены работы широкому кругу вопросов в области спектральной теории. Издание представляет интерес для специалистов и студентов, занимающихся спектральной теорией и смежными вопросами.

Подготовлен коллективом кафедры математики и статистики Башкирского государственного педагогического университета им. М. Акмуллы и Института математики с вычислительным центром УФИЦ РАН.

**Рецензенты:** Мусин И.Х., д-р физ-мат. наук, директор Института математики с вычислительным центром УФИЦ РАН;

Фазуллин З.Ю., д-р физ-мат. наук, проф., УУНиТ;

**Редколлегия:** Вильданова В.Ф., канд. физ-мат. наук, доц.;

Гарифуллин Р.Н. канд. физ-мат. наук, доц.;

Кудашева Е.Г., канд. физ-мат. наук, доц.

ISBN 978-5-907730-37-3

© Кафедра математики  
и статистики, 2023

© Издательство БГПУ, 2023

# Содержание

<i>Aleskerov M.I.</i> On basicity of a perturbed system of cosines in generalized Lebesgue spaces . . . . .	5
<i>Алиев А.Р., Рзаев Э.С.</i> О полноте производных цепочек полиномиального операторного пучка четвертого порядка . . . . .	6
<i>Ahiev R.A., Alizade L.Sh.</i> On the approximation of the Hilbert transform in Holder spaces . . . . .	7
<i>Alili V.G.</i> On the basicity of a perturbed system of exponents in rearrangement invariant spaces . . . . .	8
<i>Басков О.В., Потанов Д.К.</i> Об одномерной задаче Гольдштика . . . . .	9
<i>Бондаренко Н.П.</i> Регуляризация и обратные задачи для дифференциальных операторов с коэффициентами-распределениями . . . . .	10
<i>Демичин А.Л.</i> Быстрые алгоритмы решения нелинейного уравнения Шредингера . . . . .	11
<i>Исхоков С.А.</i> Об одном классе вырождающихся эллиптических операторов недивергентного вида в ограниченной области . . . . .	12
<i>Karahan D.</i> Approximation for the $q$ -Bernstein-Kantorovich operator on the symmetric interval . . . . .	13
<i>Каримов О.Х.</i> Коэрцитивные оценки и разделимость для трижды гармонического оператора с матричным потенциалом . . . . .	14
<i>Кожеевникова Л.М.</i> Существование решения нелинейного эллиптического уравнения без условия знака на младший член и $L_1$ -данными . . . . .	15
<i>Krasnoschekikh G.V., Volchkov Vit. V.</i> Spherical means on the Bessel-Kingmann hypergroup . . . . .	16
<i>Курамышина Г.М.</i> Обратные задачи колебательной спектроскопии . . . . .	17
<i>Litvinov V.L., Litvinova K.V.</i> Mathematical simulation of stochastic oscillations of a string with a moving boundary . . . . .	17
<i>Мирзоев К.А.</i> Рекуррентные соотношения с пропусками длины восемь для многочленов Бернулли и Эйлера . . . . .	18
<i>Мукминов Ф.Х., Вильданова В.Ф.</i> Об энтропийных решениях задач Неймана и Дирихле для эллиптических уравнений в неограниченной области . . . . .	19
<i>Мусаев А.М.</i> О приближении обобщенно дифференцируемых функций сингулярными интегралами в пространстве $L_{2\pi}^p$ . . . . .	21
<i>Nandi K.K., Izmailov R.N., Karimov R.Kh. and Potapov A.A.</i> Observable strong field signatures of extra spacetime dimensions in the braneworld black hole . . . . .	22

<i>Напалков В.В. (мл.), Нуятов А.А.</i> К вопросу о совпадении некоторых классов гильбертовых пространств с воспроизводящим ядром . . . . .	22
<i>Ойнаров Р.</i> Осцилляционные и спектральные свойства одного класса дифференциальных операторов четвертого порядка . . .	23
<i>Садыхзаде Рена Шафи гызы</i> Нелинейная обратная задача для псевдо гиперболического уравнения третьего порядка с интегральным условием . . . . .	25
<i>Салимов М.Ю., Гусейнова Х.Т.</i> Об одной нелинейной обратной краевой задаче для нелинейного уравнения диффузии . . . . .	26
<i>Седов А.И.</i> О задаче определения непрерывного запаздывания для возмущенной степени оператора Лапласа . . . . .	27
<i>Сергеев А.Г.</i> От вихрей Гинзбурга Ландау к уравнениям Эайберга Виттена . . . . .	28
<i>Соболевский А. Н.</i> Немного о математических моделях космологической эволюции . . . . .	29
<b><i>Suragan D. On some geometric inequalities for Schatten p-norms of Riesz potential operators</i></b> . . . . .	<b>30</b>
<i>Ташпулатов С.М.</i> Спектр двухмагнитных систем с четырехспиновым обменным гамильтонианом . . . . .	31
<i>Тинюкова Т.С., Чубурин Ю.П.</i> Околонулевые собственные значения возмущенного неэрмитового гамильтониана SSH с PT-симметрией . . . . .	32
<i>Урманчиев С.Ф., Низамова А.Д., Киреев В.Н.</i> Спектральные характеристики обобщенного уравнения устойчивости течения термовязкой жидкости в кольцевом канале . . . . .	33
<i>Утяшев И.М.</i> Определение параметров продольной трещины стержня по собственным частотам изгибных колебаний . . . . .	34
<b><i>Ferzullazadeh A.G., Nabiev I. M. A sufficient condition on the solution of the inverse problem for a Dirac operator with a spectral parameter in the boundary condition</i></b> . . . . .	<b>36</b>
<i>Хабибуллин Б.Н.</i> Полнота параметризованных систем целых функций в геометрических терминах . . . . .	37
<i>Шарипов Р.А.</i> Модель вселенной как 3D-браны . . . . .	38
<i>Ягола А.Г.</i> Интегральные уравнения в обратных задачах гравиметрии и магнитометрии . . . . .	39

