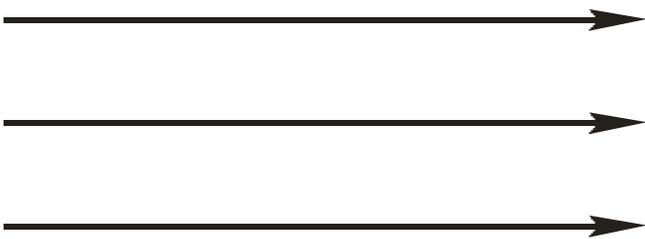




Методические рекомендации
к выполнению аудиторных
лабораторных работ
по курсу «Механика»



Содержание

ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНОГО ПРАКТИКУМА	
1	Порядок работы в физической лаборатории..... 4
2	Этапы выполнения лабораторной работы..... 4
3	Оформление конспекта для допуска к лабораторной работе..... 5
4	Представление экспериментальных результатов на графиках..... 6
5	Запись результатов..... 8
6	Отчет о выполнении лабораторной работы..... 8
ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ	
	Определение плотности твердого тела..... 9
	Определение ускорения свободного падения методом обратного маятника..... 16
	Изучение законов равноускоренного движения при помощи машины Атвуда..... 22
	Определение момента инерции твердых тел..... 29
	Исследование законов изменения и сохранения импульса и энергии..... 34
	Гироскоп и гироскопические явления..... 39
	Измерение скорости полета пули..... 45
	Определение модуля Юнга..... 50
	Динамика вращательное движение..... 57
ПРИЛОЖЕНИЕ	
	Приложение 1. Инструкция по охране труда и технике безопасности при выполнении студенческих и научных работ в лаборатории механики УдГУ..... 62
	Приложение 2. Математическая обработка результатов измерений..... 67
	Приложение 3. Метод анализа размерностей..... 71
	Приложение 4. Обработка результатов косвенных измерений физической величины, полученной в невоспроизводимых условиях..... 72

***Никакие лабораторные занятия не прогуливайте!
(Можете считать это эпитафией)***

ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНОГО ПРАКТИКУМА

1. Порядок работы в физической лаборатории

При постановке всех физических опытов студенты должны соблюдать правила техники безопасности (Приложение 1). Неаккуратность, невнимательность, незнание правил техники безопасности могут повлечь несчастные случаи. Лица, не прошедшие инструктаж по соблюдению правил техники безопасности, к работе в лаборатории не допускаются.

В неистовстве всё знать,
Всё взвесить, всё измерить
Проходит человек по лесу естества.
Сквозь тернии кустов,
Всё дальше... Время верить,
Что он найдёт свои всемирные права.
Эмиль Верхарн

В начале семестра составляется и вывешивается на стенде лаборатории график выполнения работ на весь семестр для данной специальности. Студент должен заранее знать тему своей лабораторной работы и подготовиться к ней, используя методическое руководство и другую указанную в нем литературу. Перед выполнением каждой лабораторной работы необходимо пройти собеседование с преподавателем и получить разрешение (допуск) на ее выполнение. Допуск фиксируется в специальном журнале учета лабораторных занятий, который хранится в учебной лаборатории. После этого лаборант проверяет у студента знание экспериментальной установки и порядок выполнения работы. Приступать к выполнению лабораторных работ без разрешения преподавателя и лаборанта категорически запрещается. После выполнения эксперимента, обработки, анализа полученных результатов и ответа на контрольные вопросы преподаватель в журнале регистрирует факт выполнения лабораторной работы (зачет).

Лабораторные работы, которые студент не выполнил в течение семестра по уважительной причине, могут быть выполнены им на дополнительных занятиях, организованных в учебной лаборатории. Допуск к выполнению пропущенной лабораторной работы студент должен получить у преподавателя, ведущего занятия в данной учебной группе; при этом преподаватель делает соответствующую запись в журнале учета лабораторных занятий.

2. Этапы выполнения лабораторной работы

Выполнение каждой лабораторной работы, входящей в практикум, предусматривает следующие этапы:

- 1) *теоретическую подготовку;*
- 2) *допуск к выполнению работы;*
- 3) *проведение эксперимента, наблюдение и измерение;*
- 4) *обработку результатов измерений;*
- 5) *отчет о выполнении лабораторной работы;*
- 6) *защиту выполненной работы.*

Теоретическая подготовка сводится к изучению соответствующих физических явлений и законов по рекомендованным учебным пособиям для ответа на вопросы допуска и контрольные вопросы, изучению описания заданной лабораторной работы в целях ознакомления с методикой измерения и порядком выполнения работы. Подготовка проводится заранее, до выполнения лабораторной работы, так как аудиторские занятия предназначены только для получения допуска к работе, на проведение измерений и защиту лабораторной работы.

Допуск к выполнению работы состоит в проверке преподавателем теоретической подготовки студента к каждой работе (самостоятельному выводу рабочих формул, которые используются в работе), знания метода измерений и порядка выполнения работы. Чтобы эта беседа с преподавателем была полезной, при изучении описания работы нужно отметить неясные вопросы и обязательно выяснить их на допуске. Для допуска студент предоставляет персональный конспект данной лабораторной работы, требования к которому рассмотрены в пункте 3.

Наблюдения и измерения – главная часть эксперимента. Они требуют от студента знания методов измерений, должного внимания и аккуратности при снятии показаний и записи результатов измерений. Лаборант следит за выполнением эксперимента, визирует полученные данные и в лабораторном журнале отмечает факт выполнения эксперимента.

Обработка результатов измерений заключается в представлении результатов в наглядной форме и их математической обработке. Оценка погрешности и математическая обработка результатов рассмотрены в Приложении 2.

Отчет о выполнении лабораторной работы. Отчет о работе оформляется индивидуально каждым студентом в тетради согласно требованиям, изложенным в пункте 6.

Защита выполненной работы сводится к представлению преподавателю результатов эксперимента, представленных в отчете и доказательству того, что измерение выполнено правильно, согласно нормативам, предъявляемым к методам измерений.

СИСТЕМА СГС

Основные единицы этой системы — сантиметр, грамм, секунда. Единицы скорости, ускорения, силы, работы строятся так же, как и в СИ. Но, в отличие от системы СИ, электрические единицы здесь вводятся как производные. За единицу заряда принимается величина каждого из двух одинаковых точечных зарядов, которые в вакууме взаимодействуют с силой 1 дин, находясь друг от друга на расстоянии 1 см. Единица температуры (кельвин), единица светового потока (люмен) и единица количества вещества (моль) являются в системе СГС основными. Эта система почти не используется в технике, но применяется в физике и особенно удобна при описании электромагнитных явлений. (С. Хорозов)

3. Оформление конспекта для допуска к лабораторной работе

Для допуска к выполнению лабораторной работы каждый студент предварительно оформляет конспект. В конспекте необходимо указать:

- 1) *название работы;*
- 2) *цели и задачи работы;*
- 3) *схему или рисунок экспериментальной установки;*
- 4) *методику эксперимента.* В данном пункте конспекта должны быть отражены: во-первых, анализ физических основ метода и описание методики эксперимента, которые включают:
 - физическое явление, изучаемое в работе, связь между величинами, его описывающими;
 - объект исследования, его особенности;
 - физическое явление, положенное в основу метода измерений;
 - зависимость, которая может быть экспериментально проверена;
 - условия, позволяющие осуществить такую проверку.

Во-вторых, конспект должен содержать математическое описание эксперимента, а именно:

- систему уравнений, позволяющую определить искомую величину на основании опытных данных;
- решение системы уравнений - рабочие формулы для измеряемой величины. Все величины, используемые в рабочих формулах должны быть пояснены.
- 5) *Таблицы результатов измерений.* До начала работы необходимо продумать вид таблиц для записи и обработки результатов и начертить их в конспекте, выполняя следующие требования:
 - указать номер таблицы;
 - начать таблицу с графы для порядкового номера измерения;
 - указать в каждой графе сверху величину и единицу ее измерения;
 - вынести в заголовок общий десятичный множитель, если он присутствует во всех результатах измерений, помещаемых в данный столбец;
 - для величин, определяемых прямыми многократными измерениями, выделить в таблице графы для записи отклонений каждого результата от среднего значения позволяющих сразу вычислить средне квадратичное отклонение.

4. Представление экспериментальных результатов на графиках

Результаты экспериментов можно представить не только в виде таблиц, но и в графической форме. При их построении необходимо соблюдать ряд правил.

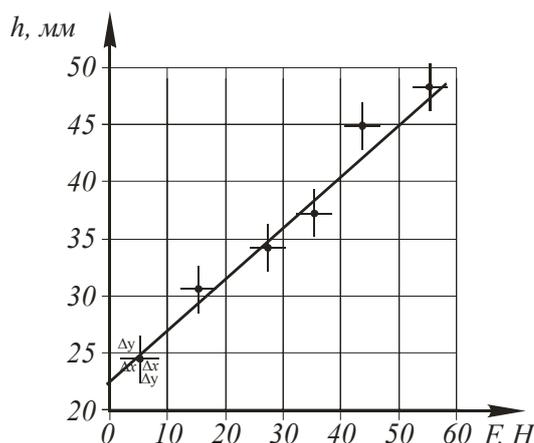


Рис. 1. Пример построения графика функции по экспериментальным точкам

1) Графики строят только на бумаге, имеющей координатную сетку. Это может быть обычная миллиметровая бумага с линейным масштабом по осям.

2) Требуется написать полное название графика.

3) На осях необходимо нанести масштабную сетку, указать единицы измерения и символы изображаемых величин.

4) При построении графика масштаб выбрать так, чтобы все экспериментальные точки вошли в график и располагались по всей площади листа. Иногда для этой цели

бывает удобно сместить начало отсчета вдоль осей. Масштаб по осям X и Y может быть различен. (рис. 1).

5) Точки, наносимые на графики, должны изображаться четко и ясно. Точки, полученные в разных условиях (при нагревании и при охлаждении, при увеличении и при уменьшении нагрузки и т.д.) полезно наносить разными цветами. Это поможет увидеть новые явления.

6) Абсолютную погрешность измеренных величин откладывают вдоль осей соответственно вправо – влево, вверх – вниз (рис. 1). (Масштаб выбрать таким образом, чтобы можно было отложить погрешность измерения.)

7) Нет смысла стремиться провести кривую через каждую экспериментальную точку – ведь кривая является только интерпретацией результатов измерений, известных из эксперимента с погрешностью. По сути, есть только экспериментальные точки, а кривая – произвольное, не обязательно верное, домысливание эксперимента. Представим, что все экспериментальные точки соединены и на графике получилась ломаная линия. Она не имеет ничего общего с истинной физической зависимостью!

Это следует из того, что форма полученной линии не будет воспроизводиться при повторных сериях измерений.

Если известно математическое описание наблюдаемой зависимости, то необходимо построить ожидаемую теоретическую кривую. Исследуемая теоретическая зависимость считается доказанной, если построенная кривая проходит как минимум через две третьих доверительных интервалов экспериментально полученных точек (рис. 1).

8. Обработка данных с помощью графика существенно облегчается, если искомая зависимость имеет прямолинейный характер. Провести прямую не представляет труда. А как провести, например, параболу или синусоиду? Для этого надо так выбрать масштаб по осям графика, чтобы ожидаемая теоретическая зависимость имела вид прямой линии. Так, например, если вы измеряете ускорение тела по расстоянию S , пройденному телом за время t , то связь этих величин дается формулой:

$$S = \frac{at^2}{2}.$$

Если по осям графика откладывать S и t , то экспериментальные точки расположатся вблизи параболы, провести которую очень трудно. Дело существенно облегчится, если по осям откладывать S и t^2 , или \sqrt{S} и t , или, наконец, их логарифмы $\ln S$ и $\ln t$. Во всех этих случаях экспериментальные точки расположатся около прямой линии, которую нетрудно провести. На рисунке 2 представлены графические отображения математической зависимости $y = Ax^\beta$ для различных значений β .

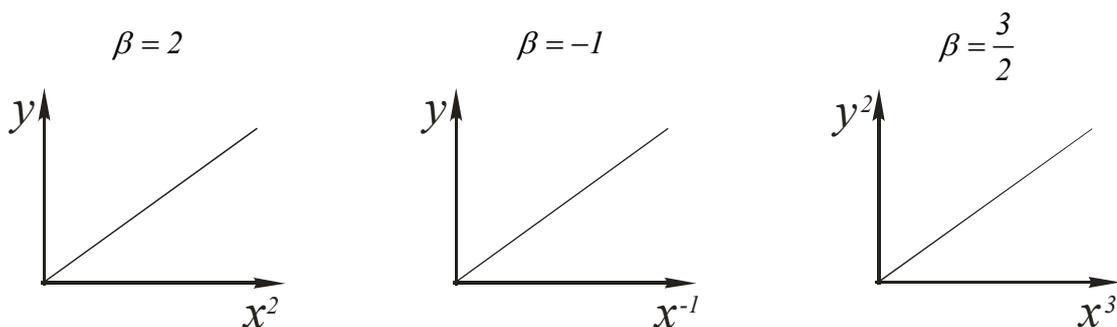


Рис. 2. Графические отображения математической зависимости $y = Ax^\beta$ для различных значений β

МЕЖДУНАРОДНАЯ СИСТЕМА СИ

Международная система единиц физических величин СИ (*фр.* System international, SI) принята 11-й Генеральной конференцией по мерам и весам (1960 г.). В ней семь основных единиц. Три единицы — времени (секунда), длины (метр) и массы (килограмм) — определены выше. Четыре другие — это единицы силы тока (ампер), температуры (кельвин), количества вещества (моль) и силы света (кандела). Как при определении метра, так и при определении ампера численные коэффициенты введены для того, чтобы максимально приблизить применяемые в СИ единицы к широко используемым в практике, и это её сильная сторона. Предлагалось, в частности, изменить единицы времени, сделав в часе 100 мин, в минуте — 100 с и т. д.

Но даже представить трудно, что это такое — переделать все часы в мире! Платой за принятые удобства стали неприятности, возникающие, например, в теории электромагнетизма. Здесь приходится вводить электрическую и магнитную постоянные, которые иногда совершенно напрасно называют диэлектрической и магнитной проницаемостью вакуума. Электрическая индукция и напряжённость электрического поля, совпадающие в вакууме, в системе СИ имеют не только разные величины, но и разные размерности. Такая же ситуация с напряжённостью магнитного поля и магнитной индукцией (*С. Хорозов*).

5. Запись результатов

После вычисления средних значений и погрешностей полученные результаты необходимо представить в общепринятой форме. В лабораторном практикуме рекомендуется следующая схема обработки результатов.

1. Количество значащих цифр при записи результата измерений определяется относительной погрешностью ваших измерений.

Пример. Результат измерений какой-либо величины: $x = 28,674 \pm 0,706$.

Давайте оценим относительную погрешность нашего результата:

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_{cp}} 100\% = \frac{0,706}{28,674} 100\% = 0,025 \times 100\% = 2,5\% .$$

Полученный результат означает, что погрешность составляет сотые доли нашего результата. Тем самым, трех значащих цифр достаточно для записи среднего значения. При записи абсолютной погрешности измерений последней должна указываться цифра того десятичного разряда, который использован при указании среднего значения. Поэтому окончательный результат запишем так:

$$x = 28,7 \pm 0,7.$$

2. Среднее значение измеряемой величины должно быть записано в стандартном виде – от 1 до 10.

Пример. Результат измерений какой-либо величины : $x = 28,7 \pm 0,7$.

Следует записать: $x = (2,87 \pm 0,07) \cdot 10$.

3. Обязательно указать размерность измеренной величины.

Пример. $x = (2,87 \pm 0,07) \cdot 10$ см.

- Алло! Это приёмная комиссия физфака?
- Нет. Какой номер вы набираете?
- 123-45-67.
- Вас неправильно соединили. Это 123-45-68, и здесь дискотека.
- Подумать только! Ошибка в седьмом знаке, а какой эффект...

6. Отчет о выполнении лабораторной работы

Отчет завершает лабораторную работу в нем и обобщаются результаты всех предыдущих этапов ее выполнения. Поэтому в нем обязательно должны быть указаны:

- 1) название работы;
- 2) цели и задачи работы;
- 3) схема или рисунок экспериментальной установки;
- 4) методика эксперимента;
- 5) заполненные таблицы результатов измерений;
- 6) математическая обработка результатов измерений;
- 7) анализ полученных результатов и выводы.

Первые пять пунктов отчета представляют собой сведения, которые должны быть изложены в конспекте. Поэтому конспект является началом отчета.

Математическая обработка результатов измерений. Используя схему, изложенную в Приложении 2, проводят вычисления результатов измерений и их погрешностей.

Анализ полученных результатов и выводы. Завершают отчет анализ результатов и выводы. В этом пункте полученные результаты сравнивают с табличными значениями, оценивают имеющиеся расхождения, дают объяснения экспериментально обнаруженным фактам и зарегистрированным зависимостям.

Лабораторные работы

1. Определение плотности твердого тела

Цель работы: приобретение практических навыков работы с измерительными приборами и овладение методикой обработки результатов прямых и косвенных измерений физических величин.

Оборудование

Необходимое оборудование представлено на рисунке 1:

- 1 - весы;
- 2 - штангенциркуль;
- 3 - исследуемое тело.

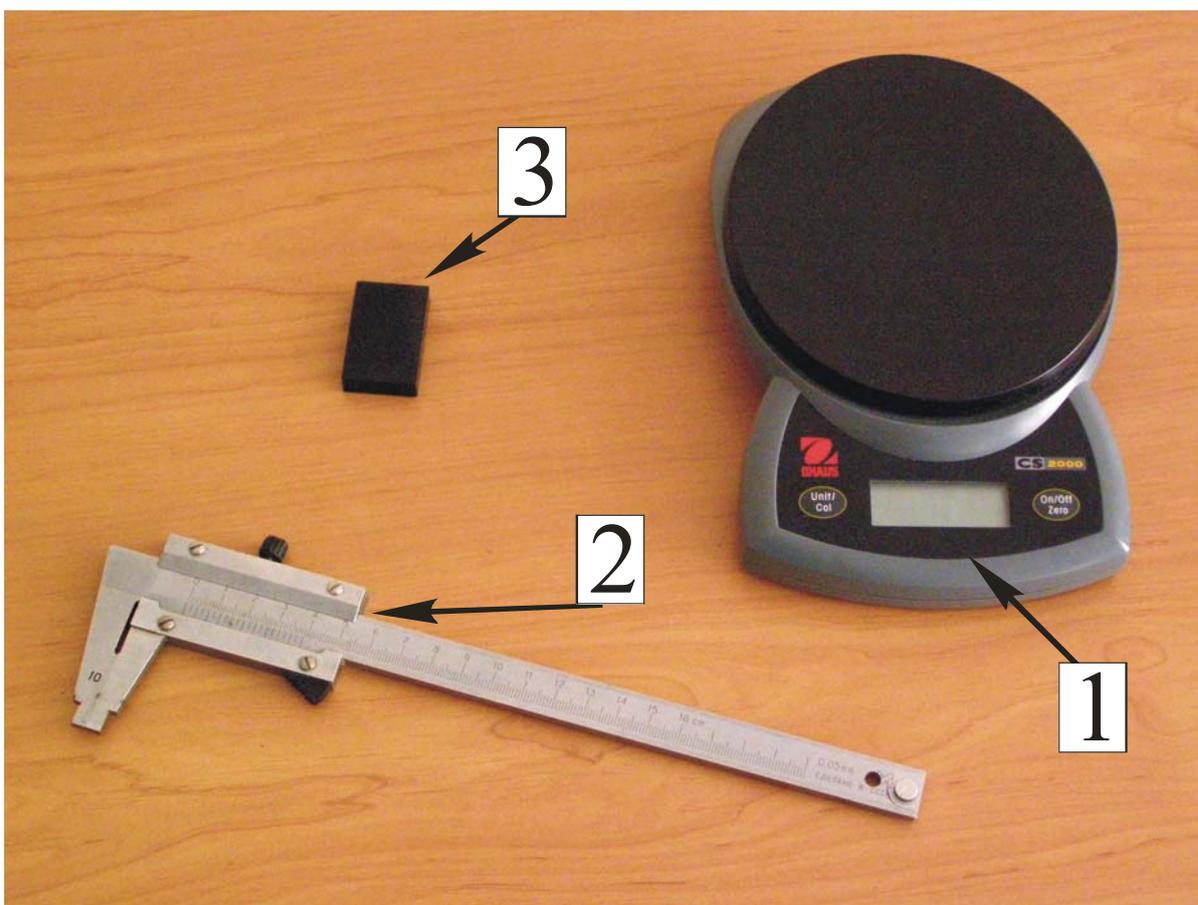


Рис. 1 Необходимое оборудование

1.1. Задание для работы

Определить плотность твердого тела.

1.2. Методика эксперимента

1.2.1. Краткие теоретические сведения

Распределение массы по объему тела можно характеризовать с помощью физической величины, называемой плотностью. Если тело однородно, то его плотность определяют по формуле

$$\rho = \frac{m}{V},$$

где m и V – масса и объем тела. Определение плотности однородного тела сводится, таким образом, к измерению массы тела и его объема. В данной работе в качестве исследуемого тела выбран брусок, объем которого равен $V = b h l$, где b – ширина бруска, h и l его высота и длина соответственно. Поэтому

$$\rho = \frac{m}{b h l}. \quad (1)$$

Масса тела определяется взвешиванием на весах. Для измерения длин можно использовать множество разнообразных приборов, обеспечивающих измерение с различной точностью. Широко применяется для измерения длин масштабная линейка, на которую нанесены сантиметровые и миллиметровые деления. Длина наименьшего деления масштабной линейки называется ценой деления. Точность измерения масштабной линейки не превышает половины цены деления, то есть $0,5$ мм. В научных и учебных лабораториях, в цехах заводов и мастерских используются более точные приборы. Среди них можно отметить штангенциркуль, позволяющий проводить измерения с точностью до $0,05$ мм. Этот прибор снабжен специальным приспособлением – нониусом, который позволяет значительно повысить точность измерения.

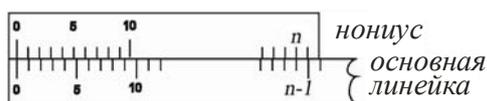


Рис. 2. Шкалы измерительного прибора

Линейный нониус, применяемый в штангенциркулях, представляет собой небольшую линейку, скользящую вдоль масштабной линейки – шкалы прибора. Длина всех n делений нониуса выбирается равной $(n-1)$ делений шкалы прибора.

Если совместить нулевые метки нониуса и шкалы, то n -я метка нониуса совпадает с $(n-1)$ -й меткой шкалы прибора (рис. 2). Обозначим через I_w цену деления шкалы прибора и через I_n – цену деления шкалы нониуса. Между ними, очевидно, имеется следующее соотношение

$$n I_n = (n-1) I_w,$$

откуда разность между ценой деления шкалы прибора и ценой деления шкалы нониуса равна

$$I_w - I_n = \frac{I_w}{n}. \quad (2)$$

Иначе говоря, длина деления нониуса короче длины деления шкалы на $\frac{I_w}{n}$. Величина

$\frac{I_w}{n}$ называется точностью нониуса, то есть точность нониуса – это отношение цены деления масштабной линейки прибора к числу делений нониуса.

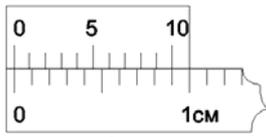


Рис. 3. Пример

Пример. На рис. 3 цена деления шкалы прибора 1 мм , а шкала нониуса имеет 10 делений. Следовательно, точность нониуса

$$\frac{1}{10} = 0,1\text{ мм}.$$

Рассмотрим, как нониус можно использовать для измерения размеров на конкретном примере (рис. 4). Пусть длина измеряемой детали оказалась больше, чем 9 миллиметров по основной шкале, но меньше чем 10 мм, таким образом, число целых миллиметров в длине детали $y = 9$. Как измерить остаток x ? Приложим к концу детали нониус, тогда окажется, что некоторое деление нониуса лучше остальных совпадает с каким-либо делением основной шкалы. На рисунке это восьмое деление нониуса. Очевидно, что $x = b - a$. Но отрезок b складывается из восьми делений шкалы, а отрезок a из восьми делений нониуса. Поскольку каждое деление нониуса короче деления шкалы на $0,1\text{ мм}$, то отрезок $x = 8 \cdot 0,1 = 0,8\text{ мм}$. Таким образом, общая длина детали равна $x + y = 9 + 0,8 = 9,8\text{ мм}$.

