

Воронежский государственный университет
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
Математический институт им. В. А. Стеклова
Российской академии наук

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ И СМЕЖНЫЕ ПРОБЛЕМЫ

Материалы
международной конференции
Воронежская зимняя математическая школа
(30 января – 4 февраля 2025 г.)

Воронеж
Издательский дом ВГУ
2025

УДК 517.53(97; 98)

ББК 22.16

С56

Конференция поддержанная Воронежским
государственным университетом

ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ:

Б. С. Кашин (председатель), П. А. Бородин, Б. И. Голубов,
Е. М. Семенов, А. П. Хромов (заместители председателя), А. И. Аптекарев,
В. Н. Дубинин, М. И. Дьяченко, В. Г. Звягин, М. И. Каменский,
Г. А. Карагулян, С. В. Конягин, Т. П. Лукашенко, С. Р. Насыров,
С. Я. Новиков, В. А. Костин, В. Г. Кротов, Г. А. Курина,
Е. С. Половинкин, В. Ю. Протасов, М. А. Скопина, Ф. А. Сукачев,
В. Н. Темляков, А. А. Шкаликов, А. С. Бондарев (ученый секретарь)

ОРГКОМИТЕТ:

Б. С. Кашин (председатель), М. Ш. Бурлуцкая, Д. В. Костин, А. П. Хромов
(заместители председателя), Н. Ю. Антонов, С. В. Асташкин,
А. В. Боровских, П. А. Бородин, А. В. Звягин, С. П. Сидоров,
А. П. Солодов, В. Н. Темляков, И. В. Колесникова (технический
секретарь.)

С56 **Современные методы теории функций и смежные про-
блемы** : материалы международной конференции: Воронежская
зимняя математическая школа (30 января – 4 февраля 2025 г.) /
Воронежский государственный университет ; Московский государствен-
ный университет им. М. В. Ломоносова ; Математический институт
им. В. А. Стеклова РАН. — Воронеж : Издательский дом ВГУ,
2025. — 436 с.

ISBN 978-5-9273-4189-4

В сборнике представлены материалы докладов и лекций, включенных
в программу Воронежской зимней математической школы, проводимой
Воронежским госуниверситетом совместно с Московским государствен-
ным университетом им. М. В. Ломоносова, Математическим институтом
им. В. А. Стеклова РАН. Тематика охватывает широкий спектр
проблем действительного и комплексного анализа, теории аппроксимаций,
спектральной теории операторов, оптимального управления теории краевых
задач, методов математического моделирования, проблем преподавания
математики в высшей и средней школе.

УДК 517.53(97; 98)
ББК 22.16

ISBN 978-5-9273-4189-4

- © Воронежский государственный университет, 2025
- © Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, 2025
- © Математический институт им. В. А. Стеклова РАН, 2025
- © Оформление. Издательский дом ВГУ, 2025

Организаторы



Воронежский государственный
университет



Московский государственный
университет



Математический институт
им. В. А. Стеклова
Российской академии наук



Steklov International Mathematical Center

Steklov International
Mathematical Center

Содержание

<i>Петрова Л.П.</i> О родословной Бориса Николаевича Садовского	28
<i>Абрамова Е.В., Унучек С.А.</i> Оптимальное восстановление производной функции	37
<i>Абрамова Е.В., Унучек С.А.</i> Об оптимальном восстановлении решения одного интегрального уравнения	38
<i>Авдеев Н.Н.</i> Линейные операторы, определяемые банаховыми пределами	40
<i>Агранович Я.Ю.</i> Об одном подходе моделирования волатильности	42
<i>Акишев Г.</i> Об оценках линейных поперечников обобщенного класса Никольского–Бесова в пространстве Лоренца–Зигмунда	44
<i>Ал-Гарайхоли И.А.Х.</i> Об аналоге теоремы сравнения для уравнения с «расщепленными» мерами	46
<i>Алзамили Х.Ф., Шишкина Э.Л.</i> Аналитические решения сингулярного уравнения теплопроводности	48
<i>Алхутов Ю.А., Чечкин Г.А.</i> Существование, единственность и повышенная суммируемость градиента решения задачи Зарембы для уравнения Пуассона со сносом	50
<i>Анкилов М.А., Андреев А.С.</i> Численно-аналитический метод исследования динамики упругой пластины	53
<i>Антоневич А.Б., Люксембург И.Л.</i> Алгебры разрывных функций и их непрерывное представление	55
<i>Арахов Н.Д., Прядиев В.Л., Рябцева Н.Н.</i> О вариационном происхождении уравнения Бихари на геометрическом графе	57
<i>Асадов Т.Б.</i> Существование положительных и отрицательных решений некоторых нелинейных задач для эллиптических уравнений в частных производных с индефинитным весом	59
<i>Асташов Е.А.</i> Комбинаторные аспекты теоремы Бернштейна–Кушниренко	61
<i>Асхабов С.Н.</i> Нелинейные уравнения дробного порядка с переменным нижним пределом интегрирования	61
<i>Балашов М.В.</i> О внутренности одного многозначного интеграла	63

<i>Барабаш О.П.</i> О разностных методах сингулярных краевых задач	65
<i>Барышева И.В.</i> Об ограниченности частно интегрального оператора типа потенциала в пространстве со смешанной нормой	67
<i>Баскаков А.Г., Гаркавенко Г.В., Костина Л.Н., Ускова Н.Б.</i> Исследование состояний обратимости некоторых дифференциальных операторов первого порядка с неограниченным операторным коэффициентом	69
<i>Бахвалов А.Н.</i> О скорости убывания преобразования Фурье функции ограниченной вариации	70
<i>Бекларян Л.А.</i> Дуализм в теории солитонных решений в неоднородных средах	72
<i>Бойназаров А.Н.</i> Композиция оператора Эрдейи-Кобера дробного порядка и левостороннего дробного интеграла Бесселя на полуоси	76
<i>Бортников А.А., Гладких К.И., Торшина В.А., Стенюхин Л.В.</i> Об эквидистантах эллипса	78
<i>Брайчев Г.Г.</i> О наименьшем типе целой функции конечного порядка с заданной (под)последовательностью нулей	80
<i>Булатов Ю.Н.</i> J-Преобразование Бесселя распределения Дирака-Киприянова	82
<i>Булинская Е.В.</i> Сети риска и перестрахование	86
<i>Бутерин С.А.</i> Системы управления на временных графах	87
<i>Васильев А.В., Васильев В.Б., Каманда Бонгай А.Б.</i> О численном решении одной краевой задачи	89
<i>Васильева А.А.</i> Поперечники по Колмогорову пересечения анизотропных конечномерных шаров в l_q^N при $q \leq 2$	91
<i>Вирченко Ю.П., Черкашин Д.А.</i> Иерархические модели в дискретных задачах теории перkolации	93
<i>Герасименко В.А., Конев В.В., Кунаковская О.В.</i> К теории инвариантных функций	95
<i>Глушаков В.Е.</i> Исследование загруженности сети Wi-Fi с использованием математической модели	96
<i>Голованов О.А., Тырсин А.Н.</i> Динамическое оценивание параметров регрессионных моделей с использованием спуска по узловым прямым	100
<i>Горлов С.К., Родин В.А.</i> К вопросу о введении прогрессивной шкалы налогообложения в России	102

