

**Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Удмуртский государственный университет»**

**СБОРНИК ВОПРОСОВ И ЗАДАЧ
ПО ОБЩЕЙ ФИЗИКЕ**

ТЕРМОДИНАМИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

Составил: доцент кафедры общей физики УдГУ Милютин И.В.

**Ижевск
2007**

УДК
ББК с

Составитель: доцент Игорь Владимирович Милютин

Сборник вопросов и задач по общей физике:

Термодинамика и молекулярная физика. Электричество и магнетизм/
Составил И.В.Милютин; УдГУ. Ижевск, 2007. 194 с.

Сборник вопросов и задач , предназначенный для студентов специальности «физика», включает в себя содержание практических занятий и варианты домашних контрольных работ студентов по разделам «Термодинамика и молекулярная физика» и «Электричество и магнетизм» дисциплины «Общая физика».

УДК
ББК

© Составитель: И.В.Милютин, 2007

© Удмуртский государственный университет, 2007

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	6
Список основных задачников, использовавшихся при составлении пособия	7
Молекулярная физика и термодинамика	
Программа лекционного курса «термодинамика и молекулярная физика» для студентов специальности «физика»	8
Рабочий план практических занятий по молекулярной физике и термодинамике	11
Занятия 1 и 2: Идеальный газ, законы идеального газа	12
Задачи домашних контрольных работ по теме «Идеальный газ, законы идеального газа»	17
Занятия 3 и 4: Основы теории вероятностей	22
Задачи домашних контрольных работ по теме «Основы теории вероятностей»	26
Занятия 5 – 8: Распределения Максвелла и Больцмана. Кинематические характеристики молекулярного движения	28
Задачи домашних контрольных работ по теме «Распределения Максвелла и Больцмана. Кинематические характеристики молекулярного движения»	39
Занятия 11 – 13: Процессы переноса. Броуновское движение	45
Задачи домашних контрольных работ по теме «Процессы переноса. Броуновское движение»	53
Занятия 15 – 17: Первое начало термодинамики. Теплоемкость. Политропические процессы	56
Задачи домашних контрольных работ по теме «Первое начало термодинамики. Теплоемкость. Политропические процессы»	63
Занятия 20 – 23: Второе начало термодинамики. Энтропия. Циклы. Изменение энтропии в различных процессах	67

термодинамики. Энтропия. Циклы. Изменение энтропии в различных процессах»	73
Занятия 25 и 26: Реальные газы	81
Задачи домашних контрольных работ по теме «Реальные газы»	85
Занятия 27 – 29: Свойства жидкостей. Капиллярные явления	89
Задачи домашних контрольных работ по теме «Свойства жидкостей. Капиллярные явления»	96
Занятия 32 и 33: Фазовые превращения. Растворы	98
Задачи домашних контрольных работ по теме «Фазовые превращения. Растворы»	102
Варианты домашних контрольных работ	106
Электричество и магнетизм	
Программа лекционного курса «Электричество и магнетизм» для студентов специальности «физика»	108
Программа практических занятий по курсу «Электричество и магнетизм»	113
Закон Кулона. Поле систем дискретных зарядов и непрерывно распределенных зарядов. Теорема Гаусса	114
Потенциал. Работа электростатического поля	120
Электрический диполь	123
Электростатическая индукция. Электрическое поле при наличии проводников	125
Метод электрических изображений	128
Электрическое поле при наличии диэлектриков	130
Емкость. Конденсаторы. Энергия электростатического поля	134
4	
Задачи домашних контрольных работ. Электростатика	142

Постоянный ток. Сопротивление. Квазистационарные процессы ...	149
Задачи домашних контрольных работ. Постоянный ток.	
Квазистационарные процессы	157
Магнитное поле в вакууме. Расчет магнитного поля токов и систем токов. Работа магнитного поля	163
Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях. Эффект Холла	171
Магнитное поле при наличии магнетиков	172
Электромагнитная индукция. Индуктивность. Энергия магнитного поля. Вектор Пойнтинга	175
Задачи домашних контрольных работ. Магнетизм	183
Цепи переменного тока	190
Варианты домашних контрольных работ	193

Предисловие

Данное пособие подготовлено в соответствии с действующим Государственным образовательным стандартом высшего профессио-

нального образования по специальности 010400 “физика”, однако, при соответствующем отборе задач, может быть использовано и студентами специальности “тепловые электрические станции”. При его составлении были использованы задачи различных сборников (перечень основных из них приведен ниже), а также включено небольшое число оригинальных задач.

Объём включённого в каждый раздел материала рассчитан на работу с сильной группой и даже для этого случая несколько избыточен, что оставляет возможности для индивидуальной работы со студентами на занятиях. Определив уровень студентов, ведущий практические занятия преподаватель сам отберёт задачи по степени сложности, учитывая, кроме того, то, что основные типы задач, включённых в пособие, должны быть обязательно разобраны в аудитории, и что ряд задач и вопросов, конечно, будет рассмотрен в качестве примеров на лекциях. Каждая тема открывается качественными задачами. Пособие не включает в себя в полном объёме необходимый справочный материал, но в большинстве задач все используемые при решении константы и величины приведены.

Пособие содержит также задачи домашних контрольных работ, всего каждому студенту предстоит их выполнить три за семестр. Сроки сдачи этих контрольных дополнительно оговорит на занятиях преподаватель. Домашние задачи сдаются в ходе собеседований с преподавателем во время специально отведенных для этого занятий и во время консультаций. Решение всех задач домашних контрольных работ должно быть выполнено студентом в отдельной тетради с проведением проверок на размерность и граничные условия (если это целесообразно) и сопровождаться подробным комментарием. Без выполнения этих требований решения не засчитываются.

При написании аудиторных контрольных работ студент должен чётко понимать, что решенная задача без комментария и проверок на граничные условия и размерность оценивается в три балла.

Ответы приведены в квадратных скобках в конце части задач, отведенных для решения в аудитории. Ответы к задачам домашних работ в пособие не включены сознательно, с тем, чтобы они не ограничивали самостоятельность студента при решении.

Открывают каждую часть пособия программы лекционных и

практических занятий по курсам «Термодинамика и молекулярная физика» и «Электричество и магнетизм». С перечнем выбранных для выполнения лабораторных работ и требованиями к их выполнению и

сдаче студент может ознакомиться в соответствующей лаборатории физического практикума.

**Список основных задачников, использовавшихся
при составлении пособия**

1. Иродов И.Е. Задачи по общей физике: Учеб. пособие.- 2-е изд., перераб. – М.: Наука. 1988.- 416 с.
2. Савельев И.В. Сборник вопросов и задач по общей физике: Учеб. пособие.- 2-е изд., перераб. – М.: Наука. 1988.- 288 с.
3. Под ред. Сивухина Д.В. Сборник задач по общему курсу физики. Термодинамика и молекулярная физика: Учеб. пособие.- 4-е изд., перераб. и дополненное – М.: Наука. 1976.- 208 с.
4. Под ред. Яковлева И.А. Сборник задач по общему курсу физики. Электричество и магнетизм: Учеб. пособие.- 4-е изд., перераб. и дополненное – М.: Наука. 1977.- 272 с.
5. Бабаджан Е.И., Гервидс В.И., Дубовик В.М., Нерсесов В.А. Сборник качественных вопросов и задач по общей физике: Учеб. пособие для вузов.- М.: Наука. 1990.- 400 с.
6. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике: Учеб. пособие.- 4-е изд., перераб. и дополненное – М.: Высшая школа. 1981.- 496 с.