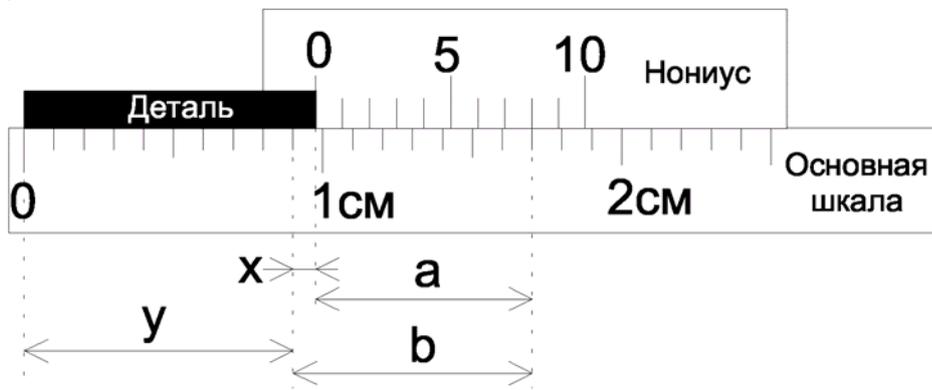


Рис. 4. Измерение размеров

Для укрупнения шкалы нониуса изготавливают нониусы, у которых $2n$ делений совпадают с $(2n-1)$ делениями шкалы прибора. Но и в этом случае точность нониуса определяется по формуле (2). Аналогичным образом можно построить не только линейные нониусы, но и угловые. Нониусами, кроме штангенциркулей, снабжаются теодолиты, гониометры и многие другие приборы.

Штангенциркуль. Штангенциркуль состоит из миллиметровой линейки M - основной шкалы прибора, жестко связанной с ножкой A (рис. 5). По линейке скользит рамка с другой ножкой B . В рамке сделано окошко, по внутреннему краю которого нанесена шкала нониуса N . При соприкосновении ножек штангенциркуля нули обеих шкал совпадают. В различных моделях штангенциркулей могут быть дополнительные приспособления, например фиксатор C и ножки F, G , предназначенные для измерения внутренних размеров выемок в деталях и т.п.

Измерение линейных величин штангенциркулем. Измеряемый предмет вводят между ножками AB , которые сдвигают до соприкосновения с предметом. Затем закрепляют подвижную ножку зажимом C и производят отсчет. Число целых миллиметров отсчитывается непосредственно по шкале прибора до нулевой метки нониуса, а число долей миллиметра - по нониусу. Для этого находится деление нониуса, совпадающее с каким-нибудь делением основной шкалы прибора. Допустим, m -е деление нониуса совпадает с каким-либо делением шкалы. Умножают точность нониуса на номер этого m -го деления нониуса. Это и будут доли миллиметра. Общая длина детали AB равна

$$AB = NI_{\text{ш}} - m \frac{I_{\text{ш}}}{n}, \quad (3)$$

где N - число делений по шкале прибора до нулевого штриха нониуса; m - номер деления нониуса, совпадающий с любым делением шкалы.

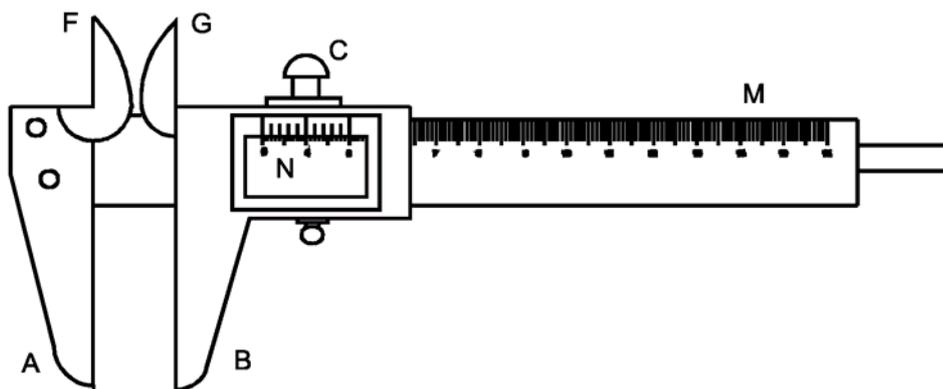


Рис. 5. Штангенциркуль

Одной из основных проблем, которые приходится решать при совершении измерений, является проблема учета систематических ошибок. Систематические ошибки бывают разных типов.

К одному из них относится *погрешность измерительного прибора*. Абсолютная погрешность прибора равна половине цены его деления.

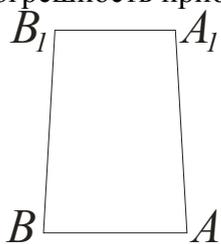


Рис. 6. Тело неправильно формы

К другому типу систематических ошибок принадлежат *ошибки, обусловленные свойствами измеряемого объекта*. Поясним это на примере измерения ширины бруска, который мы считаем параллелепипедом, но имеющим в действительности другую форму (рис. 6). Если измерять ширину AB , то мы получим большее значение, чем при измерении ширины A_1B_1 . Проведя ряд таких измерений и взяв среднее из полученных значений, можно получить число, лучше характеризующее ширину бруска, но если измерять только один раз ширину и

считать брусок параллелепипедом, то вычисленная по этим измерениям плотность будет содержать систематическую ошибку, определяемую степенью несовпадения геометрической формы бруска параллелепипеду.

Таким образом, систематическая ошибка, связанная со свойствами измеряемого объекта, часто может быть переведена в случайную. В нашем примере для этого нужно измерить ширину бруска в разных его точках и взять среднее. Такой перевод систематических ошибок в случайные оказывается полезным, так как позволяет улучшить точность получаемых результатов.

В зависимости от типа систематических ошибок расчет абсолютной ошибки косвенно измеряемой величины производится по разным схемам (см. Приложение 2).

1.2.2. План проведения работы

I. Определить плотность твердого тела однократным измерением массы, длины, ширины и высоты бруска

1. С помощью весов определите массу m исследуемого тела – бруска.
2. Штангенциркулем однократно измерьте ширину b , длину l и высоту бруска h .
3. По формуле (1) вычислите плотность вещества, из которого изготовлен брусок. Оцените точность измерения.

II. Определить плотность твердого тела многократным измерением ширины бруска

1. Штангенциркулем в пяти местах бруска измерьте ширину b .
2. По формуле (1) вычислите плотность вещества, из которого изготовлен брусок. Оцените точность измерения.

1.3. Пример обработки результатов измерений

I. Определить плотность твердого тела измерением массы, длины, ширины и высоты бруска

$$\rho = \frac{m}{b h l}, \quad \rho = f(m, b, h, l).$$

1. Обработка результатов прямых измерений.

$$m: \quad m = (3,65 \pm 0,005) \cdot 10^{-1} \text{ кг.}$$

$$h: \quad h = (2,04 \pm 0,005) \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

$$l: \quad l = (6,24 \pm 0,005) \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

$$b: \quad b = (4,11 \pm 0,005) \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

2. Среднее значение: $\rho_{cp} = 6,98 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

3. Ошибка измерений:

– абсолютная ошибка:

$$\Delta\rho = \frac{l}{b h l} \Delta m + \frac{m}{b^2 h l} \Delta b + \frac{m}{b h^2 l} \Delta h + \frac{m}{b h l^2} \Delta l = 0,41 \cdot 10^2 \text{ кг/м}^3;$$

– относительная ошибка: $\varepsilon = \left(\frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta l}{l} \right) = 0,6\%$;

4. Результат измерений: $\rho = (6,98 \pm 0,04) \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

II. Определить плотность твердого тела многократным измерением ширины бруска

$$\rho = \frac{m}{b h l}, \quad \rho = f(m, b, h, l).$$

1. Обработка результатов прямых измерений.

$$m: \quad m = (3,65 \pm 0,005) \cdot 10^{-1} \text{ кг.}$$

$$h: \quad h = (2,04 \pm 0,005) \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

$$l: \quad l = (6,24 \pm 0,005) \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

b: а) ширина бруска

Таблица 1

№	$b \cdot 10^{-2}, \text{ м}$	$ b_{cp} - b_i \cdot 10^{-2}, \text{ м}$
1	4,11	0,012
2	4,11	0,012
3	4,09	0,008
4	4,10	0,002
5	4,08	0,018

б) Среднее значение: $b_{cp} = 4,098 \cdot 10^{-2} \text{ м}$;

в) Средне квадратичное отклонение: $\sigma = 6 \cdot 10^{-5} \text{ м}$;

г) Ошибка измерений:

– случайная ошибка: $\Delta_{cl} = 12,6 \cdot 10^{-5} \text{ м}$;

– ошибка прибора: $\Delta_{np} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ м}$;

– абсолютная ошибка: $\Delta b = 13 \cdot 10^{-5} \text{ м}$;

– относительная ошибка: $\varepsilon = 0,3\%$;

д) Результат измерений: $b = (4,098 \pm 0,013) \cdot 10^{-2} \text{ м}$.

2. Среднее значение: $\rho_{cp} = 6,98 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

3. Средне квадратичное отклонение:

$$\sigma_{\rho} = \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial m} \Delta m\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial b} \Delta b\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial h} \Delta h\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial l} \Delta l\right)^2} = 0,21 \cdot 10^2 \text{ кг/м}^3;$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial m} \Delta m = \frac{1}{b h l} \Delta m = 0,0950 \cdot 10^2 \text{ кг/м}^3;$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial b} \Delta b = -\frac{m}{b^2 h l} \Delta b = -0,0848 \cdot 10^2 \text{ кг/м}^3;$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial h} \Delta h = -\frac{m}{b h^2 l} \Delta h = -0,170 \cdot 10^2 \text{ кг/м}^3;$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial l} \Delta l = -\frac{m}{b h l^2} \Delta l = -0,0558 \cdot 10^2 \text{ кг/м}^3.$$

4. Ошибка измерений:

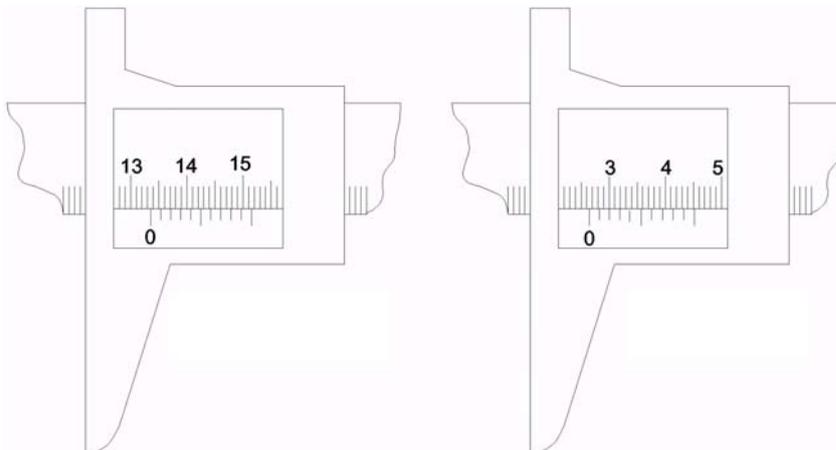
– абсолютная ошибка: $\Delta \rho = 0,64 \cdot 10^2 \text{ кг/м}^3$;

– относительная ошибка: $\varepsilon = 1\%$.

5. Результат измерений: $\rho = (6,98 \pm 0,06) \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

1.4. Контрольные вопросы

- 1 Какие приборы для измерения длин и расстояний вы знаете?
- 2 Что такое цена деления прибора?
- 3 Что такое точность нониуса?
- 4 Какими способами можно повысить точность измерений длин?
- 5 Снимите показания со шкалы штангенциркуля.



- 6 В чем основные различия прямого и косвенного измерений?

1.5. Список рекомендуемой литературы

- 1 Гольдин Л.Л. Лабораторные занятия по физике. М: Наука, 1983. 704 с. §§ 1-7.

ИЗМЕРЕНИЕ ВРЕМЕНИ

Важной характеристикой атомных ядер и элементарных частиц является время жизни. Объекты микромира не знают своей истории. Ядро урана – 238, образовавшееся несколько миллиардов лет назад и дожившее до наших времён, имеет точно такие же шансы распасться в течение от ближайших дней, как и ядро, только вчера синтезированное в лаборатории. В отличие биологических объектов «старая» элементарная частица не имеет принципиальных отличий от «юной».

Отсюда следует простой закон, описывающий распад ядер и элементарных частиц:

$$N = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}},$$

где N_0 – число частиц или ядер в момент времени $t = 0$, N — число выживших к моменту времени t , а τ — среднее время жизни данного ядра или элементарной частицы. За время t количество нестабильных объектов уменьшается в e раз ($e = 2,718$).

Когда речь идёт о распаде атомных ядер, то вместо времени жизни τ обычно используют понятие периода полураспада $T_{1/2} = \ln 2 \cdot \tau \approx 0,693\tau$. За время, равное периоду полураспада, число радиоактивных ядер уменьшается в два раза.

Если период полураспада какого-нибудь ядра составляет несколько часов, дней или месяцев, определить период полураспада в принципе нетрудно. Но, когда время жизни изотопа исчисляется миллионами и миллиардами лет, этот способ измерения непригоден, и период полураспада долгоживущих изотопов определяют, подсчитывая число распадов в единицу времени образца, содержащего известное количество ядер N . Количество ядер в образце можно найти, зная его вес, атомную массу и число Авогадро. Из закона радиоактивного распада следует, что число распадов в единицу времени равно

$$\frac{\ln 2}{T_{1/2}} N.$$

Таким способом были измерены периоды полураспада многих долгоживущих изотопов. Чувствительность метода настолько высока, что удалось измерить даже период полураспада германия – 76, оказавшийся равным $1,5 \cdot 10^{21}$ лет.

При измерении больших времён изотоп с известным периодом полураспада сам может использоваться как часы (причём такие часы в состоянии выдерживать колоссальные температуры, давления и ускорения, практически не меняя «скорости хода»). Так, урановый хронометр даёт ценнейшую информацию об истории Вселенной. Доля урана – 235 в природном уране всего 0,72 %, а более 99 % составляет уран – 238. Их периоды полураспада соответственно равны $7 \cdot 10^8$ и $4,47 \cdot 10^8$ лет. Во времена, когда шёл процесс образования тяжёлых элементов, концентрации обоих изотопов были примерно одинаковыми. Решив простое уравнение, обнаружим, что это время отделено от нашего промежутком около 5 млрд лет.

Красивый способ применяется при измерении малых времён жизни элементарных частиц. Если нестабильная частица прожила время t и двигалась со скоростью v , много меньшей скорости света, то она пролетит до распада расстояние, равное vt . Измеряя скорость частиц и расстояние, которое каждая из них пролетела до точки распада, и усредняя эти величины, можно найти среднее время жизни частиц данного вида. В 1985 г. физикам, работавшим на ускорителе заряженных частиц в Женеве, удалось по длине пробега установить время жизни π^0 (пи-нуль) мезона, оказавшееся равным $0,9 \cdot 10^{-16}$ с. Средняя скорость мезонов, с которыми имели дело экспериментаторы, составляла 0,9999998 от скорости света в вакууме. Время в системе отсчёта, связанной с такими пи-мезонами, текло за счёт релятивистского эффекта примерно в 1800 раз медленнее, чем в лабораторной системе. Если бы не эффект замедления времени в движущейся системе отсчёта, исследуемые частицы за время жизни пролетали бы расстояние около $3 \cdot 10^{-5}$ мм (С. Хорозов).

2. Определение ускорения свободного падения методом обратного маятника

Цель работы: усвоение знаний по разделу «Гармонические колебания», приобретение практических навыков определения ускорения свободного падения.

Оборудование

Общий вид экспериментальной установки представлен на рисунке 1. Основными элементами установки являются:

- 1 - металлический стержень;
- 2 - штативные стержни;
- 3 - опорные втулки;
- 4 - счётчик времени;
- 5 - опорные призмы.

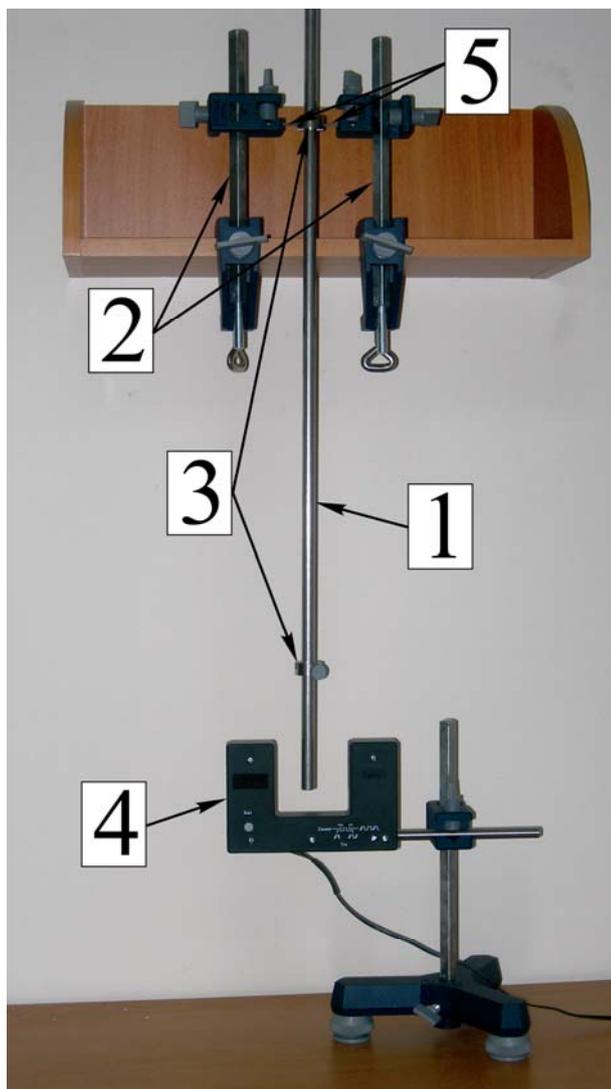


Рис. 1. Общий вид установки

2.1. Задание для работы

1. Собрать оборотный маятник.
2. Экспериментально определить ускорение свободного падения.

2.2. Методика эксперимента

2.2.1. Краткие теоретические сведения

Измерения ускорения свободного падения g выполняются с помощью косвенных методов. Один из них основан на использовании формулы для периода T колебаний математического маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l_0}{g}}, \quad (1)$$

где l_0 - длина маятника. *Математический маятник* – это идеализированная система, состоящая из материальной точки массой m , подвешенной на нерастяжимой невесомой нити (рис. 2). Измерив длину l_0 и период колебаний T , можно вычислить g .

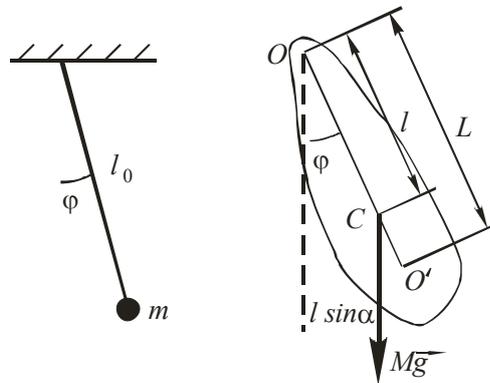


Рис. 2. Математический и физический маятники

Однако практически математический маятник создать невозможно, и любой маятник является физическим. *Физическим маятником* называется твёрдое тело, которое может совершать колебания вокруг неподвижной горизонтальной оси проводящей через точку подвеса $O - OZ$ (рис. 2).

Движение маятника описывается уравнением динамики вращательного движения твёрдого тела:

$$\vec{M} = I \frac{d^2 \vec{\varphi}}{dt^2}, \quad (2)$$

где \vec{M} – результирующий вращательный момент, I – момент инерции физического маятника относительно оси вращения, $\vec{\varphi}$ – угол отклонения маятника от положения равновесия.

Силой, вызывающей вращение маятника, является сила тяжести $m\vec{g}$ (рис. 2), поэтому $\vec{M} = [\vec{r} m\vec{g}]$. Пусть центр тяжести – точка C – расположена на расстоянии l от оси вращения, тогда

$$M_z = -mg \sin \varphi l. \quad (3)$$

Уравнение (2) в проекции на ось OZ имеет вид

$$I \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -mgl \sin \varphi, \quad (4)$$

Если отклонения маятника от вертикали при колебаниях не превышают 7° , $\sin\varphi$ отличается от угла φ , измеренного в радианах, менее чем на 0,5%. Значит, уравнение (4) для малых колебаний маятника можно упростить, заменив в нем $\sin\varphi$ на φ . Сделав такое упрощение, можно прийти к уравнению гармонических колебаний:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{mgl}{I}\varphi = 0.$$

Обозначая $\frac{mgl}{I} = \omega^2$, получим

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega^2\varphi = 0. \quad (5)$$

Уравнение (5) имеет решение в виде $\varphi = \varphi_0 \cos(\omega t + \alpha_0)$, где φ_0 – амплитуда колебаний, ω – частота колебаний, α_0 – начальная фаза колебаний. Период колебаний маятника равен

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}}. \quad (6)$$

Здесь I – момент инерции маятника относительно оси вращения, m – его масса, l – расстояние от центра масс до оси вращения. Сравнив эту формулу с формулой периода колебаний математического маятника (1), можно заметить, что физический маятник совершает колебания с тем же периодом, с которым колебался бы математический маятник длиной $L = \frac{I}{ml}$. Эта величина называется *приведенной длиной маятника*.

Массу маятника и период его колебаний можно измерить с очень большой точностью, но точно измерить момент инерции не удастся. Указанного недостатка лишен метод оборотного маятника (метод Бесселя), который позволяет исключить момент инерции из расчетной формулы для определения ускорения свободного падения g .

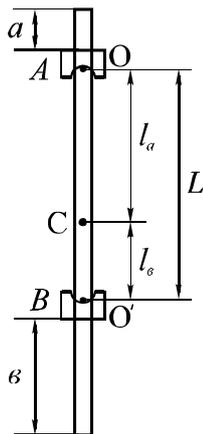


Рис. 3. Оборотный маятник

Метод оборотного маятника основан на том, что период колебаний физического маятника не изменяется при перемещении оси подвеса в центр качаний O' . *Центром качаний O'* называется точка, лежащая на прямой соединяющей точку подвеса с центром масс маятника, и отстоящая от оси подвеса на расстоянии приведенной длины L (рис. 2). В данной работе физический маятник представляет собой стержень, вдоль которого могут перемещаться и закрепляться опорные втулки A и B (рис. 3). Маятник качается вокруг горизонтальных осей, проходящих через эти втулки.

Будем менять период колебания маятника, двигая втулку B (рис. 3). Допустим, что нам удалось найти такое положение втулки B , при котором периоды колебаний маятника T_A и T_B относительно

осей O и O' совпадают, то есть

$$T_A = T_B = T = 2\pi\sqrt{\frac{I_A}{mgl_A}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_B}{mgl_B}}. \quad (7)$$

Условием этого является равенство приведенных длин, то есть равенство величин $\frac{I_A}{ml_A}$ и $\frac{I_B}{ml_B}$. По теореме Гюйгенса-Штейнера

$$I_A = I_c + ml_A^2, I_B = I_c + ml_B^2, \quad (8)$$

где I_c – момент инерции маятника относительно оси, проходящей через центр масс C тела и параллельно оси качаний. Исключая из (7) и (8) I_c , получим формулу для определения g :

$$g = \frac{4\pi^2}{T^2} (l_A + l_B) = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}. \quad (9)$$

Здесь $L = l_A + l_B$ – расстояние между втулками A и B , которое легко может быть измерено с большой точностью.

2.2.2. План проведения работы

I. Собрать оборотный маятник

1. Поместите втулки A и B на расстояниях $a = 5 \div 8$ см, $b = (a + l)$ см от соответствующих концов стержня (рис. 3). В дальнейшем положение втулки A на протяжении всего эксперимента не менять.
2. На счётчике времени переключатель «Count» поставьте в крайнее правое положение.
3. Установите маятник на опорные призмы за втулку A . При этом маятник должен висеть вертикально.
4. Выполните условие возникновения гармонических колебаний, отклонив маятник от положения равновесия на угол $\varphi \approx 7^\circ$. Для светового барьера выберите режим $\lrcorner \sqcap \lrcorner \sqcap \lrcorner \sqcap \lrcorner$. Нажатием на кнопку «Set» счётчика времени обнулите дисплей светового барьера. Отпустите маятник и снимите показания прибора (период колебаний T_A).
5. Переверните маятник, повесив за втулку B , и определите период колебаний T_B . Результаты измерений запишите в Таблицу 1.

Таблица 1

$b, \text{ см}$	$T_A, \text{ с}$	$T_B, \text{ с}$

6. Передвигая втулку B на ≈ 5 мм к центру маятника, вновь определите периоды T_A и T_B .
7. Многократно повторяя пункт 6, добейтесь такого положения втулки B , при котором $T_A \approx T_B$.
8. На одном графике постройте зависимость T_A и T_B от положения втулки B . По графику определите положение второй втулки b_1 , при котором $T_A = T_B$.

II. Экспериментально определить ускорение свободного падения.

1. Поместите втулку B на расстояние b_1 . Измерьте расстояние между двумя втулками L (приведенную длину физического маятника).
2. Определите период колебаний T оборотного маятника по 5 раз на каждой втулке. Результаты измерений запишите в Таблицу 2.