<i>Гребенникова И.В.</i> Оптимальное решение задачи управления сингулярно возмущенной системой с запаздыванием при геометрических ограничениях	103
<i>Григорьева Е.И.</i> Об одной теореме равносходимости для оператора с инволюцией на графе	104
<i>Гусев Н.А.</i> Цепное правило и гипотеза Нельсона	105
<i>Данилов В.Г., Рахель М.А.</i> Многофазные асимптотики вырождающихся параболических уравнений	107
<i>Даудов М.Г.</i> О колебаниях движущегося упругого полотна с условиями свободного закрепления	109
<i>Демидов А.А.</i> Представление рядов при повороте координатных осей	111
<i>Демченко М.Н.</i> Асимптотические свойства решения характеристической задачи для ультрагиперболического уравнения	112
<i>Джабраилов А.Л.</i> О воспроизводящих ядрах в весовых классах функций	114
<i>Джсангебеков Г., Козиев Г.М.</i> Задачи Дирихле и Неймана для эллиптических систем	116
<i>Дината Ш.А.В., Моисеев А.Н.</i> Модели двойной сезонной авторегрессии с дробным интегрированием	118
<i>Дрибас Р.В.</i> О слабом свойстве Сарда	121
<i>Дубцов Е.С.</i> Произведения Рисса на единичной сфере	123
<i>Думачев В.Н., Родин В.А., Синегубов С.В.</i> О точках равновесия в биматричной игре 2x2	125
<i>Дьячков А.А., Пряднев В.Л.</i> О периодичности колебаний упругих сеток	127
<i>Егоренков В.А., Трофимов В.А.</i> Построение адаптивных прозрачных краевых условий для уравнения Шредингера на основе вычисления локальных волновых чисел вблизи искусственной границы	129
<i>Егорова А.Ю.</i> Задача Дирихле для параболической системы второго порядка в пространствах Зигмунда в модельном случае	131
<i>Жаданова М.Л.</i> О системах функций, ортогональных вместе со своими производными	133
<i>Женякова И.В., Черепова М.Ф.</i> О задаче Коши для параболического уравнения в пространстве Дини	134

<i>Загребина С.А., Сукачева Т.Г.</i> Стохастическая линейная система Осколкова с многоточечным начально-конечным условием	136
<i>Зайцева Т.И.</i> Самоподобные сплайны	138
<i>Замана К.Ю.</i> О полугруппах, порожденных квадратично интегрируемыми бездивергентными векторными полями	140
<i>Зверев А.А., Шабров С.А.</i> Краевые задачи с периодическими и антипериодическими условиями	142
<i>Зверева М.Б., Каменский М.И., Шабров С.А.</i> Алгоритм нахождения приближенного решения задачи о деформациях разрывной стилтьесовской струны	144
<i>Зверева М.Б., Марфин Д.Е., Ютишев А.К., Шабров С.А.</i> О свойствах π -интеграла	146
<i>Звягин В.Г., Турбин М.В.</i> Теорема существование слабого решения начально-краевой задачи для модели Кельвина-Фойгта второго порядка со слаженной производной Яуманна	148
<i>Зизов В.С.</i> Клеточные схемы как математическая модель топологии интегральных схем	150
<i>Зубова С.П., Раецкая Е.В.</i> Об алгоритме построения матрицы обратной связи для линейной динамической системы управления	152
<i>Иванова М.С.</i> Формулы разложения производной функции по фрейму Габора, порожденному функцией Гаусса . .	154
<i>Илолов М.И., Рахматов Дж.Ш., Маматкулов Т.</i> Обратная задача для дробного дифференциального уравнения Капуто-Фабрицио	156
<i>Исмайлов Мигдад И.</i> Об аппроксимации некоторых последовательностей положительных операторов свертки . .	160
<i>Кабанко М.В.</i> Некоторые оценки расстояния между точками максимума модуля и нулями целой функции	162
<i>Кадченко С.И.</i> Вычисление собственных значений дискретных полуограниченных операторов заданных на квантовых графах с изменяющимися во времени ребрами .	164
<i>Казакова А.Д., Плотников М.Г.</i> О лакунарности и единственности для некоторых систем функций	166
<i>Калмыков С.И.</i> О тригонометрических кривых	168

<i>Каримов М.М., Мухамадиев Э.М., Нуров И.Дж.</i> Моделирование возникновения предельного цикла дифференциального уравнения второго порядка с линией переключения	168
<i>Каримов О.Х., Азамкулов А.</i> Коэрцитивные неравенства и разделимость для оператора Трикоми	171
<i>Качкина А.В.</i> Об одном способе оценивания асимптотики спектра оператора Штурма-Лиувилля в случае быстро растущих потенциалов	173
<i>Климишин А.В.</i> О сходимости приближенного решения краевой задачи для уравнения Лапласа с однородными краевыми условиями второго рода	175
<i>Козко А.И.</i> Оценки приближений функций тригонометрическими полиномами в пространствах с несимметричной нормой.	177
<i>Кокурин М.Ю., Пахмутов Д.А.</i> О единственности решения двумерного уравнения М.М.Лаврентьева	179
<i>Колесникова И.В.</i> Трехмодовые бифуркции сегнетоэлектрических фаз кристалла	181
<i>Колокольцов В.Н., Шишкова Э.Л.</i> Полугруппы для знакопеременных мер	188
<i>Кондаурова А.В.</i> О некоторых спектральных свойствах оператора Дирака	190
<i>Коненков А.Н.</i> Функция Грина первой краевой задачи для уравнения теплопроводности в конусе	191
<i>Коптев А.В.</i> Точные решения уравнений Навье - Стокса с конечным временем жизни	193
<i>Корзюк В.И., Козловская И.С.</i> Классическое решение произвольной гладкости для волнового уравнения с интегральным условием	196
<i>Костенко Е.И., Звягин А.В.</i> Слабая разрешимость одной α -модели Фойгта с бесконечной памятью	198
<i>Костин А.Б., Шерстюков В.Б.</i> О поведении гамма-функции на мнимой оси	200
<i>Костин А.В., Паршин М.И.</i> Оценка вероятности ложной тревоги в когнитивных радиосетях	203
<i>Костин В.А., Костин А.В., Силаева М.Н.</i> Полугрупповой оператор Маслова и представление решений граничных задач для $0 \leqslant x \leqslant l < \infty$	205

<i>Костина Т.И.</i> Анализ нелокальных ветвей периодических решений уравнения Белецкого	207
<i>Крусс Ю.С., Лукомский С.Ф.</i> О масштабирующих функциях в группе Виленкина	209
<i>Кузнецов А.Н.</i> «Наивная» фильтрация сигнала на основе разложений по фрейму Габора, порожденному функцией Гаусса	211
<i>Куликов А.Н., Куликов Д.А., Фролов Д.Г.</i> Влияние фактора запаздывания и конкуренции на динамику в модели «спрос-предложение»	213
<i>Кыров В.А., Скопинцев И.В.</i> Решение одной системы двух функциональных уравнений	215
<i>Лазарев Н.П.</i> Контактная задача для пластины Тимошенко с частично отслоившимся тонким жестким включением	216
<i>Лангаршоев М.Р., Хоразмшоев С.С.</i> О наилучшем приближении периодических функций в L_2	217
<i>Леднов А.П.</i> Об успокоении системы управления на графе—звезде	219
<i>Лисина О.Ю., Лисин Д.А.</i> Атомарные функции в теории аппроксимации и приближенных решениях краевых задач	221
<i>Лобода А.В.</i> О 7-мерных алгебрах Ли, имеющих 5-мерные нильрадикалы	224
<i>Логиновская М.М.</i> Разложение на атомы для классов $\mathcal{H}^{p,q}(\mathbf{X})$	226
<i>Ляхов Л.Н., Калитвин В.А., Лапшина М.Г.</i> Обращение B -потенциалов Рисса и преобразования Радона—Киприянова	228
<i>Ляхов Л.Н., Рошупкин С.А., Санина Е.Л.</i> Соболевские усреднения функций, порожденные обобщенным Т-псевдосдвигом	231
<i>Малютин А.Р.</i> О математических особенностях разделения двух радио сигналов на эквидистантной молобазовой антенной решетке	235
<i>Мангилева Д.В.</i> DisplacementMLP+: Модель нейронной сети на основе многослойного персептрона для анализа динамических сцен	237

