Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Удмуртский государственный университет»

АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

Материалы научно-практической конференции
(декабрь 2025 г.)

Ижевск
2025

ISBN 978-5-4312-1334-2
DOI:10.35634/978-5-4312-1334-2-2025-1-58

УДК 372.8:51(063)
ББК 74.262.21я431
А437

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом УдГУ

Отв. ред.: Тонков Л.Е., Банникова Т.М., Баранова Н.А.

А437 Актуальные проблемы методики преподавания математики: материалы науч.-практ. конф. (декабрь 2025 г.) / отв. ред.: Л.Е. Тонков, Т.М. Банникова, Н.А. Баранова. – Ижевск : Удмуртский университет, 2025. – 1 DVD-R (1,2 Мб). – Текст : электронный.

В сборнике опубликованы материалы докладов научно-практической конференции Актуальные проблемы методики преподавания математики (декабрь 2025 г.). В конференции приняли участие преподаватели учебных институтов и подразделений УдГУ, учителя УР. Представлены материалы, касающиеся современных проблем математического образования.

Сборник предназначен для преподавателей и студентов вузов, работников системы дополнительного образования, учителей школ республики.

Минимальные системные требования:

Celeron 1600 Mhz; 128 Мб RAM; Windows XP/7/8 и выше, 8x DVD-ROM разрешение экрана 1024×768 или выше; программа для просмотра pdf.

ISBN 978-5-4312-1334-2
DOI:10.35634/978-5-4312-1334-2-2025-1-58

Актуальные проблемы методики преподавания математики

Материалы научно-практической конференции (декабрь 2025г.)

Подписано к использованию 30.12.2025
Объем электронного издания 1,2 Мб, тираж 10 экз.
Издательский центр «Удмуртский университет»
426034, г. Ижевск, ул. Ломоносова, д. 4Б, каб. 021
Тел. : +7(3412)916-364 E-mail: editorial@udsu.ru

Содержание

Банникова Татьяна Михайловна, kafat@udsu.ru, заведующий кафедрой, Удмуртский государственный университет

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИЗУЧЕНИЮ ТЕМЫ «ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ»

Аннотация. В работе рассматриваются основные подходы к изучению темы «Определенный интеграл» в школьном курсе, описываются методические проблемы и способы их устранения.

Ключевые слова: *методические проблемы, определенный интеграл, способы и методы вычисления определенного интеграла, проблемно-ориентированное обучение.*

Тема «Определенный интеграл» является завершающей при изучении понятий, связанных с математическим анализом в школьном курсе математики. Интеграл рассматривается в качестве обратной дифференцированной величины, особое внимание уделяют освоению определенных интегралов и их приложений. В программе школьного курса интегралы изучают в ознакомительном порядке, в связи с тем, что тема не включена в итоговый экзамен. Изучению интегралов уделяют особое внимание на внеурочных факультативных занятиях, так как она способствует дальнейшему приобщению к высшей математике.

В этом плане логично применять механические, геометрические, а также графические изображения и здраво подходить к доказательству любого рода умозаключений. Такую формулу как Ньютона-Лейбница нельзя доказать, но можно понять и объяснить с помощью визуальных соображений.

При освоении тем курса математики лучше всего применять проблемно-ориентированный подход к обучению.

Одним из самых первых и масштабных способов вовлечения детей в обучение является эвристический диалог (эвристический подход). Согласно данному подходу, учитель не говорит детям о уже доступной информации, а обозначает проблему, которую следует решить и после с помощью заданий направляет учащихся на самостоятельную работу – открытие новых фактов.

Логично применять подход «проблемно-ориентированного обучения». Согласно обозначенному подходу, знания нужно «открыть».

В свою очередь, учитель лишь задает направление работы на уроке: проводит выборку вопросов и заданий, интересующих учеников, а также стимулирует мыслительную активность. Появление интереса к теме и предмету в целом, определяется работой учителя. Правильно выстроенный план занятия помогает задать «настрой» всего урока.

Активным методом является – проблемная ситуация. Создав или соотнеся проблему урока с жизненными, учебными трудностями, можно сформировать у детей понимание проблемы, стремление к осознанию проблемы и ощущению недостатка имеющихся знаний.

Зачастую, тема определенных интегралов ограничена в учебных пособиях иными математическими данными. По этой причине, некоторые учителя упускают то обстоятельство, что при использовании простейших структур, включающих определенные интегралы, можно сформировать простые неравенства, уравнения, а также системы задач. Решение таких задач может сформировать у учащихся положительное отношение к теме и предмету в целом, а также повысит общей уровень мотивации детей.

Мотивация – слово, образованное от слова «мотив», которое означает потребности, желания или внутреннее побуждение. Мотивация учащихся – это процесс побуждения детей к действиям для достижения целей. Мотивация помогает сохранить активность и заинтересованность учащихся. Когда дети взаимодействуют на уроке и увлечены предложенной им деятельностью, скучать на уроке не приходится. Учителю математики, организуя урок, следует обращать внимание на методы «вопрос-ответ», а также индивидуальную работу. Они помогают выделить вклад каждого ученика.

В то же время, предлагаемые к решению простейшие задачи, приводят к тому, что учителя исключают «мозговой штурм». В такой ситуации, учителю рекомендуется обратить внимание на те же конструкции, но организовать урочную работу максимально результативно.

Результативность урока по изучению темы интегралов, видится в том, что освоение темы занятия поможет не только в решении задач курса математики, но и поможет применить результат решения задач. Безусловно, это вызовет интерес у всего класса.

Тема «Определенный интеграл» непроста, у некоторых детей могут возникнуть трудности при выполнении заданий, это может привести к потере интереса и вызвать нежелание продолжать изучение темы.

В такой период учителю следует обеспечить учащимся возможность выбора, творчества и разнообразия. Творческий подход в организации урока по изучению интегралов может проявляться в разнообразии форм работы на уроке и разнообразии заданий по изучаемой теме.

Организуя урок математики, педагог может воспользоваться приемом «дружеское соревнование». Например: «Кто быстрее всех правильно решит задачу, получит положительную отметку» или «Кто с применением нескольких способов решения получит правильный ответ, получит оценку пять».

При таком приеме, ценятся усилия каждого ученика, и не все внимание уделяется только победителю. Такое «соревнование» при изучении тем школьного курса математики можно отнести к отличным, так как оно способно вызвать азарт.

При обучении интегралам, учителю стоит обратить внимание на дифференцированное обучение. Так как каждый ученик индивидуален, в каждом классе у учеников разные способности. Учителю математики рекомендуется разрабатывать уроки для всех детей, но притом учитывать разный уровень их способностей.

Также необходимо своевременно, часто и эффективно предоставлять обратную связь. Учащиеся должны уметь видеть прямую связь между любым усилием или выполненным заданием и ответом, как устным, так и письменным. Подводя итог занятию, учителю нужно убедиться, что были упомянуты личный прогресс и достижения каждого ученика, и ни при каких обстоятельствах не сравнивать работу одного ученика с другим.

Учителю следует предоставлять учащимся множество возможностей для постановки собственных целей в рамках урока. Учителю математики стоит предложить детям установить достижимые цели для урока, раздела или даже на весь год. Целесообразно предложить им узнать, что они должны и могут сделать своими усилиями, чтобы изучить тот или иной материал (в нашем случае, по теме интегралы).

При организации урока стоит применять и визуальные методы обучения. Наглядность всегда считалась универсальным, эффективным способом объяснения. Многие учителя часто применяют именно этот метод. Наглядные пособия для обучения разделов математики бывают разными – рисунки, плакаты, технологические средства обучения.

При объяснении тем по математике, учитель:

– разрабатывает определения главных понятий;

– мотивирует определение соответствующим термином (при необходимости – значение символа);

– обозначает главные признаки определяемого понятия;

– приводит конкретные примеры, иллюстрирующие концепцию.

Степень усвоения материала детьми следует постоянно контролировать. Например, с помощью проведения проверочных и самостоятельных работ (на их проведение, как правило, отводится около 15–20 минут урока).

Еще один способ контроля уровня знаний – опрос. В перечень вопросов обязательно должны входить «позитивные» вопросы. Притом, они должны предшествовать освоению новой темы, облегчая понимание нового учебного материала.

Изучая материал в форме поиска ответа на вопрос, можно лучше его понять, однако, временные ограничения урока, приводят к тому, что преподавателю проще объяснить материал лично. С одной стороны, это позволяет уделить больше времени на практическую работу. С другой – не дает возможность детям освоить теоретический материал лично.

После освоения новой темы необходимо проводить с детьми первичное закрепление знаний, предполагающее решение проблем по аналогии. Притом, задания должны быть выстроены по степени сложности – от простых к сложным. Второй урок по пройденной теме – практический. На нем решают всевозможные нестандартные задачи, позволяющие мыслить логически.

Следует отметить, что курс «Начала алгебры и анализа» включает в себя изучение только основ определенных интегралов, а факультативные занятия помогают освоить предмет более углубленно.

Список используемой литературы

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа: уч. пособие. – СПб.: Профессия, 2021. – 432 с.

2. Гераськина Е.В. Содержание и методические особенности изучения темы «Определенный интеграл» в средней школе: дис. …канд. пед. наук / Е.В. Гераськина. – М., 2017. – 147 с.

Баранова Наталья Анатольевна, kafat@udsu.ru, доцент, Удмуртский государственный университет

ПРИМЕНЕНИЕ КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Аннотация. В работе исследуется влияние применения компьютерных технологий в образовательном процессе. Предполагается, что проведение данных уроков способствует повышению эффективности учебного процесса.

Ключевые слова: *наглядные средства, компьютерные технологии, обучение математике.*

Увеличение возможностей наглядных средств в процессе обучения математике происходит благодаря внедрению новейших технологий в образовательный процесс. Такому наглядному средству как компьютер, в современном учебном процессе уделяется огромное внимание. Привлечение компьютера в процесс образования значительно облегчает деятельность учителя. Благодаря его использования, педагог может сообщить ученикам намного больше информации по сравнению со стандартным уроком, информация более наглядная и учащиеся с большей вероятностью осваивают её.

Главная задача современной школы – научить школьников изучать и пользоваться, насколько это возможно, компьютерными технологиями. Именно вопрос правильного использования разных компьютерных систем является общегосударственным. С внедрением компьютеризации связаны решение таких вопросов в образовательном процессе, как:

1. Увеличение эффективности в процессе обучения;
2. Снижение к минимуму разницы между требованиями, которые социум предъявляет к подрастающему поколению и тем, что предоставляет современная школа.

С помощью компьютера у учителя появляется абсолютный контроль над учебным процессом, в котором снижается определённые инструкции при введении каких – либо понятий, появляется возможность заменить пассивные иллюстрации на конкретные примеры.

Использование компьютерных технологий в учебном процессе могут дать учителю следующее:

1. Повышение эффективности образовательного процесса:

- Автоматизация рутинных процессов, таких как проверка заданий, учет успеваемости, создание тестов и отчетность.
- Быстрый доступ к разнообразному учебному контенту, включая интерактивные материалы, презентации, видеоролики и электронные библиотеки.

2. Индивидуализация учебного процесса:

- Возможность адаптировать содержание уроков под индивидуальные потребности каждого ученика благодаря использованию специализированных платформ и ресурсов.
- Организация дифференцированного подхода, позволяющего учитывать уровень подготовки учащихся и развивать необходимые компетенции индивидуально.

3. Повышение мотивации учеников:

- Использование мультимедийных элементов повышает интерес учащихся к предмету, делает уроки увлекательными и насыщенными.
- Игровые формы обучения помогают поддерживать высокий уровень вовлеченности школьников.

4. Расширение возможностей взаимодействия между учителем и учениками:

- Онлайн-платформы позволяют организовывать удаленные консультации, обсуждения и совместную работу над проектами вне стен школы.
- Инструменты видеоконференций и мессенджеры способствуют оперативному взаимодействию участников образовательного процесса.