1. Термодинамика и молекулярная физика. Основные понятия теории вероятностей.
Термодинамический и статистический методы исследования макроскопических процессов и явлений. Введение в теорию вероятностей. Средние значения дискретной и непрерывно изменяющейся случайной величины. Дисперсия. 2 часа
2. Макро- и микросостояния системы. Вероятность макросостояния.
Макро- и микросостояния системы, проблема различения микросостояний. Статистический ансамбль систем. Эргодическая гипотеза. Элементы комбинаторики. Биномиальное распределение и его предельные формы. Наиболее вероятное и среднее число частиц в объёме. Флуктуации. 4 часа
3. Распределение Максвелла. Идеальный газ.
Вывод распределения Максвелла, его различные формы. Характерные скорости. Давление газа на стенки сосуда. Экспериментальные проверки распределения Максвелла. Принцип детального равновесия. Уравнение состояния идеального газа. Газовые законы. Температура и её измерение. 4 часа
4. Кинематические характеристики молекулярного движения.
Кинематические характеристики молекулярного движения. Среднее число соударений молекулы в единицу времени. Экспериментальное определение поперечного сечения столкновений. 2 часа
5. Распределение Больцмана.
Распределение молекул в пространстве и по скоростям во внешнем потенциальном поле. Распределение Больцмана, его применение к идеальному газу в поле силы тяжести. Барометрическая формула. Опыт Перрена. Подъёмная сила. Связь распределений Максвелла и Больцмана. 4 часа
6. Распределение Гиббса. Броуновское движение.
Канонический ансамбль систем. Каноническое распределение Гиббса. Теорема о равномерном распределении энергии по степеням свободы.
8
Броуновское движение, вращательное броуновское движение. 3 часа
7. Процессы переноса в газах.

Вывод общего уравнения переноса. Теплопроводность. Закон охлаждения Ньютона. Само- и взаимная диффузия. Вязкость. Связь между коэффициентами, характеризующими процессы переноса. Вакуум. Особенности процессов переноса в разреженных газах (эффузия, тепловое скольжение, радиометрический эффект, ...). 4 часа

8. Первое начало термодинамики.

Работа, количество теплоты, внутренняя энергия. Первое начало термодинамики. Процессы. Энтальпия. Формула Майера. Классическая теория теплоёмкости идеального газа. Качественное объяснение экспериментально наблюдаемой зависимости $C(T)$. Работа идеального газа при изопроцессах. Политропа. 4 часа

9. Второе начало термодинамики. Методы термодинамики. Третье начало термодинамики.

Энтропия идеального газа. Изменение энтропии в процессах идеального газа. Циклические процессы. Работа цикла. КПД тепловой машины. Цикл Карно. Различные формулировки основного постулата Второго начала термодинамики. Теоремы Карно. Термодинамическая шкала температур. Неравенство Клаузиуса. Статистический характер Второго начала термодинамики, формула Больцмана.

Термодинамические функции. Критерии термодинамической устойчивости. Методы термодинамики. Принцип Ле-Шателье - Брауна.

Третье начало термодинамики. 8 часов

10. Неидеальные газы.

Отклонения свойств газов от идеальности, реальные изотермы. Потенциалы взаимодействия. Уравнение Ван-дер-Ваальса, другие формы уравнения состояния реального газа. Изотермы Ван-дер-Ваальса. Критическое состояние. Приведённое уравнение В.-д.-В., закон соответственных состояний. Внутренняя энергия и теплоёмкость неидеальных газов. Эффект Джоуля-Томсона. Сжижение газов. Сверхнизкие температуры. Сверхтекучесть гелия. 4 часа

11. Структура и свойства жидкостей.

9

Поверхностное натяжение. Поверхностно-активные вещества. Зависимость коэффициента поверхностного натяжения от температуры. Смачивание и несмачивание. Давление Лапласа. Капиллярные явления. Испарение и кипение. Температурная зависимость упругости насыщен-

ных паров. Зависимость давления насыщенного пара от кривизны поверхности жидкости. Кипение. Метастабильные состояния. Уравнение Клапейрона-Клаузиуса. Структура жидкостей. Проблема описания структуры неупорядоченных сред, радиальная функция распределения. Жидкие кристаллы. Жидкие растворы. Законы Рауля. Диаграммы состояния раствора.

Осмоз: механизм возникновения, закономерности, примеры проявления. 6 часов

12. Фазы. Фазовые переходы. Равновесие фаз.

Фазовые переходы и их классификация. Химический потенциал и равновесие фаз. Правило фаз. Диаграммы состояний. 2 часа

13. Твёрдые тела.

Симметрия твёрдых тел. Дефекты, их роль. Теплоёмкость твёрдых тел: закон Дюлонга-Пти, теории Эйнштейна и Дебая. Тепловое расширение твёрдых тел. 4 часа

СПИСОК ОСНОВНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Матвеев А.Н. Молекулярная физика. М.: Высш. шк., 1981.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики: Т. 2. М.: Наука, 1975.
3. Телеснин Р.В. Молекулярная физика. 2 – е изд. М.: Наука, 1973.
4. Рейф Ф. Берклевский курс физики. 3 – е изд. Т. 5: Статистическая физика. М.: Наука, 1986.

СПИСОК ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кикоин А.К., Кикоин И.К. Молекулярная физика. 2 – е изд. М.: Наука, 1976.
2. Савельев И.В. Курс общей физики: Т.1. Механика. Молекулярная физика: Учеб. пособие.- 2-е изд., перераб. – М.: Наука. 1982.

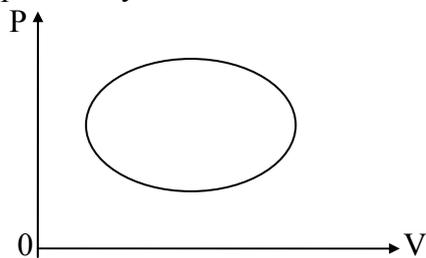
РАБОЧИЙ ПЛАН ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ ПО МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКЕ И ТЕРМОДИНАМИКЕ (68 ЧАСОВ)

1. Идеальный газ, законы идеального газа. (4 часа).
2. Основные понятия теории вероятностей. Теоремы о сложении и умножении вероятностей. Средние значения дискретно и непрерывно изменяющейся величины. Функция распределения вероятностей. Дисперсия. (4 часа).
3. Распределение Максвелла, его различные виды, характерные скорости. Кинематические характеристики молекулярного движения. (4 часа).
4. Распределение Больцмана. (4 часа).
5. Сдача задач домашних контрольных работ. (2 часа).
6. Контрольная работа по темам «Газовые законы», «Основные понятия теории вероятностей» и «Распределения Максвелла и Больцмана». (2 часа).
7. Процессы переноса. Броуновское движение. (6 часов).
8. Сдача задач домашних контрольных работ. (2 часа).
9. Первое начало термодинамики. Теплоемкость. Политропические процессы. (6 часов).
10. Сдача задач домашних контрольных работ. (2 часа).
11. Контрольная работа по темам «Процессы переноса», «Первое начало термодинамики». (2 часа).
12. Второе начало термодинамики. Энтропия. Циклы. Изменение энтропии в различных процессах. (8 часов).
13. Сдача задач домашних контрольных работ. (2 часа).
14. Реальные газы. (4 часа).
15. Свойства жидкостей, капиллярные явления. (6 часов).
16. Сдача задач домашних контрольных работ. (2 часа).
17. Контрольная работа по темам «Второе начало термодинамики», «Реальные газы» и «Свойства жидкостей». (2 часа).
18. Фазовые превращения. Растворы. (4 часа).
19. Зачетное занятие. (2 часа).

ЗАНЯТИЯ 1 и 2: ИДЕАЛЬНЫЙ ГАЗ, ЗАКОНЫ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

1. Что такое идеальный газ?
2. Каковы границы применимости модели идеального газа?

3. Можно ли считать идеальным газом совокупность ионов с малой концентрацией?
4. Какие макроскопические параметры характеризуют состояние идеального газа?
5. Можно ли изменить какой-либо из этих параметров, не меняя при этом других? О чем свидетельствует Ваш ответ?
6. Запишите уравнение состояния идеального газа.
7. Что такое моль?
8. Состояние газа при фиксированной массе системы характеризуют тремя параметрами P, V, T . Почему тогда мы можем характеризовать процессы, изображая их на плоской диаграмме?
9. Дайте определение изопроцесса. Запишите уравнения изотермического, изобарического, изохорного процессов. Постройте графики этих процессов на PV -, VT -, PT - диаграммах с учетом границ применимости газовых законов.
10. На диаграмме PV изображен циклический процесс, осуществляемый с идеальным газом. Определите построением точки, в которой температура газа экстремальна. Определите участки, на которых температура растет и убывает.



12

11. Дайте определение коэффициента объемного расширения, термического коэффициента давления, изотермической сжимаемости газа.
12. Сформулируйте закон Дальтона, получите его математическое выражение из уравнения состояния идеального газа. Справедлив ли этот закон для смеси реальных газов?