<i>Мардзилко Т.С.</i> Равномерная рациональная аппроксимация четного и нечетного продолжений функций с логарифмической особенностью	239
<i>Масютин Д.И.</i> Приближения почти всюду функций частичными суммами ряда Фурье	241
<i>Минитаева А.М.</i> Новый оператор умножения решетчатых функций и его свойства	243
<i>Миронов А.Н.</i> О задачах типа Дарбу для гиперболических уравнений	245
<i>Миронов А.Н., Фрелих И.П., Чипура А.С.</i> О методе Римана	246
<i>Морозов А.В.</i> О непрерывных решениях волнового уравнения на геометрическом графе при общего вида условиях трансмиссии	248
<i>Нарапенков К.М.</i> О векторнозначных функциях с малыми суммами Римана	249
<i>Некрылов Е.Е., Садчиков П.В., Шабров С.А.</i> Об одном спектральном свойстве собственных значений спектральной задачи с производными по мере	251
<i>Нестеров А.В.</i> Об асимптотике решения задачи Коши для одной сингулярно возмущенной системы гиперболических уравнений	253
<i>Новиков С.Я.</i> Фреймы и инъективность слоев функции активации	254
<i>Орешина М.Н.</i> Оценка приближенного решения линейного дифференциального уравнения с нормальным операторным коэффициентом	256
<i>Орлов В.П., Звягин В.Г.</i> О траекториях негладких векторных полей	257
<i>Орлова А.С.</i> О слабых жадных алгоритмах по нескольким словарям	259
<i>Панов Е.Ю.</i> Сжимающие полугруппы обобщенных решений линейного транспортного уравнения на пространстве соленоидальных векторных полей	261
<i>Пастухова С.Е.</i> Об апостериорных оценках в задачах с монотонными операторами	263
<i>Пастухова Ю.И., Крючков А.А.</i> Построение и исследование модели оценки надежности квантовой вычисильной системы	265

<i>Перескоков А.В.</i> Квазиклассическая асимптотика спектра трехмерного оператора типа Хартри вблизи верхних границ спектральных кластеров	267
<i>Подвигин И.В.</i> О скорости сходимости \mathbb{R}^d -эргодических средних	269
<i>Поздняков А.А.</i> Сравнение первых частот колебаний мембранны и сетки из струн	271
<i>Половинкина М.В., Половинкин И.П.</i> Об оптимальном восстановлении в весовых классах решений сингулярного уравнения теплопроводности	272
<i>Поломин С.В.</i> Решение начально краевой задачи для уравнения колебаний термоупругих пластин.	274
<i>Попов А.Ю., Окулов В.А.</i> Точная оценка сверху модуля непрерывности функции, сопряжённой к Липшицевой .	275
<i>Попова С.Н.</i> Оптимальная транспортировка с нелинейными функционалами стоимости	276
<i>Поцейко П.Г., Ровба Е.А.</i> Об оценках равномерных приближений функций со степенной особенностью рациональными интегральными операторами Фурье—Чебышёва .	278
<i>Пьянков А.Д.</i> Точная порядковая оценка константы Лебега для сумм Фурье в пространствах Орлича	280
<i>Раецкая Е.В.</i> Решение задачи управления для возмущенной динамической системы в частных производных второго порядка	282
<i>Раецкий К.А.</i> Моделирование состояний линейной динамической системы с помощью показательных функций .	284
<i>Рахимова А.И.</i> Динамические свойства некоторых операторов	286
<i>Родионов В.И.</i> О многомерном аналоге отношения $\frac{\Delta f}{\Delta x}$.	287
<i>Романенков А.М.</i> Управление колебаниями коротких балок	289
<i>Рыхлов В.С.</i> Об оценке разности частичных сумм разложений по корневым функциям дифференциального оператора и в тригонометрический ряд Фурье	291
<i>Сабитов К.Б.</i> О корректности начально-граничной задачи для вырождающегося параболического уравнения в неограниченной области	295
<i>Садекова Е.Х.</i> О некоторых специальных полиномах и их приложениях к хаусдорфовым приближениям	298
<i>Сакбаев В.Ж.</i> Пространства функций бесконечномерного аргумента и унитарные представления групп	300

<i>Сафонова Т.А.</i> О представлениях значений дзета-функции Римана и родственных с ней функций в натуральных точках	302
<i>Севостьянова В.В.</i> Инварианты на классах эквивалентности жестких фреймов	304
<i>Сергеева А.М.</i> Проблемы мотивации студентов	305
<i>Сидоров С.Н.</i> Начально-граничные задачи для параболо-гиперболического уравнения с характеристическим вырождением	307
<i>Салиев Ю.С.</i> Об одном типе интерполяционных квадратурных формул для сингулярных интегралов	309
<i>Солонченко Р.Е.</i> Несамопресекающиеся и неспрямляемые пути на периодических графах	311
<i>Спивак А.С.</i> Теорема о среднем для жесткого лапласиана на произвольных стратифицированных множествах . .	313
<i>Степанов А.В.</i> Об оценивании интервала охвата для некоторых распределений по выборочному размаху	315
<i>Степанов А.В., Чуновкина А.Г.</i> Об аппроксимации законов распределений семейством TSP при решении метрологических задач	317
<i>Струков М.И., Звагин А.В.</i> О корректности одной альфа-модели движения растворов полимеров	319
<i>Сукачева Т.Г., Кондюков А.О.</i> Задача Авалос–Триджиани для линеаризованной системы Осколкова ненулевого порядка и системы волновых уравнений	321
<i>Сухочева Л.И.</i> Некоторые спектральные свойства оператора класса $K(H)$	323
<i>Теляковская Ю.Д.</i> О свойствах звёздной высоты для расширенных регулярных выражений	324
<i>Теляковский Д.С.</i> Об исключительных множествах в теории Грина	326
<i>Тихомиров Р.Н.</i> Неравенство Харнака для уравнения (p, q) -Лапласа равномерно вырождающегося на части областей	328
<i>Толстых В.К.</i> Оптимизация систем высокой и бесконечной размерности	331
<i>Толстых М.А.</i> Математическая модель диффузии информации в социальной сети	334
<i>Трембач А.А.</i> Оптимальная экстраполяция многочленов, заданных с погрешностью	336