5. Формирование информационно-коммуникационной компетентности педагогов:

- Компьютерные технологии расширяют возможности учителей для профессионального роста и повышения квалификации путем участия в вебинарах, онлайн-курсах и мастер-классах.
- Освоение новых инструментов помогает педагогам оставаться конкурентоспособными в современном мире образования.

Использование компьютеров способствует модернизации образовательных методик, повышению качества преподавания и развитию современных компетенций у всех участников образовательного процесса.

Но также имеются и проблемы при использовании обучения с помощью компьютерных технологий:

1. Технические сложности:

- Ограниченность технических ресурсов: недостаточное количество оборудования или низкая скорость интернета затрудняют полноценное использование цифровых инструментов.

- Отсутствие технической поддержки: проблемы с оборудованием и программным обеспечением требуют быстрого реагирования специалистов, которого часто недостаточно.

2. Психологические барьеры:

- Страх перед новыми технологиями: многие учителя испытывают трудности с освоением нового программного обеспечения и цифровыми инструментами.

- Неготовность учеников: не каждый ученик способен быстро освоить новые форматы подачи материала, особенно дети младшего возраста.

3. Организационные аспекты:

- Необходимость адаптации учебных планов: учебники и методические рекомендации зачастую отстают от темпов развития технологий.

Прежде чем использовать компьютерные технологии необходимо «взвесить» все «за» и «против» и преодолеть все препятствия для успешной реализации в образовательном процессе.

При использовании компьютера в процессе обучения необходимо установить позитивное отношение ученика и компьютера. Это можно сделать, если работать с наиболее эффективными, познавательными, обучающими программами. Есть ряд программ, которые предоставляют ученику самостоятельно выбирать темп, в котором он будет работать, включают в себя и игровые стороны, существования различных типов задач и др. Необходимо подчеркнуть еще положительную черту программ. Они незамедлительно оказывают помощь ученику, избавляя от чувства неудачи.

При знании и грамотном использовании компьютерных технологий, реализовывается принцип индивидуализации в учебном процессе.

С применением компьютера и компьютерных программ ученик и учитель открывают для себя новые возможности, потенциал, необходимый им. Это, конечно же, необходимо в процессе обучения математике.

Используя компьютер, учитель может позволить:

1. Делиться своим опытом, своей моделью обучения в конкретной дисциплине, потому что методика, созданная один раз, хорошо распространяется между педагогами одной и той же области преподавания;
2. Можно воплотить в жизнь разные подходы в образовательном процессе одновременно для разно подготовленных категорий учеников, тем самым сделать учебный процесс индивидуальным;
3. Сэкономить время на изложение материала за счёт наглядного материала, сделанного с помощью принципа моделирования;
4. Воспользовавшись компьютером, как тренажёром, учащимся можно привить различные навыки и умения в математике;
5. Проводить регулярный контроль знаний учащихся на разных этапах обучения;
6. Возможность поддерживать историю развития учеников, вести статистику успеваемости, тем самым вести постоянный контроль над образовательным процессом;
7. Возможность учащихся заниматься индивидуальной и творческой работой;
8. Создать условия для производительной самостоятельной работы обучающихся;

Ученик имеет возможность:

1) Работать в том ритме, который для него считается благоприятным;
2) Вести своё обучение в том режиме и тем методом, который считается наиболее эффективным и подходит под его уровень подготовки;
3) Возвращаться к материалу прошлых уроков, получать соответствующую помощь со стороны учителя, закончить изучение материала, а потом к нему вернуться;
4) Наблюдать за происхождением тех или иных процессов, работой механизмов, программ и т. д.;
5) Распоряжаться объектами и предметами, которые изучены им, производить действия, операции над ними, анализировать их, делать выводы о их работе;

6) Легко преодолевать попутные стрессы, такие как неуверенность, нерешительность и т. д. при работе с компьютером.

Вырабатывать в себе нужные умения и навыки, которые потребуются обучающему при работе с компьютером.

Многие возможности компьютера, которые можно реализовать в учебном процессе, не известны. Но можно с уверенностью утверждать, что компьютер может выполнять не только многочисленные алгоритмы, но и искать оптимальные решения. Компьютер помогает обучающимся узнать особенности своего индивидуального учения, помогает познать себя в процессе обучения. И произойдёт такая ситуация, что учение перейдёт в обучение.

Компьютерные технологии позволяют, в процессе обучения, раскрыть у учеников творческое мышление. Показателями творческого мышления являются:

1. Специфика мысли, получение ответов далёких от стандартных (привычных);

2. Скорость и правильность появления незаурядных путей;

3. Расположение к той или иной проблеме, быстрое и необычное её решение;

4. Свобода мысли, нахождение сходных идей, в соответствии с необходимыми требованиями;

5. Возможность нахождения функций, свойств объекта. Применение компьютерных технологий в обучении, позволяет создать на уроке нужную информационную среду, которая заинтересует школьника к изучению математике.

Из-за неусовершенствованных программных средств, попытки внедрить в процесс обучения компьютерных технологий, терпит неудачи, потому что не удавалось компьютерным программам иметь преимущества над стандартным образовательным процессом. Ещё одной из причин является то, что не в каждом учебном заведении были компьютеры.

В современной школе таких проблем не возникает. Компьютер является одним из главных средств познания окружающей действительности. Но всё же обучение напрямую зависит от программ, которые применяются на уроке. Для оценивания педагогических программных средств (ППС) с возможностью их применения в образовательном процессе, выполняют классификацию, в связи с которой выделяются программы:

- Обучающие (необходимы учащимся для изучения нового материала);

- Тренировочные (помогают вырабатывать умения и навыки);
- Контролирующие (проведение контроля знаний школьников);
- Информационно – справочные, (учащиеся самостоятельно могут найти необходимую им информацию);
- Моделирующие (создание моделей с целью осмысления, изучения, анализа того или иного объекта);
- Демонстрационные (наглядное представление материала);
- Игровые (которые дают возможность «проигрывать» учебную ситуацию с целью принятия оптимального решения или выработки оптимальной стратегии действий);
- Досуговые (для внеурочной деятельности школьников). Компьютер, в качестве наглядных средств, поможет выполнить целый ряд различных возможностей. Таких как создание текстов, большое многообразие графики, поможет с созданием фильмов, видеороликов, созданию музыки и изображений.

Применение компьютерных технологий позволяет повысить уровень самообразования, дает совершенно новые возможности для творчества, обретения и закрепления различных, профессиональных навыков.

Список используемой литературы

1. Скворцова Д.А. «Использование средств визуальной наглядности в обучении математике» // Дидактика математики: проблемы и исследования – 2024. – № 1.
2. 2.Крутецкий В.А. «Психология математических способностей школьников» // – Москва: Издательство Московского психолого-социального института; Воронеж: МОДЭК, 2020. – 416 с.
3. Гин А.А. Принцип наглядности и современные средства обучения / А.А. Гин // Школьные технологии. – 2021. – № 4. – С. 34–40.

Денисова Светлана Николаевна, setni@mail.ru, учитель математики, БУО Школа-интернат УР «Республиканский лицей-интернат»

ОСОБЕННОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ МУЛЬТИПРОФИЛЬНОГО ОБУЧЕНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

Аннотация. В работе исследуется введение мультипрофильного обучения на математическую подготовку обучающихся.

Ключевые слова: *мультипрофильное обучение, мультипрофильная модель обучения, математическая подготовка*.

Проблема личностного самоопределения учащегося актуальна всегда, так как для подрастающих поколений весьма важен вопрос, каким будет отдаленное завтра и каким каждый школьник представляет в нем себя. Самоопределение – это определение себя относительно выработанных в обществе и осознанно принятых человеком критериев становления личности и дальнейшая реализация себя на основе этих критериев. Процесс самоопределения связан с поиском собственной позиции в актуальных сферах жизнедеятельности и выработкой планов на будущее.

Для старшего школьника результатом профессионального самоопределения является относительно определенный, положительно эмоционально окрашенный и реалистичный план, в котором, как минимум, должны быть предусмотрены ближайшие шаги на профессиональном пути: выбор формы профессионального обучения, учебного заведения. Этот процесс весьма сложен, поэтому школьнику требуется грамотная помощь. Для педагога, занятого руководством профессиональным самоопределением подрастающего человека, результатом работы является состояние готовности последнего к сознательному, самостоятельному обдумыванию (и сейчас, и в дальнейшем) своего профессионального будущего. Это обдумывание должно быть соотнесено с важнейшими общечеловеческими ценностными представлениями и социальными нормами и иметь в основе реальное представление о своих способностях.

Выбор профиля обучения – это возможность задуматься о своих жизненных планах, лучше осознать свои профессиональные склонности и предпочтения. Подростки отмечают важность приобретения углублённых знаний по интересующим их дисциплинам школьной программы.

Профильное образование – это целая система, где все взаимосвязано. Чтобы она эффективно заработала, нужны и подготовленные учителя, и апробированные программы, и специальные учебники, и современные лаборатории. Выпадет одно звено – все строение рухнет.

Действительно, проблема профилизации является в настоящее время одной из актуальных в образовании. Сегодня модели профильного и предпрофильного обучения разрабатываются и адаптируются в образовательном пространстве отдельно взятыми образовательными учреждениями.

Возможно, внедряя профильное обучение, мы когда-нибудь придём к тому, что в старших профильных классах не будет жесткого закрепления профилей и определенных предметов за профилями. Приоритетным станет обучение по индивидуальным учебным планам, которое называется мультипрофильной моделью обучения.

Сущность мультипрофильного обучения (МПО) состоит в построении учебного процесса на основе индивидуального выбора старшеклассниками уровней изучения различных учебных предметов.

В мультипрофильной старшей школе разделение учащихся на многочисленные профильные группы осуществляется на основе их самоопределения с учетом советов родителей и рекомендаций учителей.

Теряется прежнее значение понятие учебного класса как стабильного и общего для всех учебных занятий объединения школьников. Актуализируется и функционирует такая структурная единица школы как параллель или группа учащихся, скажем, десятого и одиннадцатого года обучения. Классно-урочная система перестает работать в полном объеме. Корректнее говорить о предметно-групповой или даже параллельно-урочной системе, в которой учащиеся учатся «параллельно», но на занятиях состав групп меняется в зависимости от индивидуально выбранного учащимися уровня обучения. Возрастает роль тьюторского сопровождения ученика.

Мультипрофильная модель обучения подразумевает составление индивидуальных учебных планов для каждого ученика 10–11 классов. При мультипрофильной модели обучения в старших профильных классах нет жесткого закрепления профилей и определенных предметов за профилями. Такая форма обучения наиболее полно отвечает современным социальным запросам к средней школе и дает возможность уйти от лишней перезагрузки учащихся.

Список используемой литературы

1. Московские математические регаты. Часть 1. 1998–2006. Блинков А.Д., Горская Е.С., Гуровиц В.М. (сост.). – М: МЦНМО, 2014. – 352 с.

Банникова Татьяна Михайловна, kafat@udsu.ru, заведующий кафедрой, Удмуртский государственный университет

ЗНАЧЕНИЕ ТЕКСТОВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ШКОЛЬНОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Аннотация. В работе исследуется влияние дополнительных уроков математики по теме «Решение текстовых задач различными методами» на формирование регулятивных, а также познавательных УУД у учеников 7–8 классов. Предполагается, что проведение данных уроков способствует более эффективному формированию как регулятивных, так и познавательных УУД.