Околонулевые собственные значения возмущенного  
неэрмитового гамильтониана SSH с РТ-симметрией

Тинюкова Т.С., Чубурин Ю.П.

Удмуртский государственный университет, УдмФИЦ УрО РАН,  
г.Ижевск, Россия

В последние годы большой интерес стали вызывать неэрмитовы гамильтонианы, описывающие топологические структуры и моделирующие открытые системы с внешними воздействиями (см., например, [?]). Обычно это — одномерные разностные модели, чаще всего — модель Su-Schrieffer-Heeger (SSH) с введенной неэрмитовостью.

Гамильтониан  $H$  бесконечной неэрмитовой цепочки SSH с РТ-симметрией действует в пространстве  $(l^2(\mathbb{Z}))^2$  на двух-компонентные функции  $\Psi(n) = (\psi_1(n), \psi_2(n))^T \in (l^2(\mathbb{Z}))^2$ , где  $T$  — транспонирование, по формуле [?]

$$H \begin{pmatrix} \psi_1(n) \\ \psi_2(n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i\delta\psi_1(n) + w\psi_2(n-1) + v\psi_2(n) \\ -i\delta\psi_2(n) + v\psi_1(n) + w\psi_1(n+1) \end{pmatrix}, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad (1)$$

где  $w, v$  — вещественные параметры перехода на соседний узел,  $\delta$  — вещественный параметр, порождающий неэрмитовость. Рассмотрим возмущенный гамильтониан  $H + V$ , где потенциал  $V$  определяется равенством

$$V \begin{pmatrix} \psi_1(n) \\ \psi_2(n) \end{pmatrix} = V_0 \begin{pmatrix} \psi_1(0) \\ 0 \end{pmatrix} \delta_{n0}, \quad (2)$$

здесь  $V_0$  — вещественная константа,  $\delta_{n,m}$  — символ Кронекера. Спектральные свойства гамильтониана  $H + V$  исследованы с помощью уравнения Дайсона

$$\Psi = -(H - E)^{-1}V\Psi$$

и пайдсншю авторами фукцши Грша гамильтонаана  $H$ .

**Теорема.** Для достаточнo малых  $|\delta|, \varepsilon > 0$  и  $|E| < \varepsilon$  существует ровно два собственных значения гамильтонаана  $H+V$ . Соответствующие собственные функции  $\Psi_j(n) = (\psi_1^{(j)}(n), \psi_2^{(j)}(n))$ ,  $j = 1, 2$ , имеют вид:

$$\psi_1^{(1)}(n) = e^{ip|n|}, \quad \psi_2^{(n)} = \frac{1}{E + i\delta} \begin{cases} -e^{ipn} \left( \frac{w^2 - v^2}{v} + O(\delta^2 + \varepsilon^2) \right), & n \geq 0, \\ e^{-ipn} O(\delta^2 + \varepsilon^2), & n < 0, \end{cases}$$

$$\psi_1^{(2)}(n) = e^{ip|n|}, \quad \psi_2^{(n)} = \frac{1}{E + i\delta} \begin{cases} e^{ipn} O(\delta^2 + \varepsilon^2), & n \geq 0, \\ -e^{-ipn} \left( \frac{w^2 - v^2}{v} + O(\delta^2 + \varepsilon^2) \right), & n < 0. \end{cases}$$

Работа Тинюковой Т.С. выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках государственного задания № 075-01483-23-00, проект FEWS-2020-0010.

- [1] Okuma N., Sato M. Non-hermitian topological phenomena: A review. Annual Review of Condensed Matter Physics. 2023. Vol. 14. P. 83–197.
- [2] Banerjee A., Sarkar R., Dey S., Narayan A. Non-Hermitian Topological Phases: Principles and Prospects. J. Phys.: Condens. Matter. 2023. Vol. 35. 333001.

Научное издание

**СПЕКТРАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОПЕРАТОРОВ И  
СМЕЖНЫЕ ВОПРОСЫ**

*Материалы Международной научно-практической конференции,  
посвященной 75-летию профессора Я.Т. Султанаева  
(г. Уфа, 26-27 октября 2023 г.)*

Подписано в печать 01.11.2023  
Формат 60X84/16. Компьютерный набор. Гарнитура Times New Roman.  
Усл. печ. л. – 2,5. Уч.-изд.л. – 3,7.

Электронное издание. Заказ № 37