Таблица 2

N_0	$T, \text{ с}$

- Используя формулу (9), вычислите g и оцените точность измерений. Проанализируйте полученный результат.

2.3. Контрольные вопросы

- Дайте определения математического и физического маятников.
- Выведите формулы периодов гармонических колебаний для математического, физического и пружинного маятников.
- Дайте определения приведенной длины и центра качаний.
- Сформулируйте теорему Гюйгенса-Штейнера.

2.4. Список рекомендуемой литературы

- Савельев И.В. Курс общей физики: Учеб. пособие для вузов: В 5 кн. Кн.1. Механика. М.: Астрель: АСТ, 2001. § 53 - 54.
- Общий курс физики : Учеб. пособие для вузов рек. МО РФ: В 3 т. Т.1. Механика / Д.В. Сивухин . - 4-е изд., стер. - М.: Физматлит; МФТИ, 2005. § 40-41.
- Стрелков С.П. Механика: Учеб. пособие для ун-тов. М.: Наука, 1975. § 123- 124.
- Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 2002. § 141 - 142.

КАК ФИЗИКИ ПОЗНАЮТ: ОТ ЭКСПЕРИМЕНТА К ТЕОРИИ

С чего начинается работа физика? Проводя опыт (эксперимент), физик как бы вопрошает природу. А для того чтобы её ответ был ясным и чётким, требуется особое искусство: вопрос природе нужно задавать так, чтобы исключить различные толкования ответа, т. е. он должен быть однозначным и доказательным. Этот ответ природа даёт в виде показаний приборов. В прошлом приборы были простыми. Считалось, что тот, кто не способен собрать нужный ему прибор из подручных материалов, имеющихся в любой лаборатории, — стеклянных трубок, обрезков резиновых шлангов, палочек, сургуча и т. п., — не достоин звания физика. Со временем вопросы, которые физики задавали природе, стали более изощрёнными, касались всё более тонких и сложных явлений, и приборы соответственно стали сложнее. Если есть возможность, эксперимент повторяют: воспроизводимость результатов — веский аргумент в пользу правильности полученных данных, позволяющий исключить случайную ошибку. В итоге у физиков скапливается целый ворох чисел, кривых, видеоматериалов и т. п., характеризующих исследуемое явление. Экспериментаторы с поистине пчелиным трудолюбием начинают разбираться в пугающем своим объёмом массиве полученных данных. В таком «сыром виде» информация труднообозрима, и работать с ней неудобно. Её необходимо сжать, придав вид той или иной зависимости или записав в виде уравнения.

Вывод уравнения всегда большая удача исследователя, но это не финал, а лишь новый шаг на долгом пути от первичных экспериментальных данных к ответу на вопрос, поставленный природе. Первый вариант уравнения напоминает только что вылупившегося птенца: оно не радует взгляд ценителя математической красоты. Тем не менее, оно уже содержит в сжатом виде драгоценную информацию, прежде затерянную, как иголка в стоге сена, во множестве экспериментальных данных. Вряд ли найдётся хотя бы один физик, который стал бы отрицать изящество уравнений Максвелла. Но в первоначальном виде они были далеко не так красивы. Лишь Генрих Герц и его последователи довели уравнения Максвелла до совершенства. Далее уравнения нужно решать. Исследователи обращаются за помощью к математике, накопившей в своём арсенале немало мощных методов решения различных типов уравнений. Существует целый раздел математики — математическая физика, — который занимается только разработкой и усовершенствованием методов решения задач (в частности, уравнений), возникающих в физике.

Наконец, наступает счастливый финал: выведенное уравнение удалось решить. Раньше под решением уравнения понимали получение аналитического решения, т. е. формулы. Теперь в связи с широким распространением компьютеров под решением уравнения понимают численный результат, представляемый в виде таблицы или графика на дисплее компьютера. На этом этапе физика не может заменить даже самый искусный математик: полученное решение необходимо истолковать, интерпретировать, выяснить его физический смысл. Иными словами, происходит важнейший процесс перехода от формальной (функциональной) зависимости к содержательному описанию изучаемого явления.

Однако уравнение и его решение — ещё не окончательный итог поисков. В уравнении речь идёт о функциональной зависимости, отвечающей на вопрос «как?», а не о причинной зависимости, отвечающей на вопрос «почему?» («с помощью какого механизма?»). Пример функциональной зависимости — выведенный Ньютоном закон всемирного тяготения. Отвечая на вопрос о том, как тела притягивают друг друга, этот закон умалчивает о природе гравитации. Когда Ричард Бентли спросил Ньютона в письме, что же такое тяготение, тот ответил, что у него есть кое-какие догадки на этот счёт, но достоверно ответ ему неизвестен. Природа тяготения неясна и поныне.

Достигнув определённого уровня понимания исследуемого явления, физик делает следующий шаг — пытается построить его модель. Модели бывают разные. Если необходимо воспроизвести какие-нибудь физические, химические, биологические; или геометрические свойства исследуемого предмета, явления, то модель называется предметной. К их числу относятся, например, аналоговые модели, при построении которых используют одинаковость математических зависимостей или уравнений, описывающих исследуемое явление и его аналог. На раннем этапе развития вычислительных машин аналоговые модели широко применялись при расчёте различных физических процессов.

Наибольшее значение в физике приобрели так называемые математические модели. Как правило, это дифференциальные уравнения, описывающие исследуемое явление. Математическая (как и всякая другая) модель — не точный портрет, воспроизводящий исследуемое явление в мельчайших подробностях, а скорее, его карикатура, на которой одни свойства преувеличены для лучшей узнаваемости, а другие — стёрты. Тем не менее, хорошая модель, по выражению одного из основателей кибернетики — Эшби, может быть «умнее своего создателя», т. е. описывать не только те свойства, которые имел в виду её автор, но и другие, иногда совершенно неожиданно для него. Производя над математической моделью численный или компьютерный эксперимент, физики познают исследуемое явление. В конце XX в. компьютерное моделирование получило широкое распространение, но когда-то оно было сенсацией.

Следующий шаг — создание теории явления, которая не только подводит итог всему уже сделанному, но и рисует перспективы для дальнейшего исследования. Основой, или фундаментом, теории служат опытные данные. Ярусом выше располагаются гипотезы, допущения и аксиомы, общие законы — «строительный материал» моделей, образующих следующий уровень. Правила логического вывода служат своего рода лестницами, соединяющими различные ярусы. В верхнем ярусе располагаются утверждения, выводимые из всего, что лежит ниже.

Результаты физической теории передаются в какой-то момент инженерам, которые воплощают их в новые технические приборы, инструменты, позволяющие задавать новые вопросы природе. Цикл повторяется сначала, но не по замкнутому кругу, а по развёртывающейся — с каждым разом всё шире — спирали. Процесс познания бесконечен (Ю. Данилов).

3. Изучение законов равноускоренного движения при помощи машины Атвуда

Цель работы: усвоение знаний по разделам «Кинематика материальной точки» и «Второй закон Ньютона», приобретение практических навыков определения скорости и ускорения материальной точки.

Оборудование

Общий вид экспериментальной установки представлен на рисунке 1. Основными элементами установки являются:

- 1 - машина Атвуда, основными элементами которой являются штатив, блок и платформы для грузов;
- 2 - устройство СобгаЗ, служащее для преобразования сигналов поступающих от датчиков блока в цифровой вид;
- 3 - набор грузов.

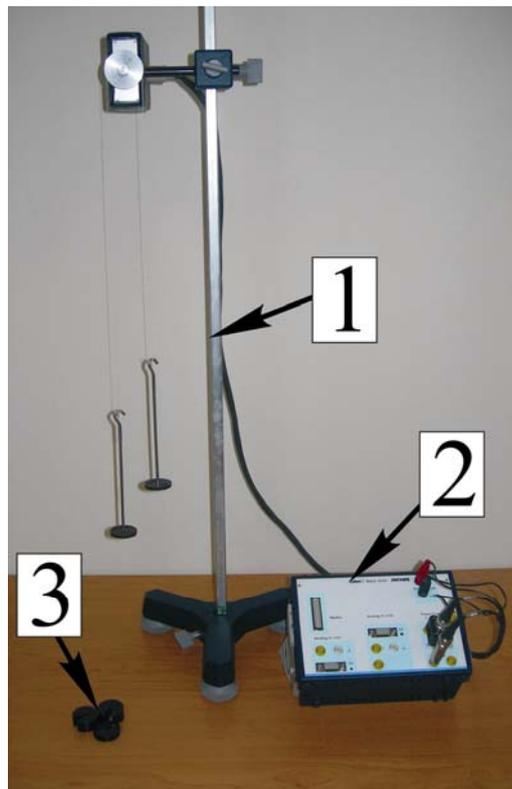


Рис. 1. Общий вид установки

3.1. Задание для работы

1. Проверить закон изменения скорости при прямолинейном равноускоренном движении.
2. Проверить второй закон Ньютона.

3.2. Методика эксперимента

3.2.1. Краткие теоретические сведения

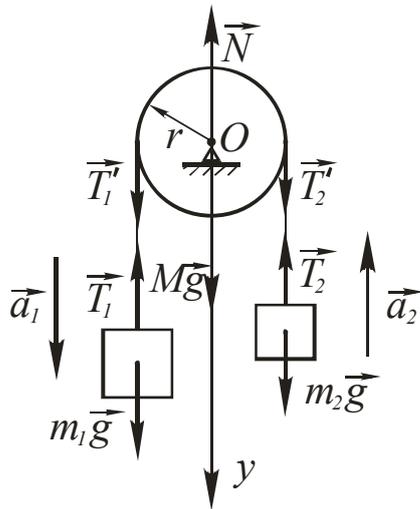


Рис 2. Движение грузов на машине Атвуда

Машина Атвуда (рис. 2) предназначена для исследования закона движения тел в поле земного тяготения. Она позволяет моделировать равноускоренное движение с заданным ускорением в диапазоне от $a = 0$ до $a = g$. Рассмотрим два груза массами m_1 и m_2 , связанные невесомой нерастяжимой нитью перекинутой через блок массой M и моментом инерции I . Если $m_1 \neq m_2$ (например $m_1 > m_2$), то система начинает движение. Выясним характер движения.

Запишем второй закон Ньютона для грузов и закон вращательного движения для блока:

$$\begin{cases} m_1 \vec{a}_1 = \vec{T}_1 + m_1 \vec{g} \\ m_2 \vec{a}_2 = \vec{T}_2 + m_2 \vec{g} \\ I \vec{\varepsilon} = \vec{M}_N + \vec{M}_{T_1'} + \vec{M}_{T_2'} + \vec{M}_{Mg} + \vec{M}_{mp}, \end{cases} \quad (1)$$

где \vec{T}_1, \vec{T}_2 – силы натяжения нити, действующие на грузы m_1 и m_2 ; \vec{a}_1, \vec{a}_2 – их ускорения; \vec{T}_1', \vec{T}_2' – силы натяжения нитей, действующие на блок; $\vec{M}_{mp}, \vec{M}_N, \vec{M}_{T_1'}, \vec{M}_{T_2'}$ и \vec{M}_{Mg} – моменты силы трения в оси блока, силы реакции опоры, сил натяжения и силы тяжести, действующие на блок; $\vec{\varepsilon}$ – угловое ускорение блока. Законы движения тел m_1 и m_2 в проекциях на ось OY примут вид

$$\begin{cases} m_1 a_1 = -T_1 + m_1 g \\ -m_2 a_2 = -T_2 + m_2 g \end{cases}, \quad (2)$$

а закон движения для блока относительно неподвижной оси вращения имеет вид

$$I \varepsilon = T_1' r - T_2' r - M_{mp}. \quad (3)$$

Из условия нерастяжимости нити следует, что

$$a_1 = a_2 = a. \quad (4)$$

Из условия невесомости нити следует, что

$$T_1' = T_1 \text{ и } T_2' = T_2. \quad (5)$$

Решение уравнений (2), (3), (4) и (5) дает

$$a = \frac{g(m_1 - m_2) - \frac{M_{mp}}{r}}{m_1 + m_2 + \frac{I}{r^2}}. \quad (6)$$

В правой части этого выражения все величины постоянны. Следовательно, и ускорение a является постоянной величиной, а движение грузов прямолинейным равноускоренным.

1. Проверка закона изменения скорости при прямолинейном равноускоренном движении

Для проверки закона изменения скорости при прямолинейном равноускоренном движении определим скорость тела v в некоторый момент времени t^* двумя способами:

- по закону изменения скорости – $v_{расч}$ (аналитически полученная скорость);
- по графику зависимости скорости от времени $v(t)$ – $v_{экп}$ (экспериментально полученная скорость).

Рассмотрим каждый способ.

Определение скорости тела v по закону изменения скорости при прямолинейном равноускоренном движении

Уравнения прямолинейного равноускоренного движения грузов имеют вид

$$\begin{cases} \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2} \\ \vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a} t \end{cases} \quad (7)$$

Для груза массой m_1 , проецируя все векторы, входящие в уравнение (7) на ось OY , получим два скалярных уравнения:

$$\begin{cases} y = v_0 t + \frac{a t^2}{2} \\ v_y = v_0 + a t \end{cases}$$

(тело отсчета выберем так, чтобы начальная координата была равна нулю). Для определения мгновенной скорости необходимо знать начальную скорость и ускорение.

Для определения v_0 и a зафиксируем положение груза в произвольные два момента времени t_1 и t_2

$$\begin{cases} S_1 = v_0 t_1 + \frac{a t_1^2}{2} \\ S_2 = v_0 t_2 + \frac{a t_2^2}{2} \end{cases}.$$

Решая данную систему уравнений, получим:

$$a = \frac{2(S_2 t_1 - S_1 t_2)}{t_1 t_2 (t_2 - t_1)}, \quad v_0 = \frac{S_1 t_2^2 + S_2 t_1^2}{t_1 t_2 (t_1 - t_2)}. \quad (8)$$

Зная начальную скорость v_0 и ускорение a , можно вычислить значение скорости $v_{расч}$ в любой момент времени t^* :

$$v_{расч} = v_0 + a t^*. \quad (9)$$

Определение скорости тела v по графику зависимости скорости от времени $v(t)$

Имеющаяся установка позволяет получить на экране компьютера графическую зависимость скорости движения тела от времени $v(t)$. Выбрав момент времени t^* по графику, можно определить скорость тела в этот момент $v_{экп}$.

Если экспериментально найденная скорость $v_{экп}$ попадает в доверительный интервал аналитически рассчитанной скорости $v_{расч}$, то это можно считать доказательством справедливости закона изменения скорости при прямолинейном равноускоренном движении $\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a} t$.

2. Проверка второго закона Ньютона

Если при проведении опытов на машине Атвуда на одном из грузов находится перегрузок m_0 , то масса этого груза равна $m_1 + m_0$, а второго m_2 . В этом случае величина ускорения грузов, используя выражение (6), вычисляется по формуле

$$a_1 = \frac{g(m_1 + m_0 - m_2) - \frac{M_{mp}}{r}}{m_1 + m_0 + m_2 + \frac{I}{r^2}}. \quad (10)$$

Если же перегрузок установить на второй груз, то масса первого груза равна m_1 , а второго $m_2 + m_0$ и, согласно (6), величина ускорения грузов равна

$$a_2 = \frac{g(m_1 - m_2 - m_0) - \frac{M_{mp}}{r}}{m_1 + m_2 + m_0 + \frac{I}{r^2}}. \quad (11)$$

Из (10) и (11) следует, что

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{g(m_1 + m_0 - m_2) - \frac{M_{mp}}{r}}{g(m_1 - m_2 - m_0) - \frac{M_{mp}}{r}}. \quad (12)$$

Таким образом, для теоретического определения отношения величин ускорений грузов, соответствующих двум расположениям перегрузка, необходимо знать момент силы трения M_{mp} .

Для решения этой задачи рассмотрим случай, когда тела двигаются равномерно (ускорение равно нулю). В этом случае, согласно (6), получим

$$g(m_1 - m_2) = \frac{M_{mp}}{r} \quad \text{или} \quad M_{mp} = g r m^*,$$

где $m^* = m_1 - m_2$ – масса перегрузка, необходимая для создания условий равномерного прямолинейного движения. Тогда формула для определения отношения ускорений примет вид

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_1 + m_0 - m_2 - m^*}{m_1 - m_2 - m_0 - m^*}. \quad (13)$$

Очевидно, если выполняются условия

$$m_1 + m_0 - m_2 \gg m^*$$

$$m_1 - m_2 - m_0 \gg m^*,$$

то m^* в (13) можно пренебречь. В этом случае

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_1 + m_0 - m_2}{m_1 - m_2 - m_0}. \quad (14)$$

Так как при выводе формулы (14) был использован второй закон Ньютона, то совпадение (в пределах точности измерений) экспериментальных значений правой и левой частей равенства может рассматриваться как одно из доказательств справедливости этого закона.

3.2.2. План проведения работы

1. Проверить закон изменения скорости при прямолинейном равноускоренном движении

Для проверки закона изменения скорости при прямолинейном равноускоренном движении необходимо определить скорость тела v в некоторый момент времени t^* двумя способами:

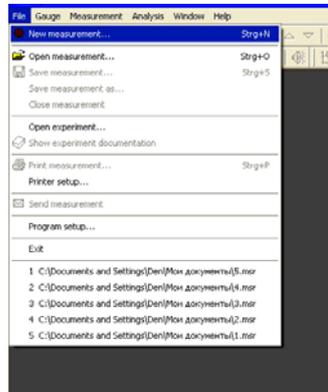
- по закону изменения скорости – $v_{расч}$ (аналитически найденная скорость);
- по графику зависимости скорости от времени $v(t)$ – $v_{экп}$ (экспериментально найденная скорость).

$v_{расч}$:

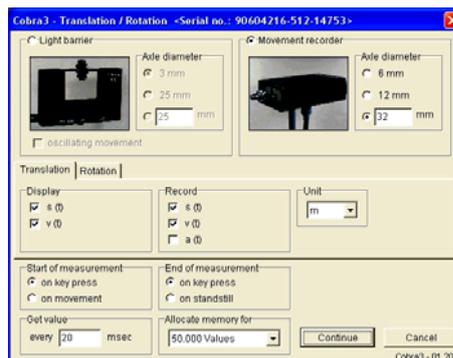
1. На левую и правую платформы машины Атвуда положите соответственно грузы $m_1 > 80 \text{ г}$, $m_2 = m_1 - 10 \text{ г}$.
2. Для запуска программы дважды щелкните левой кнопкой мышки на значок



на рабочем столе экрана компьютера. Выберите меню **File**, а в появившейся вкладке выберите из списка строку **New measurement**.

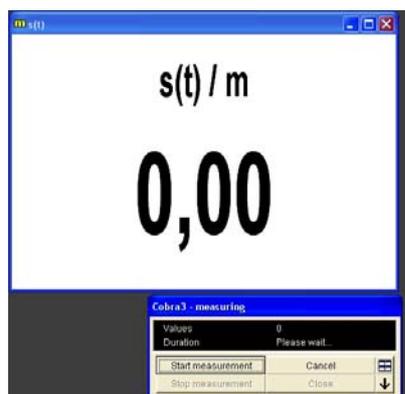


3. На экране появится диалоговое окно

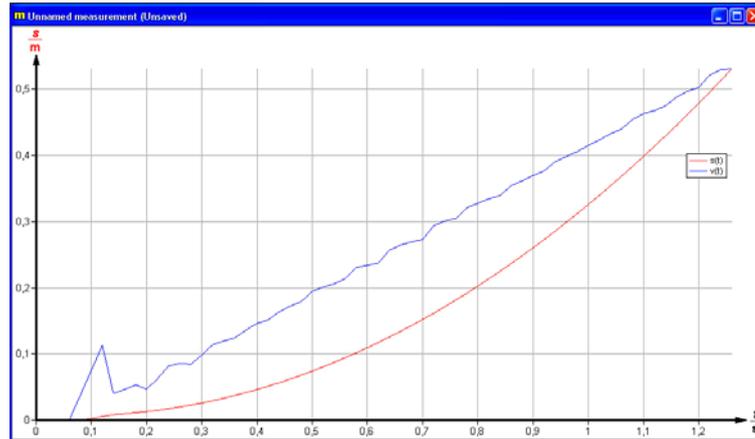


Установите все параметры как показано на рисунке и нажмите кнопку **Continue**.

4. На экране появится окно

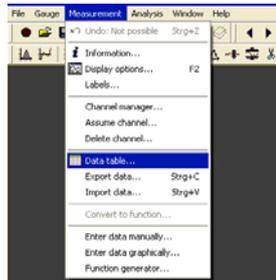


Поднимите левый груз на максимальную высоту и отпустите его. После того как система придет в движение, нажатием кнопки **Enter** начните измерения. Через некоторое время (до того как правый груз коснется стола) еще раз нажмите **Enter** для остановки измерения. На экране на одной координатной сетке появятся графики изменения координат тела (красным цветом) и его скорости со временем (синим цветом): $S(t)$, $v(t)$ соответственно.



Убедитесь, что графики плавные, в противном случае повторите измерения (пункты 2 - 4). Если не успели второй раз нажать кнопку **Enter** до окончания движения, так же повторите пункты 2 - 4.

- Для просмотра результата эксперимента в табличном виде выберите меню **Measurement**. В появившейся вкладке выберите из списка строку **Data table**.



На экране появится таблица значений координаты и скорости тела в различные моменты времени.

Time t / s	s(t) s / m	v(t) v / (m/s)
0,160	0,010	0,077
0,180	0,011	0,088
0,200	0,013	0,078
0,220	0,015	0,105
0,240	0,017	0,136
0,260	0,020	0,143
0,280	0,023	0,141
0,300	0,026	0,183
0,320	0,029	0,190
0,340	0,033	0,199
0,360	0,037	0,207
0,380	0,042	0,226
0,400	0,046	0,243
0,420	0,051	0,252
0,440	0,057	0,273
0,460	0,062	0,286
0,480	0,068	0,288
0,500	0,074	0,323
0,520	0,081	0,334
0,540	0,088	0,343
0,560	0,094	0,355
0,580	0,102	0,383
0,600	0,110	0,389
0,620	0,117	0,395
0,640	0,126	0,427
0,660	0,134	0,440

- Выберите из таблицы любые 10-12 строк (вдоль всей таблицы) и перепишите из них значения в тетрадь в Таблицу 1.

Таблица 1

t, c	$S(t), m$	$v(t), m/c$

7. Чтобы определить начальную скорость v_0 и ускорение a по формуле (8), выберите из Таблицы 1 любые два не близлежащих значения измерений: S_1, t_1, S_2, t_2 .
8. Зная начальную скорость v_0 и ускорение a , используя выражение (9), вычислите значение мгновенной скорости в выбранный вами момент времени t^* . Оцените точность измерений.

$v_{экл}$:

По Таблице 1 в выбранный вами момент времени t^* найдите значение скорости тела $v_{экл}$.

II. Проверить второй закон Ньютона

1. Проверка второго закона Ньютона сводится к пересечению доверительных интервалов правой и левой части формулы (14). Ускорение a_1 найдено в предыдущем упражнении. Уменьшив массу левого груза на $m_0 = I \varepsilon$, а правого на столько же увеличив, определите ускорение системы a_2 (выполните пункты 2 – 7 предыдущего упражнения). Вычислите отношение ускорений $\frac{a_1}{a_2}$. Оцените точность измерений.
2. Вычислите значение правой части равенства (14). Оцените точность измерений.

3.3. Контрольные вопросы

1. Дайте определения пути, перемещения, средней скорости и ускорения, мгновенной скорости и ускорения.
2. Постройте графики зависимости координаты, скорости, ускорения от времени в случае равномерного и равноускоренного движения.
3. Сформулируйте законы Ньютона.

3.4. Список рекомендуемой литературы

1. Савельев И.В. Курс общей физики: Учеб. пособие для вузов: В 5 кн. Кн.1. Механика. М.: Астрель: АСТ, 2001. § 3, 4, 7-11.
2. Общий курс физики : Учеб. пособие для вузов рек. МО РФ: В 3 т. Т.1. Механика / Д.В. Сивухин . - 4-е изд., стер. - М.: Физматлит; МФТИ, 2005. § 4, 10-12.
3. Стрелков С.П. Механика: Учеб. пособие для ун-тов. М.: Наука, 1975. § 8, 9, 16-21.
4. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 2002. § 2, 3, 5-7.

«Дорогая редакция!

Формулировку закона Ома необходимо уточнить следующим образом: «Если использовать тщательно отобранные и безупречно подготовленные исходные материалы, то при наличии некоторого навыка из них можно сконструировать электрическую цепь, для которой измерения отношения тока к напряжению, даже если они производятся в течение ограниченного времени, дают значения, которые после введения соответствующих поправок оказываются равными постоянной величине» *Копенгаген. А. М. Б. Розен». Из книги «Физики шутят».*

4. Определение момента инерции твердых тел

Цель работы: усвоение знаний по разделам «Уравнения движения твердого тела», приобретение практических навыков определения моментов инерции тел различной формы.