Ключевые слова: *регулятивные универсальные учебные действия, текстовая задача, способы и методы решения.*

Школьный курс математики раскрывается на системе целесообразно подобранных задач. Значительное место занимают в этой системе текстовые задачи. При рассмотрении смысла арифметических действий, связи существующей между действиями, и взаимосвязи между компонентами и результатами действий непременно используются соответствующие простые текстовые задачи (задачи, решаемые одним арифметическим действием). Текстовые задачи служат также одним из важнейших средств ознакомления детей с математическими отношениями, выражаемыми словами «быть на столько-то больше (меньше)», «быть на столько-то раз больше (меньше)». Они используются и в целях уяснения понятия доли (задачи на нахождение доли величины и искомого значения величины по доле). Текстовые задачи помогают и при формировании ряда геометрических понятий, а также при рассмотрении элементов алгебры.

Если мы хотим сформировать у школьников правильное понятие о сложении, необходимо, чтобы дети решили достаточное количество простых задач на нахождение суммы, практически выполняя каждый раз операцию объединения множеств без общих элементов. Выступая в роли конкретного материала для формирования знаний, задачи дают возможность связать теорию с практикой, обучение с жизнью. Решение задач формирует у детей практические умения, необходимые каждому человеку в повседневной жизни. Например, подсчитать стоимость покупки, вычислить в какое время надо выйти, чтобы не опоздать на поезд и т. п.

Использование задач в качестве конкретной основы для ознакомления с новыми знаниями и для применения уже имеющихся у детей знаний играет исключительно важную роль в формировании у детей элементов материалистического мировоззрения. Решая задачи, ученик убеждается, что многие математические понятия, имеют корни в реальной жизни, в практике людей.

Через решение задач дети знакомятся с важными в познавательном и воспитательном отношении фактами. Так, содержание многих задач, решаемых в начальных классах, отражает труд детей и взрослых, достижения нашей страны в области народного хозяйства, техники, науки, культуры.

Сам процесс решения задач при определенной методике оказывает весьма положительное влияние на умственное развитие школьников, поскольку он требует выполнения умственных операций: анализа и синтеза, конкретизации и абстрагирования, сравнения, обобщения. Так, при решении любой задачи ученик выполняет анализ: отделяет вопрос от условия, выделяет данные и искомые числа; намечая план решения, он выполняет синтез, пользуясь при этом конкретизацией (мысленно рисует условие задачи), а затем абстрагированием (отвлекаясь от конкретной ситуации, выбирает арифметические действия); в результате многократного решения задач какого-либо вида ученик обобщает знания связей между данными и искомым в задачах этого вида, в результате чего обобщается способ решения задач этого вида.

Задачи выполняют очень важную функцию в начальном курсе математики – они являются полезным средством развития у детей логического мышления, умения проводить анализ и синтез, обобщать, абстрагировать и конкретизировать, раскрывать связи, существующие между рассматриваемыми явлениями.

Решение задач – упражнения, развивающие мышление. Мало того, решение задач способствует воспитанию терпения, настойчивости, воли, способствует пробуждению интереса к самому процессу поиска решения, дает возможность испытать глубокое удовлетворение, связанное с удачным решением.

Овладение основами математики немыслимо без решения и разбора задачи, что является одним из важных звеньев в цепи познания математики, этот вид занятий не только активизирует изучение математики, но и прокладывает пути к глубокому пониманию её. Работа по осознанию хода решения той или иной математической задачи даёт импульс к развитию мышления ребенка. Решение задач нельзя считать самоцелью, в них следует видеть средство к углублённому изучению теоретических положений и вместе с тем средство развития мышления, путь осознания окружающей действительности, тропинку к пониманию мира. Кроме того, нельзя забывать, что решение задач формирует у обучающихся основу математической культуры.

Список используемой литературы

1. Скворцова Д.А. «Использование средств визуальной наглядности в обучении математике» // Дидактика математики: проблемы и исследования – 2024. – № 1.

2. Крутецкий В.А. «Психология математических способностей школьников». – Москва: Издательство Московского психолого-социального института; Воронеж: МОДЭК, 2020. – 416 с.

3. Гин А.А. Принцип наглядности и современные средства обучения // Школьные технологии. – 2021. – № 4. – С. 34–40.

Алексеева Надежда Александровна, dzhudi1908@gmail. com, учитель МБОУ «Русско-Пычаская СОШ», студент, Удмуртский государственный университет

СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ИХ РОЛЬ В ИЗУЧЕНИИ ПРОИЗВОДНОЙ

Аннотация. В работе исследуется влияние современных технологий на качество математической подготовки обучающихся, в частности на формирование понятия «производная» в старших классах общеобразовательной школы.

Ключевые слова: *графический калькулятор, платформа «Wolfram Alpha», GeoGebra.*

Современные технологии значительно расширяют возможности преподавания математики. Использование компьютерных программ, интерактивных приложений и графических калькуляторов позволяет учащимся глубже понять тему «Производная» и освоить её приложения. Рассмотрим, как современные технологии могут быть интегрированы в процесс обучения, а также рассмотрим примеры.

Графические калькуляторы предоставляют мощный инструмент для анализа функций, их графиков и производных.

Преимущества графических калькуляторов заключается в следующем: возможность быстро строить графики функций и их производных; исследовать поведения функции в режиме реального времени; простота в нахождении экстремумов, точек перегиба и других характеристик.

Рассмотрим пример: На графическом калькуляторе можно ввести функцию $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$ и одновременно построить её производную $f'(x) = 3x^2 - 6x + 2$. Это позволяет наглядно увидеть, где функция возрастает или убывает, а также определить экстремумы.

Задачи для учеников:

1. Постройте график функции и её производной.
2. Исследуйте, как изменение коэффициентов влияет на график функции и её производной.

Программы, такие как «GeoGebra», «Wolfram Alpha», «Desmos» и «MATLAB», играют ключевую роль в современном обучении.

«GeoGebra» предоставляет широкий спектр инструментов для работы с графиками, производными и анализом функций:

1. Построение графиков функций и их производных.
2. Наглядное объяснение геометрического смысла производной.
3. Исследование кривых и решения задач оптимизации.

Пример задания: Используя «GeoGebra», постройте график функции $f(x) = \sin x + \cos x$. найдите её экстремумы и точки перегиба с помощью производной.

Платформа «Wolfram Alpha» позволяет:

1. Быстро вычислять производные сложных функций.
2. Получать пошаговые решения задач.
3. Строить графики и анализировать их поведение.

Пример задания: В «Wolfram Alpha» найдите вторую производную функции $f(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x$ и определите точки перегиба.

«Desmos» популярен благодаря своей интуитивно понятной визуализации:

1. Построение графиков функции и её производных.
2. Интерактивные изменения параметров функций.

Пример задания: Создайте интерактивный график функции $f(x) = ax^2 + bx + c$ и исследуйте, как параметры a, b и c влияют на производную.

В условиях цифровизации школы активно используют платформы для обучения математике, такие как:

- «Coursera», «Khan Academy» – для теоретических знаний.
- «Stepik», «Лекториум» – для практических задач. С их помощью можно успешно организовывать дистанционное обучение.

Использование данных пакетов в процессе обучения позволяет более осознанно осваивать математические понятия.

Список используемой литературы

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. 18 изд. Стереотип. – СПб.: Издательство «Лань», 2011. – 431 с.

2. Москинова Г.И. Дискретная математика. Математика для менеджеров в примерах и упражнениях: учебное пособие. – М.: ИК Логос, 2000. – 240 с.

Баранова Наталья Анатольевна, kafat@udsu.ru, доцент, Удмуртский государственный университет

МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СРЕДСТВ НАГЛЯДНОСТИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В 5–6 КЛАССАХ

Аннотация. В работе исследуется возможности применения средств наглядности в образовательном процессе. Предполагается, что проведение данных уроков способствует более эффективному формированию математической культуры у обучающихся 5–6 классов.

Ключевые слова: *средства наглядности, уроки математики.*

Исходя из требований Федерального государственного образовательного стандарта, одним из главных направлений процесса обучения, является развитие навыков и умений у обучающихся осуществлять познавательную исследовательскую деятельность.

Огромное внимание уделяется таким проблемам, которые связаны с активацией познавательной деятельности учащихся в современной школе. Большая нагрузка на уроках – вот одна их подобных проблем. Такие проблемы побуждают учителя задуматься над вопросами: как поддерживать заинтересованность обучающихся при изучении нового материала, как поддерживать активность учеников в течение всего урока. Исходя из этого, появляются новые способы и методы в обучении. Такие методы, которые способствовали активному развитию мыслей у учащихся, развивали самостоятельность в поиске знаний на уроках.

Именно благодаря внедрению в образовательный процесс средств наглядности можно осуществить диалог с обучающимися, активизировать и повышать их мыслительную и познавательную деятельность. Применение таких средств на уроках помогает интенсифицировать (сделать более интенсивным), сформировать заинтересованность учеников, повышать их умственную деятельность, необходимо правильно выбрать и грамотно применить наглядные средства в ходе изучения материала.

Обобщение результатов анализа психолого-педагогической и методической литературы по теме исследования позволило определить его проблему: как использовать средства наглядности в процессе обучения математики в 5–6 классах?

Объект исследования: процесс обучения математике в 5–6 классах образовательной школы.

Предмет исследования: использование средств наглядности с их методическими возможностями при обучении математике.

Цель исследования: разработать и выделить методические особенности использования средств наглядности с целью активизации познавательного интереса учащихся на уроках математики.

В соответствии с предметом, целью и проблемой были выделены следующие задачи:

1. Провести анализ психолого-педагогической и методической литературы;
2. Выявить особенности использования средств наглядности в учебном процессе при развитии познавательного интереса обучающихся;
3. Исследовать возможности применения компьютерных технологий в образовательном процессе;
4. Разработать конспект урока по математике в 5 классе на тему: «Объёмы. Объём прямоугольного параллелепипеда» с использованием средств наглядности.

На основе анализа психолого-педагогической и методической литературы и результатов исследования определилась необходимость широкого использования различных средств наглядности. Выявлено, что образовательный процесс более целесообразен и интересен, если педагог обеспечивает изучение учебного материала на основе использования средств наглядности.

Список используемой литературы

1. Скворцова Д.А. «Использование средств визуальной наглядности в обучении математике» // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2024. – № 1.
2. Крутецкий В.А. «Психология математических способностей школьников». – Москва: Издательство Московского психолого-социального института; Воронеж: МОДЭК, 2020. – 416 с.
3. Гин А.А. Принцип наглядности и современные средства обучения // Школьные технологии. – 2021. – № 4. – С. 34–40.

Тонков Леонид Евгеньевич, letonkov@mail.ru, директор ИМИТиФ, Удмуртский государственный университет

МЕЖПРЕДМЕТНЫЕ СВЯЗИ ПРИ РЕШЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ НАВЫКОВ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Аннотация. В работе на примере конкретной задачи демонстрируется значение межпредметных связей для формирования исследовательских навыков обучающихся.

Ключевые слова: *межпредметные связи при решении математических задач, навыки исследовательской деятельности.*

При обсуждении современных требований к системе среднего образования и вытекающих из этого тенденций развития методики обучения значительное внимание уделяется попыткам выделить некоторое количество (обычно указывается десять) ключевых навыков, востребованных «профессиями будущего». Исследованию этого вопроса посвящен, например, обширный отчет Международного экономического форума [1]. Однако, образовательные программы и методики трансформируются порой весьма своеобразно, но на протяжении последних десяти лет в любом из многочисленных вариантов списка навыков неизменно отмечается способность творчески мыслить, рассуждать и при-нимать решения [2].

Как показывает практика, для развития подобных навыков у школьников (а затем и студентов) совсем не обязательно непрерывное создание всё новых, сложных методик и выделение каких-то отдельных специальных образовательных модулей. Проиллюстрируем сказанное на примере простейшей арифметической задачи, с которой школьник впервые встречается в пятом классе общеобразовательной школы.