<i>Трусова Н.И.</i> Ограничность весовых частно-интегральных операторов со слабой особенностью, порожденной обобщенным сдвигом Пуассона	338
<i>Усков В.И.</i> Решение задачи Коши для дифференциального уравнения второго порядка в банаховом пространстве	340
<i>Фарков Ю.А.</i> Фреймлеты на группах Виленкина	342
<i>Фомин В.И.</i> О линейном неоднородном дифференциальном уравнении второго порядка с замкнутыми операторными коэффициентами в банаховом пространстве в случае негативного операторного дискриминанта	343
<i>Фомин В.И.</i> О полугруппах класса C_0	350
<i>Фролова Е.В.</i> Об однозначной разрешимости частно-интегрального уравнения со слабой особенностью в пространстве непрерывных функций	352
<i>Хабибуллин Б.Н.</i> Распределения (не)единственности для целых функций с ограничениями на рост	354
<i>Хасанов Ю.Х.</i> Аналог теорем типа Вихманна о суммируемости по мере	356
<i>Хацкевич В.Л., Каплиева Н.А.</i> Новое определение ковариации нечетко случайных величин и его приложение	358
<i>Хромов А.П.</i> О свойствах одного функционального ряда, связанного со смешанной задачей для волнового уравнения	361
<i>Хромова Г.В.</i> Модификация оператора Ландау и полиномиальные сплайны	362
<i>Хусенова Ж.Т.</i> О спектре степеней конечномерного оператора Фредгольма	365
<i>Царьков И.Г.</i> Счетно аппроксимативно компактные множества	367
<i>Цехан О.Б.</i> К аппроксимативной управляемости линейных нестационарных сингулярно возмущенных систем	369
<i>Чиррова М.В.</i> Исследование слабой разрешимости начально-краевой задачи для системы Навье-Стокса на основе метода параболической регуляризации	371
<i>Чэн Ш.</i> Исследование асимптотик решений неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка в нерезонансном случае	373
<i>Шабалин Д.С.</i> Аппроксимация вероятности разорения в модели Крамера-Лундберга методами Тейлора и Тагранжа	375

<i>Шабров С.А., Бахтина Ж.И., Гридаева Т.В., Голований Ф.В.</i> О возможности применения метода Фурье к стилтьесовской струне с негладкими решениями и вязкоупругим основанием	377
<i>Шайна Е.А.</i> Об адаптации метода конечных элементов для одной математической модели пятого порядка	378
<i>Шамолин М.В.</i> Инвариантные линейные дифференциальные формы для систем с диссипацией	380
<i>Шананин Н.А.</i> Об однозначной определенности решений уравнений второго порядка	382
<i>Шелковой А.Н.</i> Исследование спектральных свойств дифференциального оператора одной краевой задачи с функциями ограниченной вариации	384
<i>Шилин И.А.</i> Две формулы для преобразования Мейера: новые доказательства и обобщения	386
<i>Шишкин В.А.</i> О целях и критериях	388
<i>Шишкин В.А.</i> Преподавание математики: о целях и критериях	390
<i>Шорохов С.Г.</i> О вариационной формулировке краевой задачи для уравнения теплопроводности	392
<i>Щербаков В.И.</i> О классическом признаке сходимости Дини для систем типа Хаара	394
<i>Юрченко И.С.</i> О существовании совершенного множества .	395
<i>Эгамов А.И.</i> Достаточные условия положительности функционалов, зависящих от решения начально-краевой задачи	397
<i>Aliyev Z.S., Rahimova K.R.</i> Nodal solutions of some nonlinear problem for the Sturm-Liouville operator with a parameter in the equation and in the boundary condition	399
<i>Aliyeva N.S.</i> Global bifurcation from zero and infinity in some nonlinear Dirac problems with eigenvalue parameter in the boundary conditions	401
<i>Aliyeva Y.N.</i> On solutions with fixed oscillation count of some nonlinear boundary value problem depending on the parameter	403
<i>Fleydanli A.E.</i> Oscillation theorem for some fourth-order differential operator with a spectral parameter in all boundary conditions	405

<i>Kamenskii M.I., Obukhovskii V.V., Petrosyan G.G.</i> On a feedback control system with delay and a sweeping process	406
<i>Korzyuk V.I., Rudzko J.V.</i> Classical solution of a mixed problem with the Zaremba boundary condition and conjugation conditions for a mildly quasilinear wave equation	408
<i>Litvinov V.L. Litvinova K.V.</i> Obtaining exact expressions for natural frequencies when modeling vibrations of mechanical systems with a moving boundary	410
<i>Malyutin K.G., Naumova A.A.</i> About the indicator of subharmonic functions on the unbounded half-ring	413
<i>Mamedova G.M.</i> Structure of global continua of solutions to some nonlinear Sturm-Liouville problems	415
<i>Mammadova M.M.</i> Existence of nodal solutions of some nonlinear half-eigenvalue problems	417
<i>Mehrabov V.A.</i> Uniform convergence of a Fourier series expansions in the subsystems of root functions of some fourth-order eigenvalue problem	419
<i>Misiuk V.R.</i> Concerning One Embedding Theorem	421
<i>Namazov F.M.</i> Global bifurcation from infinity in some fourth-order nonlinear Sturm—Liouville problems	422
<i>Senouci A.</i> Some estimations for the weighted Hardy-type operator for $0 < p < 1$	424
<i>Seyidzade R.B.</i> Global bifurcation of nontrivial solutions from zero in some nonlinearizable eigenvalue problems with indefinite weight function	426
<i>Tashpulatov S.M.</i> Structure of essential spectra and discrete spectrum of the energy operator of three-magnon systems in the heisenberg model	428

Contents

<i>Petrova L.P.</i> About the lineage of Boris Nikolayevich Sadovsky	28
<i>Abramova E.V., Unuchek S.A.</i> Optimal recovery of the function derivative	37
<i>Abramova E.V., Unuchek S.A.</i> On the optimal recovery of the solution of one integral equation	38
<i>Avdeev N.N.</i> Linear operators defined via Banach limits	40
<i>Agranovich Ya.Yu.</i> An Approach to Modeling Volatility	42
<i>Akishev G.</i> About the estimates of linear widths of the generalized Nikol'skii-Besov class in the anisotropic Lorentz-Zygmund space	44
<i>Al Garayholi E.A.H.</i> On an analogue of the comparison theorem for an equation with «split» measures	46
<i>Alzamili Kh.F., Shishkina E.L.</i> Analytical solutions of the singular heat equation	48
<i>Alkhutov Yu.A., Chechkin G.A.</i> Existence, uniqueness and higher integrability of gradient of solutions to Zaremba problem for Poisson equation with shift	50
<i>Ankilov M.A., Andreev A.S.</i> Numerical-analytical method for studying the dynamics of elastic plate	53
<i>Antonevich A.B., Luxemburg I.L.</i> Algebras of discontinuous functions and their continuous representation	55
<i>Arahov N.D., Pryadiev V.L., Ryabtseva N.N.</i> On the variational origin of the Bihar equation on a geometric graph	57
<i>Asadov T.B.</i> Existence and negation of solutions to some nonlinear problems for elliptic theory in modern derivatives with indefinite weight	59
<i>Astashov E.A.</i> Combinatorial aspects of Bernstein-Kushnirenko theorem	61
<i>Askhabov S.N.</i> Nonlinear fractional order equations with variable lower limit of integration	61
<i>Balashov M.V.</i> On the interior of one set-valued integral	63
<i>Barabash O.P.</i> On difference methods of singular boundary value problems	65
<i>Barysheva I.V.</i> On the limitation of a partial integral operator of the type of potential in a space with a mixed norm	67