Оборудование

Общий вид экспериментальной установки представлен на рисунке 1. Основными элементами установки являются:

- 1 - вращающийся вал;
- 2 - световой барьер со счетчиком;
- 3 - стержень с подвижными грузами;
- 4 - крепеж;
- 5 - диск;
- 6 - полый цилиндр;
- 7 - сплошной цилиндр;
- 8 - шар;
- 9 - рулетка.

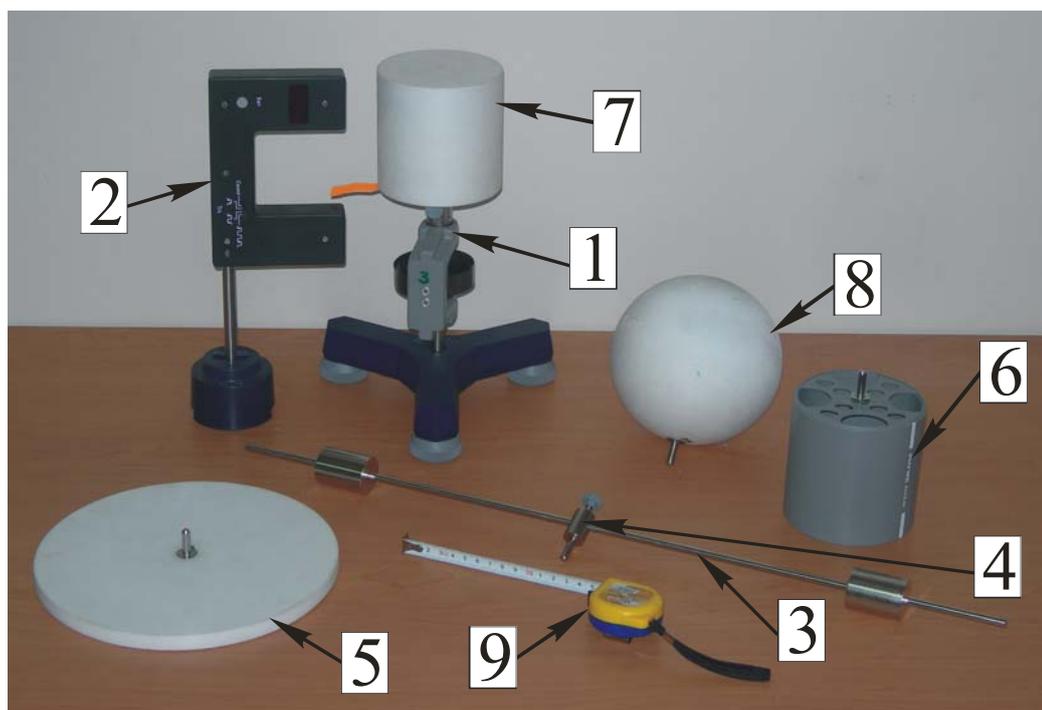


Рис. 1 Экспериментальная установка

4.1. Задание для работы

1. Определить момент инерции тела (по указанию преподавателя).
2. Проверить теорему Гюйгенса-Штейнера.

4.2. Методика эксперимента

4.2.1. Краткие теоретические сведения

Момент инерции I твердого тела относительно некоторой оси определяется выражением

$$I = \int r^2 dm,$$

где r – расстояние от оси вращения до элемента массой dm .

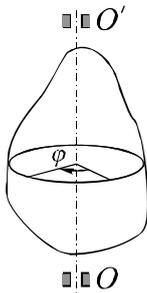


Рис. 2. Вращение твердого тела

В некоторых случаях величину момента инерции можно определить расчетом, а в других – его приходится находить экспериментальным путем. Одним из удобных методов измерения момента инерции твердого тела является метод крутильных колебаний, которые совершает исследуемое тело, насаженное на вертикальный вал. Если тело повернуть на некоторый угол φ от положения равновесия вокруг оси OO' (рис. 2), то возникает момент упругих сил, стремящийся вернуть тело в положение равновесия. В результате этого тело начинает совершать крутильные колебания.

По закону «приращения» механической энергии изменение механической энергии системы равно работе непотенциальных сил, действующих на систему

$$\Delta E = A_{\text{непотенциальных сил}}.$$

В качестве непотенциальных сил выступают силы трения. Если потери энергии на трение за период малы по сравнению с энергией колебаний системы «вращающий вал - тело», то можно воспользоваться законом сохранения механической энергии $E_1 = E_2$.

	энергия тела в положении максимального отклонения	энергия тела в положении равновесия
вращающий вал	$\frac{k \varphi_{\max}^2}{2}$	0
тело	0	$\frac{I \omega_{\max}^2}{2}$

Применительно к данной системе закон сохранения механической энергии имеет вид

$$\frac{k \varphi_{\max}^2}{2} = \frac{I \omega_{\max}^2}{2}, \quad (1)$$

где k – коэффициент упругости, ω_{\max} – угловая скорость тела в момент прохождения системой положения равновесия. Перепишем выражение (1) в виде

$$\sqrt{\frac{k}{I}} \varphi_{\max} = \omega_{\max}. \quad (2)$$

Закон изменения угла от времени

$$\varphi = \varphi_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right),$$

поэтому $\varphi_{max} = \varphi_0$. Используя кинематическую связь между угловой скоростью ω и углом поворота φ ($\omega = \dot{\varphi}$), получим $\omega = -\frac{2\pi \varphi_0}{T} \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$, а максимальное значение угловой скорости $\omega_{max} = \frac{2\pi \varphi_0}{T}$. Подставляя максимальные значения угла поворота и угловой скорости в (2) выразим момент инерции тела

$$I = \frac{k T^2}{4 \pi^2} . \quad (3)$$

Период колебаний системы T может быть измерен непосредственно. Коэффициент упругости k неизвестен. Для определения коэффициента упругости k воспользуемся эталонным методом, где в качестве эталона возьмем тело, момент инерции которого может быть рассчитан теоретически.

В данной работе эталонным телом будет являться сплошной цилиндр радиусом R , массой m , момент инерции которого можно рассчитать по формуле $I_s = \frac{1}{2} m R^2$.

Запишем выражение (4) для колебаний системы с эталонным телом

$$\frac{1}{2} m R^2 = \frac{k T_s^2}{4 \pi^2} , \quad (4)$$

где T_s – период колебаний системы с эталонным телом. Из уравнения (4) выразим коэффициент упругости

$$k = \frac{2 \pi^2 m R^2}{T_s^2} . \quad (5)$$

Подставив (5) в (3), получим

$$I = \frac{m R^2 T^2}{2 T_s^2} . \quad (6)$$

Зная период колебаний системы с исследуемым телом T и эталонным телом T_s , по формуле (6) можно определить момент инерции I исследуемого тела.

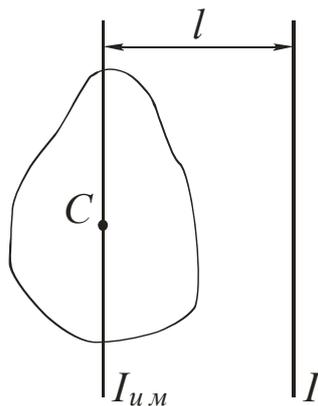


Рис. 3. К теореме Гюйгенса-Штейнера

Зная момент инерции тела $I_{ц.м}$ относительно оси, проходящей через центр масс тела C , можно по теореме Гюйгенса-Штейнера определить момент инерции тела I относительно любой оси, параллельной данной (рис. 3),

$$I = I_{ц.м} + M l^2 ,$$

где M – масса тела, l – расстояние между рассматриваемыми осями. Проверка теоремы Гюйгенса-Штейнера сводится к определению разности между моментами инерции тела относительно двух этих осей:

$$I - I_{ц.м} = M l^2$$

или с учетом (6)

$$\frac{m R^2}{2 T_s^2} (T^2 - T_{ц.м}^2) = M l^2 . \quad (7)$$

4.2.2. План проведения работы

I. Определить момент инерции тела (по указанию преподавателя)

1. Измерьте массу m сплошного цилиндра и его радиус R (штангенциркулем!).

- Соберите установку, как показано на рис. 1. Для измерения периода колебаний на цилиндр прикрепите листок бумаги размером 1×3 см. Разместите цилиндр так, чтобы листок пересекал световой барьер. Для светового барьера выберите режим $\square \square \square \square \square$.
- Поверните цилиндр на угол $\varphi \approx 90^\circ$. Нажатием на кнопку «Set» обнулите дисплей светового барьера. Отпустите цилиндр и снимите показания прибора (период колебаний T_0).
- Опыт повторите 6-7 раз. Результаты измерений занесите в Таблицу 1.

Таблица 1

№	T_0, c

- Для исследуемого тела повторите пункты 2-4. Результаты измерений занесите в Таблицу 2.

Таблица 2

№	T, c

- По формуле (6) вычислите момент инерции исследуемого тела $I_{эксн}$ и оцените точность эксперимента.
- Пользуясь таблицей теоретических значений моментов инерций различных тел (Таблица 3), а также весами и штангенциркулем, определите расчетное значение момента инерции исследуемого тела $I_{рас}$.
- Сравните результат эксперимента $I_{экс}$ с расчетным $I_{рас}$.

Таблица 3

Теоретические значения моментов инерций тел

Тело	Положение оси вращения	Момент инерции
Полый цилиндр радиусами $r_{внеш}$, $r_{внутр}$	ось симметрии	$\frac{1}{2} m(r_{внеш}^2 + r_{внутр}^2)$
Стержень длиной l	ось перпендикулярна стержню и проходит через его середину	$\frac{1}{12} m l^2$
Диск	ось симметрии	$\frac{1}{2} m r^2$

II. Проверить теорему Гюйгенса-Штейнера

Проверка теоремы Гюйгенса-Штейнера сводится к выполнению равенства (7) в пределах доверительных интервалах

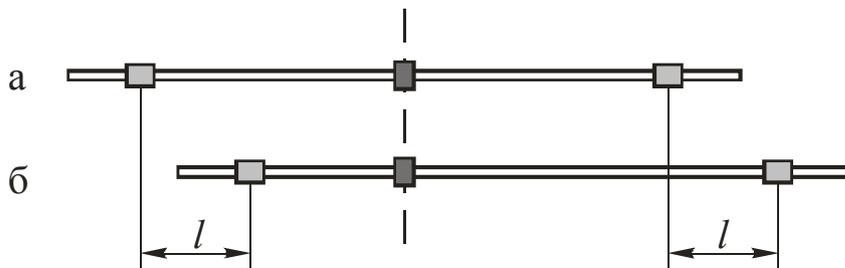


Рис. 4. Положения стержня с подвижными грузами и оси вращения

- Измерьте периоды колебаний относительно двух исследуемых осей: T , $T_{ц.м.}$
 $T_{ц.м.}$: Закрепите грузы на равных расстояниях относительно концов стержня (рис. 4а). В центре стержня закрепите крепеж (4). Установите стержень с

грузами во вращающийся вал (1). Измерьте период колебаний $T_{ц.м.}$. Результат занесите в Таблицу 4.

T : Стержень с грузами сместите в крепеже (4) на расстояние l относительно первоначального положения (рис. 4б). Измерьте период колебаний T . Результат занесите в Таблицу 4.

2. Вычислите значение левой части равенства (7). Оцените точность измерений.
3. Измерьте массу системы M (стержень с подвижные грузами (3)) и расстояние l . Вычислите значение правой части равенства (7). Оцените точность измерений.

4.3. Контрольные вопросы

1. Дайте определение момента инерции тела.
2. Сформулируйте закон изменения механической энергии.
3. Определите момент инерции тонкого стержня относительно оси перпендикулярной стержню и проходящей через конец стержня.
4. Сформулируйте теорему Гюйгенса-Штейнера.

4.4. Список рекомендуемой литературы

1. Савельев И.В. Курс общей физики: Учеб. пособие для вузов: В 5 кн. Кн.1. Механика. М.: Астрель: АСТ, 2001. § 38, 39, 41.
2. Стрелков С.П. Механика: Учеб. пособие для ун-тов. М.: Наука, 1975. § 52, 55, 59.
3. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 2002. § 15, 17.

ОЦЕНКИ

Некоторые важные величины так и не удаётся определить достаточно точно и сколько-нибудь надёжно рассчитать погрешности измерения. Подобные измерения обычно называют *оценками*. Типичными примерами являются оценки расстояний до наиболее удалённых галактик по красному смещению, оценки возраста Земли, полученные по изучению радиоактивности элементов земной коры. Иногда говорят об «оценке по порядку величины». Это значит, что приведённая величина отличается от истинного значения скорее всего не более чем в три–четыре раза. Приведём пример такой оценки, ответив на вопрос: сколько настройщиков роялей в Москве?

Население Москвы порядка 10 млн. человек (разница в полтора-два раза при оценке несущественна). При среднем размере семьи в 3 человека можно считать, что в городе приблизительно 3 млн. семей. Наверное, каждая 20-я семья имеет рояль или пианино. Каждое из 150 тыс. фортепиано требует настройки раз в год-полтора, то есть настройщиков в Москве вызывают 100 тыс. раз в год. Если читать, что настройщик работает 250–300 дней в году и тратит день на один вызов, то разумной оценкой представляется 300–400 представителей этой профессии.

Мастером оценок был, в частности, физик Энрико Ферми. На испытаниях первой атомной бомбы (США, 16 июля 1945 г.) сразу после взрыва он встал и начал разбрасывать мелко изорванную бумагу. Когда через несколько секунд пришёл фронт ударной волны, Ферми, прикинув, на какое расстояние отбросила волна клочки бумаги, сразу оценил мощность взрыва (расстояние до эпицентра ему, конечно, было известно, и соответствующие расчёты он сделал заранее). Анализ показаний многочисленных приборов, проведённый позднее, подтвердил оценку Ферми (*А.Селиверстов*).

5. Исследование законов изменения и сохранения импульса и энергии

Цель работы: усвоение знаний по разделам «Количество движения системы тел. Работа и энергия », приобретение практических навыков измерения скорости тел.

Оборудование

Общий вид экспериментальной установки представлен на рисунке 1. Основными элементами установки являются:

- 1 - игла со штекером;
- 2 - вилка со штекером и резиновой лентой;
- 3 - пластина со штекером;
- 4 - трубка со штекером;
- 5 - гири с прорезью;
- 6 - два фотоэлектрических датчика;
- 7 - дорожка;
- 8 - тележки со световыми заслонками шириной 10 см;
- 9 - гири для тележек по 400 г;
- 10 - стартовая система для дорожки;
- 11 - таймер.

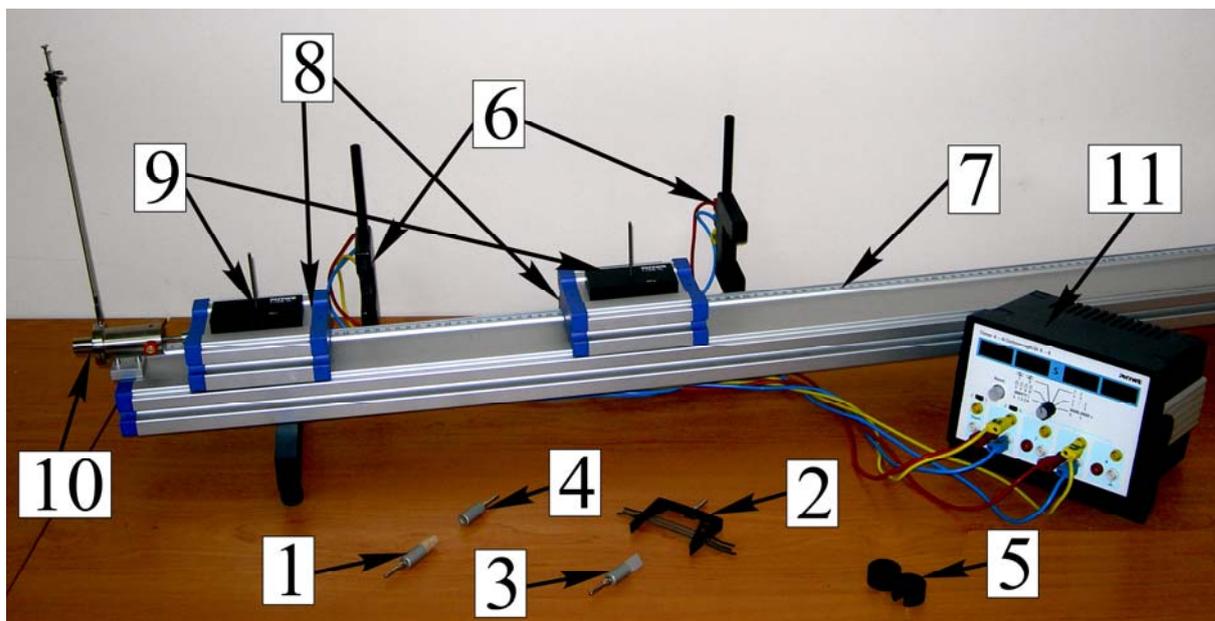


Рис. 1 Экспериментальная установка

5.1. Задание для работы

Проверить законы изменения и сохранения импульса и энергии при упругом и неупругом ударе.

5.2. Методика эксперимента

5.2.1. Краткие теоретические сведения

Процессы столкновения делятся на упругие и неупругие в соответствии с характером изменения механической энергии системы тел при их взаимодействии. Если механическая энергия системы тел при этом изменяется ($\Delta E \neq 0$), то столкновение называется неупругим, если не изменяется ($\Delta E = 0$), то столкновение упругое.

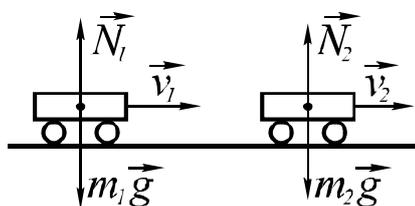


Рис. 2. Столкновение тел

Рассмотрим систему, состоящую из двух сталкивающихся тележек массами m_1 и m_2 , движущихся вдоль прямой соединяющей их центры со скоростями v_1 и v_2 соответственно (рис. 2). Запишем закон изменения импульса для рассматриваемой системы:

$$\frac{\Delta \vec{P}_c}{\Delta t} = \sum \vec{F},$$

где $\Delta \vec{P}_c$ - изменение импульса системы, $\sum \vec{F}$ - сумма внешних сил, действующих на систему.

При движении тележек, помимо сил тяжести и сил реакции опор, на них действуют силы трения. Механизм движения тележек по дорожке таков, что силами трения можно пренебречь. Поэтому сумма внешних сил, действующих на систему $\sum \vec{F} = m_1 \vec{g} + \vec{N}_1 + m_2 \vec{g} + \vec{N}_2 = 0$, следовательно, $\Delta \vec{P}_c = 0$ то есть импульс системы сохраняется

$$\vec{P}_c = \vec{P}_c',$$

где \vec{P}_c - импульс системы до удара, \vec{P}_c' - импульс системы после удара.

1. Упругое столкновение

При упругом столкновении механическая энергия и импульс системы сохраняются:

$$\begin{cases} E_{c1} = E_{c1}' \\ \vec{P}_c = \vec{P}_c' \end{cases}, \quad (1)$$

где \vec{P}_c, E_{c1} - импульс и механическая энергия системы до удара, \vec{P}_c', E_{c1}' - импульс и механическая энергия системы после удара.

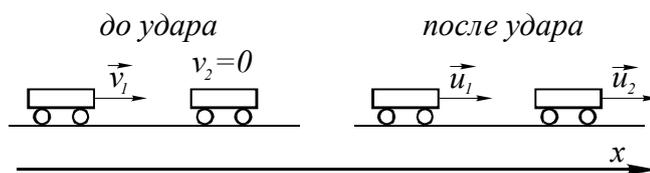


Рис. 3. К объяснению упругого столкновения

Пусть в начальный момент времени (до соударения) правая тележка неподвижна $\vec{v}_2 = 0$, а левая будет двигаться со скоростью \vec{v}_1 (рис. 3). После упругого столкновения скорости левой и правой тележки равны \vec{u}_1 и \vec{u}_2 соответственно. Запишем импульс каждой тележки до и после столкновения.

	импульс тела до столкновения	импульс тела после столкновения
правая тележка	0	$m_2 \vec{u}_2$
левая тележка	$m_1 \vec{v}_1$	$m_1 \vec{u}_1$

Закон сохранения импульса системы примет вид

$$m_1 \vec{v}_1 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2,$$

или в проекции на ось ОХ (рис. 3)

$$m_1 v_1 = m_1 u_1 + m_2 u_2. \quad (2)$$

Так как потенциальная энергия тел в результате столкновения не меняется, поэтому механическая энергия каждой из тележек меняется за счет изменения кинетической энергии, а именно:

	кинетическая энергия тела до столкновения	кинетическая энергия тела после столкновения
правая тележка	0	$\frac{m_2 u_2^2}{2}$
левая тележка	$\frac{m_1 v_1^2}{2}$	$\frac{m_1 u_1^2}{2}$

Поэтому закон сохранения энергии системы можно записать так:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}. \quad (3)$$

С учетом (2) и (3) система (1) будет иметь вид

$$\begin{cases} \frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2} \\ m_1 v_1 = m_1 u_1 + m_2 u_2 \end{cases}. \quad (4)$$

Массы тележек можно измерить с помощью весов. Скорости тележек до и после соударения могут быть найдены путем прямых измерений промежутков времени t (t_1, t'_1, t_2), в течение которых тележки проходят одно и то же расстояние S до и после столкновения, а именно:

$$v_1 = \frac{S}{t_1}; u_1 = \frac{S}{t'_1}; u_2 = \frac{S}{t_2}.$$

Следовательно, для проверки закона сохранения механической энергии и импульса системы надо экспериментально показать:

$$\frac{m_1}{t_1} = \frac{m_1}{t'_1} + \frac{m_2}{t_2} \quad (5)$$

$$\frac{m_1}{t_1^2} = \frac{m_1}{(t'_1)^2} + \frac{m_2}{t_2^2}. \quad (6)$$

2. Неупругое столкновение

При неупругом столкновении сохраняется только импульс системы:

$$\vec{P}_c = \vec{P}'_c.$$

Кроме того, скорости тележек после столкновения равны между собой: $\vec{u}_1 = \vec{u}_2 = \vec{u}$. Учитывая, что правая тележка перед столкновением покоится, закон сохранения импульса системы примет вид

$$m_1 \vec{v}_1 = (m_1 + m_2) \vec{u}$$

или в проекции на ось ОХ (рис.4)

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) u. \quad (7)$$

Учитывая то, что

$$v_1 = \frac{S}{t_1}; u = \frac{S}{t} \quad (8)$$

где t_1, t – время, в течение которого тележки проходят расстояние S до и после неупругого столкновения, выражение (7) примет вид

$$\frac{m_1}{t_1} = \frac{m_1 + m_2}{t}. \quad (9)$$

В случае неупругого столкновения механическая энергия системы не сохраняется ($\Delta E \neq 0$). Вследствие деформации происходит «потеря» механической энергии, перешедшей в тепловую или другие формы энергии. Эту потерю можно определить по разности механической энергии тел до и после удара (как и в случае упругого столкновения потенциальная энергия тел в результате столкновения не меняется, поэтому изменение механической энергии тележек в рассматриваемом случае равно изменению кинетической энергии):

$$\Delta E = \frac{m_1 v_1^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) u^2}{2}. \quad (10)$$

С учетом (8) выражение (10) примет вид

$$\Delta E = \left(\frac{m_1}{t_1^2} - \frac{(m_1 + m_2)}{t^2} \right) \frac{S^2}{2}. \quad (11)$$

5.2.2. План проведения работы

I. Исследовать упругое соударение

1. Для проверки законов сохранения импульса и энергии соберите установку как показано на рисунке 1. Подключите фотоэлектрические датчики к входам таймера 1 и 3 (подсоединяйте входы согласно цвету (красный и желтый) и двум входам заземления). Выберите режим «Эксперименты по столкновению» (две двойные стрелки на передней панели таймера). Для обеспечения упругого удара к правой тележке прикрепите вилку со штекером и резиновой лентой (2), а к левой пластину со штекером (3).
2. Используя набор гирь, нагрузите тележки и измерьте их массы m_1 и m_2 .
3. С помощью стартовой системы (10) запустите левую тележку. В выбранном режиме измерьте время $t(t_1, t'_1, t_2)$, на протяжении которого пластины, закрепленные на тележках, пересекают фотоэлектрический датчик. Эксперимент повторите несколько раз. Полученные данные занесите в Таблицу 1.

Таблица 1

№	t_1, c	t'_1, c	t_2, c

4. Проверьте равенства (5) и (6). Оцените точность измерений.

II. Исследовать неупругое соударение

1. Для обеспечения неупругого соударения к левой тележке прикрепите иглу со штекером (1), а к правой – трубку со штекером (4). С помощью стартовой системы (10) запустите левую тележку. В выбранном режиме измерьте время t (t_1, t), на протяжении которого пластины, закрепленные на тележках, пересекают фотоэлектрический датчик. Эксперимент повторите несколько раз. Полученные данные занесите в Таблицу 2.