Сформулируем ее в немного более общем, чем обычно принято, виде: *пусть скорость лодки в неподвижной воде равна u, а скорость течения реки – v. Лодка плывет из точки A в точку B по течению, а затем сразу же возвращается из точки B обратно в точку A. Найти время, затраченное лодкой на преодоление пути*.

Для успешного решения задачи ученику достаточно знать, как связаны путь, скорость и время. На этом этапе задача рассматривается как чисто арифметическая.

Далее, когда в образовательной программе появляются уроки физики, можно вернуться к задаче, при этом даже не усложняя её условия, отказавшись лишь от указания конкретных числовых значений для u, v и $|AB|$. Получив в общем виде выражение для затраченного времени, во-первых, полезно проанализировать область допустимых значений u (или v) с алгебраической точки зрения и дать физическую интерпретацию полученному результату. Во-вторых, из полученной зависимости, очевидно, вытекает, что минимального значения время достигает при v=0. И здесь следует задуматься над вопросом *почему* так происходит? Ведь, на первый взгляд, течение реки ускоряет движение лодки настолько же, насколько и замедляет его на обратном пути. Рассуждения закрепляют у учащегося понимание того, что полученное алгебраическое выражение является *моделью* некоторого механического процесса и имеет ясный физический смысл.

Следующим шагом является рассмотрение задачи, дополненной условием перпендикулярности отрезка $[AB]$ направлению течения. Решение требует от учащегося уверенного понимания того, что скорость – это вектор и умения выполнять действия с векторами, хотя бы графически.

Наконец, исходную задачу можно обобщить, полагая траекторию движения лодки замкнутой ломаной и предложить сравнить времена преодоления маршрута при наличии течения и при его отсутствии (v=0). Отметим, что получить ответ на вопрос этой задачи можно на основе решений предыдущих задач и не-сложных (но нестандартных) рассуждений, не прибегая к строгим математическим выкладкам.

Интересно, что к этой же задаче можно снова вернуться на младших курсах ВУЗа, после знакомства студентов с криволинейными интегралами, предложив найти строгое решение для случая, когда траектория лодки является гладкой кривой.

Решение подобных задач, конечно же, способствует развитию разнообразных навыков исследовательской деятельности, но, помимо этого, отчетливо дает понять, что достаточно полное решение реальной практической задачи требует приложения усилий в течение продолжительного времени, а иногда и всей жизни исследователя.

Список используемой литературы

1. Future of Jobs Report 2023. [Электронный ресурс]. – Режим доступа. – URL: https://www3.weforum.org/docs/WEF_Future_of_Jobs_2023.pdf (дата обращения: 10.11.2025).

2. Навыки XXI века: новая реальность в образовании [Электронный ресурс]. – Режим доступа. – URL: https://hr-portal.ru/article/navyki-xxi-veka-novaya-realnost-v-obrazovanii (дата обращения: 10.11.2025).

Дёмина Юлия Сергеевна, demina.jull@mail.ru, учитель МБОУ СОШ № 85 г. Ижевск, студент, Удмуртский государственный университет

ИСТОРИЯ ИЗУЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ

Аннотация. В работе история изучения производной функции. Предполагается, что проведение знание исторических фактов способствует более осознанному усвоению математических понятий.

Ключевые слова: *дифференциальное исчисление, понятие дифференциала.*

Дифференциальное исчисление, один из важнейших разделов математического анализа, было создано во второй половине XVII века. Основная заслуга в его разработке принадлежит двум великим учёным – Исааку Ньютону и Готфриду Вильгельму Лейбницу. Их открытия позволили решать задачи, связанные с вычислением скоростей изменения величин, определением экстремумов функций и проведением касательных к кривым. Возникновение дифференциального исчисления стало поворотным моментом в развитии математики и естественных наук.

Ещё до Ньютона и Лейбница математики пытались решать задачи, которые сегодня относятся к дифференциальному исчислению. В Древней Греции Архимед разработал метод проведения касательных к спиралям. В XVII веке французский математик Пьер Ферма предложил метод нахождения экстремумов функций, который, по сути, был прообразом дифференцирования. Рене Декарт и Блез Паскаль также внесли значительный вклад в развитие методов, близких к дифференциальному исчислению.

Однако все эти методы были разрозненными и не составляли единой теории. Создание систематического подхода к решению задач, связанных с производными, стало возможным благодаря работам Ньютона и Лейбница.

Исаак Ньютон (1643–1727) разработал основы дифференциального исчисления в 1665–1666 годах, назвав свой метод «методом флюксий». В его системе:

- Переменные величины назывались «флюентами».
- Их скорости изменения – «флюксиями».

Процесс нахождения флюксий соответствовал современному дифференцированию

Ньютон применял свой метод прежде всего для решения физических задач, в частности, для вычисления мгновенной скорости движения тел. Однако он долгое время не публиковал свои результаты. Первое систематическое изложение метода флюксий появилось только в 1736 году, уже после смерти учёного.

Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646–1716) независимо от Ньютона пришёл к аналогичным результатам. В 1675 году он разработал собственную версию дифференциального исчисления, введя:

- Понятие дифференциала (dx, dy).
- Современные обозначения производной (dy/dx).
- Основные правила дифференцирования.

Лейбниц первым опубликовал свои результаты в 1684 году в статье «Новый метод максимумов и минимумов». Его система обозначений оказалась более удобной и впоследствии стала общепринятой.

Открытие дифференциального исчисления Ньютоном и Лейбницем стало одним из важнейших достижений в истории математики. Разработанные ими методы и понятия, особенно производная и дифференциал, нашли широчайшее применение в науке и технике. Несмотря на спор о приоритете, оба учёных по праву считаются основателями этого фундаментального раздела математики.

На наш взгляд, вхождение в историю понятия «производная», проведение мероприятий по историческим фактам способствует более осознанному усвоению математических понятий.

Банникова Татьяна Михайловна, kafat@udsu.ru, заведующий кафедрой, Удмуртский государственный университет

МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ТЕМЫ «ПРОИЗВОДНАЯ. ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ФУНКЦИЙ»

Аннотация. Целью работы является рассмотрение теоретических аспектов производной функции, анализ тематических источников информации и последующая разработка оптимального плана урока для изучения темы «Производная. Применение производной для исследования функций» в школьном курсе алгебры и начал анализа.

Ключевые слова: *функция, производная, графики функций.*

Тема производной и её применения для исследования функций занимает центральное место в школьном курсе математического анализа. Изучение данной темы формирует у учащихся важные математические компетенции, развивает логическое мышление и позволяет решать широкий круг прикладных задач из физики, экономики и других наук.

Актуальность исследования обусловлена тем, что производная является ключевым понятием математического анализа, а её грамотное преподавание требует не только глубокого понимания теоретических основ, но и эффективных методических подходов. Многие школьники испытывают трудности при изучении данной темы, связанные с абстрактностью понятия, необходимостью работы с пределами и применением производной к анализу функций. Поэтому разработка чёткой методики преподавания, включающей наглядные объяснения, практические примеры и пошаговые алгоритмы, представляет значительный интерес для современного образования.

Целью работы является рассмотрение теоретических аспектов производной функции, анализ тематических источников информации и последующая разработка оптимального плана урока для изучения темы «Производная. Применение производной для исследования функций» в школьном курсе алгебры и начал анализа.

Задачи:

1. Рассмотреть теоретические основы понятия производной из нескольких источников, выявить факторы адаптивности материала для определенной возрастной группы;
2. Разработать универсальные показательные упражнения для закрепления навыков вычисления производной и исследования функций;
3. Составить подробный план урока по теме «Производная» с учётом возрастных особенностей учащихся и современных требований к образовательному процессу.

Проведённое исследование показало, что эффективное преподавание темы «Производная» невозможно без учёта возрастных особенностей учащихся и соответствующего подбора учебных материалов. Среди проанализированных источников наибольшую педагогическую ценность продемонстрировал учебник Ш.А. Алимова, Ю.М. Колягина, М.В. Ткачёвой «Алгебра и начала математического анализа. 10 класс (базовый уровень)», который сочетает чёткую структуру изложения материала, лаконичность формулировок и разнообразие дидактических упражнений.

В ходе работы были разработаны показательные упражнения, предназначенные для качественного закрепления навыков вычисления производной и исследования функций. Данные упражнения учитывают поэтапное освоение материала, используют вариативность задач и активно задействуют практику. Все упражнения снабжены детальными решениями, что облегчит работу преподавателя и позволит контролировать качество усвоения материала.

Важным этапом стало составление подробного плана урока по теме «Производная», отражающего современные тенденции в образовании и учитывающего потребности современной молодёжи. Разработанный план предусматривает оптимальное распределение времени, структурированную подачу материала и эффективные приёмы проверки знаний. Его реализация обеспечит глубокое и осознанное усвоение ключевой темы «Производная».

Таким образом, проведённая работа представляет собой комплексное руководство для педагогов, стремящихся повысить качество преподавания темы «Производная» и сформировать прочные навыки у учащихся 10-х классов. Дальнейшее совершенствование методики преподавания возможно путем регулярного обновления используемых ресурсов и внедрения инновационных технологий обучения.

Список используемой литературы

1. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10–11 классы. В 2 ч. – М.: Мнемозина, 2019.

2. Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н. и др. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. – М.: Просвещение, 2020.

Немцова Ольга Михайловна olganemtsova@udman.ru, учитель математики, БОУ УР «Столичный лицей», старший научный сотрудник, Физико-технический институт УдмФИЦ УроРАН

ПРОГОВАРИВАНИЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЛОГАРИФМА, КАК МЕТОД ЗАПОМИНАНИЯ И ПОНИМАНИЯ ТЕМЫ

Аннотация. В статье рассматривается методический приём активного проговаривания учащимися точного математического определения логарифма. Доказывается, что данный приём не только способствует прочному запоминанию, но и служит инструментом для глубокого понимания сути понятия, его места в системе математических знаний и предотвращает типичные ошибки при решении задач.

Ключевые слова: *определение логарифма, метод запоминания, проговаривание определения.*

Опыт преподавания показывает, что тема «Логарифмы» является одной из наиболее сложных для восприятия учащимися. Студенты и школьники часто заучивают формулы и алгоритмы решения, не понимая внутренней сути операции логарифмирования. Это приводит к:

1. Механическому применению правил учащиеся путают свойства логарифмов, не видя их связи со свойствами степеней.

2. Типичным ошибкам – распространены ошибки вида $\log_a(x+y) = \log_a x + \log_a y$, непонимание области допустимых значений (ОДЗ) логарифмического выражения.

3. Быстрой потере навыка – без понимания основы тема быстро забывается после контрольной работы.

Преодолеть эти трудности позволяет смещение акцента с механического заучивания на осознанное усвоение через «проговаривание определения».

Для этого можно использовать следующие методические приёмы.

1. Хоровое и индивидуальное проговаривание. На первых уроках полезно, чтобы весь класс хором, под руководством учителя, несколько раз произнёс определение. Это создаёт единый ритм работы и снимает психологический барьер.

2. Акцентирование ключевых слов. Учитель должен выделить голосом и попросить учащихся подчеркнуть в тетради ключевые слова: «показатель степени», «возвести основание», «чтобы получить число». Это формирует смысловые якоря.

3. Визуальное подкрепление. Проговаривание должно немедленно сопровождаться записью на доске и в тетрадях: $\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$. Ученик, проговаривая определение, одновременно видит эту равносильную запись. Он учится мгновенно переводить логическое утверждение на язык равенств и наоборот.

Проговаривание как инструмент решения элементарных задач. Простое знание определения уже позволяет решать простейшие уравнения. Методика заключается в том, чтобы ученик не просто «механически» подставлял числа, а комментировал свои действия вслух, используя определение.

Понятие логарифма не возникает из ниоткуда – оно является обратным к возведению в степень. Проговаривание определения напрямую связывает эти две темы. Такой диалог показывает, что логарифмирование – это не новая, независимая операция, а просто другой способ записи уже известной информации о степенях.