<i>Baskakov A.G., Garkavenko G.V., Kostina L.N., Uskova N.B.</i> Study of the invertibility effect of some first-order differential operators with unbounded operator coefficient	69
<i>Bakhvalov A.N.</i> Order of magnitude of Fourier transform of a function of bounded variation	70
<i>Beklaryan L.A.</i> Dualism in the theory of soliton solutions in heterogeneous environments	72
<i>Boynazarov A.N.</i> The composition of the Erdelyi-Kober operator of fractional order and the left-hand fractional Bessel integral on the semi-axis	76
<i>Bortnikov A.A., Gladkikh K.I., Torshina V.A., Stenyukhin L.V.</i> About equidistant ellipses	78
<i>Braichev G.G.</i> On the least type of an entire function of finite order with a given (sub)sequence of zeros	80
<i>Bulatov Yu.N.</i> J-Bessel transform of the Dirac–Kipriyanov distribution	82
<i>Bulinskaya E.V.</i> Risk networks and reinsurance	86
<i>Buterin S.A.</i> Control systems on temporal graphs	87
<i>Vasilyev A.V., Vasilyev V.B., Kamanda Bongay A.B.</i> On numerical solution to a certain boundary value problem	89
<i>Vasil'eva A.A.</i> Kolmogorov widths of an intersection of anisotropic finite-dimensional balls in l_q^N for $q \leq 2$	91
<i>Virchenko Yu.P., Cherkashin D.A.</i> Hierarchical models for problems of discrete percolation theory	93
<i>Gerasimenko V.A., Konev V.V., Kunakowskaya O.V.</i> Notes to the theory of invariant functions	95
<i>Glushakov V.E.</i> Study of Wi-Fi network congestion using a mathematical model	96
<i>Golovanov O.A., Tyrsin A.N.</i> Dynamic parameter estimation of regression models using descent along nodal straight lines	100
<i>Gorlov S.K.], Rodin V.A.</i> On the issue of introducing a progressive tax scale in Russia	102
<i>Grebennikova I.V.</i> Optimal solution to the problem of control for singularly perturbed system with delay with geometric constraints	103
<i>Grigorieva E.I.</i> On an equiconvergence theorem for an operator with involution on a graph	104
<i>Gusev N.A.</i> Chain rule property and the Nelson Conjecture . .	105

<i>Danilov V.G., Rahel M.A.</i> Multiphase asymptotics of degenerate parabolic equations	107
<i>Daudov M.G.</i> On vibrations of a moving elastic web with conditions of free fixation	109
<i>Demidov A.A.</i> Representation of rows when rotating coordinate axes	111
<i>Demchenko M.N.</i> Asymptotic properties of the solution to the characteristic problem for the ultrahyperbolic equation . .	112
<i>Kolokoltsov V.N., Shishkina E.L.</i> Semi-groups for signed measures	114
<i>Jangibekov G., Qoziev G.M.</i> Dirichle and neumann problems for elliptic systems of differential equations of order $2m$ on the plane	116
<i>Dinata Shch.A.V., Moiseev A.N.</i> Double seasonal autoregression models with fractional integration	118
<i>Dribas R.V.</i> On weak Sard property	121
<i>Dubtsov E.S.</i> Riesz products on the unit sphere	123
<i>Dumachev V.N., Rodin V.A., Sinegubov S.V.</i> On Equilibrium Points in a 2×2 Bimatrix Game	125
<i>Dyachkov A.A., Pryadiev V.L.</i> On the periodicity of oscillations of elastic networks	127
<i>Egorenkov V.A., Trofimov V.A.</i> Construction of adaptive transparent boundary conditions for the Schrodinger equation based on the local wave numbers computation near artificial boundary	129
<i>Egorova A.Yu.</i> , The Dirichlet problem in the model case for the second order parabolic system in Zygmund spaces . .	131
<i>Zhadanova M.L.</i> On systems of functions orthogonal together with their derivatives	133
<i>Zhenyakova I.V., Cherepova M.F.</i> On the Cauchy problem for parabolic equation in the Dini space	134
<i>Zagrebina S.A., Sukacheva T.G.</i> Oskolkov's stochastic linear system with a multi-point initial-final condition	136
<i>Zaitseva T.I.</i> Self-affine splines	138
<i>Zamana K.Yu</i> On semigroups generated by square integrable divergence-free vector fields	140
<i>Zverev A.A., Shabrov S.A.</i> Boundary value problems with periodic and antiperiodic conditions	142

<i>Zvereva M.B., Kamenskii M.I., Shabrov S.A.</i> An algorithm for finding an approximate solution to the problem of deformations of a discontinuous Stieltjes string	144
<i>Zvereva M.B., Marfin D.E., Yutishev A.K., Shabrov S.A.</i> On the properties of the π -integral	146
<i>Zvyagin V.G., Turbin M.V.</i> The existence theorem for a weak solution to the initial-boundary value problem for the second-order Kelvin-Voigt model with smoothed Jaumann derivative	148
<i>Zizov V.S.</i> Cellular circuits as a mathematical model of integrated circuit topology	150
<i>Zubova S.P., Raetskaya E.V.</i> On the algorithm for constructing a feedback matrix for a linear dynamic control system .	152
<i>Ivanova M.S.</i> Formulas for decomposition of the derivative of a function over the Gabor frame generated by a Gaussian function	154
<i>Ilolov M.I., Rahmatov J.Sh., Mamatkulov T.</i> Inverse problem for the Caputo-Fabrizio fractional differential equation .	156
<i>Ismailov Migdad I.</i> On the approximation of some sequences of positive convolution operators	160
<i>Kabanko M.V.</i> Some estimates of distance	162
<i>Kadchenko S.I.</i> Calculation of eigenvalues of discrete semi-bounded operators defined on quantum graphs with time-varying edges	164
<i>Kazakova A.D., Plotnikov M.G.</i> On lacunarity and uniqueness for some systems of functions	166
<i>Kalmykov S.I.</i> On trigonometric curves	168
<i>Karimov M.M., Mehamadiev E.M., Nurov I.J.</i> Modeling the appearance of a limit cycle of a second order differential equation with a switching line	168
<i>Karimov O.Kh., Azamkulov A.</i> Coercive inequalities and separability for the Tricomi operator	171
<i>Kachkina A.V.</i> On one method for estimating the asymptotics of the spectrum of the Sturm-Liouville operator in case of rapidly growing potentials	173
<i>Klimishin A.V.</i> On the convergence of the approximate solution of the boundary value problem for the Laplace equation with homogeneous boundary conditions of the second-type	175