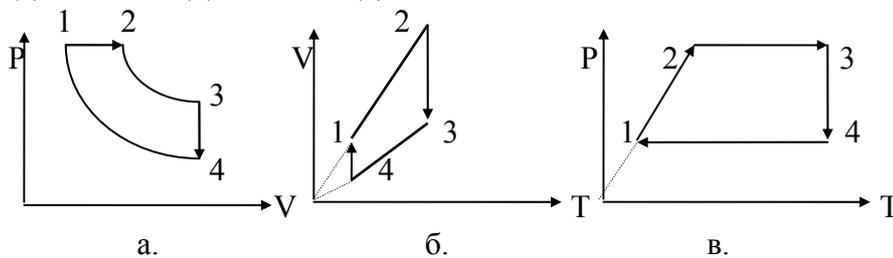
13. Найдите молярную массу смеси газов, если массы каждой компоненты известны.

14. Какие единицы давления Вы знаете?

15. Баллон объемом 30л содержит смесь водорода и гелия при температуре 300К и давлении 828кПа. Масса смеси 24г. Определить массы гелия и водорода. [$m(\text{H}_2)=16 \text{ г.}$, $m(\text{He})=8 \text{ г.}$]

16. Трубка ртутного барометра подвешена на нити к динамометру так, что её нижний открытый конец не касается дна сосуда с ртутью. Можно ли по показаниям динамометра судить о величине атмосферного давления?

17. На рисунке изображены круговые процессы. Криволинейные участки на рис. а-изотермы. Изобразите те же процессы в координатах РТ и VT (а), PV и PT (б), PV и VT(в).



18. В сосуде находится смесь 7г. азота и 11г. углекислого газа при температуре 290К и давлении 1атм. Найти плотность этой смеси, считая газы идеальными. [$1,5 \text{ кг/м}^3$.]

19. В баллоне объемом 7,5л. при температуре 300К находится смесь идеальных газов: 0,1 моля кислорода, 0,2 моля азота и 0,3 моля углекислого газа. Считая газы идеальными, найти давление смеси и среднюю молярную массу данной смеси. [199 440 Па , $0,037 \text{ кг/моль}$.]

13

20. Сосуд вместимостью 30л. разделен на три равные части неподвижными полупроницаемыми тонкими перегородками. В левую часть вводят 30г. водорода, в среднюю 160г. кислорода и в правую 70г. азота. Через левую перегородку может диффундировать только водород, через правую водород и азот. Какое давление будет в каждой из трех частей сосуда после установления равновесия, если он поддерживается при постоянной температуре 300К? [$p_1 \approx 1,25 \text{ МПа}$, $p_2 \approx 4,5 \text{ МПа}$, $p_3 \approx 2 \text{ МПа}$]

21. В электрической газонаполненной лампе накаливания находится азот при давлении 600 мм.рт.ст. Ёмкость лампы 500см^3 . Какое количество воды войдет в лампу, если у неё отломить кончик под водой, слегка погрузив туда баллон? [$m \approx 0,105$ кг.]

22. Газовый термометр состоит из шара с припаянной к нему горизонтальной стеклянной трубкой. Капелька ртути, помещенная в трубку, отделяет объём шара от внешнего пространства. Площадь поперечного сечения трубки равна $0,1\text{см}^2$. При температуре 273К капелька находилась на расстоянии 30см от поверхности шара, при температуре 278К - на расстоянии 50см. Найти объём шара. [$1,06 \cdot 10^{-4}$ м⁻³.]

23. Четырёхокись азота может диссоциировать с образованием двуокиси азота: $\text{N}_2\text{O}_4 \leftrightarrow 2\text{NO}_2$. В откачанный сосуд объёмом 250см^3 вводится 0,9г. жидкого N_2O_4 . Когда жидкость испаряется (при 0⁰С), давление становится равным 760 мм.рт.ст. Сколько процентов четырёхокиси азота при этом диссоциирует? [13%.]

24. В трубке, запаянной с одного конца, имеется столбик ртути, отделяющий от окружающей среды некоторый объём воздуха внутри трубки. Трубка может поворачиваться в вертикальной плоскости. При горизонтальном положении трубки столбик воздуха имеет длину L_1 , при вертикальном (открытый конец внизу) L_2 . Найти длину L_3 столбика воздуха в положении, когда трубка наклонена под углом α к вертикали.
[$L_3 = L_1 L_2 / \{ L_2 + \cos \alpha (L_1 - L_2) \}$.]

25. Два одинаковых баллона соединены трубкой с клапаном, пропускающим газ из одного баллона в другой при разности давлений большей либо равной 1,1атм. Сначала в одном баллоне был вакуум, а в другом - идеальный газ при температуре 27⁰С и давлении 1атм. Затем оба баллона нагрели до 107⁰С. Найти давление газа в баллоне, где был вакуум.
[0,083 атм.]

14

26. Цилиндрическая пипетка длиной L наполовину погружена в ртуть. Её закрывают пальцем и вынимают. Часть ртути вытекает. Какой длины столбик ртути останется в пипетке? Атмосферное давление равно H .
[$L_p = 0,5 \{ H + L - (H^2 + L^2)^{1/2} \}$.]

27. В ртутном барометре с правильной цилиндрической барометрической трубкой расстояние от уровня ртути в чашке до запаянного конца трубки равно L . В трубку при нормальном барометрическом давлении H и температуре T_1 попал пузырёк воздуха, благодаря чему длина ртутного стол-

ба уменьшилась и стала равной h_1 . Найти выражение для поправки p_1 , прибавляя которую к показанию h барометра, можно было бы пользоваться последним при любых температурах T и любых высотах ртутного столба h . [$H_a = h + CT/(L-h)$, $C=(H-h_1)(L-h_1)/T_1$.]

28. Найти число ходов поршня n , необходимое для откачки поршневым насосом сосуда ёмкостью V от давления p_1 до давления p_2 , если ёмкость хода поршня v . Вредным пространством пренебречь.
[$n = \lg(p_2/p_1) / \lg(V/(V+v))$.]

29. Скорость откачки вращающегося масляного насоса $150 \text{ см}^3/\text{с}$. Сколько потребуется времени, чтобы колбу в 5л откачать от нормального атмосферного давления до давления в 10^{-2} мм.рт.ст.?

Скоростью откачки называется величина объема газа, откачиваемая насосом в 1с и измеряемая при том давлении, которое имеется в рассматриваемый момент времени в насосе. Вообще говоря, она зависит от давления. [$\approx 370\text{с}$.]

30. В гладкой открытой с обоих концов вертикальной трубе, имеющей два разных сечения, находятся два поршня, соединенные нерастяжимой нитью, а между поршнями - один моль идеального газа. Площадь сечения верхнего поршня на 10см^2 больше, чем нижнего. Общая масса поршней 5кг. Давление наружного воздуха $p_0=1\text{атм}$. На сколько кельвин надо нагреть газ между поршнями, чтобы они переместились на 5см?
[0,9К.]



15

31. Найти максимально возможную температуру идеального газа в каждом из нижеследующих процессов: а). $p=p_0-\alpha V^2$; б). $p=p_0e^{-\beta V}$, где p_0 , α и β – положительные постоянные, V - объём моля газа.
[а). $T_{\max} = 2/3 \cdot p_0/R \cdot (p_0/3\alpha)^{1/2}$, б). $T_{\max} = p_0/(R\beta e)$.]

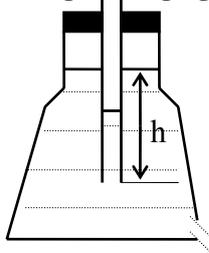
32. Газ с молярной массой μ находится под давлением p между двумя одинаковыми горизонтальными пластинами. Температура газа растёт линейно от T_1 у нижней пластины до T_2 у верхней. Объём газа между пластинами равен V . Найти его массу.

$$[m = \rho \mu V \ln(T_2/T_1) / \{R(T_2 - T_1)\}.]$$

33. Запаянная с одного конца стеклянная трубка длиной 50 см и площадью поперечного сечения $0,5 \text{ см}^2$ погружена в воду в вертикальном положении запаянным концом вверх.

Какую силу нужно приложить, чтобы удержать трубку под водой, если расстояние от поверхности воды до запаянного конца равно 10 см, а атмосферное давление 760 мм. рт.ст? Масса трубки 1,5 г. [0,087 Н.]