В основе методики лежит теория поэтапного формирования умственных действий [1]. Проговаривание вслух – это внешняя, материализованная форма действия. По мере практики это действие «свёртывается»: ученик перестаёт говорить вслух, затем шепотом, а затем начинает производить операцию «в уме». Однако база, сформированная через чёткое первоначальное проговаривание, остаётся. Ученик не просто «чувствует» решение, а может мысленно воспроизвести логическую цепочку.

Метод активного проговаривания определения логарифма – это не возврат к «дрессуре», а современный педагогический приём, направленный на:

1. Глубину понимания – ученик усваивает не символ «log», а его суть.

2. Прочность запоминания – словесная формулировка, подкрепленная зрительным образом и практическим действием, сохраняется в долговременной памяти.

3. Предотвращение ошибок – чёткое знание условий исключает множество типичных недочётов.

4. Развитие математической речи – учащиеся учатся грамотно и точно формулировать математические понятия.

Внедрение этой простой, но эффективной методики в практику преподавания позволяет превратить формальное изучение логарифмов в осознанный и интересный процесс, закладывая прочный фундамент для освоения более сложных разделов математики.

Список используемой литературы

1. Гальперин П.Я. Психология мышления и учение о поэтапном формировании умственных действий // Исследования мышления в советской психологии. – М.: Наука, 1966. – С. 236–277.

Баранова Наталья Анатольевна, kafat@udsu.ru, доцент, Удмуртский государственный университет

МЕТОДИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «КОМБИНАТОРИКА»

Аннотация. В работе рассматриваются различные типы комбинаторных задач и методические приемы обучения их решению.

Ключевые слова: *комбинаторные задачи, способы и методы их решения.*

Комбинаторика является важным разделом математики, который изучает методы подсчёта объектов в соответствии с заданными правилами. Решение комбинаторных задач играет ключевую роль не только в математике, но и в информатике, теории вероятностей, криптографии и других науках. Умение правильно применять комбинаторные методы позволяет эффективно решать задачи, связанные с оптимизацией, анализом данных, моделированием сложных систем и принятием решений.

Актуальность данной темы обусловлена тем, что комбинаторные задачи часто встречаются в реальной жизни – от распределения ресурсов до проектирования алгоритмов. Однако их решение требует чёткого понимания основных принципов комбинаторики, таких как правило суммы и произведения, сочетания, размещения, перестановки, а также более сложных методов, включая метод включений-исключений, рекуррентные соотношения и генерацию комбинаторных объектов

Цель: систематизация методов решения комбинаторных задач и разработка эффективной методики их преподавания в рамках школьного курса математики.

Задачи:

1. Изучить теоретические основы комбинаторики, включая ключевые определения, правила и формулы.

2. Классифицировать комбинаторные задачи по типам и методам решения.

3. Проанализировать распространённые ошибки учащихся и пути их преодоления.

4. Разработать практические рекомендации и задания для использования в учебном процессе.

Рассмотрим примеры комбинаторных задач.

1. Задача на сочетания

Условие: В группе 20 студентов. Нужно выбрать 4 для участия в конференции.

Сколько существует способов выбора?

Решение: ${C^{20}}_4 = \frac{20!}{(4!16!)} = 4845.$

2. Задача на принцип Дирихле

Условие: Докажите, что среди любых 6 человек есть либо трое знакомых, либо трое незнакомых.

Решение: Применение принципа Дирихле к раскраскам графа.

3. Задача на рекуррентные соотношения

Условие: Сколькими способами можно подняться на 10 ступенек, если за шаг можно подняться на 1 или 2 ступеньки?

Решение: $F_{10} = F_9 + F_8 = 89$ (числа Фибоначчи).

Комбинаторика, как фундаментальный раздел математики, предоставляет мощные инструменты для решения задач, связанных с перечислением, упорядочиванием и выбором объектов. В ходе выполнения курсовой работы были рассмотрены основные методы и подходы к решению комбинаторных задач, включая перестановки, размещения и сочетания, как с повторениями, так и без них.

Изучение теоретических основ комбинаторики, таких как правила суммы и произведения, принцип Дирихле и метод включений-исключений, позволило систематизировать знания и выделить ключевые закономерности. Особое внимание было уделено классификации задач в зависимости от условий: учитывается ли порядок элементов, возможны ли повторения, а также выбору соответствующих формул для их решения.

Практическая значимость комбинаторики проявляется в самых разных областях: от криптографии и теории вероятностей до информатики и биоинформатики. Умение применять комбинаторные методы не только развивает логическое и алгоритмическое мышление, но и открывает новые возможности для анализа и оптимизации сложных систем.

Таким образом, освоение методики решения комбинаторных задач является важным этапом в изучении математики и её приложений. Полученные знания и навыки позволяют подходить к решению реальных проблем структурированно и эффективно, используя строгий математический аппарат. Дальнейшее исследование может быть направлено на углублённое изучение экстремальной, вероятностной или структурной комбинаторики, что расширит область применения этих методов в науке и технике.

Список используемой литературы

1. Иванов А.А. Сборник задач по комбинаторике: учебное пособие / СПб.: Лань, 2022. – 160 с.

2. Зубков А.М. Комбинаторика в задачах и упражнениях / А.М. Зубков. – М.: Физматкнига, 2017. – 208 с.

3. Ширяев А.Н. Вероятностно-комбинаторные задачи. – М.: МЦНМО, 2020. – 192 с.

Логунов Сергей Алексеевич, kafat@udsu.ru, доцент, Удмуртский государственный университет

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ПОНЯТИЙ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ

Аннотация. В работе рассматриваются особенности изучения основных понятий теории множеств. В работе уделяется особое внимание на визуализацию понятий теории множеств и элементов доказательств.

Ключевые слова: *элементы теории множеств, визуализация понятий и элементов доказательств.*

До 19 века в мировой математике царил золотой век математического анализа. Большинство теорем формулировалось для функций, непрерывных на отрезке. Но постепенно такое положения дел перестало быть удовлетворительным. Появились более сложные геометрические конструкции и более сложные понятия, описывающие свойства этих конструкций. Возник вопрос, какие именно геометрические свойства являются необходимыми для большинства классических теорем?

Появились понятия связности и комплексности и различные их варианты. Появилась необходимость более строгого анализа самого понятия множества, на котором рассматриваются различные топологические структуры, так как старое слишком простое представление о множествах, как произвольных методах произвольных элементов, привело в 19 веке к множественным парадоксам теории множеств и перестало быть удовлетворительным. Появилась топология и другие области современной теоретико-множественной математики. Появился новый язык, на котором формируется ее утверждения, и который стал использоваться далеко за пределами математики, стал общим языком современной науки.

В настоящем методическом пособии делаются новые шаги в изучении этого языка. Изучается само понятие множества и основные операции над множествами, разобрано большое количество примеров. Пособие предназначено для студентов первых курсов университетов, в том числе не имеющих каких-либо предварительных знаний в данной области математики.

В первом приближении множество X определено, если в силу какого-то закона, правила, условия $\boldsymbol{P}$ для любого объекта x мы можем решить вопрос о том, является он элементом X или нет, $X = \{x : \boldsymbol{P}\ (x)\}$. Появляется знак принадлежности : $x \in X \Leftrightarrow \boldsymbol{P}\ (x)$, x принадлежит, является точкой, элементом множества X если и только если $\boldsymbol{P}\ (x)$. Иногда условия $\boldsymbol{P}\ (x)$ называют определяющим.

Такой «слишком простой» подход привёл в 19 веке к многочисленным парадоксам и кризису теории множеств. Один из наиболее известных – парадокс Рассела. Назовём множество X обыкновенным, если X не содержит себя как элемент: $X \notin X$. Множества N, Z, Q, R и т. д. – обыкновенные. Пусть $X = \{Y : Y \notin Y\}$ – совокупность всех обыкновенных множеств. Имеем $Y \in X \Leftrightarrow Y \notin Y$. Вставим вместо Y совокупность X. Получаем $X \in X \Leftrightarrow X \notin X$ – парадокс Рассела. Некоторое логическое объяснение: мы не можем построить совокупность X раньше, чем построим все её элементы. Но мы не можем построить все элементы X раньше, чем построим саму совокупность X.

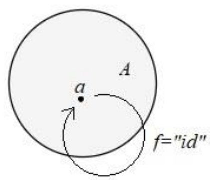
Постепенно выработался следующий подход: совокупность X является множеством, если мы можем представить себе последовательность шагов, возможно бесконечную, приводящую к её построению. Другими словами, мы можем представить себе последний шаг, после которого может быть построена X.

В противном случае «безобразно большая» совокупность X называется классом и требует более аккуратного обращения с собой. Например, совокупность всех множеств или даже всех конечных множеств, это класс.

Теорема. Отношение $A \sim B$ является отношением эквивалентности на классе всех множеств X.

Доказательство.

1) Рефлективность: $A \sim A$, так как тождественное отображение $f: A \to A$ по правилу $f(a) = a$ для любой точки $a \in A$ взаимнооднозначно и сюръективно.

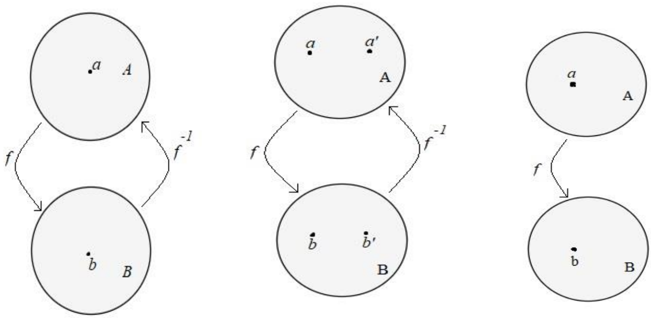


2) Симметричность: $A \sim B \Rightarrow B \sim A$.

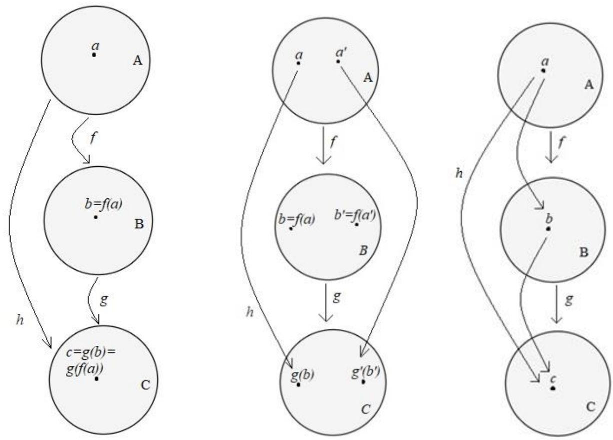
Действительно, если $f: A \to B$ взаимно-однозначно и сюръективно, то существует обратное отображение $f^{-1}: B \to A$ по правилу $f^{-1}(b) = a$, если $f(a) = b$, которое также взаимно-однозначно и сюръективно. Здесь существенно, что существует ровно одна точка $a \in A$ такая, что $f(a) = b$, то есть f^{-1} действительно является отображением.

Пусть $b, b' \in B$ и $b \neq b'$. Так как f сюръективно, то $f(a) = b$ и $f(a') = b'$ для некоторых $a, a' \in A$. Так как образом точки может являться лишь одна точка, то $a \neq a'$. Но тогда $f^{-1}(b) = a, f^{-1}(b') = a'$ и $f^{-1}(b) \neq f^{-1}(b')$, то есть f^{-1} взаимно-однозначно.

Пусть $a \in A$. Тогда $b = f(a)$ принадлежит B и $f^{-1}(b) = a$, то есть f^{-1} сюръективно.