<i>Kozko A.I.</i> Estimates of approximations of functions by trigonometric polynomials in spaces with an asymmetric norm	177
<i>Kokurin M.Yu., Pahmutov D.A.</i> On the uniqueness of the solution of the two-dimensional M.M.Lavrentiev equation	179
<i>Kolesnikova I. V.</i> Three-mode bifurcation ferroelectric phase the crystal	181
<i>Kolokoltsov V.N., Shishkina E.L.</i> Semi-groups for signed measures	188
<i>Kondaurova A.V.</i> On some spectral properties of the Dirac operator	190
<i>Konenkov A.N.</i> Green's function of the first boundary value problem for the heat equation in a cone	191
<i>Koptev A.V.</i> Exact solutions to the Navier - Stokes equations with finite lifetime	193
<i>Korzyuk V. I., Kozlovskaja I. S.</i> Classical solution of arbitrary smoothness for a wave equation with integral condition	196
<i>Kostenko E.I., Zvyagin A.V.</i> Weak solvability of one Voigt- α model with infinite memory	198
<i>Kostin A.B., Sherstyukov V.B.</i> Behavior of the gamma function on the imaginary axis	200
<i>Kostin A.V., Parshin M.I.</i> Estimating the probability of false alarms in cognitive radio networks	203
<i>Kostin V.A., Kostin A.V., Silaeva M.N.</i> The Maslov semigroup operator and the representation of solutions to boundary value problems for $0 \leqslant x \leqslant l < \infty$	205
<i>Kostina T.I.</i> Analysis of non-local branches of periodic solutions of the Beletsky equation	207
<i>Kruss Ju.S., Lulomskii S.F.</i> Refinable functions on Vilenkin groups	209
<i>Kuznetsov A.N.</i> «Naive» signal filtering based on decompositions of the Gabor frame generated by the Gauss function	211
<i>Kulikov A.N., Kulikov D.A., Frolov D.G.</i> The influence of the delay factor and competition on the dynamics in the «Supply-Demand model»	213
<i>Kyrov V.A., Skopintsev I.V.</i> Solution of one system of two functional equations	215
<i>Lazarev N.P.</i> Contact problem for a Timoshenko plate with a partially delaminated thin rigid inclusion	216

<i>Langarshoev M.R., Khorazmshoev S.S.</i> On the best approximation of periodic function in L_2	217
<i>Lednov A.P.</i> On damping a control system on a temporal star graph with global compression	219
<i>Lisina O.Yu, Lisin D.A.</i> Atomic functions in approximation theory and approximate solutions of boundary value problems	221
<i>Loboda A.V.</i> On 7-dimensional Lie algebras having 5-dimensional nilradicals	224
<i>Loginovskaya M.M.</i> The atomic decomposition for classes $\mathcal{H}^{p,q}(\mathbf{X})$	226
<i>Lyakhov L.N., Kalitvin V.A., Lapshina M.G.</i> Reversal of B -potentials of Riesz and Radon–Kipriyanov transformations	228
<i>Lyakhov L.N., Roshchupkin S.A., Sanina E.L.</i> Sobolev averages of functions generated by a generalized T-pseudoshift	231
<i>Malyutin A.R.</i> About mathematical features separation of two radio signals by equidistant low basic antenna array	235
<i>Mangileva D.V.</i> DisplacementMLP+: Neural Network Model Based Multilayer Perceptron for Dynamic Scene Analysis	237
<i>Mardvilko T.S.</i> Uniform rational approximation of even and odd continuations of functions with logarithmic singularity	239
<i>Masyutin D.I.</i> Approximations of functions almost everywhere by partial sums of Fourier series	241
<i>Minitaeva A.M.</i> Novel multiplication operator for discrete functions and its properties	243
<i>Mironov A.N.</i> On Darboux-type problems for hyperbolic equations	245
<i>Mironov A.N., Frelikh I.P., Chipura A.S.</i> On the Riemann method in the course «Equations of mathematical Physics»	246
<i>Morozov A.V.</i> On continuous solutions of the wave equation on a metric graph under general transmission conditions	248
<i>Naralenkov K.M.</i> On vector-valued functions with small Riemann sums	249
<i>Nekrylov E.E., P.V. Sadchikov, Shabrov S.A.</i> On a spectral property of the eigenvalues of a spectral problem with derivatives in measures	251

<i>Novikov S.Ya.</i> Frames and an injectivity of ReLU-layers	254
<i>Oreshina M.N.</i> Estimation of an approximate solution of a linear differential equation with a normal operator coefficient	256
<i>Orlov V.P., Zvyagin V.G.</i> On trajectories of non-smooth vector fields	257
<i>Orlova A.S.</i> On weak greedy algorithms over several dictionaries	259
<i>Panov E.Yu.</i> Contractive semigroups of generalized solutions to a linear transport equation on the space of solenoidal vector fields	261
<i>Pastukhova S.E.</i> On a posteriori estimates in problems with monotone operators	263
<i>Pastukhova Y.I., Kryuchkov A.A.</i> Modeling and research of a model for evaluating the reliability of a quantum computing system	265
<i>Pereskokov A.V.</i> Semiclassical asymptotics of the spectrum of a three-dimensional Hartree type operator near upper boundaries of spectral clusters	267
<i>Podvigin I.V.</i> On the rate of convergence of \mathbb{R}^d -ergodic means .	269
<i>Pozdnyakov A.A.</i> Comparison of the first oscillation frequencies of a membrane and a string grid	271
<i>Polovinkina M.V., Polovinkin I.P.</i> On optimal recovery of solutions of the singular heat equation in weight classes .	272
<i>Polomin S.V.</i> Solution of the initial boundary value problem for the equation of thermoelastic vibrations plates	274
<i>Popov A.U., Okulov V.A.</i> The optimal upper bound of the modulus of continuity of the conjugate function to Lipschitz function	275
<i>Popova S.N.</i> Optimal transportation with nonlinear cost functionals	276
<i>Potseiko P.G., Rovba E.A.</i> On estimates for uniform approximations of functions with power singularity by Fourier—Chebyshev rational integral operators	278
<i>Pyankov A.D.</i> Exact order estimate of the Lebesgue constant for Fourier sums in Orlicz spaces	280
<i>Raetskaya E.V.</i> Solution of a control problem for a perturbed second-order dynamic system in partial derivatives	282
<i>Raetskiy K.A.</i> Modeling the states of a linear dynamic system using exponential functions	284

<i>Rakhimova A.I.</i> Dynamic properties of some operators	286
<i>Rodionov V.I.</i> On the multidimensional analogue of the relation $\frac{\Delta f}{\Delta x}$	287
<i>Romanenkov A.M.</i> Control of vibrations of short beams	289
<i>Rykhlov V.S.</i> On estimating the difference of partial sums of expansions over the root functions of a differential operator and into a Fourier trigonometric series	291
<i>Sabitov K.B.</i> On the correctness of the initial boundary value problem for a degenerate parabolic equation in an unbounded domain	295
<i>Sadekova E.H.</i> About some special polynomials and their applications to Hausdorff approximations	298
<i>Sakbaev V.Zh.</i> Spaces of functions of infinite-dimensional argument and unitary representations of groups	300
<i>Safanova T.A.</i> On representations of the values of the Riemann zeta function and related functions in natural points	302
<i>Sevostyanova V.V.</i> Invariants of Equivalence Classes of the Tight Frames	304
<i>Sergeeva A.M.</i> Problems of student motivation	305
<i>Sidorov S.N.</i> Initial boundary value problems for a parabolic- hyperbolic equation with characteristic degeneration	307
<i>Soliev Yu.S.</i> On one type of interpolation quadrature formulas for singular integrals	309
<i>Solonchenko R.E.</i> Nonintersecting and non-straightening paths on periodic graphs	311
<i>Spivak A.S.</i> The mean-value theorem for hard Laplacian	313
<i>Stepanov A.V.</i> On estimating the coverage interval for some distributions by sample range	315
<i>Stepanov A.V., Chunovkina A.G.</i> On the approximation of distribution laws by the TSP family when solving metrological tasks	317
<i>Strukov M.I., Zvyagin A.V.</i> On the weak correctness of one alpha-model of motion of polymer solutions	319
<i>Sukacheva T.G., Kondyukov A.O.</i> The Avalos-Trigiani problem for a linearized Oskolkov system of nonzero order and a system of wave equations	321
<i>Suhocheva L.I.</i> Some spectral properties of class K(H) operators	323
<i>Telyalovskaya J.D.</i> The star height of regular sets defined in different ways	324