34. Начертить график зависимости давления воздуха в изображенном на рисунке сосуде Мариотта от количества вытекшей воды.



35. Современные вакуумные насосы позволяют получать давления до $4 \cdot 10^{-10}$ Па (при комнатной температуре). Найти число молекул газа в 1 см^3 и среднее расстояние между ними при этом давлении. Сравните полученные результаты с соответствующими значениями при нормальных условиях. [10^5 см^{-3} , 0,2 мм.]

36. Вычислить расстояние между ближайшими ионами натрия и хлора в кристалле поваренной соли. Плотность поваренной соли $2,17 \text{ г/см}^3$. Элементарная ячейка - кубическая. [$\approx 2,8 \text{ \AA}$.]

ЗАДАЧИ ДОМАШНИХ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1.1 При определении плотности газа баллон объёмом V был наполнен испытуемым газом до давления H мм.рт.ст. и взвешен. Его масса оказалась равной M . Затем часть газа удалили, и давление упало до h мм.рт.ст. Новая масса баллона m . Какова плотность газа при атмосферном давлении?

1.2 В баллонах объёмами $V_1 = 20 \text{ л}$ и $V_2 = 44 \text{ л}$ содержится газ. Давление в первом баллоне 2,4 МПа, во втором 1,6 МПа. Определить общее и парци-

альное давления после соединения баллонов, если температура газа осталась прежней.

1.3 Найти плотность смеси водорода и кислорода, если их массовые доли равны соответственно $1/9$ и $8/9$. Давление смеси равно 100кПа , температура 300К .

1.4 Газовая смесь состоит из кислорода и азота и находится в баллоне под давлением 1МПа . Определить парциальные давления компонентов, если массовая доля кислорода в смеси равна $0,2$.

1.5 В одном килограмме сухого воздуха содержится 232г . кислорода и 768г . азота (массами других газов пренебрегаем). Определить относительную молекулярную массу воздуха.

1.6 В сосуде объёмом 15л находится смесь азота и водорода при температуре 23°C и давлении 200кПа . Определить массы смеси и компонентов, если массовая доля азота в смеси равна $0,7$.

1.7 Баллон вместимостью 5л содержит смесь гелия и водорода при давлении 600кПа . Масса смеси 4г ., массовая доля гелия равна $0,6$. Определите температуру смеси.

1.8 Допустим, что все молекулы воды в стакане были как-то помечены, после чего воду вылили в водопроводный сток. По прошествии длительного времени вылитая вода равномерно перемешалась со всей водой, имеющейся на Земле. Сколько отмеченных молекул окажется в стакане, если его вновь наполнить водопроводной водой?

17

1.9 В баллоне вместимостью 1л . находится азот при н.у. Когда азот нагрели до $1,8\text{кК}$, то часть молекул диссоциировала на атомы (степень диссоциации $0,3$). Определить количество вещества и концентрацию молекул азота до нагревания, полное количество вещества и концентрацию частиц в сосуде после нагревания.

1.10 Узкая цилиндрическая трубка, закрытая с одного конца, содержит воздух, отделённый от наружного воздуха столбиком ртути. Когда трубка обращена закрытым концом вверх, воздух внутри неё занимает длину L ; когда же трубка обращена кверху открытым концом, то воздух внутри неё занимает длину L' . Длина ртутного столбика h мм. Определить атмосферное давление.

1.11 Барометрическая трубка погружена в глубокий сосуд со ртутью так, что уровни ртути в сосуде и трубке совпадают. При этом воздух в трубке занимает столб длиной L см. Трубку поднимают на L см. На сколько сантиметров поднимется ртуть в трубке? Атмосферное давление равно H .

1.12 Аэростат наполнен водородом при температуре 15°C . При неизменном давлении атмосферы под влиянием солнечной радиации его температура поднялась до 37°C , а излишек газа вышел через аппендикс, благодаря чему масса аэростата с газом уменьшилась на $6,05\text{кг}$. Плотность водорода $0,000089\text{г/см}^3$. Определите объем аэростата.

1.13 В тонкостенный стальной сферический баллон массы 1кг нагнетается азот при температуре 300К . Найти максимальное количество азота, которое можно поместить в сосуд, если допустимое напряжение в стенках баллона 50Н/мм^2 .

1.14 В сосуде объемом 30л содержится идеальный газ при нормальных условиях с плотностью $1,3\text{г/л}$. После того как часть газа была выпущена наружу, давление в сосуде понизилось на $0,78\text{атм}$. (без изменения температуры). Найти массу выпущенного газа.

1.15 Сосуд объемом 20л содержит смесь водорода и гелия при температуре 20°C и давлении 2атм . Масса смеси 5г . Найти отношение массы водорода к массе гелия в данной смеси.

18

1.16 В сосуде объемом 5л находится азот массы $1,4\text{г}$ при температуре 1800К . Найти давление газа, если при этой температуре 30% молекул диссоциировано на атомы.

1.17 В двух вертикальных цилиндрах различного поперечного сечения под поршнями, массы которых 1кг . и 2кг ., находится газ при постоянной температуре, а под поршнями - вакуум. Цилиндры соединены внизу трубкой, а поршни располагаются на одинаковой высоте $0,2\text{м}$. Какова будет разность их высот, если увеличить массу первого поршня до массы второго?

1.18 Два сосуда сферической формы объемами 200 и 100см^3 соединены короткой трубкой, в которой имеется изолирующая пористая перегородка. С её помощью можно добиться равенства давлений в сосудах, но

не температуры. Система имеет температуру 27°C и содержит кислород под давлением 760мм.рт.ст. . Меньшая сфера помещается в сосуд со льдом при 0°C , а большая - в сосуд с паром при 100°C . Какое давление установится в системе? Тепловым расширением сосудов пренебречь.

1.19 Колба объёмом 300см^3 , закрытая пробкой с краном, содержит разреженный воздух. Для измерения давления в колбе её горлышко погрузили в воду на незначительную глубину и открыли кран, в результате чего в колбу вошла вода массой 292г. Определить первоначальное давление в колбе, если атмосферное давление 100кПа .

1.20 Полый шар объёмом 10см^3 , заполненный воздухом при температуре 573К , соединили трубкой с чашкой, заполненной ртутью. Определить массу ртути, вошедшей в шар при остывании воздуха в нем до температуры 293К . Изменением объёма шара пренебречь.

1.21 Оболочка воздушного шара объёмом 800м^3 целиком заполнена водо-родом при температуре 273К . На сколько изменится подъёмная сила шара при повышении температуры до 293К ? Считать объём оболочки неизменным и внешнее давление нормальным. В нижней части оболочки имеется отверстие, через которое водород может выходить в окружающее пространство.

19

1.22 В оболочке сферического азростата находится газ объёмом 1500м^3 , заполняющий оболочку лишь частично. На сколько изменится подъёмная сила азростата, если газ в азростате нагреть от 273К до 293К ? Давление газа в оболочке и окружающего воздуха постоянны и равны нормальному атмосферному давлению.

1.23 В большой сосуд с водой был опрокинут дном вверх цилиндрический сосуд. Уровни воды внутри и вне цилиндрического сосуда находятся на одинаковой высоте. Расстояние от уровня воды до дна опрокинутого сосуда равно 40см . На какую высоту поднимется вода в цилиндрическом сосуде при понижении температуры от 310К до 273К ? Атмосферное давление нормальное.

1.24 Оболочка воздушного шара имеет объём 1600м^3 . Найти подъёмную силу водорода, наполняющего оболочку, на высоте, где давление 60кПа

и температура 280К. При подъёме шара водород может выходить через отверстие в нижней части шара.

1.25 Оболочка аэростата объёмом 1600м^3 , находящегося на поверхности Земли, на $7/8$ наполнена водородом при давлении 100кПа и температуре 290К . Аэростат подняли на некоторую высоту, где давление 80кПа и температура 280К . Определить массу водорода, вышедшего из оболочки аэростата при его подъёме.