3) Транзитивность: если $A \sim B$ и $B \sim C$, то $A \sim C$. Если отображения $f: A \to B$ и $g: B \to C$ взаимно-однозначны и сюръективны, то их композиция $h: A \to C$, определённая по правилу $h(a) = g(f(a))$, также взаимно-однозначна и сюръективна. Действительно, если $a \neq a'$, то $f(a) \neq f(a')$, так как f взаимно-однозначно. Но тогда $g(f(a)) \neq g(f(a'))$, так как g взаимно-однозначно, $h(a) = g(f(a))$ и $h(a') = g\big(f(a')\big)$. Пусть $c \in C$. Так как g сюръективно, то найдётся $b \in B$ такая, что $g(b) = c$. Так как f сюръективно, то найдётся $a \in A$ такая, что $f(a) = b$. Но тогда $h(a) = g\big(f(a)\big) = g(b) = c$ и h сюръективно.



Пусть теперь число 0 – класс эквивалентности пустого множества $\emptyset$ в классе всех множеств Х, $1 = [\{\emptyset\}]_X$, $2 = [\{\emptyset, \{\emptyset\}\}]_X$, $3 = [\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}]_X$ и так далее. Отождествляя натуральные числа со стандартными представителями классов эквивалентности получаем

$$1 = \{0\},\ 2 = \{0,1\},\ 3 = \{0,1,2\}, \dots\ ,\ n = \{0,1, \dots, n-1\}, \dots .$$

Проделав все натуральные шаги получим множество натуральных чисел $N = \{1,2, \dots, n, \dots\}$, множество целых чисел $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$, множество рациональных чисел $Q = \{\frac{m}{n} : m, n \in Z\}$, множество действительных чисел R как множество сходящихся последовательностей рациональных чисел и т. д.

Все эти «множества» тем самым действительно являются множествами в самом строгом теоретико-множественном смысле этого слова и не могут приводить к каким-либо парадоксам.

Список используемой литературы

1. Стинрод Н., Чинн У. Первые понятия топологии. – М.: Мир, 1967. – 224 с.

2. Таран Т.А. Основы дискретной математики. – К.: Просвiта, 2003. – 288с.

Кощеева Анна Константиновна, kafat@udsu.ru, доцент, Удмуртский государственный университет

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА И ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ ДЛЯ СТУДЕНТОВ

Аннотация. В работе исследуются особенности преподавания дискретной математики и теории множеств на 1 курсе физико-математических направлений подготовки.

Ключевые слова: *дискретная математика, теория множеств, особенности преподавания дискретной математики, содержание курса дискретной математики.*

Курс Дискретной математики знакомит с современными средствами моделирования – универсальными моделями и методами формализованного описания (представления) систем, процессов, явлений. В *процессе моделирования* этот класс методов занимает одно из ключевых мест. При этом, процесс моделирования заключается в *уточнении (формализации)* исследуемой ситуации, системы, процесса при использовании каких-либо средств фиксации (представления) имеющихся и выявленных знаний в виде *модели* как результата такой формализации. Модель как описательное уточнение фиксирует то, что известно на данный момент и может быть использовано для решения проблемы. При этом к модели не предъявляются жесткие требования обязательной представимости ее средствами классической (функциональной, вероятностной) математики. Такое представление не всегда необходимо и возможно, например, в силу сложности исследуемого объекта, различия целей исследования, степени «точности» имеющихся знаний и др.

Дискретная математика предлагает:

- универсальные средства (языки) формализованного представления;
- способы корректной переработки информации, представленной на этих языках;
- возможности и условия перехода с одного языка описания явлений на другой с сохранением содержательной ценности моделей.

МНОЖЕСТВО является таким же неопределимым понятием математики как точка, прямая и плоскость. Мы сталкиваемся с ним при изучении практически всех наук – математики, физики, химии, истории и т. д. Множество можно описать как совокупность некоторых объектов (элементов множества), объединенных по какому-либо признаку.

Множества либо являются элементами самих себя, либо не являются. Так, множество абстрактных понятий само является абстрактным понятием, а множество всех звезд на небе не является звездой. Множество звуков также является звуком. Аналогично, множество всех множеств само есть множество.

Рассмотрим M – множество всех множеств, являющихся элементами самих себя, и N – множество всех множеств, не являющихся элементами самих себя. К какому же из этих двух множеств отнести множество N? Иными словами, является ли N элементом самого себя? Если N является элементом себя, т. е. $N \in N$, значит N является элементом M, т. е. $N \in M$, но тогда, по определению множества M, $N \notin N$ т. е. N не является элементом самого себя. Получили противоречие. С другой стороны, если N не является элементом самого себя, то N есть элемент N, а не M, и N является элементом самого себя, что опять является противоречием.

Два множества называют *равномощными*, если между ними можно установить взаимно однозначное соответствие, при котором каждому элементу одного множества соответствует ровно один элемент другого.

Например, отрезки [0,1] и [0,2] равномощны, поскольку отображение x на $2x$ осуществляет искомое соответствие.

Для конечных множеств это означает, что в них одинаковое число элементов, но определение имеет смысл и для бесконечных множеств.

Множество всех действительных чисел из отрезка [0,1] несчетно (теорема Кантора). Мощность несчетного множества называется *континуум*. Булеан счетного множества континуален, поскольку его можно сопоставить во взаимно однозначное соответствие с отрезком [0, 1].

Например, для множества четных натуральных чисел, которое можно представить в виде списка: {2, 4, 6, ...}, последовательность (1, 2, 3, ...) будет нумерацией этого списка. Следовательно, множество всех четных натуральных чисел эквивалентно множеству всех натуральных чисел, т. е. четных чисел ровно столько же, сколько всех натуральных чисел. Но, с другой стороны, множество натуральных чисел можно разбить на два подмножества четных и нечетных чисел, т. е. четных чисел ровно половина из всех натуральных чисел! Получаем, что в некотором смысле часть равна целому. И это действительно так. Этот факт, заключающийся в том, что между бесконечной совокупностью и ее собственной частью можно установить взаимно однозначное соответствие, отмечался еще Плутархом и другими древними учеными. В 1638 году Галилей отметил, что между целыми положительными числами и их квадратами существует взаимно однозначное соответствие, и назвал «Парадоксом» свое наблюдение, поскольку ЭТОТ факт вступает в противоречие с евклидовой аксиомой, согласно которой целое больше любой ИЗ СВОИХ собственных частей, т. е. частей, не совпадающих со всем целым.

В середине века великий логик Курт Гёдель доказал, что аксиому выбора нельзя опровергнуть, пользуясь остальными аксиомами теории множеств, а в 1960-е годы американский математик Пол Дж. Коэн доказал, что её нельзя и вывести из остальных аксиом.

Конечно, понимание этих утверждений требует подробного изложения теории множеств как аксиоматической теории.

Список используемой литературы

1. Окунев Л.Я. Высшая алгебра. – М., Лань, 2009. – 208с.
2. Таран Т.А. Основы дискретной математики. – К.:Просвіта, 2003. – 288 с.

Баранова Наталья Анатольевна, kafat@udsu.ru, доцент, Удмуртский государственный университет

ОСНОВНЫЕ ОШИБКИ УЧАЩИХСЯ ПРИ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЙ И ИХ СИСТЕМ

Аннотация. В работе исследуется влияние изучения темы «Уравнения и их системы» на формирование математической культуры обучающихся, анализируются типичные ошибки, которые учащиеся допускают в процессе решения.

Ключевые слова: *уравнения, системы уравнений, способы и методы решения уравнений и их систем.*

Уравнения и системы традиционно считается одной из самых сложных тем в курсе математики, что обусловлено спецификой самого материала, связанного с решением уравнений и систем уравнений. В ходе изучения данной темы учащиеся сталкиваются с множеством препятствий, обусловленных особенностями возрастной психики, характером мышления и недостаточностью предварительной подготовки. Мы рассмотрим наиболее распространенные трудности и ошибки, с которыми сталкиваются ученики при изучении данной темы, а также предложим рекомендации по их профилактике и коррекции.

1. Непонимание смысла уравнения и его компонентов.

Один из главных барьеров, препятствующих качественному усвоению материала, заключается в непонимании фундаментального понятия уравнения и его основных компонентов. Зачастую учащиеся рассматривают уравнение исключительно как набор символов, не задумываясь о его содержании и смысле. Подобная установка мешает установлению ассоциативных связей между теорией и практикой, препятствует целостному восприятию темы.

Педагогам рекомендуется уделять больше внимания введению понятия уравнения, разъясняя его сущность, компоненты и взаимосвязи. Целесообразно начать с простого, например, познакомить учащихся с уравнениями, имеющими очевидные решения, после чего плавно переходить к более сложным конструкциям. Также полезно задействовать зрительное восприятие, дополнив словесное объяснение рисунками, схемами и таблицами, иллюстрирующими структуру уравнения.

2. Трудности с переносом и изменением знаков при манипуляциях с уравнениями.

Довольно распространённым препятствием является незнание правил переноса членов уравнения через знак равенства. Несмотря на многократные разъяснения со стороны педагогов, ученики продолжают совершать одни и те же ошибки: меняют знак только у переносимого элемента, оставляя остальные неизменёнными, или вовсе забывают изменить знак.

Во избежание подобного рода ошибок необходимо неоднократно повторять правила перемещения элементов уравнения. На начальных этапах целесообразно прописывать каждую деталь, демонстрируя, почему знак меняется именно так, а не иначе. Также полезно включить в учебный процесс большее количество упражнений на отработку именно этого аспекта, используя карточки-подсказки или наглядные пособия.

3. Отсутствие культуры самоконтроля и проверки решения.

Учащиеся часто завершают решение уравнения или системы уравнений, не проверив полученный результат. Такое поведение обусловлено поспешностью, уверенностью в абсолютной правильности решения или низким уровнем ответственности. В результате ошибки остаются необнаруженными, а сами ученики убеждены в том, что справились с заданием идеально.

Необходимо прививать учащимся культуру самоконтроля, показывая важность и пользу проверки решений. Для этого рекомендуется ввести обязательное требование проверки решений после завершения задания. Если возникли сомнения, можно дополнительно разрешить пользоваться калькуляторами или специальными приложениями для верификации. Регулярные письменные комментарии к результатам проверки помогут закрепить рефлексию и внимательность у учеников.

4. Проблемы с интерпретацией задач, требующих составления уравнений.

Очень важная часть изучения уравнений и систем уравнений – умение составлять уравнения на основании текстового условия задачи. В большинстве случаев учащиеся испытывают значительные трудности с переводом текстовой информации в математическую форму. Возникают ошибки в определении неизвестных, установлении соотношений между компонентами и конечной проверке соответствия решения первоначальному условию.

Важно научить школьников правильной постановке задачи, выделению существенных деталей и определению неизвестных. Желательно подробно рассматривать тексты задач, выделяя ключевые слова и характеристики, определяя правильные математические конструкции. Будет полезно сформировать группу упражнений, которые позволят ученикам потренироваться в переводе текста в уравнение и обратно.

5. Непонимание механизмов работы с системами уравнений.

Ещё одним серьёзным испытанием для учащихся становятся системы уравнений. Основная причина затруднённости заключается в сложности одновременного решения нескольких уравнений, неуверенности в выборе метода решения и неправильном обращении с уравнениями. Ошибки варьируются от неправильного нахождения общего решения до пропуска вариантов, удовлетворяющих одному уравнению, но не другому.

Основное внимание следует сосредоточить на демонстрации различных методов решения систем уравнений: подстановки, сложения, графического метода. Стоит объяснять достоинства и недостатки каждого метода, давать советы по выбору подходящего варианта в зависимости от особенностей конкретной системы. Кроме того, полезен приём совместного обсуждения хода решения, привлечения одноклассников к обсуждению путей выхода из затруднительной ситуации.

6. Некритическое отношение к ошибкам и низкий уровень самооценки.