Таблица 2

№	t_1, c	t, c

2. Проверьте равенство (9). Оцените точность измерений.

3. Вычислите потери энергии по формуле (11) (S – длина пластины 10 см). Определите ошибку измерений.

5.3. Контрольные вопросы

1. Дайте определение абсолютно упругого, неупругого ударов.
2. Сформулируйте закон изменения импульса системы материальных точек.
3. Сформулируйте закон изменения механической энергии.

5.4. Список рекомендуемой литературы

1. Савельев И.В. Курс общей физики: Учеб. пособие для вузов: В 5 кн. Кн.1. Механика. М.: Астрель: АСТ, 2001. § 27, 28.
2. Общий курс физики : Учеб. пособие для вузов рек. МО РФ: В 3 т. Т.1. Механика / Д.В. Сивухин . - 4-е изд., стер. - М.: Физматлит; МФТИ, 2005. § 26-28.
3. Стрелков С.П. Механика: Учеб. пособие для ун-тов. М.: Наука, 1975. § 33-35.
4. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 2002. § 11-15.

ОТКРЫТИЕ С ПОМОЩЬЮ КОМПЬЮТЕРА

По завершении Манхэттенского проекта (создание американской атомной бомбы) осталась «без работы» большая и быстродействующая по тем временам электронная вычислительная машина. Этим решили воспользоваться Энрико Ферми, Станислав Улам и сотрудник Ферми, физик Джон Паста. Они придумали математическую модель цепочки шариков, разделённых пружинками, которые создавали возвращающую силу, пропорциональную не первой степени отклонения от положения равновесия, как обычные пружинки, а квадрату отклонения. С помощью простаивавшего компьютера Ферми, Паста и Улам надеялись проследить за тем, как будет расплываться возмущение в такой цепочке. Предполагалось, что после достаточно большого числа циклов первоначальное возмущение равномерно распределится по всей цепочке. Но сколько ни «гоняли» компьютер, ничего похожего на равномерное распределение энергии по цепочке не наблюдалось. Это было необъяснимо!

Только через 12 лет парадокс Ферми – Пасты – Улама получил разрешение в работах Нормана Забуски, Мартина Крускала и Роберта Миуры. Оказалось, что в цепочке возникают особые волны – солитоны, которые не дают энергии равномерно распределяться по всей её длине. Солитоны – один из первых объектов нелинейной физики, которая начала бурно развиваться в конце XX в (Ю. Данилов).

6. Гироскоп и гироскопические явления

Цель работы: усвоение знаний по разделу «Движение гироскопа», приобретение практических навыков определения момента инерции твердых тел.

Оборудование

Общий вид экспериментальной установки представлен на рисунке 1. Основными элементами установки являются:

- 1 - гироскоп 3-х осевой;
- 2 - фотоэлектрический датчик;
- 3 - секундомер;
- 4 - пластина с гирей;
- 5 - нить;
- 6 - подвижный противовес;
- 7 - стержень;
- 8 - держатель.

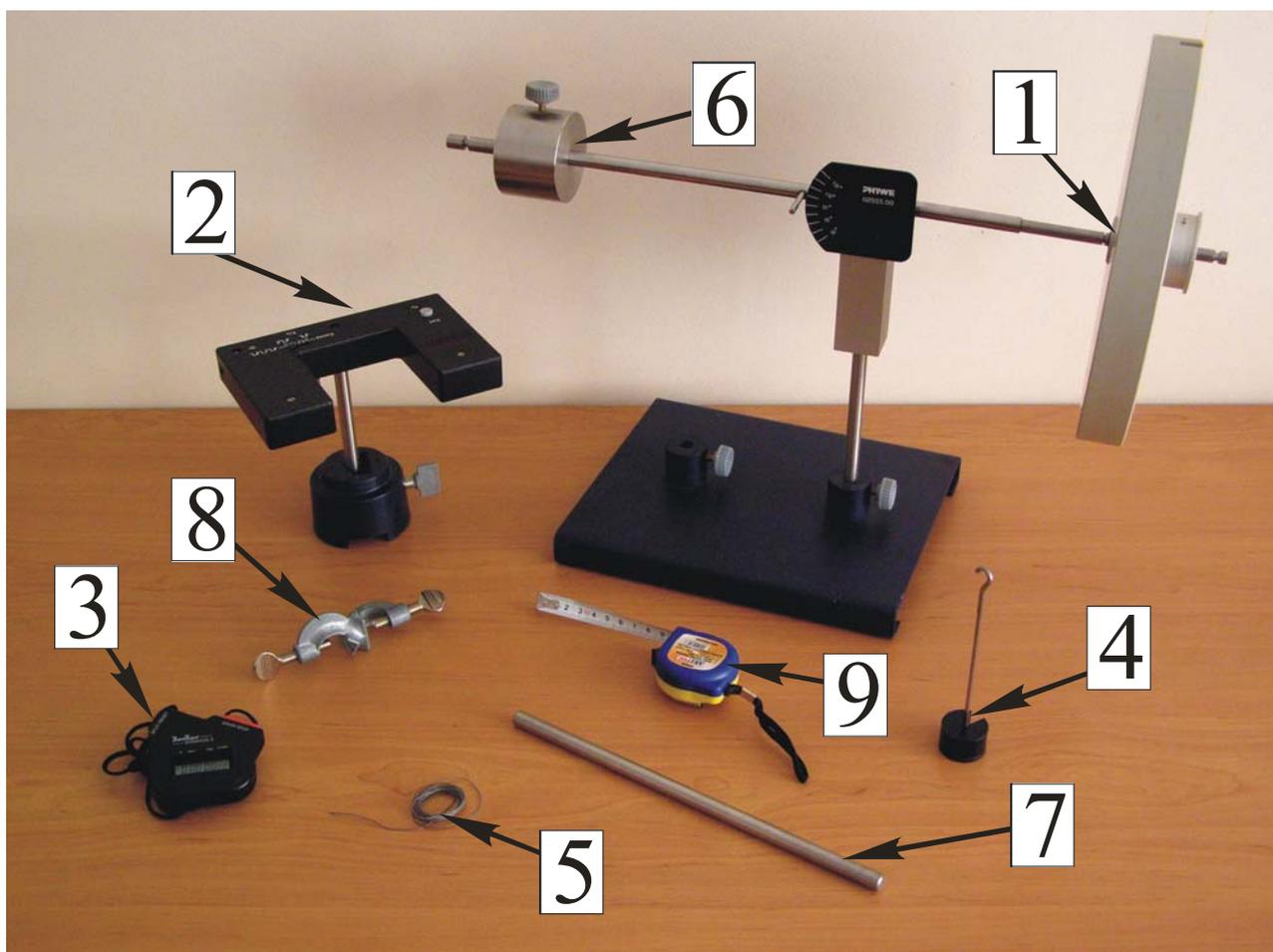


Рис. 1. Общий вид установки

6.1. Задание для работы

1. Определить момент инерции гироскопа измерением углового ускорения.
2. Определить момент инерции гироскопа измерением периода вращения и периода прецессии.

6.2. Методика эксперимента

6.2.1. Краткие теоретические сведения

Гироскопом называется тело, вращающееся вокруг своей оси симметрии с высокой угловой скоростью.

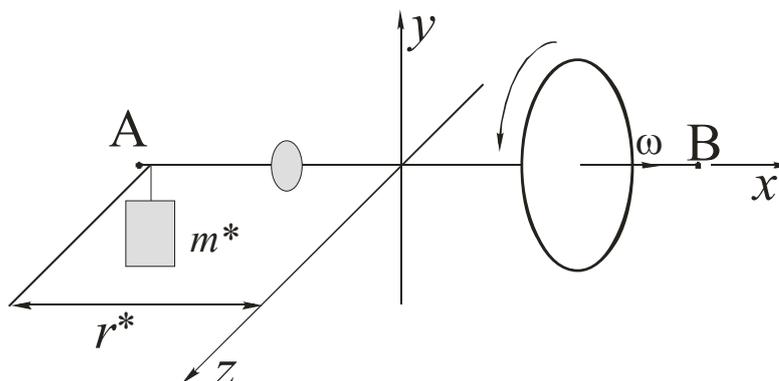


Рис. 2. Схема движения гироскопа

В данной работе гироскоп представляет собой диск, насаженный на стержень АВ, который совпадает с осью вращения. Положение центра масс гироскопа регулируется подвижным противовесом б (рис. 1 и 2). Гироскоп устроен так, что он может вращаться не только вокруг своей оси симметрии (ось ОХ), но также вокруг вертикальной и горизонтальной осей ОУ и ОZ.

3. *Определение момента инерции гироскопа измерением углового ускорения*

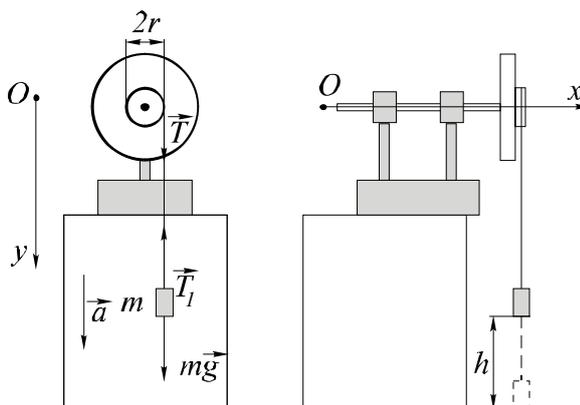


Рис. 3. Схема экспериментальной установки для определения момента инерции гироскопа

Одним из известных методов определения момента инерции гироскопа является метод, основанный на вращении гироскопа вокруг закрепленной оси под действием постоянной силы. Такое вращение можно осуществить с помощью нити, намотанной на гироскоп, к свободному концу которой прикреплен груз массой m (рис. 3).

Движение гироскопа описывается уравнением динамики вращательного движения твердого тела:

$$\vec{M} = I \vec{\varepsilon}$$

или
$$\vec{M} = I \frac{d\vec{\omega}}{dt},$$
 (1)

где \vec{M} – результирующий вращательный момент, I – момент инерции гироскопа, $\vec{\varepsilon}$ – его угловое ускорение, $\vec{\omega}$ – его угловая скорость.

Силой, вызывающей вращение гироскопа, является сила натяжения нити \vec{T} (рис. 3), поэтому $\vec{M} = [\vec{r} \vec{T}]$ (r – радиус барабана). Уравнение (1) в проекции на ось ОХ имеет вид

$$T r = I \varepsilon. \quad (2)$$

Поступательное движение груза описывается вторым законом Ньютона

$$\vec{T}_1 + m\vec{g} = m\vec{a},$$

где g – ускорение свободного падения, a – ускорение груза. В проекции на ось ОУ

$$-T_1 + mg = ma \quad \text{или} \quad T_1 = m(g - a).$$

При условии невесомости нити $T_1 = T$, поэтому

$$T = m(g - a). \quad (3)$$

Для ускорения a и углового ускорения ε справедливы следующие соотношения:

$$a = \frac{2h}{t_{\text{пад}}^2}, \quad \varepsilon = \frac{a}{r}, \quad (4)$$

где h – высота падения, $t_{\text{пад}}$ – время падения. Используя выражения (2), (3) и (4) получим

$$I = r^2 m \left(\frac{g t_{\text{пад}}^2}{2h} - 1 \right). \quad (5)$$

4. Определение момента инерции гироскопа измерением периода вращения и периода прецессии

Более распространенным методом определения момента инерции гироскопа является метод, основанный на свободном движении гироскопа с закрепленным центром масс.

Основное свойство свободного гироскопа с закрепленным центром масс, которое объясняет его поведение под действием сил, состоит в том, что вектор момента импульса \vec{L} совпадает с вектором угловой скорости $\vec{\omega}$, направленным вдоль оси ОХ, вокруг которой происходит вращение (рис. 2), причем

$$\vec{L} = I \vec{\omega}. \quad (6)$$

Поэтому о движении оси гироскопа можно судить по изменению направления вектора \vec{L} , описываемого уравнением моментов:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}.$$

Зная результирующий момент сил \vec{M} , всегда можно определить направление движения оси по соотношению $d\vec{L} = \vec{M}dt$.

Нарушим равновесие гироскопа с помощью дополнительного груза массой m^* . Добавление груза на расстоянии r^* от точки опоры приводит к появлению нескомпенсированного вращательного момента \vec{M} , равного $\vec{M} = [\vec{r}^* m^* \vec{g}]$ и действующего в плоскости ХZ (рис. 2). Уравнение моментов примет вид

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = [\vec{r}^* \times m^* \vec{g}]$$

или в проекции на ось OZ

$$\frac{dL}{dt} = r^* m^* g. \quad (7)$$

Если бы гироскоп не находился в быстром вращении, то под действием дополнительной силы $m^* \vec{g}$ его ось симметрии, которая совпадает с АВ, должна была бы отклониться от горизонтального положения. Но наличие вращения полностью изменяет результат действия силы. Поскольку вектор изменения момента импульса $d\vec{L}$ сонаправлен с моментом силы \vec{M} , то конец оси гироскопа начинает двигаться в горизонтальной плоскости, повернувшись за время dt на угол $d\alpha$ (рис. 4).

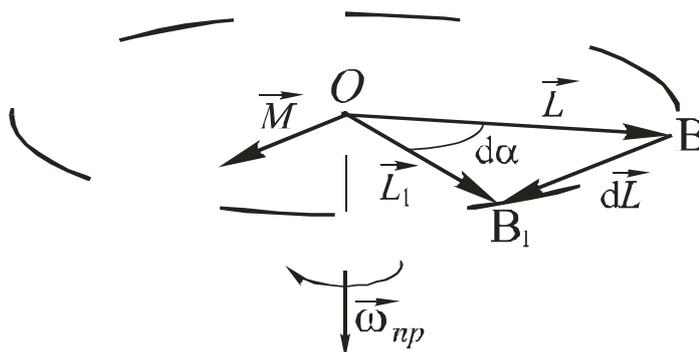


Рис. 4. Прецессия горизонтальной оси гироскопа

Момент импульса гироскопа, получив приращение $d\vec{L}$ за время dt , в следующий момент времени $t + dt$ будет равен

$$\vec{L}_1 = \vec{L} + d\vec{L}.$$

В результате ось гироскопа будет вращаться с некоторой угловой скоростью ω_{np} . Такое движение называется прецессией. Если при этом сила, вызывающая прецессию сохраняет свое значение, то движение оси происходит с постоянной угловой скоростью ω_{np} :

$$\omega_{np} = \frac{d\alpha}{dt}.$$

Из треугольника OBV_1 (рис. 4) $L d\alpha = dL$, поэтому

$$\omega_{np} = \frac{1}{L} \frac{dL}{dt}.$$

С учетом (6) и (7) получим

$$\omega_{np} = \frac{r^* m^* g}{I \omega}.$$

Зная связь между угловой скоростью вращения гироскопа вокруг своей оси ω и периодом вращения вокруг этой оси t ($\omega = \frac{2\pi}{t}$), а также связь между угловой

скоростью прецессии ω_{np} и периодом вращения t_{np} : ($\omega_{np} = \frac{2\pi}{t_{np}}$), имеем

$$I = \frac{r^* m^* g}{4\pi^2} t_{np} t. \quad (8)$$

6.2.2. План проведения работы

II. Определить момент инерции I гироскопа измерением углового ускорения

1. С помощью стержня 7 и держателя 8 закрепите ось гироскопа горизонтально так, чтобы барабан находился за краем стола (рис. 3). Нить намотайте на барабан и к свободному концу привяжите груз с массой m .
2. Используя рулетку, определите высоту падения груза h , а с помощью секундомера измерьте соответствующее время падения $t_{пад}$, приняв за точку отсчета время начала движения пластины с гирями (4). Эксперимент проведите 10 раз. Результаты эксперимента занесите в Таблицу 1.

Таблица 1

№	$t_{пад}, c$

3. По формуле (5) вычислите момент инерции гироскопа I и оцените точность измерений.

III. Определить момент инерции гироскопа измерением частоты вращения и частоты прецессии

1. Уберите стержень 7 и держатель 8, освободив ось гироскопа так, чтобы он мог вращаться вокруг 3-х основных осей, и был в равновесии (в горизонтальном положении) с противовесом 6.
2. Для измерения времени одного оборота на край диска гироскопа скотчем прикрепите листок бумаги размером 1×3 см. Для светового барьера выберите режим $\square \square \square \square$ (время $\frac{2}{3} t$) и нажмите кнопку сброса («Reset»). Раскройте гироскоп, накрутив нить на барабан и рывком, дернув за нее (одной рукой придерживайте ось!). Разместите фотоэлектрический датчик так, чтобы прикрепленный на диске листок бумаги пересекал его луч, и определите время двух третьих оборота гироскопа вокруг оси AB : $\frac{2}{3} t$ (для проведения расчетов умножить полученное значение на $\frac{3}{2}$).
3. Не останавливая гироскоп, подвесьте груз массой m^* на расстоянии $r^* = 27$ см в желобок на длинный конец оси гироскопа. При помощи секундомера определите время половины оборота прецессионного вращения: $\frac{t_{np}}{2}$ (для проведения расчетов удвоить полученное значение). Эксперимент провести 10 раз. Результаты эксперимента занесите в Таблицу 2.

Таблица 2

№	$\frac{2}{3} t, c$	t, c	$\frac{t_{np}}{2}, c$	t_{np}, c	$I, кг м^2$	$ I_{cp} - I , кг м^2$

4. Рассчитайте момент инерции гироскопа, используя формулу (8), оцените точность измерений.

6.3. Контрольные вопросы

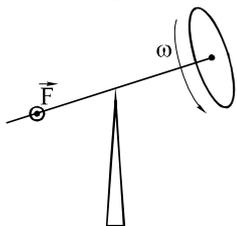


Рис. 5 Гироскоп

1. Что называется гироскопом? Каковы его основные свойства?
2. От чего зависит скорость прецессии гироскопа?
3. Проанализируйте возможные причины ошибок эксперимента.
4. Указать направление движения оси гироскопа (рис. 5).

6.4. Список рекомендуемой литературы

1. Савельев И.В. Курс общей физики: Учеб. пособие для вузов: В 5 кн. Кн.1. Механика. М.: Астрель: АСТ, 2001. § 44.
 2. Общий курс физики : Учеб. пособие для вузов рек. МО РФ: В 3 т. Т.1. Механика / Д.В. Сивухин . - 4-е изд., стер. - М.: Физматлит; МФТИ, 2005. § 49-52.
 3. Стрелков С.П. Механика: Учеб. пособие для ун-тов. М.: Наука, 1975. § 65- 65.
 4. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 2002. § 20
 5. Хайкин С.Э. Физические основы механики: Учеб. пособие. М.: Наука, 1971. § 99-104.
-
1. Савельев И.В. Курс общей физики: Учеб. пособие для ВУЗов: В 5кн. Кн.1. Механика / И.В. Савельев. - М. : Астрель: АСТ, 2001. § 44.
 2. Общий курс физики : учеб. пособие для вузов рек. МО РФ: в 3 т. Т.1. Механика / Д.В. Сивухин . - 4-е изд., стер. - М.: Физматлит; МФТИ, 2005. §§ 49-52.
 3. Стрелков С.П. Механика: Учеб.пособие для ун-тов / С.П. Стрелков . - 3-е изд., перераб. - М.: Наука, 1975. §§ 65-67.
 4. Трофимова Т.И. Курс физики М.: Высшая школа, 1990. § 20.
 5. Хайкин С.Э. Физические основы механики: Учебное пособие. М.: Наука, 1971. §§ 99-104.

ВЕРШКИ И КОРЕШКИ

К сожалению, не существует надёжных критериев, позволяющих отличить сбой в аппаратуре или ошибку оператора от случайного значительного отклонения измеряемой величины. Показательна следующая история, рассказанная М. И. Подгорецким из Дубны.

Две группы физиков, занимавшихся исследованием частиц космических лучей с высокими энергиями, изучали, как изменится число регистрируемых частиц, если на пути лучей поместить толстый слой вещества. Члены одной группы считали, что из-за поглощения в веществе это количество уменьшится; другие же предполагали, что эффект размножения частиц при взаимодействии с веществом будет более существенным, чем поглощение, и, значит, число регистрируемых частиц увеличится. В результате измерений каждая группа получила итог, согласующийся с её собственным прогнозом!

Последующий анализ выявил причину странной ситуации. Частицы с большой энергией прилетают довольно редко. Если участники группы, ожидавшей уменьшения числа частиц, сталкивались с тем, что детекторы начинали срабатывать часто, они подозревали, что искрят контакты. Члены другой группы действовали совершенно иначе: сомнения в качестве контактов возникали у них при долгом отсутствии срабатываний детекторов. Поскольку измерения за подозрительный период времени и те, и другие отбрасывали, то в одном случае не учитывались большие значения случайной величины, а в другом маленькие. Естественно, средние значения числа частиц, зарегистрированных этими группами, оказались различными (С. Хорозов).

7. Измерение скорости полета пули

Цель работы: усвоение знаний по разделам «Момент импульса системы тел. Работа и энергия», приобретение практических навыков измерения скорости полета пули методом баллистического маятника.

Оборудование

Общий вид экспериментальной установки представлен на рисунке 1. Основными элементами установки являются:

- 1 баллистический маятник;
- 2 стреляющее устройство;
- 3 курок;
- 4 подвижная стрелка;
- 5 пули (стальные шарики);
- 6 приставка для измерения скорости.

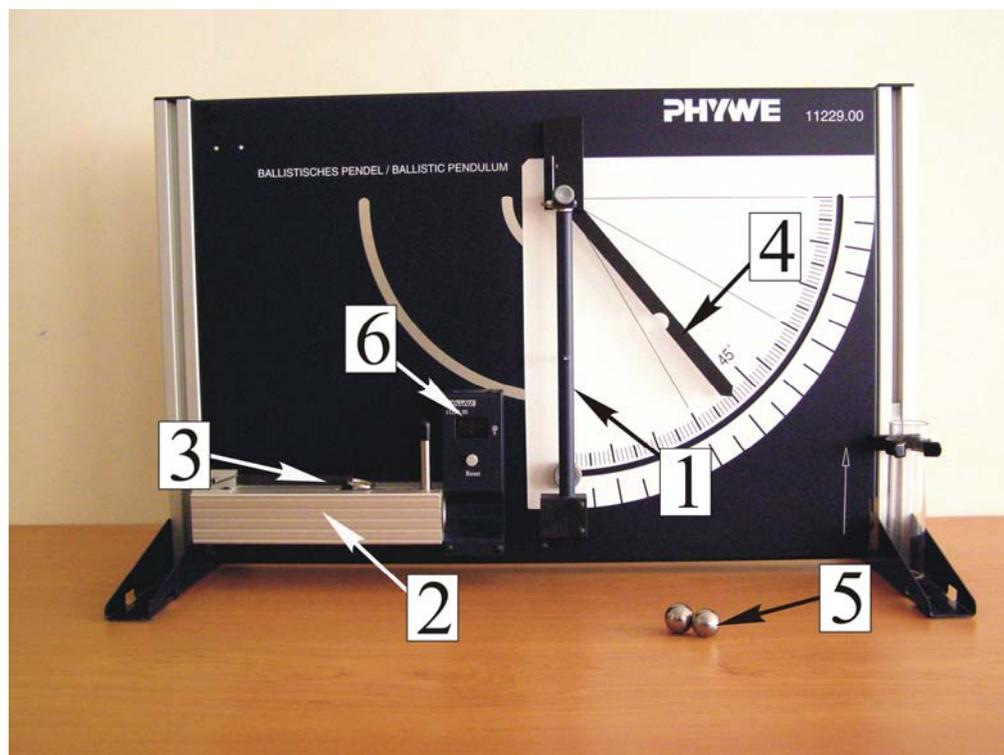


Рис. 1. Экспериментальная установка

7.1. Задание для работы

Измерить скорость полета пули.

7.2. Методика эксперимента

7.2.1. Краткие теоретические сведения

Скорость полета пули обычно достигает значительной величины: у духового ружья она составляет $\sim 150 - 200$ м/с, а у боевой винтовки ~ 1000 м/с. Измерение скорости на имеющейся установке можно провести двумя методами: кинематическим и методом баллистического маятника. Первый метод осуществляется с помощью специальной аппаратуры - приставки для измерения скорости, которая определяет скорость пули как отношение пройденного пути за некоторый промежуток времени к этому промежутку времени. Второй метод основан на идее использования неупругих соударений, то есть соударений, в результате которых столкнувшиеся тела соединяются вместе и продолжают движение как целое.

В данной работе баллистический маятник представляет собой стержень с ловушкой на конце, длина которого l и масса M . Горизонтально летящая пуля массой m попадает в ловушку и застревает в ней. Происходит неупругий удар. После удара маятник с пулей, двигаясь по окружности, отклоняются на некоторый угол. Для выбранной системы «маятник-пуля» рассмотрим каждый из процессов отдельно.