<i>Telyalovskii D.S.</i> On exceptional sets in Green's theorem	326
<i>Tikhomirov R.N.</i> Harnack's inequality for the (p, q) -Laplace equation uniformly degenerate on a part of the domain	328
<i>Tolstykh V.K.</i> Optimization of high and infinite dimensional systems	331
<i>Tolstykh M.A.</i> Mathematical model of information diffusion in a social network	334
<i>Trembach A.A.</i> Optimal extrapolation of polynomials given with an error	336
<i>Trusova N.I.</i> Boundedness of weighted partial integral operators with a weak singularity generated by a generalized Poisson shift	338
<i>Uskov V.I.</i> Solution of Cauchy problem for the second-order differential equation in a Banach space	340
<i>Fomin V.I.</i> About a linear inhomogeneous differential equation of second order with closed operator coefficients in a Banach space in the case negative operator discriminant .	343
<i>Fomin V.I.</i> About semigroups of C_0 class	350
<i>Frolova E.V.</i> Jn the single-valued solvability of a partial-integral equation with a weak singularity in the space of continuous functions	352
<i>Khabibullin B.N.</i> Distributions of (non-)uniqueness for entire functions with restrictions on growth	354
<i>Khasanov Yu.Kh.</i> An analogue of wichmann-type theorems on summability as	356
<i>Khatskevich V.L., Kaplieva N.A.</i> A new definition of covariance of fuzzy random variables and its applications	358
<i>Khromov A.P</i> On the properties of one functional series associated with a mixed problem for the wave equation . .	361
<i>Khromova G.V.</i> Modification of the Landau operator and polynomial splines	362
<i>Khuseanova J.T.</i> On the degree spectrum of a finite-dimensional Fredholm operator	365
<i>Tsarkov I.G.</i> Countably approximatively compact sets	367
<i>Tsekhan O.B.</i> On the approximate controllability of linear time-varying singularly perturbed systems	369
<i>Chirova M. V.</i> Investigation of the weak solvability of the initial boundary value problem for the Navier-Stokes system based on the method of parabolic regularization	371

<i>Cheng S.</i> Study of asymptotics of solutions of non-homogeneous differential equations of the second order in the case of non-resonance	373
<i>Shabalin D.S.</i> Taylor and Tagrange approximation of ruin probability in the Cramer-Lundberg model	375
<i>Shabrov S.A., Bakhtina ZH.I., Gridyaeva T.V., Golovanova F.V.</i> On the Possibility of Applying the Fourier Method to a Stieltjes String with Nonsmooth Solutions and a Viscoelastic Foundation	377
<i>Shaina E.A.</i> On adaptation of the finite element method for one mathematical model of the fifth order	378
<i>Shamolin M.V.</i> Invariant linear differential forms for the systems with dissipation	380
<i>Shananin N.A.</i> To Unique Definiteness of Solutions to Second-Oder Equations	382
<i>Shelkovoy A.N.</i> Study of spectral properties of the differential operator of one boundary value problem with functions of bounded variation	384
<i>Shilin I.A.</i> Two formulas for Meijer transform: new proofs and generalizations	386
<i>Shishkin V.A.</i> About the goals and criteria	388
<i>Shishkin V.A.</i> Teaching mathematics: about goals and criteria .	390
<i>Shorokhov S.G.</i> On variational formulation of boundary value problem for heat equation	392
<i>Shcherbakov V.I.</i> About Jordan Test for Generalized Haar's Systems	394
<i>Yurchenko I.S.</i> Existence of a perfect U -set	395
<i>Egamov A.I.</i> Sufficient conditions for the positivity of functionals that depend on the solution of the initial boundary value problem	397
<i>Aliyev Z.S., Rahimova K.R.</i> Nodal solutions of some nonlinear problem for the Sturm-Liouville operator with a parameter in the equation and in the boundary condition	399
<i>Aliyeva N.S.</i> Global bifurcation from zero and infinity in some nonlinear Dirac problems with eigenvalue parameter in the boundary conditions	401
<i>Aliyeva Y.N.</i> On solutions with fixed oscillation count of some nonlinear boundary value problem depending on the parameter	403

<i>Fleydanli A.E.</i> Oscillation theorem for some fourth-order differential operator with a spectral parameter in all boundary conditions	405
<i>Kamenskii M.I., Obukhovskii V.V., Petrosyan G.G.</i> On a feedback control system with delay and a sweeping process	406
<i>Korzyuk V.I., Rudzko J.V.</i> Classical solution of a mixed problem with the Zaremba boundary condition and conjugation conditions for a mildly quasilinear wave equation	408
<i>Litvinov V.L. Litvinova K.V.</i> Obtaining exact expressions for natural frequencies when modeling vibrations of mechanical systems with a moving boundary	410
<i>Malyutin K.G., Naumova A.A.</i> About the indicator of subharmonic functions on the unbounded half-ring	413
<i>Mamedova G.M.</i> Structure of global continua of solutions to some nonlinear Sturm-Liouville problems	415
<i>Mammadova M.M.</i> Existence of nodal solutions of some nonlinear half-eigenvalue problems	417
<i>Mehrabov V.A.</i> Uniform convergence of a Fourier series expansions in the subsystems of root functions of some fourth-order eigenvalue problem	419
<i>Misiuk V.R.</i> Concerning One Embedding Theorem	421
<i>Namazov F.M.</i> Global bifurcation from infinity in some fourth-order nonlinear Sturm—Liouville problems	422
<i>Senouci A.</i> Some estimations for the weighted Hardy-type operator for $0 < p < 1$	424
<i>Seyidzade R.B.</i> Global bifurcation of nontrivial solutions from zero in some nonlinearizable eigenvalue problems with indefinite weight function	426
<i>Tashpulatov S.M.</i> Structure of essential spectra and discrete spectrum of the energy operator of three-magnon systems in the heisenberg model	428

О МНОГОМЕРНОМ АНАЛОГЕ ОТНОШЕНИЯ $\frac{\Delta f}{\Delta x}$
В.И. Родионов (Ижевск, УдГУ)
rodionov@uni.udm.ru

Через $\mathcal{O}(\mathbb{R}^n)$ обозначим совокупность всех непустых открытых множеств, определенных в пространстве \mathbb{R}^n . Допускается, что множество $X \in \mathcal{O}(\mathbb{R}^n)$ не ограничено и/или имеет счетное число компонент связности. Через $\mathcal{O}_+^2(\mathbb{R}^n)$ обозначим совокупность всех упорядоченных пар (X_0, X) таких, что $X_0 \in \mathcal{O}(\mathbb{R}^n)$ и $X_0 \subseteq X \subseteq \overline{X}_0$.