Психологические факторы тоже оказывают сильное влияние на эффективность обучения. Частично причиной низкого уровня усвоения знаний является негативное отношение учащихся к собственным ошибкам. Когда ребёнок совершает ошибку, он часто теряет веру в себя, отказывается от дальнейших попыток, переживая негативные эмоции. Подобное состояние блокирует дальнейшее развитие навыков и негативно сказывается на общем восприятии материала.

Помочь ученикам справиться с негативными эмоциями поможет доброжелательная атмосфера в классе, поддержка со стороны сверстников и учителя. Критиковать нужно конструктивно, оценивая саму ошибку, а не личность ученика. Очень полезно привлекать учеников к совместному поиску ошибок, превращая этот процесс в занимательную игру, а не наказание. Кроме того, следует поощрять попытки исправить ошибки, хвалить за проявленную смелость и готовность признавать свои промахи.

Список используемой литературы

1. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Алгебра. 9 класс. – М.: Вентана-Граф, 2022. – 320 с.

Мерзляков Александр Сергеевич, kafat@udsu.ru, доцент, Удмуртский государственный университет

ОСОБЕННОСТИ ПРЕПОДАВАНИЯ ОСНОВ АЛГЕБРЫ НА 1 КУРСЕ ВУЗА

Аннотация. В работе исследуются особенности преподавания основ алгебры на 1 курсе физико-математических направлений подготовки.

Ключевые слова: *алгебра, особенности преподавания алгебры, содержание курса алгебры.*

Математика сегодня – это не только и не столько наука (причем это одна из немногих наук, которых нет в природе в «чистом виде»), но это и язык любой науки, так как наука только тогда становится наукой, когда она начинает работать с цифрами, сравнивать и анализировать их.

В математике выделяют фундаментальные области, такие как, математическая логика, алгебра и математический анализ, на основе которых появились и создаются другие разделы и области математики, такие как дифференциальные уравнения, дифференциальная геометрия, дискретная математика, теория вероятностей и т. д.

Алгебра, в том виде, в котором её преподают в Вузе, является содержательным предметом, в ней много новых понятий, с которыми не знакомят в школе. По мнению автора, студенту, окончившему 1 курс, нужно:

а) знать, что такое алгебраические структуры и как они образуются;

б) понимать отличие отображений на множествах от морфизмов на алгебраических структурах;

в) знать, что такое поле комплексных чисел и его основные свойства;

г) иметь представление о конечных полях;

д) знать, что такое кольцо многочленов и основные свойства многочленов;

е).иметь понятие о векторном пространстве, и знать его основные свойства;

ж) иметь представление о линейной зависимости или независимости векторов, а вместе с этим знать, что такое система образующих и базис векторного пространства;

з) иметь понятие о кольце матриц и знать свойства некоторых числовых характеристик матриц, таких как, например, определитель матрицы;

и) иметь понятие о линейном отображении между векторными пространствами и линейном операторе, действующем на одном векторном пространстве, а также понимать взаимосвязь кольца матриц $M_m(K)$ и множества всех линейных операторов, действующем на конечномерном векторном пространстве V_K, размерность которого равна m;

ж) иметь представление о собственных значениях и собственных векторах линейного оператора, соответствующих данному собственному значению, уметь их находить, и понимать, что базис, составленный из собственных векторов данного линейного оператора f позволяет упростить матрицу этого линейного оператора f;

з) иметь представление о корневых векторах высоты h, соответствующих собственному значению линейного оператора f, и уметь их находить, что также в конечном счете позволяет упростить матрицу линейного оператора;

и) иметь представление о жордановой форме матрицы линейного оператора, умения находить её и базис, в котором матрица данного оператора принимает жорданов вид;

к) иметь представление об евклидовых и унитарных векторных пространствах и их основных свойствах;

л) понимать взаимосвязь алгебраических структур и иметь представление, какие практические прикладные задачи могут быть решены с их использованием; и наоборот: если есть какая-то прикладная задача, то иметь представление, какие разделы математики, в частности алгебры, могут быть использованы для её решения.

Основная сложность курса общей алгебры, который изучается на 1-м курсе Вуза, заключается не в сложности рассматриваемых результатов, а в большом количестве новых понятий, которые не так просто согласовать и связать между собой.

Начинать изучение алгебры необходимо с некоторых общих комбинаторных свойствах множеств, таких, например, как понятие перестановки множеств, их количестве, числе сочетаний из n по k, и некоторых других, которые будут нужны в дальнейшем курсе; а во второй – речь идёт уже об алгебраических структурах, таких, например, как группы, кольца, поля, изучение которых необходимо для правильного изучения алгебры.

Следует отметить ещё тот факт, что в современной алгебре очень много различий в обозначениях, и нередко в литературе встречаются малосущественные различия и в определениях, так как нет общепризнанной символики и терминологии. Часто все зависит от автора курса и (или) учебника, по которому изучается данный курс.

Банникова Татьяна Михайловна, kafat@udsu.ru, заведующий кафедрой*, *Удмуртский государственный университет

ОСОБЕННОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ФУНКЦИИ И ИХ ГРАФИКИ»

Аннотация. В работе рассматривается особенности изучения темы «Функции и их графики», определяется значение данной темы для изучения других дисциплин.

Ключевые слова: *функции, графики функций, методы их построения.*

Согласно Федеральному государственному образовательному стандарту (ФГОС) и примерным программам по математике, тема «Функции и их графики» является ключевой и охватывает несколько ступеней обучения: основная и старшая школа.

В основной школе функция вводится как средство описания зависимостей между величинами, строятся и анализируются графики линейных, квадратичных и простейших степенных функций. Это формирует базовое понимание взаимосвязей и развитие графического мышления.

В старшей школе тема углубляется изучением степенных, показательных, логарифмических и тригонометрических функций, что необходимо для решения более сложных уравнений и моделирования явлений в естественных и технических науках.

Таким образом, тема выполняет фундаментальную роль: она объединяет различные разделы математики (алгебру и геометрию), способствует развитию функционального мышления, критическому анализу и моделированию.

Изучение функций организовано по нарастанию сложности, что соответствует логике формирования знаний и требованиям ФГОС:

– Линейная функция – первая и простейшая, позволяет понять связь переменных, изучается понятие углового коэффициента, построение прямой. – Квадратичная функция – вводит понятия параболы, вершины, оси симметрии, расширяет графический анализ и исследование функций на экстремумы.

– Степенная функция – обобщение, введение разных показателей степени расширяет графический ряд и обогащает представления о природе роста и убывания функций.

– Показательная функция – основывает понимание процессов экспоненциального роста и убывания, что важно для моделирования в биологии, экономике, физике.

– Логарифмическая функция – естественное обратное к показательной, позволяет решать более сложные уравнения и анализировать зависимости.

– Тригонометрические функции – подключают периодичность и волновые процессы, расширяют инструментарий для решения задач из физики, геометрии и инженерии.

Знание основных понятий данной темы необходимы при изучении и других дисциплин.

Физика – функции описывают законы движения, колебаний, распространения волн, электрических процессов. Показательные и тригонометрические функции применяются при решении реальных задач.

– Информатика – используются для алгоритмизации, обработки данных, построения графиков, анализа сложности алгоритмов.

– Экономика и обществознание – моделирование процессов роста и спада, процентных ставок, демографических изменений на базе показательных и логарифмических функций.

– Геометрия – графики функций тесно связаны с уравнениями кривых, исследованием фигур в координатной плоскости.

– Биология – применение экспоненциального роста и логистических функций для описания популяций и процессов развития.

Тема «Функции и их графики» является центральной в школьной математике, формируя базовые представления о математическом моделировании, взаимосвязях величин и развивая аналитическое мышление. Последовательное изучение от простых к сложным функциям соответствует требованиям ФГОС, обеспечивая комплексное усвоение материала, а межпредметные связи делают знания более прикладными и значимыми для разных областей науки и жизни.

Отметим значение темы «Функции и их графики» для изучения последующих разделов школьного курса математики:

1. Основы для решения уравнений и неравенств

Изучение функций даёт понимание видов зависимостей, что необходимо для составления и решения уравнений и неравенств с участием различных типов функций (линейных, квадратичных, степенных, показательных и др.). Знание графиков помогает визуализировать решения и понимать количество корней, интервалы знакопостоянства, что облегчает аналитический подход.

2. База для производной

Понятия функции и её графика являются фундаментом для введения производной. Производная характеризует скорость изменения функции, касательную к графику и локальное поведение функции. Без базового понимания функций невозможно осмыслить смысл производной, её геометрическую и физическую интерпретацию.

3. Предпосылка для интеграла

Интеграл тесно связан с понятием функции и площади под её графиком. Знание графиков функций позволяет понимать смысл определённого интеграла как площади и не напряжённо переходить к вычислению интегралов и решению прикладных задач.

4. Развитие функционального и аналитического мышления

Умение работать с графиками, исследовать свойства функций (возрастание, убывание, экстремумы, точки перегиба) – необходимый навык для успешного изучения и применения последующих математических разделов и общего математического развития.

Список используемой литературы

1. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Алгебра. 9 класс. – М.: Вентана-Граф, 2022. – 320 с.

Кощеева Анна Константиновна, kafat@udsu.ru, доцент, Удмуртский государственный университет

ГРАФИКА MAPLE НА ПЛОСКОСТИ ДЛЯ СТУДЕНТОВ

Аннотация. В работе исследуются особенности преподавания компьютерной графики на 1 курсе физико-математических направлений подготовки.

Ключевые слова: *компьютерная графика, пакет Maple, пространственное воображение*.

Пространственное представление человека всегда вначале мысленно создает некую объемную модель объекта, которая является основой для преобразования ее в ортогональные проекции. Идеология двухмерного проектирования заключается в выполнении изображений на основе воображаемого человеком трехмерного объекта с помощью набора различных линий и функций. Каждая проекция детали строится отдельно в проекционной связи и, в данном случае, автоматизируется лишь сам процесс получения изображения и проставления размеров.

Необходимость развития пространственного представления студентов требует такого подхода, при котором на начальном этапе изучения программных продуктов желательно использование двухмерных систем либо их двухмерных модулей.

Освоение студентами вузов компьютерной техники и программных графических продуктов позволяет:

– повысить уровень подготовки кадров для различных отраслей промышленности;

– ускорить процесс выполнения и улучшить качество учебных графических работ;

– использовать полученные знания и умения для разработки курсовых и дипломных работ.

Одним из пакетов, в котором возможно изучение предметов, связанных с компьютерной графикой, является студенческий пакет Maple. Студенты имеют возможность использовать его бесплатные версии.

Цель – помощь в формировании у студентов необходимых знаний, умений и навыков по компьютерной геометрии.

Задачи:

- Приобретение теоретических знаний об основных элементах и периферийных устройствах, определяющих эффективность использования компьютера при работе с графическим материалом;
- Приобретение базовых основ создания графических изображений. Растровая, векторная, фрактальная графика. Основные представления о цветовых моделях (RGB, CMYK и т. д.);
- Знакомство с современными стандартами компьютерной графики;
- Приобретение теоретических знаний о способах хранения графической информации;
- Приобретение прикладных знаний в области использования векторной графики в практической деятельности;
- Приобретение прикладных знаний в области верстки изданий различного характера.

В результате изучения студент должен:

знать:

– основные требования, предъявляемые к компьютеру при работе с графическими редакторами;

– реализацию аппаратно-программных модулей графической системы;

– основные приемы геометрического моделирования и решаемые им задачи;

– основы представления видеоинформации и ее машинной генерации;

– современные стандарты компьютерной графики;

– основные способы визуализации изображения: растровая и векторная графика;

– основные форматы файлов, используемые при работе с графикой;

– основные принципы создания векторных графических изображений;

– основные принципы создания растровых изображений и их редактирования;

уметь:

– применять интерактивную графику в информационных системах;

– создавать двумерные растровые и векторные графические изображения и их редактировать в наиболее распространенных графических редакторах;

– сохранять созданные изображения в необходимом формате;

владеть:

– методами решения задач геометрической графики.