Соударение

Запишем закон изменения момента импульса для системы

$$\frac{\Delta \vec{L}_c}{\Delta t} = \sum \vec{M}, \quad (1)$$

где $\Delta \vec{L}_c$ - изменение момента импульса системы за время Δt , $\sum \vec{M}$ - сумма моментов внешних сил, действующих на систему.

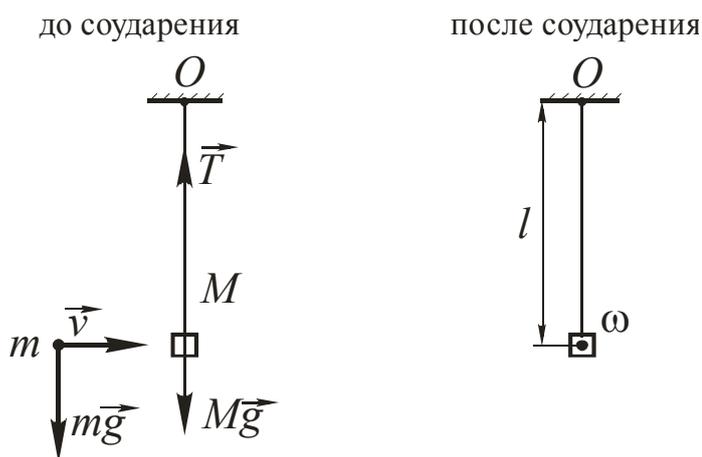


Рис. 2. Соударение тел

Внешними силами для системы являются силы тяжести маятника и пули $M\vec{g}$, $m\vec{g}$, а также сила натяжения \vec{T} , действующая на маятник (рис. 2). Во время соударения линии действия этих сил проходят через ось вращения O . Следовательно, сумма моментов внешних сил равна нулю. Значит, согласно закону (1), момент импульса системы во время удара пули будет сохраняться. Обозначив

через \vec{L}_1 и \vec{L}_2 моменты импульса системы соответственно в начале и в конце процесса соударения, можно записать

$$\vec{L}_1 = \vec{L}_2.$$

Запишем момент импульса каждого тела до и после соударения:

	момент импульса тела до соударения	момент импульса тела после соударения
маятник	0	$I \vec{\omega}$
пуля	$[\vec{l} \times m\vec{v}]$	$I_n \vec{\omega}$

где I – момент инерции маятника, $I_n = m \cdot l^2$ – момент инерции пули относительно оси вращения маятника, \vec{l} – вектор, соединяющий ось вращения маятника с центром тяжести пули в момент удара, $\vec{\omega}$ – угловая скорость системы «маятник-пуля» сразу после удара. Поэтому

$$[\vec{l} \times m\vec{v}] = (I_n + I) \vec{\omega}. \quad (2)$$

Относительно оси вращения равенство (2) примет вид

$$m l v = (m l^2 + I) \omega. \quad (3)$$

Отклонение

По закону «приращения» механической энергии изменение механической энергии системы равно работе непотенциальных сил, действующих на систему

$$\Delta E = A_{\text{непотенциальных сил}}.$$

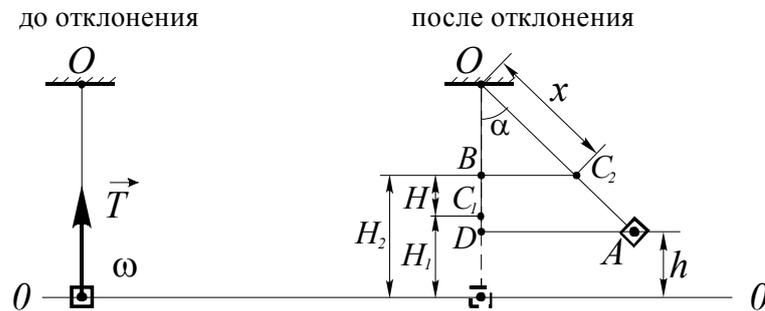


Рис. 3. Отклонение тел

В качестве непотенциальных сил выступает сила натяжения нити (рис. 3), работа которой при отклонении маятника равна нулю. Следовательно, при движении маятника вместе с пулей механическая энергия системы сохраняется $E_1 = E_2$. Запишем энергию тел до и после отклонения, приняв за нулевой уровень потенциальной энергии линию (OO'), вдоль которой летела пуля:

	энергия тела в нижнем положении	энергия тела в положении максимального отклонения
маятник	$\frac{I \omega^2}{2} + MgH_1$	MgH_2
пуля	$\frac{I_n \omega^2}{2}$	mgh

где H_1 и H_2 – расстояния от нулевого уровня потенциальной энергии до центра масс маятника до и после отклонения (точки C_1 и C_2 соответственно), h – высота подъема пули. Закон сохранения механической энергии для рассматриваемой системы

$$\frac{I \omega^2}{2} + MgH_1 + \frac{I_n \omega^2}{2} = MgH_2 + mgh$$

или

$$\frac{I \omega^2}{2} + \frac{I_n \omega^2}{2} = Mg(H_2 - H_1) + mgh.$$

Для удобства обозначим $H_2 - H_1 = H$. Найдем связь между H и h . Обозначим через x расстояние между осью вращения и центром масс маятника. Треугольники C_2OB и AOD подобны, поэтому

$$\frac{x - H}{x} = \frac{l - h}{l}.$$

Из формулы получим

$$H = \frac{x}{l} h = n h, \quad (4)$$

где $\frac{x}{l} = n$ - постоянная величина используемого баллистического маятника.

Применительно к системе «маятник-пуля» закон сохранения механической энергии примет вид

$$\frac{(I + I_n) \omega^2}{2} = MgH + mgh$$

или

$$\frac{(I + I_n) \omega^2}{2} = (Mn + m)gh. \quad (5)$$

Как видно из рисунка 3 между высотой h и углом отклонения маятника существует связь:

$$\cos \alpha = \frac{(l - h)}{l}.$$

Выразим h :

$$h = l(1 - \cos \alpha) = 2l \sin^2 \left(\frac{\alpha}{2} \right). \quad (6)$$

Решая систему уравнений (3), (5), (6), получим:

$$v = 2 \sin \left(\frac{\alpha}{2} \right) \sqrt{\frac{(I + ml^2)(Mn + m)g}{m^2 l}}. \quad (7)$$

«Чем дальше эксперимент от теории, тем ближе он к Нобелевской премии».

Ф. Жолио-Кюри

7.2.2. План проведения работы

Измерить скорость полета пули

Используемая в работе установка дает возможность произвести измерения скорости полета пули с помощью двух методов. Приставка для измерения скорости позволяет получить измеряемую величину кинематическим методом (v_1), а маятник и подвижная стрелка – методом баллистического маятника (v_2).

1. Измерьте массу пули m и расстояние от оси вращения до центра ловушки баллистического маятника l .
2. Прикрепите шарик к магниту стреляющего устройства, растяните пружину. Затем оттяните курок назад до упора. Убедитесь, что стрелка показывает на отметку «ноль». Спустите курок. Определите угол отклонения маятника α . Снимите показания с приставки определения скорости - v_1 .
3. Опыт повторить 10 раз. Результаты измерений занесите в Таблицы 1, 2.

Таблица 1

№	$v_1, \text{м/с}$

Таблица 2

№	$\alpha, \text{град}$

4. По формуле (7) вычислите скорость полета пули - v_2 , приняв значения характеристик маятника равными $I = 2,8 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $Ml = 6,58 \cdot 10^{-2} \text{ кг}$. Оцените точность измерений.
5. Найдите величину ошибки скорости полета пули v_1 , полученной кинематическим методом.
6. Сравните полученные результаты.

7.3. Контрольные вопросы

1. Дайте определение момента инерции тела.
2. Дайте определение момента импульса и момента силы относительно точки и оси.
3. Сформулируйте закон изменения момента импульса системы.
4. Запишите формулу кинетической энергии вращательного движения.
5. Сформулируйте закон изменения механической энергии системы.

7.4. Список рекомендуемой литературы

- 1 Савельев И.В. Курс общей физики: Учеб. пособие для вузов: В 5 кн. Кн.1. Механика. М.: Астрель: АСТ, 2001. § 24, 29.
- 2 Общий курс физики : Учеб. пособие для вузов рек. МО РФ: В 3 т. Т.1. Механика / Д.В. Сивухин . - 4-е изд., стер. - М.: Физматлит; МФТИ, 2005. § 25, 30, 33.
- 3 Стрелков С.П. Механика: Учеб. пособие для ун-тов. М.: Наука, 1975. § 33-35, 52-54.
- 4 Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 2002. § 13, 17-19.

«Вольфганг Паули был стопроцентным теоретиком. Его неспособность общаться с любым экспериментальным оборудованием вошла у друзей в поговорку. Утверждали даже, что ему достаточно просто войти в лабораторию, чтобы в ней что-нибудь сразу же переставало работать. Это мистическое явление окрестили «эффектом Паули» (в отличие от знаменитого «принципа Паули» в квантовой теории).

Из документально зарегистрированных проявлений эффекта Паули самым поразительным, несомненно, является следующий. Однажды в лаборатории Джеймса Франка в Гёттингене произошёл настоящий взрыв, разрушивший дорожную установку. Время этого ЧП было точно зафиксировано. Как потом оказалось, взрыв произошёл именно в тот момент, когда поезд, в котором Паули следовал из Цюриха в Копенгаген, остановился на 8 минут в Гёттингене» (Из книги «Физики шутят»).

8. Определение модуля Юнга

Цель работы: усвоение знаний по разделу «Деформация твердого тела», приобретение практических навыков определения модуля Юнга материала.

Оборудование

Общий вид экспериментальной установки представлен на рисунке 1. Основными элементами установки являются:

1 - индикатор малых перемещений с ценой деления $0,01$ мм;

2 - держатели индикатора и стержня;

3 - набор плоских стержней;

4 - грузы;

5 - нить.

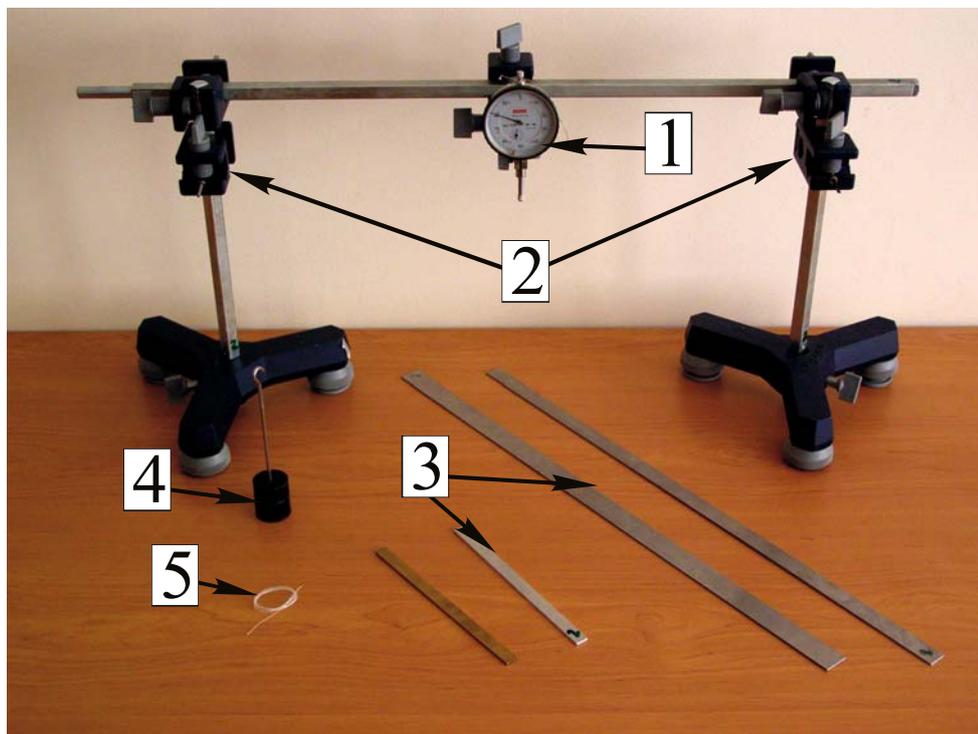


Рис. 1. Общий вид установки

8.1. Задание для работы

1. Построить график зависимости стрелы прогиба от величины нагрузки.
2. Определить модуль упругости материала.

8.2. Методика эксперимента

8.2.1. Краткие теоретические сведения

Все реальные тела под действием приложенных к ним сил изменяют свою форму или объем. Такие изменения называют деформациями. Деформации называются упругими, если они исчезают после прекращения действия приложенных сил, и пластичными, если они остаются после снятия нагрузки. В настоящей работе ограничимся изучением только упругих деформаций.

Упругие свойства тела характеризуются экспериментально вводимыми постоянными, к числу которых относится модуль Юнга. Возьмем однородный стержень длиной l , площадью поперечного сечения S и приложим к его концам растягивающие силы F , направленные вдоль оси симметрии (рис. 2). В результате стержень растягивается на величину Δl , то есть удлиняется. Для характеристики деформации тела важно как абсолютное удлинение Δl , так и относительное удлинение $\frac{\Delta l}{l}$, то есть во сколько раз увеличилась единица длины тела.

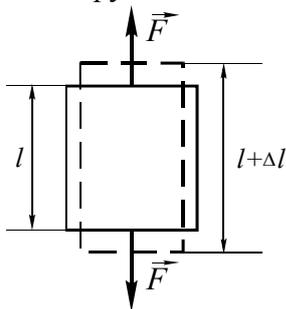


Рис. 2. Деформация тела. Если взять стержни разного поперечного сечения S , то при действии одной и той же растягивающей силы относительное удлинение $\frac{\Delta l}{l}$ будет тем меньше, чем толще стержень, то есть чем больше S . Отсюда

следует, что относительное удлинение пропорционально величине $\frac{F}{S}$:

$$\frac{\Delta l}{l} \sim \frac{F}{S}$$

или

$$\frac{\Delta l}{l} = \alpha \frac{F}{S}, \quad (1)$$

где α – коэффициент пропорциональности. Величину, обратную α , называют модулем упругости или модулем Юнга:

$$E = \frac{l}{\alpha}.$$

Отношение силы, действующей на площадь поперечного сечения, есть напряжение $\sigma = \frac{F}{S}$. Тогда (1) примет вид

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{l}{E} \sigma. \quad (2)$$

Из выражения (2) можно уяснить физический смысл модуля Юнга. Модуль Юнга численно равен напряжению, при котором длина растягиваемого образца увеличивается вдвое. Это определение условно, поскольку только немногие материалы способны выдерживать без разрушения такие нагрузки. Для подавляющего большинства материалов зависимость (2) справедлива только при малых деформациях $\Delta l \ll l$.

Для определения модуля Юнга можно воспользоваться методом изгиба стержня, положенного на две опоры. Рассмотрим однородный стержень высотой b , шириной a , длиной L и массой M (рис. 3), к центру которого приложена сила F (рис. 4). В данном случае деформация характеризуется стрелой прогиба λ (рис. 4). Стрелой прогиба называется расстояние, на которое опускается точка приложения силы, действующей на стержень. Для выяснения характера зависимости модуля Юнга E от стрелы прогиба λ ограничимся случаем малых деформаций.

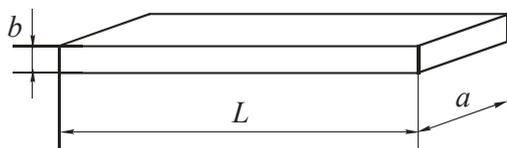


Рис. 3. Геометрические размеры стержня

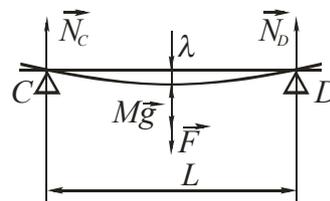


Рис. 4. Изгиб стержня

Из симметрии рассматриваемой задачи следует, что в равновесии опоры C и D будут действовать на стержень с одинаковыми силами:

$$N_c = N_d = \frac{F + Mg}{2}. \quad (3)$$

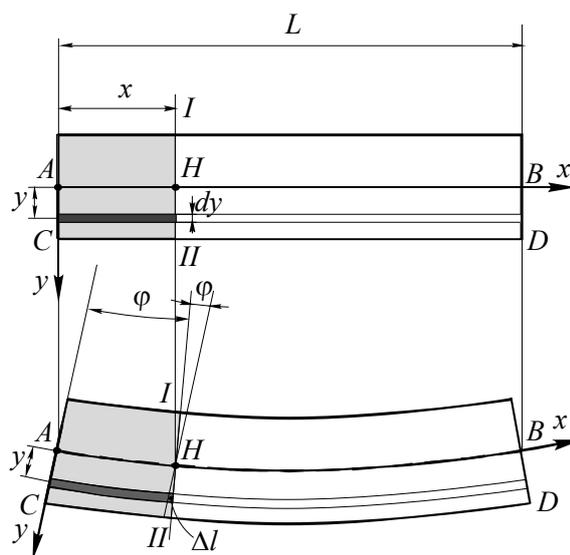


Рис. 5. Система координат

Введем систему координат с началом в точке A (крайняя левая точка оси стержня) и осями Ax и Ay , направленными вдоль оси стержня и в поперечном сечении соответственно. Мысленно разделим стержень на достаточно тонкие горизонтальные слои толщиной dy , параллельные оси стержня AB (рис. 5). При изгибе стержня все слои, лежащие ниже оси, удлиняются, а слои, лежащие выше оси, сжимаются.

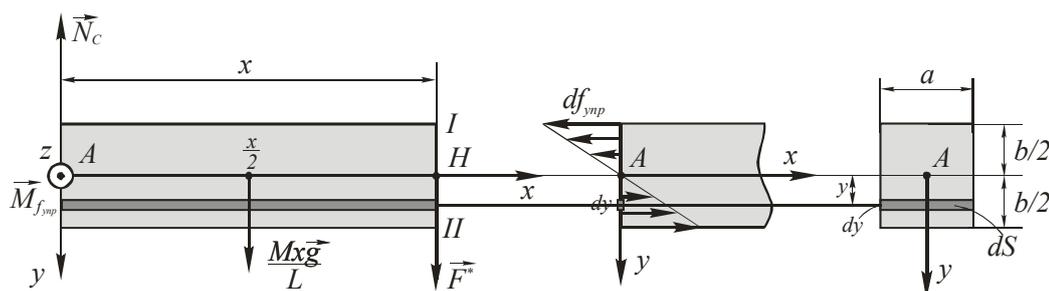


Рис. 6. Левая часть стержня

Основным методом решения задач на изгиб является метод плоских сечений, который сводится к рассмотрению произвольной части стержня в состоянии равновесия. Выделим часть стержня AH плоским сечением $I-II$, проведенным перпендикулярно AB через произвольную точку H с координатой x (рис. 5 и 6). В состоянии равновесия этой части

$$\begin{cases} \sum \vec{F} = 0 \\ \sum \vec{M} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

Рассматриваемая часть стержня испытывает действие силы реакции опоры \vec{N}_C , силы тяжести части AH стержня $\frac{Mx}{L}\vec{g}$, силы взаимодействия с частью HB стержня – \vec{F}^* и силы упругости $\vec{f}_{\text{упр}}$, которая меняется в зависимости от выбора слоя стержня (рис. 6).

Тогда условие равновесия (5) запишется в виде

$$\begin{cases} \vec{N}_C + \frac{Mx}{L}\vec{g} + \vec{F}^* + \vec{f}_{\text{упр}} = 0 \\ M_{\vec{N}_C} + M_{\frac{Mx}{L}\vec{g}} + M_{\vec{F}^*} + M_{f_{\text{упр}}} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

В проекции на оси Ay и Az (ось перпендикулярна плоскости чертежа и направлена на нас) имеем (рис. 6)

$$\begin{cases} -N_C + \frac{Mgx}{L} + F^* = 0 \\ \frac{Mgx^2}{L} + F^*x - M_{f_{\text{упр}}} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

Определим момент упругих сил $M_{f_{\text{упр}}}$. Поскольку величина сил упругости меняется при переходе от слоя к слою (т.к. удлинение слоев Δl различно для каждого слоя (рис. 5)), то результирующий момент сил упругости равен сумме моментов сил каждого слоя, то есть

$$M_{f_{\text{упр}}} = \int dM_{f_{\text{упр}}} .$$

Момент сил упругости $dM_{f_{\text{упр}}}$ произвольного слоя части стержня AH , расположенного на расстоянии y от оси (рис. 6), равен $dM_{f_{\text{упр}}} = y df_{\text{упр}}$. Длина этого слоя изменяется на величину $\Delta l = y \varphi$, где φ – угловой размер дуги AH при изгибе стержня (рис. 5). Относительное удлинение слоя равно $\frac{\Delta l}{x}$. Поэтому сила, действующая на слой

длиной x , высотой dy , согласно (1) и (2) равна

$$df_{\text{упр}} = \sigma dS = E \frac{y \varphi}{x} a dy .$$

Данная сила создает вращающий момент относительно оси Az :

$$dM_{f_{\text{упр}}} = y df_{\text{упр}} = E a \frac{\varphi}{x} y^2 dy .$$

Проинтегрировав по переменной величине y от $-b/2$ до $b/2$, получим суммарный момент сил упругости

$$M_{f_{\text{упр}}} = \int dM_{f_{\text{упр}}} = \int_{-b/2}^{b/2} E a \frac{\varphi}{x} y^2 dy = \frac{E a b^3 \varphi}{12 x} .$$

При малых углах (см. рис. 7) справедливо

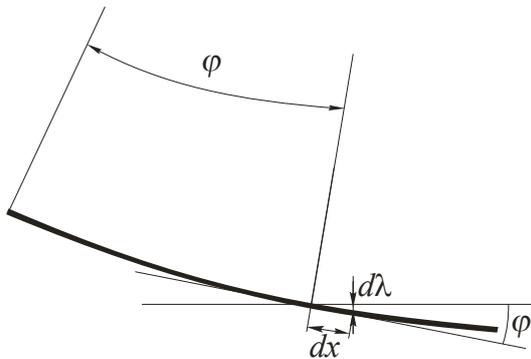


Рис. 7. Линия изгиба стержня

соотношение $\varphi = \frac{d\lambda}{dx}$. С учетом этого момент сил упругости будет равен

$$M_{f_{\text{уп}}} = \frac{E a b^3}{12x} \left(\frac{d\lambda}{dx} \right). \quad (8)$$

Решая совместно (3), (7) и (8), получим

$$\left(\frac{F}{2} x^2 + \frac{Mg}{2} x^2 - \frac{Mg}{2L} x^3 \right) dx = \frac{E a b^3}{12} d\lambda. \quad (9)$$

Для определения величины стрелы прогиба λ стержня необходимо проинтегрировать равенство (8), в пределах интегрирования $\lambda \in [0, \lambda]$ и $x \in \left[0, \frac{L}{2} \right]$.

Стрела прогиба стержня

$$\lambda = \frac{L^3}{Eab^3} \left(\frac{F}{4} + \frac{5Mg}{32} \right). \quad (10)$$

Таким образом, стрела прогиба равна сумме двух независимых величин (см. рис. 8):

- $\lambda_1 = \frac{5MgL^3}{32Eab^3}$ – стрела прогиба, вызванная действием собственного веса стержня, в отсутствии силы F ;
- $\lambda_2 = \frac{FL^3}{4Eab^3}$ – стрела прогиба, вызванная действием силы F .

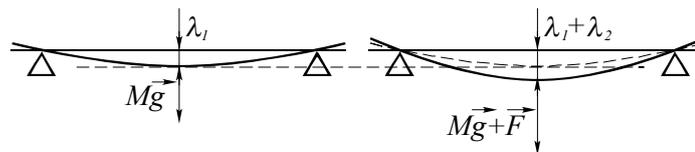


Рис. 8. Изгиб балки под действием собственного веса и под действием внешней силы F

При проведении измерений совместим уровень отсчета стрелы прогиба с положением стержня, деформированного под действием собственного веса. Тогда $\lambda_{\text{изм}} = \lambda_2$, откуда

$$E = \frac{F L^3}{4 a b^3 \lambda_{\text{изм}}}. \quad (11)$$

«О Я. И. Френкеле рассказывают, что якобы в ФТИ в 30-е годы его изловил в коридоре некий экспериментатор и показал полученную на опыте кривую. Подумав минуту, Я. И. дал объяснение хода этой кривой. Однако выяснилось, что кривая случайно была перевернута вверх ногами. Кривую водворили на место, и, немного поразмыслив, Я. И. объяснил и это поведение кривой» (Из книги «Физики шутят»).

8.2.2. План проведения работы

IV. Построить график зависимости стрелы прогиба от величины нагрузки

1. Положите стержень на опорные призмы. Подвес для грузов подвесьте точно посередине стержня при помощи нитки (5), а индикатор так, чтобы его ножка упиралась в середину стержня. Вращая шкалу индикатора, совместите нулевое показание шкалы со стрелкой.