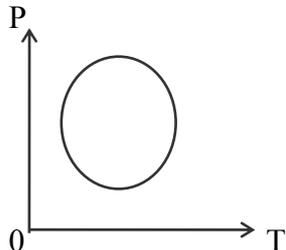
1.26 Расположенный горизонтально цилиндрический сосуд, заполненный идеальным газом, разделён поршнем, который может двигаться без трения. В равновесии поршень делит цилиндр пополам. При малых смещениях его из положения равновесия поршень совершает колебания. Найти зависимость частоты этих колебаний от температуры, считая процесс изотермическим.

1.27 На рисунке представлена зависимость давления от температуры в некотором процессе, происходившем при постоянном объёме газа.

Указать, в каких точках на диаграмме масса газа, заключенного в

20

сосуде, минимальна и максимальна.



1.28 В замкнутом вертикальном сосуде поршень, который может двигаться без трения, делит разграниченные им объёмы в отношении $n/1$. Над и под поршнем находятся одинаковые массы одного и того же газа при температуре T_1 . Как изменится отношение объёмов при изменении температуры до T_2 ?

ЗАНЯТИЯ 3 И 4: ОСНОВЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

1. Что называют событием (случаем)? Какие бывают события?
2. Дайте частотное и временное определения вероятности случайного события.
3. Что понимается под суммой, произведением событий?
4. Сформулируйте теорему о сложении вероятностей применительно к несовместимым событиям.
5. Сформулируйте теорему об умножении вероятностей применительно к независимым событиям.

6. Чему равна вероятность извлечь из полной колоды или шестерку или семерку?

7. Чему равна вероятность события, заключающегося в том, что из одной колоды будет извлечена шестерка, а из другой - карта красной масти?

8. Что подразумевается, когда говорят, что дискретная случайная величина задана?

9. Запишите условие нормировки для дискретной случайной величины! Поясните его смысл!

10. Как вычисляются средние значения для дискретной случайной величины?

11. Дайте определение функции плотности вероятности. Как зная её найти вероятность попадания случайной величины в бесконечно малый, конечный интервал значений?

12. Запишите условие нормировки для непрерывно распределенной случайной величины? Как вычисляются средние значения величины и функции в этом случае?

22

13. Дайте определение дисперсии. Почему разброс случайной величины около среднего значения нельзя характеризовать средним отклонением случайной величины от среднего значения?

14. Какова вероятность того, что при бросании игральной кости выпадет: а). либо единица, либо шестерка; б). четная цифра?

15. Какова вероятность того, что при одновременном бросании двух игральных костей выпадут единица и пятёрка? Рассмотреть два варианта: а). единица выпадает на синей, а пятёрка на красной костях; б). кости неразличимы.

16. Рассмотрим игру, заключающуюся в бросании пяти игральных костей. Найдите вероятность выпадения пятёрки: а). на одной кости; б). по крайней мере на одной кости; в). на двух костях.

17. Русская рулетка: в шестизарядный барабан револьвера вкладывают один боевой патрон. Затем барабан крутят и стреляют в себя. Какова

вероятность остаться живым после одного, двух, N испытаний? Какова вероятность быть застреленным при N -ом испытании?

18. Ребёнок рассыпал колоду из десяти перфокарт. Определите вероятность того, что ему удалось восстановить правильный порядок их следования в колоде, если он не умеет читать (другими словами, все возможные способы раскладки перфокарт для него одинаковы).

19. Сформулируйте теорему сложения вероятностей для случая совместных событий.

20. Два стрелка одновременно, но независимо, стреляют в одну цель. Найти вероятность поражения цели, если вероятности попадания в цель первым и вторым стрелками равны соответственно 0,8 и 0,7. Цель считается пораженной, если в неё попадает хотя бы один стрелок.

21. Таблица случайных чисел содержит 10 тысяч четырёхзначных чисел. Сколько примерно должно быть нулей, единиц, ..., девяток в этой таблице? Предполагается, что ноль может быть в любом из четырёх разрядов каждого числа.

23

22. Кубик, все грани которого окрашены, распилен на 1000 одинаковых маленьких кубиков. Все маленькие кубики сложены в мешок и перемешаны. Определить вероятность того, что кубик, извлеченный наугад, будет иметь окрашенными 0, 1, ..., 6 граней.

23. Примем для оценки, что каждый москвич ежедневно проводит в автобусе в среднем 0,5 часа, средняя вместимость автобуса (с учетом различий в загруженности автобусов в разное время дня) примерно 50 человек. Оценить, сколько в среднем автобусов находится на линии в Москве, если москвичей около 9млн. человек.
[~4000.]

24. В момент времени t имеется $N(t)$ радиоактивных ядер. Вероятность распада одного ядра за время dt не зависит от "возраста" ядра и равна $\lambda \cdot dt$, где $\lambda = \text{const}$. Сколько ядер распадется за время от t до $t+dt$? Найти зависимость $N(t)$ при начальном условии $N(0) = N_0$ и нарисовать график этой зависимости. [$N(t) = N_0 \exp(-\lambda t)$.]

25. Величина x может принимать только два значения: x_1 и x_2 , причем вероятность пер-вого равна p . Найти $\langle x^3 \rangle$.

26. Человек начинает движение от фонаря посреди улицы, делая шаги равной длины L . Вероятность того, что он сделает шаг вправо, равна p , а вероятность того, что этот шаг будет сделан влево $q=1-p$. Человек настолько пьян, что, делая данный шаг, он совершенно не помнит о направлении предыдущего. Т.о., его шаги статистически независимы. Предположим, что он сделал N шагов.

а). Какова вероятность того, что n этих шагов сделаны вправо, а остальные $N-n$ шагов влево?

б). Какова вероятность того, что смещение человека от фонаря равно mL , где m - целое число?

в). Какова вероятность того, что человек удаляется от фонаря за минуту на $5m$? За каждые $3s$. он делает шаг длиной $0,5m$.

27. В сосуде находятся N молекул. Найти вероятность того, что в процессе хаотического движения все молекулы газа соберутся в одной половине сосуда. Вычисления провести для $N=2,10, N_a=6,02 \cdot 10^{23}$.
 $[1/4, (1/2)^{10}, (1/2)^{N_a}]$

24

28. В сосуде объёмом $1l$ при комнатной температуре находится равное число N атомов двух различных газов. Оцените значение N , при котором вероятность для этих газов хоть один раз разделиться на протяжении эпохи порядка возраста наблюдаемой части Вселенной (около 10 млрд. лет) сравнима с единицей.

29. N молекул хаотически движутся по сосуду объёма V . Пронумеруем молекулы и выделим внутри сосуда объём $v \leq V$. Определите вероятность того, что: а). одна молекула с определенным номером окажется внутри v ; б). n молекул с определенными номерами окажутся внутри v ; в). n молекул с определенными номерами окажутся внутри v , а остальные

$N-n$ молекул будут находиться вне v ; г). n молекул с произвольными номерами окажутся внутри v , а остальные - вне объёма v . Проверить, что сумма вероятностей для всевозможных n от 0 до N равна единице. Вычислить среднее число молекул $\langle n \rangle$ в объёме v . [а). v/V , б). $(v/V)^n$, в). $(v/V)^n (1-v/V)^{N-n}$, г). $C(n,N) (v/V)^n (1-v/V)^{N-n}$; $\langle n \rangle = N(v/V)$.]

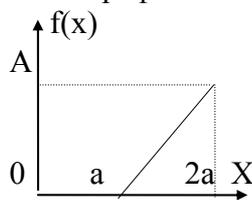
30. Вычислить среднеквадратичную и относительную флуктуации числа молекул в объёме v (см. предыдущую задачу). Сделайте оценку для $v=1\text{см}^3$ воздуха ($V \gg v$) при условиях, близких к нормальным.

$$[\langle n \rangle^{1/2} (1-v/V)^{1/2}; \delta n = (1-v/V)^{1/2} / \langle n \rangle^{1/2} \approx 2 \cdot 10^{-10}.]$$

31. Функция плотности вероятности некоторой случайной величины x , определённой на интервале $[0, 2]$, имеет вид $f(x) = A x^2$. Отнормируйте распределение. Найдите среднее значение, дисперсию, относительную флуктуацию. [$A = 3/8$, $\langle x \rangle = 3/2$, $\sigma^2 = 3/20$, $\sigma / \langle x \rangle = 0,258$.]