При изучении данной темы формируются элементы следующей совокупности профессиональных компетенций:

– Способен принимать научно обоснованные решения на основе математического моделирования и методов системного анализа, осуществлять проверку их корректности, адекватности и эффективности.

– Способен самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных и прикладных наук.

Одной из форм оценки уровня сформированности заявленных компетенций является проект, выполняемый в рамках самостоятельной работы.

Цель проекта. Проект является самостоятельно выполняемым заданием, предназначен для усвоения обучаемым современных графических технологий и графических инструментов, требует разработки учащимся целостного законченного проекта.

Тема проекта. Проект выполняется по темам, указанным в приложении. Тема также может быть выбрана студентом самостоятельно, если она согласована с преподавателем курса и руководителем индивидуального обучения.

Проект выполняется студентом индивидуально. Допускается выполнение работы в составе группы – два-три человека при условии увеличения объема работ в соответствующее число раз.

Предпочтителен отчет, подготовленный компьютерным способом. При подготовке отчета следует учитывать требования ГОСТ на техническую документацию.

Maple – это программный пакет, система компьютерной математики, предназначенная для символьных вычислений. Система Maple имеет огромный спектр средств для численных решений. Этот продукт используют в разных областях математики: при решении дифференциальных уравнений, численных методов, теоретической механики и так далее. Программа имеет собственный интегрируемый язык программирования, легко усваиваемый для любого пользователя. Мы рассмотрим различные графические пакеты, которые предоставляет нам это приложение.

Для примера продемонстрируем геометрический смысл производной через анимацию перехода секущей в касательную:

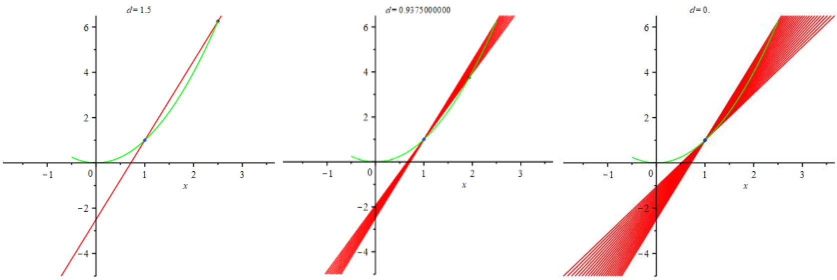
g4:=plot([[1,1]],style=POINT,color=blue):

g3:=animate(pointplot,([[1+d,(1+d)^2]]),d=1.5..0):

g1:=plot(x^2,x=-0.5..2.5,color=green):

g2:=animate(implicitplot,[(x-1)/d=(y-1)/((1+d)^2-1),x=-5..6.5,y=-5..6.5],d=1.5..0,trace=24):

display(g1,g2,g3,g4);



Работа включает в себя всесторонне изложенный теоретический материал с разобранными на каждую тему практическими заданиями, с объяснением практического смысла каждого введенного понятия. Материал подобран так, чтобы не только можно было уловить суть предмета, но и понять его назначение в современном мире.

Список используемой литературы

1. Гилев В.Г. Современные пакеты прикладных программ. Основы работы в Maple [Электронный ресурс]: учебное пособие / сост. В. Г. Гилев; Пермский государственный национальный исследовательский университет. – Электронные данные. – Пермь, 2022 – 2,61 Мб; 95 с. – Режим доступа: http://www.psu.ru/files/docs/science/books/uchebnie-posobiya/Gilev-Sovremennye-Pakety-Prikladnyh-Programm-Osnovy-Raboty-V-Maple.pdf.

2. Матрос Д.Ш. Элементы абстрактной и компью-терной алгебры: учеб.пособие для вузов рек. УМО по образованию по спец. пед. образования./ Д.Ш. Матрос, Г.Б. Поднебесова. – М.: Академия, 2004. – 237 с.

Немцова Ольга Михайловна* olganemtsova@udman.ru, *учитель математики БОУ УР «Столичный лицей», старший научный сотрудник, Физико-технический институт УдмФИЦ УроРАН

РОЛЬ РЕШЕНИЯ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ АКТИВНОСТИ И КРЕАТИВНОГО МЫШЛЕНИЯ У ШКОЛЬНИКОВ СРЕДНЕГО ЗВЕНА

Аннотация. В работе рассматривается потенциал олимпиадных задач как уникального инструмента развития познавательной активности и креативного (творческого) мышления у учащихся 5–9 классов. Анализируются специфические характеристики нестандартных задач и предлагаются методические рекомендации по их интеграции в учебный процесс для формирования универсальных компетенций.

Ключевые слова: *олимпиадные задачи по математике, познавательная активность, креативное мышление.*

Средний школьный возраст (10–15 лет) является сензитивным периодом для развития абстрактно-логического мышления, познавательной самостоятельности и творческих способностей. Традиционная система обучения, ориентированная на отработку алгоритмов, часто не предоставляет возможностей для реализации этого потенциала. Олимпиадные задачи, выходящие за рамки стандартной программы, выступают эффективным средством решения этой проблемы, превращая математику из набора правил в поле для интеллектуального поиска и открытий.

Олимпиадные задачи принципиально отличаются от стандартных учебных. Их развивающий потенциал заключается в следующих характеристиках:

- Нестандартность условия – требуют выйти за рамки шаблонного восприятия и увидеть скрытую структуру проблемы.
- Множественность путей решения – поощряют поиск различных подходов, развивая гибкость мышления.

• Необходимость инсайта («озарения») – часто требуют не прямолинейных вычислений, а ключевой идеи, которая переформулирует всю задачу.

• Элемент игры и красоты – эстетически привлекательные формулировки и изящные решения мотивируют учащихся внутренне.

Решение олимпиадных задач формирует познавательную активность через решение нестандартных задач. Познавательная активность – это интерес к самому процессу познания, стремление к интеллектуальному усилию. Олимпиадные задачи формируют ее через создание ситуации интеллектуального вызова; развитие устойчивости и волевых качеств – процесс «бороться» с задачей в течение длительного времени учит проявлять настойчивость и не бояться трудностей; стимулирование любознательности – необычные сюжеты задач (про пиратов, переправы, взвешивания) показывают математику как живой и увлекательный инструмент познания мира.

Решение олимпиадных задач способствует развитию креативного мышления. Креативное мышление в математике – это способность генерировать новые идеи и находить неочевидные связи. Олимпиадные задачи тренируют его ключевые компоненты. Дивергентное мышление – поиск нескольких способов решения одной задачи (алгебраический, геометрический, метод перебора) учит смотреть на проблему с разных сторон.

Решение олимпиадных задач в среднем звене – это не подготовка узкого круга будущих победителей, а мощный педагогический ресурс для всех учащихся. Это деятельность, которая: превращает математику из скучной обязанности в увлекательное интеллектуальное приключение, формирует устойчивый познавательный интерес и готовность к решению сложных, нестандартных проблем и закладывает основы креативного мышления – компетенции, критически важной для успеха в любой профессиональной сфере в XXI веке.

Таким образом, интеграция элементов олимпиадной математики в образовательный процесс является необходимым условием для развития мыслящей, творческой и интеллектуально активной личности.

Головастов Роман Александрович, kafat@udsu.ru, доцент, Удмуртский государственный университет
Бастрыков Евгений Станиславович, kafat@udsu.ru, доцент, Удмуртский государственный университет

РОЛЬ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПРОСТРАНСТВ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ СТУДЕНТОВ

Аннотация. В работе рассматривается роль топологических пространств в математическом образовании студентов. Предлагается вводить в учебный процесс курс «Дополнительные главы топологии».

Ключевые слова: *топологические свойства пространств, пространства Стоуна, булевы алгебры.*

Развитие теории множеств во второй половине прошлого века оказало большое и плодотворное влияние на развитие математики в целом, и общей топологии, как науки, весьма тесно близкой к теории множеств.

Совершенно естественно, результаты и методы теории множеств нашли применение в таких областях общей топологии, как теория кардинальных инвариантов и теория бикомпактных расширений дискретных пространств, наиболее бурное развитие которых пришлось на 70–90 годы прошлого века. Многие классические результаты математики приобрели новое звучание, стали прозрачнее и понятнее по своей природе после переложения их на геометрический язык.

Топологический язык стал универсальным языком современной математики и всего естествознания в целом.

Курс «Дополнительные главы топологии» разрабатывается для лучшего понимания материала при изучении топологических структур, нацелен дать представление о методах и результатах областей топологии и путях использования теоретико-множественных понятий и теорем при получении топологических результатов. Изучение данного материала должно способствовать более глубокому пониманию профильных дисциплин, таких как «Теория конечных графов и ее приложения», «Методы моделирования поверхностей в 3D графике», «Избранные вопросы дискретной математики», «Вычислительные аспекты дискретной математики». Представленный материал отражает современное состояние теории кардинальных инвариантов и теории бикомпактных расширений и может служить хорошей основой для самостоятельной научной работы в этих областях общей топологии.

Основные сведения курса «Дополнительные главы топологии»:

- основные понятия пространств Стоуна булевых алгебр и некоторые их свойства;
- необходимые сведения о пространствах Стоуна булевых алгебр;
- булевы алгебры на множестве всех подмножеств некоторого счетного множества;
- счетное множество с различными частичными порядками на нем;
- на основе данных частичных порядков строятся различные булевы алгебры, как алгебры, порожденные некоторыми семействами множеств, и определяются пространства Стоуна данных булевых алгебр; точками данных пространств, являются ультрафильтры на соответсвующих булевых алгебрах;
- доказывается ряд фактов, справедливых для булевых алгебр, которые позволяют построить более удобные в работе базы соответсвующих пространств Стоуна;
- рассматриваются свойства пространств Стоуна нескольких булевых алгебр.

Основной упор делается на рассмотрение замыканий различных счетных подмножеств подпространств фиксированных ультрафильров исследуемых пространств Стоуна.

Список используемой литературы

1. Грызлов А.А., Головастов Р.А., Бастрыков Е.С. Топологические свойства пространств Стоуна некоторых булевых алгебр: учеб.-метод. пособие : [Электрон. ресурс] / Мин-во науки и высш. образования РФ, ФГБОУ ВО «Удмуртский государственный университет». – Ижевск: Удмуртский университет, 2023. – 35 с.

ОПИСАНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОСТИ ИЗДАНИЯ:

Интерфейс электронного издания (в формате pdf) можно условно разделить на 2 части.

Левая навигационная часть (закладки) включает в себя содержание книги с возможностью перехода к тексту соответствующей главы по левому щелчку компьютерной мыши.

Центральная часть отображает содержание текущего раздела. В тексте могут использоваться ссылки, позволяющие более подробно раскрыть содержание некоторых понятий.

МИНИМАЛЬНЫЕ СИСТЕМНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ:

Celeron 1600 Mhz; 128 Мб RAM; Windows XP/7/8 и выше; 8x CDROM; разрешение экрана 1024×768 или выше; программа для просмотра pdf.

СВЕДЕНИЯ О ЛИЦАХ, ОСУЩЕСТВЛЯВШИХ ТЕХНИЧЕСКУЮ ОБРАБОТКУ И ПОДГОТОВКУ МАТЕРИАЛОВ:

Оформление электронного издания : Издательский центр «Удмуртский университет».

Компьютерная верстка: Т.В. Опарина.

Авторская редакция.

Подписано к использованию 30.12.2025
Объем электронного издания 1,2 Мб, тираж 10 экз.
Издательский центр «Удмуртский университет»
426034, г. Ижевск, ул. Ломоносова, д. 4Б, каб. 021
Тел. : +7(3412)916-364 E-mail: editorial@udsu.ru