- Нагрузите подвес грузом массой 50 г и по шкале индикатора определите стрелу прогиба. Добавляя 5 раз грузы по 50 г , снимите показания индикатора и результаты измерений запишите в Таблицу 1.

Таблица 1

$N\ddot{o}$	$m, \text{ кг}$	$\lambda, \text{ м}$

- Повторите пункт 3 при снятии грузов.
- Постройте по точкам график зависимости стрелы прогиба от величины нагрузки.

II. Определить модуль упругости материала

- Измерьте ширину a , высоту b стержня (штангенциркулем) и расстояние между опорами L .
- По формуле (11) для каждого значения m из Таблицы 1 вычислите модуль Юнга и заполните Таблицу 2

Таблица 2

$m, \text{ кг}$	$\lambda, \text{ м}$	$E, \text{ Н}$

- Используя данные Таблицы 3, определите среднее значение E и оцените точность его измерения.

8.3. Контрольные вопросы

- Дайте определение понятиям: деформация, относительное удлинение. Назвать виды деформаций.
- Сформулируйте закон Гука. Когда он справедлив?
- Каков физический смысл модуля Юнга?
- Из круглого бревна диаметром d требуется изготовить стержень прямоугольного сечения, чтобы его изгиб был минимальным. Определить ширину a и высоту b такого стержня.

8.4. Список рекомендуемой литературы

- Савельев И.В. Курс общей физики: Учеб. пособие для вузов: В 5 кн. Кн.1. Механика. М.: Астрель: АСТ, 2001. § 75, 80.
- Стрелков С.П. Механика: Учеб. пособие для ун-тов. М.: Наука, 1975. § 87.
- Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 2002. § 21.

ИСКУССТВО ЭКСПЕРИМЕНТА

Эксперимент наряду с теорией — один из двух столпов физической науки. Это не просто созерцание происходящих вокруг явлений, а наблюдение за процессом, протекающим в определённых, заданных экспериментатором условиях; по определению Фрэнсиса Бэкона, это «вопрос природе». Эксперимент, как говорил российский физик-теоретик академик Аркадий Бейнусович Мигдал, «испытывает предсказания теории на прочность. Когда теория, наконец не выдержит, строится новая, с учётом старых фактов и тех, что появились при проверке».

Существуют как великие теории, так и великие эксперименты. Они не только остаются в лабораторных отчётах и научных журналах, но и изменяют, прямо или косвенно, нашу повседневную жизнь. За них получают премии. О них рассказывают истории и складывают легенды.

Пожалуй, первый великий эксперимент был проведён Архимедом из Сиракуз. История с короной царя Гиерона не только сделала его «отцом криминалистики», но и показала, как исследователь в ходе поисков ответа на один вопрос может найти решение совсем иной проблемы. Однако важнее другое: Архимед был, наверное, первым учёным, опиравшимся и на теорию, и на эксперимент. Его закон плавания тел — результат наблюдений и эксперимента, закон рычага — итог размышлений и догадок. Из механики Архимеда в большей мере, чем из умозрительных рассуждений Аристотеля, выросла физическая наука.

Каждое открытие появляется на свет по-своему: в результате поиска или по прихоти случая. Предсказанные открытия можно буквально пересчитать по пальцам, зато в этом ряду есть такое яркое событие, как создание лазера: в 1953 г. научились использовать эффект, предсказанный Альбертом Эйнштейном ещё в 1916 г. Также в результате целенаправленного поиска немец Йоханнес Георг Беднорц и швейцарец Карл Александер Мюллер обнаружили высокотемпературную сверхпроводимость.

Гораздо больше в физике открытий случайных, возникающих как будто «на пустом месте». Но великий французский биолог Луи Пастёр однажды сказал, что случай помогает только подготовленному уму. Яркий тому пример — открытие другого француза, Антуана Анри Беккереля. Исследуя люминесценцию различных веществ, учёный предполагал, что она не только вызывается рентгеновскими лучами, но и может порождать их. Проведённые на основе ошибочной идеи эксперименты тем не менее закончились в 1896 г. открытием радиоактивности.

Иногда новое не замечают, проходят мимо него. Ведь учёный может просто не увидеть того, что не укладывается в привычную ему картину мира. Немецкий физик Кунце в 1933 г. наблюдал в камере Вильсона частицу в 200 раз тяжелее электрона. Это был мю-мезон. Однако, поскольку такие частицы не были известны, он счёл своё наблюдение ошибкой опыта. Повторно мезон открыли в 1938 г. американцы Карл Дэвид Андерсон и С. Неддермейер.

Обстоятельность может не только помочь в открытии нового, но и помешать. Английский физик Даниэль Колладон в 1825 г., за шесть лет до открытия явления электромагнитной индукции Майклом Фарадеем, проводил очень похожие эксперименты. Так же как и Фарадей, он подключал к чувствительному гальванометру катушку, в которую вдвигал магнит, — в этот момент по катушке протекал электрический ток. Но предосторожностей иногда бывает слишком много: чтобы уменьшить влияние магнита на гальванометр, Колладон располагал приборы в разных комнатах. Пока он не спеша доходил от магнита к измерительному прибору, стрелка успокаивалась. Не ожидая столь кратковременного эффекта, учёный не смог сделать открытия, которое удалось Фарадею, — тому помогал ассистент.

Некоторые исследователи находились на пороге открытия, но им не хватило маленького шага. Первый высокотемпературный сверхпроводник был получен за несколько лет до открытия Беднорца и Мюллера. В 1979 г. российский учёный И. С. Шапльгин с соавторами из Института общей и неорганической химии АН СССР исследовал проводимость соединений лантана, меди, кальция, стронция и бария, в том числе и таких, которые соответствовали сверхпроводящему веществу. Однако проводимость в области низких температур просто не догадались измерить.

Экспериментатор ищет ответы там, где другие не видят вопроса. Открытие Исааком Ньютоном составного характера белого света произошло потому, что

9. Динамика вращательного движения

Цель работы: углубление знаний по разделу «Динамика вращательного движения», приобретение практических навыков определения момента инерции тела.

Оборудование

Общий вид экспериментальной установки представлен на рисунке 1. Основными элементами установки являются:

- 1 - вращающийся вал;
- 2 - стержень с двумя барабанами различных радиусов;
- 3 - держатели для грузов;
- 4 - световой барьер;
- 5 - опорная пластина с нитью;
- 6 - блок;
- 7 - набор грузов;
- 8 - пусковое устройство.

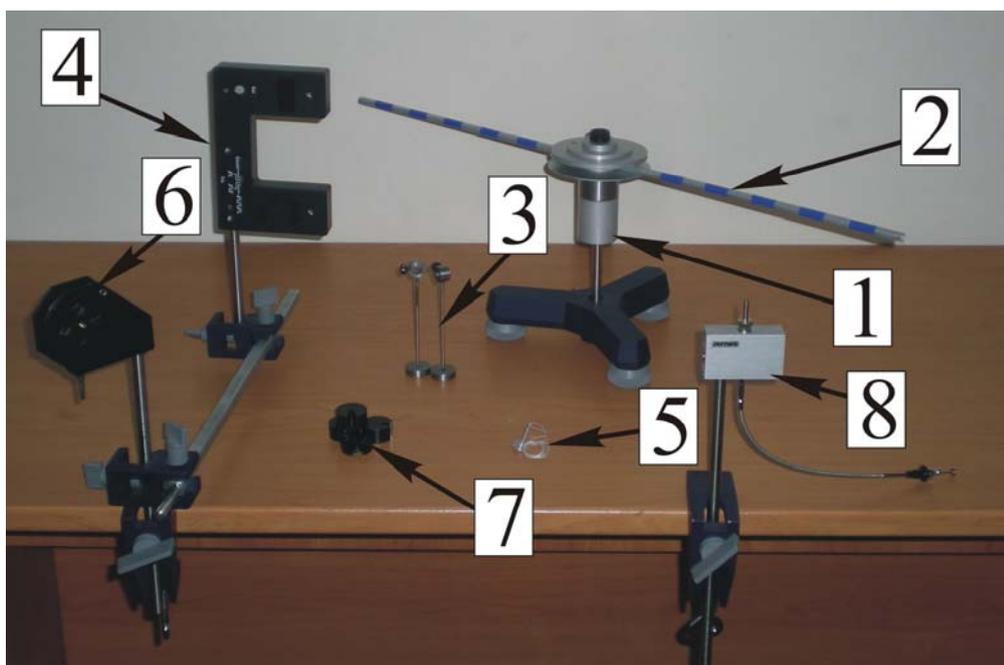


Рис. 1. Общий вид установки

9.1. Задание для работы

1. Установить зависимость момента инерции тела от его массы и положения относительно оси вращения методом анализа размерностей.
2. Установить зависимость момента инерции тела от его массы и положения относительно оси вращения экспериментальным методом.

9.2. Методика эксперимента

9.2.1. Краткие теоретические сведения

Момент инерции тела относительно оси вращения зависит от геометрического распределения массы тела относительно этой оси:

$$I = \sum m_i r_i^2.$$

Одним из известных методов определения момента инерции тела является метод, основанный на вращении тела под действием постоянной силы. Рассмотрим систему, состоящую из стержня массой m^* с барабанами, двух держателей с грузами массами по m каждый, расположенных симметрично относительно оси вращения (рис.2).

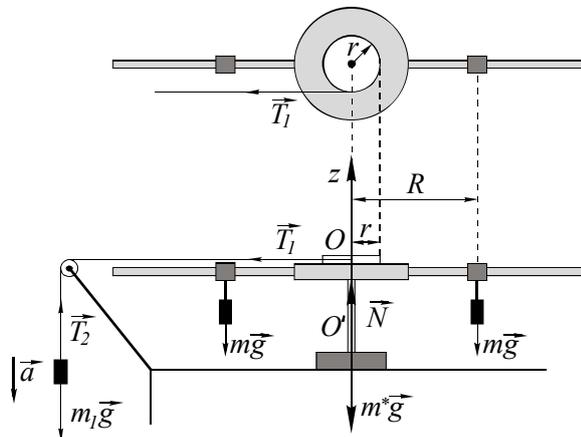


Рис. 2. Схема установки

Момент инерции такой системы равен

$$I_c = I_{cm} + 2I, \quad (1)$$

где I_{cm} - момент инерции стержня относительно оси вращения OO' , I - момент инерции держателя с грузом относительно этой же оси. В данной установке возможно изменить момент инерции держателя с грузами только за счет изменения их массы m или положения относительно оси вращения R . Математическая запись зависимости момента инерции держателя с грузом от указанных величин примет вид

$$I \sim m^\alpha R^\beta \text{ или } I = Am^\alpha R^\beta.$$

Тогда формула (1) запишется

$$I_c = I_{cm} + 2Am^\alpha R^\beta. \quad (2)$$

Осуществим вращение системы с помощью нити, намотанной на барабан, к свободному концу которой прикреплен груз массой m_1 . Движение системы описывается уравнением динамики вращательного движения:

$$I_c \vec{\varepsilon} = \sum \vec{M},$$

где $\sum \vec{M}$ - результирующий вращательный момент сил, I_c - момент инерции системы относительно оси вращения, $\vec{\varepsilon}$ - угловое ускорение системы. Применительно к рассматриваемой системе имеем

$$I_c \bar{\varepsilon} = \vec{M}_{m^*g} + \vec{M}_N + \vec{M}_{T_1} + \vec{M}_1 + \vec{M}_2,$$

где \vec{M}_{m^*g} , \vec{M}_N , \vec{M}_{T_1} , \vec{M}_1 , \vec{M}_2 – моменты силы тяжести стержня, реакции опоры, натяжения нити, сил тяжести держателей с грузами соответственно (рис.2). В проекциях на ось OZ (рис.2):

$$(\vec{M}_{m^*g})_z = 0; (\vec{M}_N)_z = 0; (\vec{M}_{T_1})_z = Tr; (\vec{M}_1)_z = 0; (\vec{M}_2)_z = 0.$$

Поэтому

$$I_c \varepsilon = rT_1. \quad (3)$$

Поступательное движение груза массой m_1 описывается вторым законом Ньютона:

$$m_1 \vec{a} = m_1 \vec{g} + \vec{T}_2.$$

В проекции на ось OZ

$$T_2 = m_1(g - a).$$

Для ускорения a и углового ускорения ε справедливо следующее соотношение:

$$a = \varepsilon r.$$

Поэтому сила натяжения равна

$$T_2 = m_1(g - \varepsilon r). \quad (4)$$

При условии невесомости нити $T_1 = T_2$. Подставляя (4) в (3), получим:

$$I_c \varepsilon = m_1(g - \varepsilon r)r. \quad (5)$$

Кроме того, воспользуемся кинематическим уравнением вращательного движения $\varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2}$, для промежутка времени, равного периоду ($t = \tau$)

$$2\pi = \frac{\varepsilon \tau^2}{2}. \quad (6)$$

Решение системы уравнений (5), (6) относительно момента инерции системы примет вид

$$I_c = m_1 r \left(\frac{g \tau^2}{4\pi} - r \right). \quad (7)$$

Экспериментальная установка позволяет определить m_1 , r и τ . Меняя положения подвижных грузов и их массу, то есть меняя геометрическое распределение массы системы относительно оси вращения, мы получим экспериментальные зависимости момента инерции системы:

во-первых, I_c от массы подвижных грузов при постоянном положении грузов

$$I_c = f(m);$$

во-вторых, I_c от положения подвижных грузов при постоянной массе грузов

$$I_c = f(R).$$

По полученным экспериментальным данным можно восстановить математическое выражение, соответствующее моменту инерции системы I_c , а именно определить численные значения показателей степени массы m и расстояния R (α и β соответственно).

«...Одной из главных причин потока научной литературы является то, что, когда исследователь достигает стадии, на которой он перестаёт видеть за деревьями лес, он слишком охотно склоняется к разрешению этой трудности путём перехода к изучению отдельных листьев».

«Ланцет», декабрь 1960 г.

9.2.2. План проведения работы

I. Установить зависимость момента инерции тела от его массы и положения относительно оси вращения методом анализа размерностей

Для установления вида ранее неизвестных зависимостей между различными величинами можно использовать метод анализа размерностей (Приложение 3). Воспользуемся методом анализа размерностей для определения численных значений α и β . Момент инерции держателя с грузом равен

$$I_c = I_{cm} + 2Am^\alpha R^\beta.$$

1. Запишите размерность правой и левой части данного выражения.
2. Приравняв показатели степени при килограммах и метрах, получите численные значения α и β .

II. Установить зависимость момента инерции тела от его массы и положения относительно оси вращения экспериментальным методом

1. Закрепите стержень (1) на вращающийся вал (7).
2. Измерьте массу держателей m . Расположите держатели на стержне на одинаковом расстоянии $R=5,5$ см симметрично относительно оси вращения OO' .
3. На опорную пластину (4) положите грузы и определите их массу m_1 .
4. Намотайте свободный конец нити с опорной пластиной (4) на барабан (1), а другой конец перекиньте через блок (5).
5. Расположите стержень (1) вплотную к световому барьеру (3), но так, чтобы стержень еще не пересекал барьер. Этим достигается условие нулевой начальной угловой скорости в момент начала отсчета времени.
6. Нажатием на пусковое устройство закрепите стержень. Для светового барьера выберите режим  и нажмите кнопку «Reset» для обнуления дисплея.

Установить зависимость момента инерции тела от его массы и положения относительно оси вращения $I_c = f(R^\beta)$

1. Отпустив пусковое устройство, запустите установку.
2. Световой барьер фиксирует время одного оборота τ . Полученные данные занесите в Таблицу 1.
3. Повторите эксперимент, меняя расстояние R каждый раз на 2,5 см, оставив массу держателей с грузами m постоянной.
4. Для каждого измерения по формуле (7) вычислите момент инерции вращающейся системы I_c и оцените точность измерений.

Таблица 1

№	$R, м$	$\tau, с$	$I_c, кг \cdot м^2$

5. Постройте график зависимости $I_c = f(R^\beta)$ (коэффициент β определен в предыдущем упражнении).
6. Сделайте вывод о численном значении коэффициента β по виду полученной графической зависимости

Примечание. Во введении на рис. 2 (ст. 8) представлены графические отображения аналитической функции $y = Ax^\gamma$ для различных значений γ .

Установить зависимость момента инерции тела от его массы и положения относительно оси вращения $I_c = f(m^\alpha)$

1. Уберите грузы с держателей. Закрепите держатели на расстоянии $R = (10 \div 25)$ см.
2. Нажатием на пусковое устройство закрепите стержень. Нажмите кнопку «Reset» для обнуления дисплея. Отпустив пусковое устройство, запустите установку. Определите время одного оборота τ . Полученные данные занесите в Таблицу 2.
3. Повторите эксперимент, оставив расстояние R постоянным, изменив массу m грузов с держателями, добавив грузы. Результаты измерений занесите в Таблицу 2.
4. Для каждого измерения по формуле (7) вычислите момент инерции вращающейся системы I_c и оцените точность измерений.

Таблица 2.

N_0	$m, \text{кг}$	$\tau, \text{с}$	$I_c, \text{кг} \cdot \text{м}^2$

5. Постройте график зависимости $I_c = f(m^\alpha)$ (коэффициент α определен в предыдущем упражнении).
6. Сделайте вывод о численном значении коэффициента α по виду полученной графической зависимости

3.4. Контрольные вопросы

- 1 Как вычисляются моменты инерции материальной точки, системы точек, твердого тела и системы твердых тел.
- 2 Сформулируйте теорему Гюйгенса-Штейнера.
- 3 В чем заключается смысл метода анализа размерностей?

3.5. Список рекомендуемой литературы

- 1 Савельев И.В. Курс общей физики: Учеб. пособие для вузов: В 5 кн. Кн.1. Механика. М.: Астрель: АСТ, 2001. § 38, 39, 41.
- 2 Общий курс физики : Учеб. пособие для вузов рек. МО РФ: В 3 т. Т.1. Механика / Д.В. Сивухин . - 4-е изд., стер. - М.: Физматлит; МФТИ, 2005. § 33, 35.
- 3 Стрелков С.П. Механика: Учеб. пособие для ун-тов. М.: Наука, 1975. § 52, 55, 59.
- 4 Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 2002. § 16 - 17.

«Многие указывали, что процесс превращения гипотезы в научное открытие очень хорошо иллюстрируется на примере открытия Америки Колумбом, Колумб был одержим идеей, что Земля круглая и что можно достичь Восточной Индии, плывя на Запад. Обратите внимание на следующее:

- а) идея никоим образом не была оригинальной, но он получил новую информацию;
- б) он встретился с огромными трудностями как в поиске лиц, которые могли бы его субсидировать, так и непосредственно в процессе проведения эксперимента;
- в) он не нашёл нового пути в Индию, но зато нашёл новую часть света;
- г) несмотря на все доказательства противного, он всё же верил, что открыл дорогу на Восток;
- д) при жизни он не дождался ни особого почёта, ни существенного вознаграждения;
- е) с тех пор были найдены неопровержимые доказательства, что Колумб был не первым европейцем, достигшим Америки» (Из книги «Физики шутят»).

Приложение 1

Инструкция по охране труда и технике безопасности при выполнении студенческих и научных работ в лаборатории механики УдГУ

1. Данная инструкция распространяется на всех сотрудников и студентов, работающих в лаборатории механики УдГУ.
2. Персонал, обслуживающий установки, должен знать и строго соблюдать (выполнять) настоящие инструкции и правила техники безопасности.
3. Лица, нарушившие настоящую инструкцию, подвергаются взысканиям в зависимости от степени и характера нарушений в административном или служебном порядке.
4. Ответственность за несчастные случаи, произошедшие на производстве, несут лица, как непосредственно нарушившие правила, так и не обеспечившие выполнения организационно-технических мероприятий. За необеспечение безопасных методов работы и за соблюдение правил несет ответственность лаборант, ответственный за технику безопасности в лаборатории.
5. Выполнение работ допускается только согласно методическим указаниям по работе на установке.
6. К работе допускается персонал, прошедший инструктаж по технике безопасности на рабочем месте.
7. Студенты, проходящие технические занятия в лаборатории, прежде чем приступить к работе, обязаны пройти инструктаж по технике безопасности у преподавателя, ведущего занятия. После проведения инструктажа в журнале делается запись с подписями студентов.
8. Студентам строго запрещается:
 - а) включать приборы без разрешения лаборанта и в отсутствие лаборанта;
 - б) включать приборы с незаземленными корпусами;
 - в) оставлять без надзора включенную аппаратуру;
 - г) вскрывать кожухи приборов и производить ремонт аппаратуры.
9. Окончив работу, студент должен отключить аппаратуру от сети и доложить преподавателю или лаборанту об окончании работы. Не допускается работа на неисправной аппаратуре.
10. При обнаружении неисправностей в аппаратуре студент обязан немедленно выключить неисправную аппаратуру и доложить о замеченных неисправностях лаборанту.
11. При травмировании и других несчастных случаях студент обязан немедленно обратиться за помощью к лаборанту или преподавателю.
12. Студентам строго запрещается работать на установках в отсутствие лаборанта.
13. Студенты, нарушившие эти правила, от занятий в лаборатории отстраняются.
14. Лица, допустившее нарушения техники безопасности, должны подвергаться проверке знаний техники безопасности независимо от административных мер воздействия. Сотрудник, показавший неудовлетворительные знания, не допускается к работе с установкой.
15. Периодическая проверка знаний правил техники безопасности, работающих в лаборатории, проводится один раз в год. Инструктаж сотрудников по данной инструкции проводится один раз в квартал, о чем производится запись в журнале. Ответственный за проведение инструктажа вышестоящий руководитель.
16. Работник, обнаруживающий нарушение настоящей инструкции, а также заметивший неисправность электроустановки и защитных средств, обязан немедленно сообщить об этом вышестоящему руководителю. В том случае, когда

неисправность установки представляет явную опасность для окружающих людей или самой установки, ее может устранить сотрудник, обнаруживший ее, а затем оповестить об этом завлабораторией. Устранение неисправностей проводится при строгом соблюдении правил техники безопасности.

17. В случае поражения электрическим током вызов врача является обязательным независимо от состояния пострадавшего. Телефон - 03. Первым действием оказывающего помощь должно быть быстрое отключение токоведущих частей электроустановки. Если отключение электроустановки не может быть произведено достаточно быстро, необходимо принять меры к отдалению пострадавшего от токоведущих частей, можно также взять его за одежду (если она сухая и отстает от тела пострадавшего, например, за полы), избегая при этом прикосновения к окружающим предметам и частям тела.

Меры оказания первой помощи зависят от состояния пострадавшего. После освобождения от тока пострадавшего необходимо уложить на спину на твердую поверхность, проверить наличие у пострадавшего дыхания (определяется по объему грудной клетки), проверить наличие у пострадавшего пульса на лучевой артерии на передне-боковой поверхности шеи.

Если пострадавший находится в сознании, но до этого был в состоянии обморока, его следует уложить в удобное положение (подстелить под него и накрыть его чем-нибудь) и до прибытия врача обеспечить полный покой, непрерывно наблюдая за дыханием и пульсом. Ни в коем случае нельзя позволять пострадавшему двигаться.

Если пострадавший находится в бессознательном состоянии, но с сохранением устойчивого дыхания и пульса, его следует удобно уложить, создать приток свежего воздуха, обрызгивать водой и обеспечить полный покой. Одновременно следует срочно вызвать врача. Если дыхание пострадавшего судорожное и очень редкое, ему следует сделать искусственное дыхание и массаж сердца.

Способ искусственного дыхания "изо рта в рот" заключается в том, что оказывающий помощь производит вдох из своих легких в легкие пострадавшего через специальное приспособление, имеющееся в аптечке, или непосредственно в рот или нос пострадавшего.

Приспособление для искусственного дыхания состоит из двух отрезков резиновой или гибкой пластмассовой трубки диаметром 8-12 мм, длиной 60 или 100 мм, овального фланца, вырезанного из плотной резины. Фланец натягивается на стык отрезков трубок, плотно зажимая место их соединения.

Для того чтобы делать искусственное дыхание, пострадавшего следует уложить на спину, раскрыть ему рот и, после удаления изо рта посторонних предметов и слизи (платком или концом рубашки), вложить в него трубку: взрослому длинным концом, ребенку - коротким. При этом необходимо следить, чтобы язык пострадавшего не западал назад и не закрывал дыхательного пути и чтобы вставленная трубка попала в дыхательное горло, а не в пищевод. Для предотвращения западания языка нижняя челюсть пострадавшего должна быть слегка выдвинута вперед. Для раскрытия гортани следует запрокинуть голову пострадавшего назад, положить под затылок одну руку, а затем второй рукой надавить на лоб пострадавшего так, чтобы подбородок оказался на одной линии с шеей. При таком положении головы просвет глотки верхних дыхательных путей значительно расширяется и обеспечивается их полная проходимость.