Пусть $(X_0, X) \in \mathcal{O}_+^2(\mathbb{R}^n)$. Через X_*^{n+1} обозначим множество, состоящее из всех упорядоченных наборов $\langle x_0, x_1, \dots, x_n \rangle$, $x_i \in X$, таких, что векторы $\Delta x_1, \dots, \Delta x_n$ (где $\Delta x_i \doteq x_i - x_0$) образуют ортогональный репер с началом в точке x_0 , причем выпуклая оболочка $\text{conv}\{\langle x_0, x_1, \dots, x_n \rangle\}$ содержится в X .

Зафиксируем симплекс $\langle x_0, x_1, \dots, x_n \rangle \in X_*^{n+1}$ и составим квадратную матрицу $\Delta x \doteq \text{col}(\Delta x_1, \dots, \Delta x_n)$, состоящую из элементов $\Delta x_{ij} \doteq x_i^j - x_0^j$, где через x_i^j обозначена j -я координата точки x_i . Пусть Δx^\top — это транспонированная к Δx матрица. Тогда

$$(\Delta x)^{-1} = \Delta x^\top \text{diag} \left(\frac{1}{\|\Delta x_1\|^2}, \dots, \frac{1}{\|\Delta x_n\|^2} \right).$$

Произвольной функции $f: X \rightarrow \mathbb{R}$ поставим в соответствие векторнозначную функцию $\Gamma_f: X_*^{n+1} \rightarrow \mathbb{R}^n$ такую, что

$$\Gamma_f \langle x_0, x_1, \dots, x_n \rangle \doteq \begin{pmatrix} \Delta x_{11} & \dots & \Delta x_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \Delta x_{n1} & \dots & \Delta x_{nn} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \Delta f_1 \\ \dots \\ \Delta f_n \end{pmatrix},$$

где $\Delta f_i \doteq f(x_i) - f(x_0)$. Если $\Delta f \doteq \text{col}(\Delta f_1, \dots, \Delta f_n)$, то формула принимает компактный вид $\Gamma_f = (\Delta x)^{-1} \Delta f$.

При $n = 1$ применима традиционная запись $\Gamma_f = \frac{\Delta f}{\Delta x}$.

Пусть $N \doteq \{1, \dots, n\}$. Справедливо равенство

$$\| \Gamma_f \langle x_0, x_1, \dots, x_n \rangle \|^2 = \sum_{k \in N} \left(\frac{f(x_k) - f(x_0)}{\|x_k - x_0\|} \right)^2, \quad \langle x_0, x_1, \dots, x_n \rangle \in X_*^{n+1}.$$

Пусть $\langle x_0, x_1, \dots, x_n \rangle \in X_*^{n+1}$. Уравнение гиперплоскости, проходящей через точки $(x_m, f(x_m)) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}$, $m \in \{0\} \cup N$, имеет вид

$$z = f(x_0) + ((\Delta x)^{-1} \Delta f, x - x_0) \quad \text{или} \quad z = f(x_0) + (\Gamma_f, x - x_0).$$

При $n = 1$ первая формула принимает классический вид.

Теорема 1. Пусть $X \in \mathcal{O}(\mathbb{R}^n)$. Функция $f: X \rightarrow \mathbb{R}$ непрерывно дифференцируема тогда и только тогда, когда для любого $x \in X$ существует конечный предел

$$\lim_* \Gamma_f \langle x_0, x_1, \dots, x_n \rangle. \tag{1}$$

В этом случае справедливо $\lim_* \Gamma_f \langle x_0, x_1, \dots, x_n \rangle = \text{grad } f(x)$.

Символ «*» в формуле (1) означает следующее. Вектор $g(x)$ есть предел (1), если для любого $\varepsilon > 0$ существует окрестность U_x точки x такая, что $\| \Gamma_f \langle x_0, x_1, \dots, x_n \rangle - g(x) \| < \varepsilon$ для любых $x_0, x_1, \dots, x_n \in X \cap U_x$ таких, что $\langle x_0, x_1, \dots, x_n \rangle \in X_*^{n+1}$.

Зафиксируем пару $(X_0, X) \in \mathcal{O}_+^2(\mathbb{R}^n)$ и через $\mathcal{C}(X)$ обозначим линейное пространство, состоящее из непрерывных ограниченных функций $f: X \rightarrow \mathbb{R}$. Согласно [1, с. 30] пространство $\mathcal{C}(X)$, наделенное нормой $\|f\|_{\mathcal{C}(X)} \doteq \sup_{x \in X} |f(x)|$, банахово. Через $\mathcal{G}(X)$ обозначим линейное пространство, состоящее из функций $f \in \mathcal{C}(X)$ таких, что

$$\gamma(f) \doteq \sup_{\langle x_0, x_1, \dots, x_n \rangle \in X_*^{n+1}} \| \Gamma_f \langle x_0, x_1, \dots, x_n \rangle \| < \infty.$$

В пространстве определена норма $\|f\|_{\mathcal{G}(X)} \doteq \|f\|_{\mathcal{C}(X)} + \gamma(f)$.

Теорема 2. Пусть $(X_0, X) \in \mathcal{O}_+^2(\mathbb{R}^n)$. Линейное пространство $\langle \mathcal{G}(X), \|\cdot\|_{\mathcal{G}(X)} \rangle$ банахово.

Через $\mathcal{F}(X)$ обозначим линейное пространство всех таких функций $f \in \mathcal{C}(X)$, что $\lambda(f) \doteq \sup_{x,y \in X, x \neq y} \frac{|f(x)-f(y)|}{\|x-y\|} < \infty$. В этом пространстве определена норма $\|f\|_{\mathcal{F}(X)} \doteq \|f\|_{\mathcal{C}(X)} + \lambda(f)$ и оно входит в семейство банаховых пространств функций типа Липшица–Гельдера (подобные функции играют важную роль при решении задач математической физики).

Теорема 3. Если $(X_0, X) \in \mathcal{O}_+^2(\mathbb{R}^n)$, то $\mathcal{F}(X) \subseteq \mathcal{G}(X)$. Если, кроме того, X_0 — выпуклое множество, то $\mathcal{F}(X) = \mathcal{G}(X)$.

Исследован ряд актуальных подпространств пространства $\mathcal{G}(X)$, доказано, что два из них банаховы, одно из них при $n = 1$ и при определенных условиях является замыканием пространства кусочно-линейных функций $f: X \rightarrow \mathbb{R}$.

Литература

1. Хатсон В. Приложения функционального анализа и теория операторов / В. Хатсон, Дж.С. Пим. — М.: Мир, 1983. — 432 с.

УПРАВЛЕНИЕ КОЛЕБАНИЯМИ КОРОТКИХ БАЛОК¹

Научное издание

**СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ
ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ
И СМЕЖНЫЕ ПРОБЛЕМЫ**

Материалы
международной конференции
Воронежская зимняя математическая школа
(30 января – 4 февраля 2025 г.)

Издано в авторской редакции

Верстка и подготовка оригинал-макета
Д. Э. Кондаурова

Подписано в печать 15.03.2025. Формат 60×84/16.
Усл. п. л. 25,3. Уч. изд. л. 21,8. Тираж 25 экз. Заказ 104

Издательский дом ВГУ
394018 Воронеж, пл. Ленина, 10
Отпечатано с готового оригинал-макета в типографии
Издательского дома ВГУ
394018 Воронеж, ул. Пушкинская, 3