32. Распределение вероятностей для некоторой случайной величины x имеет вид $dw \sim \exp(-\lambda x) dx$, $\lambda > 0$ ($0 \leq x < \infty$). Отнормировать распределение. Найти $\langle x \rangle$, $\langle x^2 \rangle$, сред-неквadraticную и относительную флуктуации. [$C = \lambda$, $\langle x \rangle = 1/\lambda$, $\langle x^2 \rangle = 2/\lambda^2$, $\sigma^2 = 1/\lambda$.]

33. Распределение вероятности некоторой случайной величины представлено графически. Найти $f(x)$, $\langle x \rangle$, $\langle x^2 \rangle$, флуктуацию.



$$[f(x) = A(x-a)/a; A = 2/a; \langle x \rangle = 5/6 Aa^2; \langle x^2 \rangle = 17/12 Aa^3; \sigma = a \cdot 2^{1/2}/6.]$$

25

34. Для расчета погрешности снятия показаний со стрелочного прибора полагают, что стрелка такого прибора может с равной вероятностью остановиться в любом месте между двумя соседними делениями шкалы. Пусть соседним делениям шкалы соответствуют значения измеряемой величины x_n и $x_n + a$, где a - цена деления. Написать распределение вероятностей $dw(x)$ ($x_n \leq x \leq x_n + a$), определить $\langle x \rangle$, $\langle x^2 \rangle$, $\sqrt{\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle}$. [$dw(x) = dx/a$; $\langle x \rangle = x_n + 1/2 a$; $\langle x^2 \rangle = x_n a + x_n^2 + 1/3 a^2$; $\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle^{1/2} = a(1/12)^{1/2}$.]

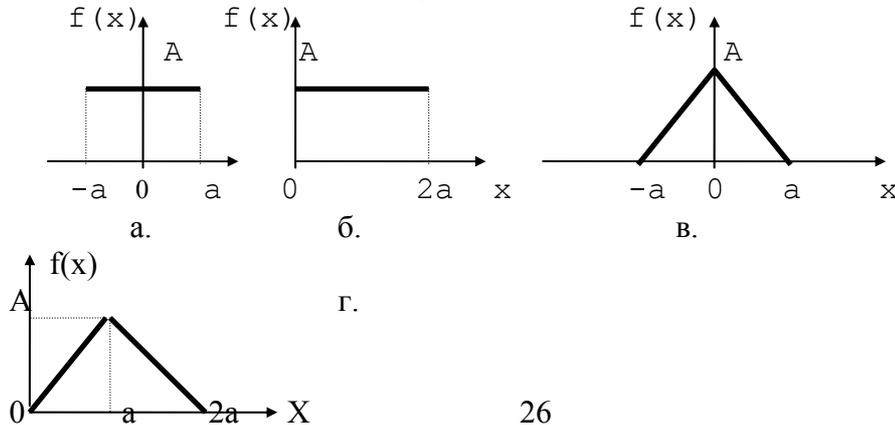
35. На дно круглой чашки с плоским дном равномерно в один слой насыпали пшена. Радиус дна чашки R . Определить вероятность $dw(r)$ обнаружить зёрнышко пшена внутри кольца с радиусами r и $r + dr$. Чему равны среднее и среднеквadraticное расстояния от зёрнышка пшена до центра дна чашки? [$dw(r) = 2r dr/R^2$; $\langle r \rangle = 2/3 R$; $\langle r^2 \rangle^{1/2} = R/(2)^{1/2}$.]

36. Внутри сферы радиуса R случайным образом в среднем равномерно по объёму распределено большое число пылинок. Определить вероятность $dw(r)$ обнаружения пылинки на расстоянии от r до $r + dr$ от центра сферы. Чему равны среднее и среднеквadraticное расстояния от пылинки до центра сферы? Внутри сферы какого радиуса $R_{1/2}$ находится в сред-

нем половина пылинок? [$dw(r)=3 r^2 dr/R^3$; $\langle r \rangle=3/4 R$; $\langle r^2 \rangle^{1/2}=R(3/5)^{1/2}$; $R_{1/2}=R(1/2)^{1/3}$.]

ЗАДАЧИ ДОМАШНИХ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

2.1 На графиках приведены четыре различные функции распределения вероятностей значений некоторой величины x . Для каждого из графиков найти константу A , при которой функция оказывается нормированной, вычислите $\langle x \rangle$ и $\langle x^2 \rangle$. Для случая а). вычислить также $\langle |x| \rangle$.



26

2.2 Функция распределения вероятностей значений некоторой величины x имеет вид $f=Ax$ при $0 \leq x \leq a$. Вне этого интервала $f=0$. Здесь A и a - постоянные. Считая, что a задано, найти значение f при $x=a$, $\langle x \rangle$ и $\langle x^2 \rangle$.

2.3 Распределение вероятностей значений некоторой величины x описывается функцией $f=Ax(a-x)$ при $0 < x < a$. Вне этого интервала $f=0$. Здесь A и a - постоянные. Считая, что a задано, найти наиболее вероятное значение x и соответствующее значение $f(x)$, $\langle x \rangle$ и $\langle x^2 \rangle$.

2.4 Гармонический осциллятор совершает колебания с амплитудой a . Масса осциллятора равна m , собственная частота ω . Найти:

- функцию $f(x)=dP_x/dx$ распределения вероятностей значений координаты x осциллятора,
- среднее значение координаты $\langle x \rangle$,
- среднее значение модуля координаты $\langle |x| \rangle$,
- среднее значение квадрата координаты $\langle x^2 \rangle$,
- среднее значение потенциальной энергии осциллятора $\langle U \rangle$.

2.5 N молекул идеального газа находятся в некотором сосуде. Разделим мысленно сосуд на две одинаковые половины А и В. Найти вероятность

того, что в половине А сосуда окажется n молекул. Рассмотреть случаи, когда $N=5$ и $n=0,1,2,3,4,5$.

2.6 Идеальный газ находится при нормальных условиях. Найти диаметр сферы, в объёме которой относительная флуктуация числа молекул равна 10^{-3} . Каково среднее число молекул внутри такой сферы?

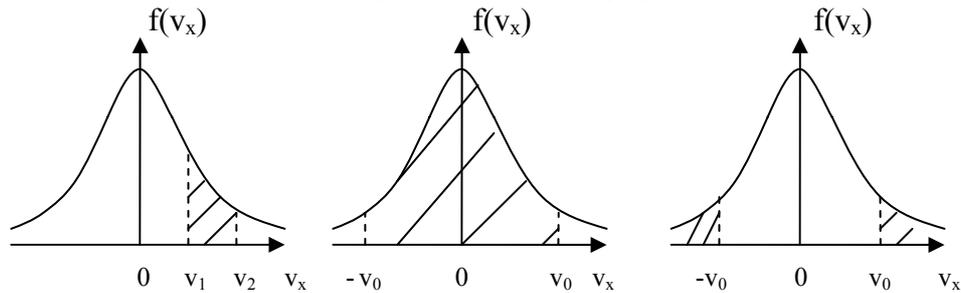
27

ЗАНЯТИЯ 5-8: РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МАКСВЕЛЛА И БОЛЬЦМАНА, КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МОЛЕКУЛЯРНОГО ДВИЖЕНИЯ

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСВЕЛЛА

1. Запишите функцию плотности вероятности распределения проекции скорости. Перейдите от этого распределения к распределению по вектору скорости, по модулю скорости.
2. Как найти вероятность того, что молекула имеет значение проекции скорости в интервале от v_x до $v_x + dv_x$? Как найти долю частиц, имеющих в данный момент значение проекции скорости в этом интервале?
3. Запишите выражение, пользуясь которым можно найти долю частиц, скорости которых лежат в интервале от 50 до 51 м/с, от 100 до 200 м/с.
4. Постройте графики зависимостей $f(v_x)$ и $f(v)$.
5. Молекулы газа находятся в непрерывном движении. Как это соотносится с тем, что максимум распределения $f(v_x)$ соответствует $v_x=0$?

6. Какой смысл имеют заштрихованные на графиках области?



7. Найти $v_{н.в.}$, $\langle v \rangle$, $\langle v^2 \rangle$, $v_{ср.кв.}$, $\langle v_x \rangle$, $\langle |v_x| \rangle$, $\langle 1/v \rangle$, $\langle (v - \langle v \rangle)^2 \rangle$, $\langle v_x^2 \rangle$, $\langle E_k \rangle$.