Для того чтобы выправить трубку во рту и направить ее в дыхательное горло, следует также слегка надавить вверх и вниз нижнюю челюсть пострадавшего. Затем, встав на колени над головой пострадавшего, следует плотно прижать к его губам фланец, а затем большими пальцами обеих рук зажать пострадавшему нос, с

тем, чтобы вдуваемый воздух не выходил обратно, минуя легкие. Сразу после этого оказывающий помощь делает в трубку несколько выдохов и продолжает их со скоростью 10-12 выдохов в минуту до полного восстановления дыхания пострадавшего или прибытия врача. Для обеспечения возможности свободного выдоха воздуха из легких оказывающий помощь после каждого вдувания должен освободить рот и нос пострадавшего. При каждом вдувании грудная клетка пострадавшего должна расширяться, а после освобождения рта и носа самостоятельно опускаться. Для обеспечения наиболее глубокого выдоха можно легким нажатием на грудную клетку помочь выдоху воздуха из легких пострадавшего.

В процессе искусственного дыхания необходимо следить, чтобы воздух попадал в легкие, а не в живот пострадавшего, для этого необходимо быстрым нажатием на верхнюю часть живота под диафрагмой выпустить воздух и установить дыхательную трубку в нужное положение путем повторного перемещения вверх и вниз нижней челюсти пострадавшего. После этого следует возобновить искусственное дыхание.

При отсутствии на месте происшествия необходимого приспособления следует быстро раскрыть у пострадавшего рот, удалить у него изо рта посторонние предметы, запрокинуть ему голову и оттянуть нижнюю челюсть. После этого оказывающий помощь откидывается назад и делает новый вдох. В этот период грудная клетка пострадавшего опускается, и он произвольно делает пассивный выдох. При невозможности полного охвата рта пострадавшего вдуть воздух в легкие следует через нос, плотно прикрыв при этом рот пострадавшего. Вдувание воздуха в рот или нос можно производить через марлю, салфетку или носовой платок.

18. В случае термического ожога необходимо быстро и осторожно освободиться от тлеющей и обгоревшей одежды (не снимать ее, а разрезать), чтобы она не приходила в соприкосновение с обожженной поверхностью. Не делать попыток очистить обожженный участок (тем более прокалывать или удалять пузыри), ни в коем случае не смазывать его вазелином или жиром. Наложить компресс (1 н. раствор $KMnO_4$) без компрессной бумаги.
19. В случае ранения рану нельзя трогать руками и обмывать водой. При отсутствии индивидуального пакета использовать чистую тряпочку, на которую накапать несколько капель йода, чтобы получить пятно размером больше раны, а затем наложить тряпочку на рану. Если имеется индивидуальный пакет, рану забинтовать повязкой из индивидуального пакета. При сильном кровотечении из ран конечностей, нужно сделать перетяжку руки или ноги жгутом или бинтом выше раны (жгут не накладывать непосредственно на кожу). Рану забинтовать стерильным бинтом. При кровотечении из туловища придавить рану повязкой из индивидуального пакета. Наложенный жгут держать не более 1,5-2 часов. Через час на 5-10 минут жгут следует снять, после чего при необходимости наложить жгут снова.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕГО МЕСТА

20. Площадь, на которой проводится испытание, должна быть свободной от посторонних предметов.
21. К установкам должен быть свободный доступ, обеспечивающий безопасное обслуживание.
22. Все приборы под напряжением и с металлическими корпусами должны быть заземлены.
23. Перед включением прибора необходимо удостовериться, соответствует ли напряжение сети, на которое он рассчитан.

24. Все электроштыты и штепсельные розетки должны иметь соответствующую маркировку с указанием напряжения, допустимой силы тока.
25. Нельзя работать с электроприборами, у которых повреждена изоляция, штепсельные вилки.
26. Электроприборы должны удовлетворять следующим требованиям:
 - а) быстро подключаться и отключаться от электросети;
 - б) быть безопасными в работе и не иметь открытых токоведущих частей.
27. Ручной инструмент, применяемый для монтажных работ (отвертки, плоскогубцы и др.), должен иметь изолирующие рукоятки.
28. При работе могут возникнуть аварийные ситуации: пробой изоляции, пожар.

В случае пробоя изоляции может произойти поражение током, приборы могут оказаться под напряжением. При поражении электрическим током необходимо принять меры для предотвращения падения пострадавшего на пол, отключить напряжение, оказать доврачебную помощь, вызвать врача, повесить на установке запрещающие плакаты, сообщить о случившемся зав. лабораторией или кафедрой.

В случае возникновения пожара работающие в данный момент сотрудники немедленно приступают к тушению пожара имеющимися в лаборатории средствами (вода, песок, огнетушители). Если очаг пожара большой, то необходимо срочно позвонить по телефону - 01 в городскую пожарную команду. О пожаре сообщить зав.лабораторией. Для тушения горячей электропроводки, находящейся под напряжением, можно применять только сухие углекислотные огнетушители типа ОУ-2, ОУ-5, ОУ-7.

29. В случае, когда приборы окажутся под напряжением, необходимо отключить рубильник, выдернуть вилки приборов из розеток, вывесить запрещающие плакаты до окончания ремонта или ликвидации аварийной ситуации, сделать запись в "Оперативном журнале".
30. После работы все материалы и приспособления должны быть убраны в ящики столов и спец шкафов. На неисправном оборудовании должны быть вывешены предупредительные плакаты.

Ответственный за соблюдение правил противопожарной безопасности, сан. состояния, эксплуатацию силовой аппаратуры должен отключить электропитание, закрыть окна, отключить воду, осмотреть помещение, опечатать входную дверь, сдать ключи под расписку вахтеру.

ПРЕДУПРЕЖДЕНИЕ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ОПАСНЫХ СИТУАЦИЙ

31. Проходы ко всем рубильникам и электророзеткам должны быть свободны. На рубильниках и электророзетках должны быть четко указаны положения "вкл." и "выкл.". Все щиты должны быть заземлены.
32. Не допускается соединение проводов округами, их следует спаивать или соединять клеммами или штепселями. Соединительные или заземляющие провода должны быть цельными или с приваренными наконечниками.
33. Запрещается заменять перегоревшие предохранители электросети самодельными "жучками", необходимо применять предохранители только заводского изготовления. Замену предохранителей и перегоревших ламп проводит дежурный электрик.
34. Персонал, обслуживающий установку, должен всегда помнить, что после исчезновения напряжения на установке, оно может появиться даже при наличии аварии. Ни при каких условиях нельзя касаться токоведущих частей, не отключив соответствующих участков.
35. Перед работой на установках необходимо вымыть и вытереть или высушить руки. При работе на установке руки должны быть сухими.

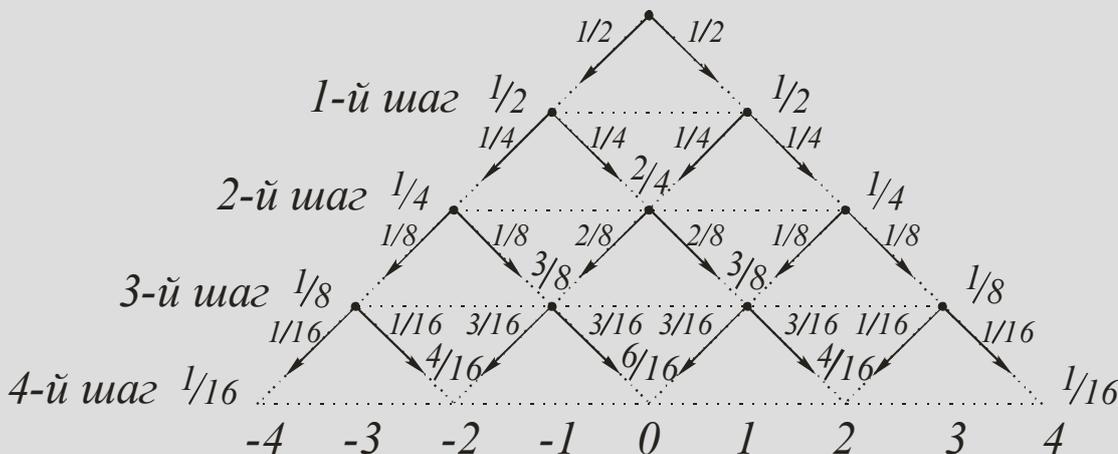
36. Персонал, обслуживающий установки, должен находиться в халатах, применять в работе диэлектрические перчатки. Там, где предусмотрено ограждение, необходимо всегда его выставлять.



РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ГАУССА

Проведём простой мысленный эксперимент. Совершим виртуальную прогулку в воображаемый парк, разбитый в форме квадрата со входами по углам. Парк пересечён дорожками, образующими правильную квадратную сетку, параллельную его краям.

Пройдёмся по нему, взяв за правило удаляться от точки входа. Это значит, что на каждом перекрёстке можно выбрать только два пути: вправо вниз или влево вниз (при условии, что вход был в верхнем углу). Если не задумываясь поворачивать направо или налево, то путешествие станет случайным, то есть нельзя будет точно предсказать где окажется гуляющий, пройдя несколько квадратов. Однако вероятность «попадания» на тот или иной перекрёсток можно рассчитать!

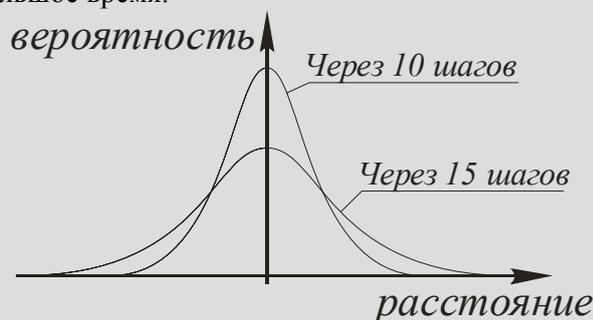


В самом деле, пройдя один квадрат от входа, мы с равной вероятностью окажемся или в точке A_0 , или в точке: A_1 . И там, и там возможно свернуть на направо, так и налево; поэтому после прохода двух квадратов шансы оказаться в точках B_0 и B_2 одинаков а вероятность прийти в B_1 в два раза выше. Вспомнив, что сумма всех этих вероятностей равна единице, получим! В самом деле, пройдя один квадрат; от входа, мы с равной вероятностью окажемся или в точке A_0 , или в точке: A_1 . И там, и там возможно свернуть на направо, так и налево; поэтому после прохода двух квадратов шансы оказаться в точках B_0 и B_2 одинаков а вероятность прийти в B_1 в два раза выше. Вспомнив, что сумма всех этих вероятностей равна единице, получим!

$$p(B_0)=p(B_2)=1/4, p(B_1)=1/2.$$

где $M = 0$ – математическое ожидание, $\sigma = \frac{\sqrt{2}}{N}$ – стандартное отклонение. Это *нормальное распределение* или *распределение Гаусса*. Оно проявляется всякий раз, когда значение величины подвержено действию многих случайных, не зависящих друг от друга факторов (представляет собой их сумму), а ведь как раз такая ситуация возникает в процессе измерения. Именно это свойство нормального распределения делает его столь универсальным и важным в практических исследованиях.

Вот лишь некоторые примеры ситуаций, приводящих к нормальному распределению. Если для большой группы людей составить распределение по росту или весу, то окажется, что оно близко к нормальному, поскольку рост и вес каждого человека определяются большим количеством случайных параметров. При взвешивании предмета на очень точных весах источниками случайных отклонений результата могут быть пылинки, садящиеся на чашки весов и взлетающие с них, потоки воздуха, вибрация стола и многое другое. К нормальному распределению приводят и измерения числа космических частиц, пролетающих через данную площадку, и количество распадов радиоактивных ядер в образце за достаточно большое время.



На графике $p(x)$ для нормального распределения математическое ожидание — это та точка, где функция максимальна (кстати, относительно неё распределение симметрично). Стандартное отклонение нормального распределения тоже можно найти по графику: это такое расстояние от точки максимума, где значение функции падает в \sqrt{e} раз (примерно 0,6 от максимального).

В интервал от $M-\delta$ до $M+\delta$ попадает около 68 % всех исходов, то есть результатов измерений. Если этот интервал увеличить вдвое, в него попадёт приблизительно 95 % исходов, а если утроить — почти 99 % (С. Хорозов).

Приложение 2

Математическая обработка результатов измерений

Никакое измерение не может быть выполнено абсолютно точно, поэтому результатом измерения всегда является доверительный интервал, в который попадает истинное значение измеряемой величины $x_{ист}$. В качестве наилучшего значения, близкого к истинному, для измеренной величины принимают среднее арифметическое x_{cp} из всех полученных результатов. Ширина интервала определяется абсолютной погрешностью измерения Δx . Таким образом

$$x_{ист} \in (x_{cp} \pm \Delta x).$$

Доверительный интервал измеряемой величины x представлен на рисунке 1.



Рис. 1. Представление результатов измерений

Наряду с абсолютной погрешностью Δx , используется относительная погрешность ε , равная отношению абсолютной погрешности к истинному значению измеряемой величины:

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_{ист}} 100\%.$$

Качество измерений, отражающее близость их результатов к истинному значению измеряемой величины, называется точностью измерений. Очевидно, что чем меньше погрешности, тем выше точность измерений.

Опишем без доказательств основные правила определения среднего значения x_{cp} и абсолютной погрешности Δx измеренной величины в том объеме, который необходим для обработки результатов измерений, полученных в лаборатории.

Вычисление доверительного интервала имеет свои особенности в зависимости от способа измерения. Все измерения делятся на прямые и косвенные. *Прямыми* называют такие измерения, при которых измеряемая величина определяется каким-либо прибором. Известно, что непосредственно могут быть измерены лишь немногие физические величины, такие, как длина, масса тела, промежутки времени, температура и др. Остальные величины мы определяем с помощью вычислений, пользуясь функциональными связями между физическими величинами, найденными прямыми измерениями. Таким образом, если физическая величина определяется на основании формулы, то такое измерение называется *косвенным*.

При использовании измерительных приборов их необходимо разделять на приборы, содержащие схемы пересчета непосредственно измеряемых величин в другие (спидометр, омметр и т.д.) и не содержащих подобные схемы. Будьте внимательны. Первые приборы выдают косвенно измеряемые величины.

1 Обработка результатов прямых измерений

При обработке результатов прямых измерений физической величины x возможна реализация одного из двух способов вычисления доверительного интервала.

Первый способ. Однократные измерения.

Если в процессе эксперимента на результат измерений не оказывают существенного влияния случайные процессы, то среднее значение величины x_{cp} будет равно измеренному, а абсолютная погрешность – половине цены деления прибора. Абсолютная погрешность цифровых приборов определяют:

- а) по паспорту к прибору;
- б) по разряду последней значащей цифры.

Второй способ. Многократные измерения.

Учет случайных процессов предполагает следующую схему расчета доверительного интервала

1. Провести серию измерений изучаемой величины x : $x_1, x_2, x_3 \dots x_N$.

2. Найти среднее значение величины x :
$$x_{cp} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_N}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

3. Определить среднеквадратичное отклонение:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{(x_1 - x_{cp})^2 + (x_2 - x_{cp})^2 + (x_3 - x_{cp})^2 + \dots + (x_N - x_{cp})^2}{N(N-1)}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - x_{cp})^2}{N(N-1)}}.$$

4. Найти ошибки измерений:

– случайную: $\sigma_{сл} = t_{N\alpha} \sigma_x$,

где $t_{N\alpha}$ - коэффициент Стьюдента, численное значение которого для различных N и α приведено в Таблице 1;

- систематическую: $\sigma_{\text{сис}} = \frac{\text{цена деления измерительного прибора}}{2}$;
- абсолютную: $\Delta x = \sqrt{\sigma_{\text{сл}}^2 + \sigma_{\text{сис}}^2}$;
- относительную: $\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_{\text{ср}}} 100\%$.

5. Записать результат эксперимента: $x = (x_{\text{ср}} \pm \Delta x)$.

Таблица 1

Значения коэффициент Стьюдента

Число измерений ($N - 1$)	Коэффициент надежности (α)		
	0,8	0,9	0,95
2	1,9	6,3	12,7
3	1,6	2,9	4,3
4	1,5	2,4	3,2
5	1,5	2,1	2,8
6	1,4	2,0	2,6
7	1,4	1,9	2,4
8	1,4	1,9	2,4
9	1,4	1,9	2,3
10	1,4	1,8	2,3

2 Обработка результатов косвенных измерений

В большинстве случаев имеют дело с косвенными измерениями. Пусть x, y, z – непосредственно измеряемые величины, а $W = f(x, y, z)$ – их функция, то есть величина, измеряемая косвенно. Рассмотрим два способа вычисления доверительного интервала величины W .

Первый способ. Если косвенные измерения проводятся в невоспроизводимых условиях, то значения W_i вычисляются для каждого отдельного измерения, а затем обрабатываются как прямые измерения.

Второй способ позволяет вычислить погрешность косвенного измерения как функцию погрешностей прямых измерений. Следует иметь в виду, что величина ошибки косвенно измеренной величины и порядок ее вычисления, зависят от того однократными или многократными измерениями получены непосредственно измеряемые величины. Далее остановимся подробнее на обоих вариантах.

Все непосредственно измеряемые величины получены путем однократных измерений

1. Для каждой непосредственно измеренной величины определить доверительный интервал:

$$x = (x_{\text{ср}} \pm \Delta x)$$

$$y = (y_{\text{ср}} \pm \Delta y)$$

$$z = (z_{\text{ср}} \pm \Delta z)$$

2. Найти среднее значение величины W : $W_{\text{ср}} = f(x_{\text{ср}}, y_{\text{ср}}, z_{\text{ср}})$.

3. Найти ошибку измерений:

- абсолютную: ΔW ;

– относительную: $\varepsilon = \frac{\Delta W}{W_{cp}} 100\%$.

Абсолютная и относительная ошибки определяются по виду математического выражения, дающего измеряемую физическую величину. В Таблице 2 приведены некоторые из них.

Таблица 2

Формулы определения абсолютной и относительной погрешностей

№	Математическое выражение	Погрешность	
		абсолютная (ΔW)	Относительная (ε)·100%
1	$A + B + C$	$(\Delta A + \Delta B + \Delta C)$	$\frac{(\Delta A + \Delta B + \Delta C)}{A + B + C}$
2	$A - B$	$(\Delta A + \Delta B)$	$\frac{(\Delta A + \Delta B)}{A - B}$
3	$A \cdot B$	$(A\Delta B + B\Delta A)$	$\left(\frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}\right)$
4	$A \cdot B \cdot C$	$(AC\Delta B + BC\Delta A + AB\Delta C)$	$\left(\frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta C}{C}\right)$
5	$\frac{A}{B}$	$\left(\frac{A\Delta B + B\Delta A}{B^2}\right)$	$\left(\frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}\right)$
6	A^n	$n A^{n-1} \Delta A$	$n \frac{\Delta A}{A}$
7	$\sin A$	$\cos A \Delta A$	$ctg A \Delta A$
8	$\cos A$	$\sin A \Delta A$	$tg A \Delta A$

5. Записать результат эксперимента: $W = (W_{cp} \pm \Delta W)$.

Все или некоторые непосредственно измеряемые величины получены путем многократных измерений

1. Для каждой непосредственно измеренной величины определить доверительный интервал:

$$x = (x_{cp} \pm \Delta x)$$

$$y = (y_{cp} \pm \Delta y)$$

$$z = (z_{cp} \pm \Delta z)$$

2. Найти среднее значение величины W : $W_{cp} = f(x_{cp}, y_{cp}, z_{cp})$.

3. Определить среднеквадратичное отклонение:

$$\sigma_W = \sqrt{\left(\frac{\partial W}{\partial x} \Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial y} \Delta y\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial z} \Delta z\right)^2}$$

4. Найти ошибку измерений:

– абсолютную: $\Delta W = \gamma_\alpha \sigma_W$,

где γ_α - коэффициент Чебышева, численное значение которого для различных α приведено в Таблице 3;

- относительную: $\varepsilon = \frac{\Delta W}{W_{cp}} 100\%$.
6. Записать результат эксперимента: $W = (W_{cp} \pm \Delta W)$.

Таблица 3

Значения коэффициент γ_α для неравенства Чебышева

α	0,8	0,9	0,95
γ_α	2,2	3,2	4,4

ЗАКОН ВЕРОЯТНОСТНОГО ДВИЖЕНИЯ

Интересно проследить, как изменяется в ходе прогулки по парку ширина области, в которой (с большей вероятностью) находится гуляющий. Ширина этой области (расстояние до диагональной дорожки) пропорциональна среднеквадратичному отклонению, то есть квадратному корню из числа пройденных «кварталов». Так что если запустить в парк толпу гуляющих с одинаковой скоростью людей, то размер этой толпы будет расти пропорционально корню из времени прогулки. Аналогично растёт, например, диаметр капли чернил в воде: ведь движение молекулы чернил – это случайное блуждание между молекулами воды (*А. Селиверстов*).

Приложение 3

Метод анализа размерностей

Метод анализа размерностей применяется, во-первых, для быстрой проверки правильности получаемых при решении задач формул и, во-вторых, для установления вида ранее неизвестных зависимостей между различными величинами.

Проиллюстрируем его применение на примере определения математического выражения модуля центростремительного ускорения. Предположим, что в результате исследования равномерного движения по окружности для модуля центростремительного ускорения было получено выражение

$$a = v^3 R.$$

Верно ли оно? Чтобы установить это, проверим формулу на условие равенства размерностей обеих её частей.

$$[a] = m c^{-2}$$

$$[v^3 R] = \left(\frac{m}{c}\right)^3 (m) = (m)^4 (c)^{-1}.$$

Эти размерности не совпадают, значит, формула $a = v^3 R$ неверна.

Попытаемся теперь установить правильную зависимость центростремительного ускорения от скорости движения и радиуса окружности, по которой движется тело. Для этого представим ускорение в виде

$$a = v^\alpha R^\beta, \tag{1}$$

где α и β — неизвестные показатели степени, которые требуется определить. Значения $\alpha = 3$, $\beta = 1$, как мы видели выше, являются неверными. Чему же равны их

истинные значения? Для ответа на этот вопрос приравняем размерности обеих частей равенства (1)

$$m c^{-2} = (m/c)^{\alpha} (m)^{\beta}$$

или

$$m c^{-2} = m^{\alpha+\beta} c^{-\alpha}$$

Приравнивая далее показатели степени у метров (m) и секунд (c) слева и справа, получаем систему уравнений

$$1 = \alpha + \beta; \quad -2 = -\alpha.$$

Решая её, находим: $\alpha = 2$, $\beta = -1$. Подстановка полученных значений в формулу (1) даёт

$$a = v^2/R. \quad (2)$$

Это и есть правильная формула. Заметим, правда, что мы определили зависимость a от v и R лишь с точностью до постоянного безразмерного коэффициента. Ведь если домножить правую часть равенства (2) на какое-либо безразмерное число k , то равенство размерностей обеих его частей по-прежнему сохранится. Следовательно, в действительности нами установлено, что $a = kv^2/R$, где значение k методом анализа размерностей определить невозможно.

Приложение 4

Обработка результатов косвенных измерений физической величины полученной в невоспроизводимых условиях

Задание: определить коэффициент упругости пружины

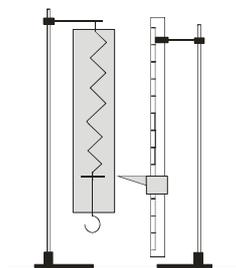


Рис. 2. Общий вид экспериментальной установки

1. Собрать установку, как показано на рисунке 2. Держась за динамометр, растянуть пружину на $l = 1$ см. Измерить силу. Результат измерения занести в Таблицу 4.
2. Повторить пункт 1, растянув пружину на 2, 3, 4 и 5 см.
3. По формуле $k = \frac{F}{l}$ вычислить угловой коэффициент упругости пружины. Оценить точность измерения.

4. Построить график зависимости силы F от удлинения пружины

Таблица 4

$l \cdot 10^{-2}, м$	1	2	3	4	5
$F, Н$					
$k, Н/м$					

Выполнение задания

5. Провели серию измерений. Результаты измерений представлены в Таблице 5.

Таблица 5

$l \cdot 10^{-2}, м$	1	2	3	4	5
$F, Н$	0,30	0,65	0,90	1,25	1,55
$k, Н/м$	30	32,5	30	31	31

6. Среднее значение: $k_{cp} = 31 \text{ Н/м}$.

7. Среднеквадратичное отклонение:

$$\sigma_k = \sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{(k_i - k_{cp})^2}{N(N-1)}} = \sqrt{\frac{(30 - 31)^2 + (32,5 - 31)^2 + (30 - 31)^2 + (31 - 31)^2 + (31 - 31)^2}{5(5-1)}} = 3 \frac{\text{Н}}{\text{м}}.$$

8. Ошибка измерений:

– абсолютная: $\Delta k = t_{N\alpha} \sigma_k = 6,1 \text{ Н/м}$;

– относительная: $\varepsilon = \frac{\Delta k}{k_{cp}} 100\% = 19\%$;

– Результат измерений: $k = (3,1 \pm 0,6) \cdot 10 \text{ Н/м}$.

График зависимости силы F от удлинения пружины l