8. От распределения $f(v)$ перейдите к распределению $f(E_k)$.

9. Найдите $v_{н.в.}$, $\langle v \rangle$, $v_{ср.кв.}$ для молекулы кислорода при нормальных условиях.

10. Найдите $v_{н.в.}$, $\langle v \rangle$, $v_{ср.кв.}$ для молекулы водорода при нормальных условиях.

28

11. Как меняется вид распределения Максвелла с ростом температуры?

12. Газ из молекул массы m находится в равновесном состоянии с температурой T . Нарисовать на одном чертеже графики зависимости $f(v_x)$ для: а). $m=m_1$, $T=T_1$; б). $m=4m_1$, $T=T_1$; в). $m=m_1$, $T=4T_1$; г). $m=\alpha m_1$, $T=\alpha T_1$, где α – некоторое число. Чему равны площади под кривыми?

13. Определить для равновесного газа: а). долю молекул с $v_x \geq 0$; б). долю молекул с $v_x \leq 0$, $v_y \leq 0$, $v_z \geq 0$.

14. Запишите распределение Максвелла для безразмерной переменной $u = v/v_{н.в.}$.

15. Что происходит с максимумом функции $f(v)$ при: а). увеличении температуры газа T ; б). увеличении массы молекул газа m . Как меняется при этом относительное число “быстрых” ($v \geq v_{н.в.}$) и “медленных” ($v \leq v_{н.в.}$) молекул?

16. Нарисовать качественно на одном чертеже графики функций $f(v)$ для H_2 при температуре 200К и He при температуре 400К.

17. Решить предыдущую задачу для: а). CO и N₂ при температурах T и 4T соответственно; б). Br₂ и Ag при одинаковой температуре. Чему равны площади под кривыми?

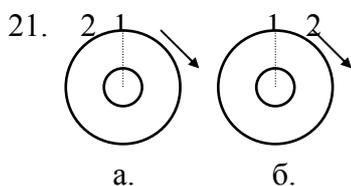
18. Найти скорость атомов серебра, испаряющихся в опыте Штерна с центральной нити прибора, если при 50 об/с на внешнем цилиндре смещение следа молекулярного пучка при вращающемся приборе по отношению к следу пучка в неподвижном приборе составило 4,8мм. Сопоставить результаты расчета скорости атомов серебра из приведенных данных с расчетом среднеквадратичной скорости атомов. Температуру нити принять равной 1880K, R=10см.[660 м/с.]

19. В опыте Штерна на поверхности вращающегося цилиндра С конденсируются молекулы серебра с различными скоростями. Каким скоростям молекул, попадающих на пластинку DD', соответствует её наибольшее почернение?

$$[v = (5/2)^{1/2} v_{н.в.}]$$

29

20. Идеальный газ заключен в сосуд при таком давлении, что длина свободного пробега молекул значительно превышает размеры сосуда. Столкновения молекул со стенками сосуда можно считать совершенно упругими. Сосуд находится в вакууме, и в сосуде имеется малое отверстие. Одинакова ли средняя энергия молекул, уходящих в вакуум и остающихся в сосуде? Сохраняется ли среди этих групп молекул распределение по скоростям?



Обычно, изображая результаты опыта Штерна, отмечают положения 1 и 2 следа серебра при соответственно неподвижных и движущихся цилиндрах (рис. а.). Студент изобразил их так, как показано на рис. б). Услышав замечание, что такое расположение противоречит опыту, студент, подумав, смог защитить свой рисунок. При каком условии возможно такое расположение следов? Насколько реально его осуществление на практике?

22. Смесь водорода и гелия находится при температуре 300К. При каком значении скорости молекул значения функции $f(v)$ будут одинаковыми для обоих газов? [1,61 км/с.]
23. Стенки сосуда, в котором находится газ температуры T , имеют температуру T_c . В каком случае давление на стенки сосуда больше, когда $T > T_c$ или когда $T < T_c$?
24. Найти среднее число ударов молекул о единичную площадку в единицу времени.
25. В тонкостенном сосуде объема V , стенки которого поддерживаются при постоянной температуре, находится идеальный газ. Сосуд помещен в вакуум. Как будет меняться с течением времени концентрация молекул n газа внутри сосуда, если в его стенке сделать очень малое отверстие площади S ? Определить время $t_{1/2}$, по истечении которого давление газа внутри сосуда уменьшится в два раза. Начальная концентрация газа в сосуде n_0 . [$n = n_0 \exp(-t/\tau)$, $\tau = 4V/(S\langle v \rangle)$; $t_{1/2} = \tau \ln 2$.]
- 30
26. Откачанный тонкостенный сосуд, стенки которого поддерживаются при постоянной температуре, погружен в атмосферу идеального газа с постоянной концентрацией молекул n_0 , поддерживаемого при той же температуре. Как будет меняться с течением времени концентрация молекул газа внутри сосуда, если в его стенке сделать очень малое отверстие? [$n = n_0 \{1 - \exp(-t/\tau)\}$.]
27. Через какое время давление воздуха в тонкостенном откачанном сосуде, в стенке которого имеется отверстие площадью 10^{-6} см^2 , возрастает от $10^{-4} \text{ мм.рт.ст.}$ до $10^{-2} \text{ мм.рт.ст.}$, если давление наружного воздуха 760 мм.рт.ст. , а температура 20°C ? Объем сосуда 1л. Через какое время давление в сосуде станет равным половине атмосферного давления? [1,17с; 17ч.]
28. Полностью эвакуированный герметический сосуд помещен в атмосферу, состоящую из смеси двух газов, молекулярные массы которых относятся как 1:4, а отношение концентраций равно α . Смесь газов вне сосуда поддерживается при постоянных давлении и температуре. В стенке сосуда оказалось малое отверстие, через которое оба газа стали очень медленно натекать в сосуд. Определить максимальное и минимальное значения отношения концентраций легкой и тяжелой компонент газовой

смеси в сосуде и моменты времени, когда достигаются эти значения.
[максимальное 2α , при $t=0$; минимальное α , при $t=\infty$.]

29. Полностью эвакуированный тонкостенный герметический сосуд помещен в атмосферу кислорода, поддерживаемого при постоянной температуре и невысоком давлении P . В стенке сосуда оказалось малое отверстие, через которое окружающий кислород стал натекал в сосуд. Через час давление газа в сосуде повысилось от нуля до $P/2$. Какое давление было бы в том же сосуде через то же время, если бы после откачки сосуд был помещен в атмосферу водорода при тех же давлении и температуре?

[15/16 P .]

30. Найдите среднее число молекул, вылетающих в секунду при испарении с единицы поверхности жидкости или твёрдого тела, граничащей с вакуумом.

31

31. Вольфрамовая нить, испаряясь в высокий вакуум при температуре 2000К, уменьшается в массе, как показали измерения, со скоростью $1,14 \cdot 10^{-13}$ г/(с·см²). Вычислить давление насыщенного пара вольфрама при этой температуре. [$6,4 \cdot 10^{-12}$ мм.рт.ст.]

32. Какова была бы мгновенная скорость испарения воды с каждого квадратного сантиметра её поверхности, если бы над этой поверхностью был вакуум, а температура воды в этот момент равнялась 300К? Значение упругости насыщенного водяного пара при этой температуре 27мм.рт.ст. Сравнить полученную величину с величиной скорости испарения воды при обычных условиях (т.е. когда над её поверхностью находится воз-дух при нормальном давлении) и объяснить получившееся расхождение. [$dM/dt=p\{\mu/(2\pi RT)\}^{1/2} \approx 0,38$ г/(с·см²).]

33. Отношение молекулярных масс различных газов можно измерять по скорости эффузии их, т.е. по скорости истечения из сосуда с очень малым отверстием. Доказать, что время, в течение которого из сосуда вытекает определенный объём газа, пропорционально квадратному корню из молекулярной массы газа.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БОЛЬЦМАНА

1. Запишите распределение Больцмана в общем виде. Как исходя из него получить распределение концентраций молекул по высоте для случая идеального газа в однородном поле силы тяжести?

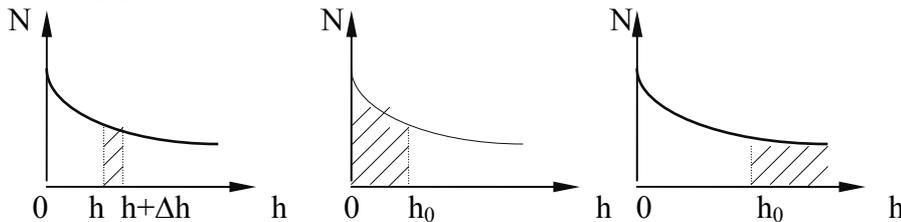
2. Если p_0 постоянно, то при повышении температуры концентрация молекул газа на “нулевом” уровне уменьшается. Почему? Куда деваются молекулы газа?

3. Идеальный газ (масса молекул m) находится в сосуде объёмом V при температуре T . Внешних силовых полей нет. Найти распределение вероятностей для координат и компонент скорости молекул газа. Как изменится ответ, если газ находится во внешнем поле, в котором потенциальная энергия молекул газа равна $U(x,y,z)$?

4. Нарисовать графики зависимостей $n(h)$ и $p(h)$ для двух температур T_1 и $T_2 > T_1$.

32

5. Какой физический смысл имеют заштрихованные площади на графиках зависимостей $N(h) = n(h)S$, где $n(h)$ - концентрация молекул на высоте h , S - площадь поперечного сечения столба воздуха в изотермической атмосфере?



6. Предполагая атмосферу изотермической, написать и нарисовать зависимость от высоты отношения $\alpha = p_1/p_2$ парциальных давлений кислорода и азота. Считать для простоты, что на поверхности Земли $\alpha = 0,25$.

7. Оцените вес земной атмосферы.

8. При термодинамическом равновесии температура газа, находящегося в поле тяжести, постоянна по высоте. С молекулярно-кинетической точки зрения кажется на первый взгляд, что температура газа должна убывать с высотой, т.к. летящая вверх молекула замедляется полем тяжести, а летящая вниз - ускоряется. Дать качественное объяснение постоянства температуры газа по высоте.

9. Теплоизолированный сосуд с идеальным газом подвешен на нити в поле тяжести. Нить пережигают, и сосуд свободно падает. Предполагая, что во время падения успевает установиться термодинамическое равновесие, определить равновесную температуру газа, которая в нем установится при падении.

10. Найти среднюю потенциальную энергию молекулы газа в земной атмосфере, считая последнюю изотермической (с температурой T), а поле тяжести однородным. Вычислить теплоёмкость газа при этих условиях. [kT ; C_p .]

11. Теплоизолированный герметический цилиндрический сосуд высоты H , наполненный газом, подвешен в вертикальном положении в однородном поле тяжести. Температура газа в сосуде везде одинакова и равна T . Найти среднюю потенциальную энергию молекулы газа.

33

12. В цилиндре предыдущей задачи помещен моль идеального газа с относительной молекулярной массой μ . Найти теплоемкость этого газа, учитывая влияние поля тяжести и полагая, что $\mu gH \ll RT$. [$C = C_v + R/12 (\mu gH / \{RT\})^2$.]

13. Доказать, что гравитационное поле планеты не может удерживать неограниченно долго планетную атмосферу.

14. Предлагаются два объяснения подъёмной силы воздушного шарика, наполненного лёгким газом. Согласно одному, подъёмная сила - это архимедова сила, равная весу воздуха в объёме шарика. Согласно второму, подъёмная сила обусловлена разницей в барометрическом давлении на верхнюю и нижнюю части шарика. Не находятся ли эти объяснения в противоречии?

15. Объясните причину возникновения подъёмной силы аэростата.

16. Под временем рассеяния атмосферы τ понимают время, по истечении которого число частиц в атмосфере убывает в e раз. Оценить значение τ , полагая, что атмосфера изотермическая и состоит из одинаковых частиц. Атмосферу считать бесконечно разреженной. В условиях взаимными столкновениями молекул можно пренебречь - максвелловское распределение устанавливается в результате столкновений молекул с поверхностью планеты. Молекулы покидают атмосферу, если их скорость превышает вторую космическую (в проблеме рассеяния планетных атмосфер вторая космическая скорость называется скоростью убегания).

Найти время τ для атомарного и молекулярного водорода земной атмосферы, полагая температуру последней равной 300К.

[для атомарного ≈ 27 лет, для молекулярного $\approx 2 \cdot 10^{12}$ лет.]

17. Частицы некоторого равновесного газа с температурой T могут находиться только в двух состояниях: с энергиями ε_1 и ε_2 ($\varepsilon_2 > \varepsilon_1$). Полное число частиц в газе N . Найти среднее число частиц в первом и втором состояниях и среднюю энергию частиц газа. Нарисовать графики зависимостей этих величин от T .

$[n_1 = N/(1 + \exp(-\Delta\varepsilon/kT)); \langle \varepsilon \rangle = \{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \exp(-\Delta\varepsilon/kT)\} / \{1 + \exp(-\Delta\varepsilon/kT)\}.]$

18. Пылинки массой 10^{-18} г. взвешены в воздухе. Определить толщину слоя воздуха, в пределах которого концентрация пылинок различается не более чем на 1%. Температура воздуха во всем объеме одинакова и равна 300К. [4,23 мм.]

34

19. Найти силу, действующую на частицу со стороны однородного поля, если концентрации этих частиц на двух уровнях, отстоящих друг от друга на расстоянии 3 см (вдоль поля), отличаются в 2 раза. Температура системы равна 280К. $[kT/\Delta h \ln 2 = 0,9 \cdot 10^{-19}$ Н.]

20. При наблюдении в микроскоп взвешенных частиц гуммигута обнаружено, что средние числа их в слоях, расстояние между которыми 40 мкм, отличаются друг от друга в 2 раза. Температура среды 290К. Диаметр частиц 0,4 мкм и их плотность на $0,2 \text{ г/см}^3$ больше плотности окружающей жидкости. Найти по этим данным постоянную Авогадро.

$[N_A = \{6RT/(\pi d^3 \Delta \rho gh)\} \ln 2 \approx 6,4 \cdot 10^{23}$ моль $^{-1}$.]

21. В длинном вертикальном сосуде находится газ, состоящий из двух сортов молекул с массами m_1 и m_2 , причем $m_1 < m_2$. Концентрации этих молекул у дна сосуда равны соответственно n_1 и n_2 , причем $n_2 > n_1$. Считая, что по всей высоте поддерживается одна и та же температура T и ускорение свободного падения равно g , найти высоту h , на которой концентрации этих сортов молекул будут одинаковы.

$[h = kT \ln(n_2/n_1) / \{(m_2 - m_1)g\}.]$

22. В очень высоком вертикальном цилиндрическом сосуде находится углекислый газ при некоторой температуре T . Считая поле тяжести однородным, найти, как изменится давление газа на дно сосуда, если температуру газа увеличить в η раз.

23. Закрытую с обоих торцов горизонтальную трубку длины 100см перемещают с постоянным ускорением a , направленным вдоль её оси. Внутри трубки находится аргон при температуре 330К. При каком значении a концентрации аргона вблизи торцов трубки будут отличаться друг от друга на 1%? [$a \approx \eta RT/(\mu l) \approx 70g$.]

24. Найти массу моля коллоидных частиц, если при вращении центрифуги с угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси концентрация этих частиц на расстоянии r_1 от оси вращения в η меньше, чем на расстоянии r_2 (в одной горизонтальной плоскости). Плотности частиц и растворителя равны соответственно ρ и ρ_0 .

$$[\mu = 2RT\rho \ln \eta / (\rho - \rho_0)(r_2^2 - r_1^2)\omega^2.]$$

25. Горизонтально расположенную трубку с закрытыми торцами вращают с постоянной угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через один из её торцов. В трубке находится углекислый газ при 300К. Длина трубки 100см. Найти значение ω , при котором отношение концентраций молекул у противоположных торцов трубки $\eta=2$.

[$\omega = \{(2RT/\mu l^2) \ln \eta\}^{1/2} = 280$ рад/с.]

26. Потенциальная энергия молекул газа в некотором центральном поле зависит от расстояния r до центра поля как $U(r)=ar^2$, где a – положительная постоянная. Температура газа T , концентрация молекул в центре поля n_0 . Найти:

- число молекул, находящихся в интервале расстояний $(r, r+dr)$;
- наиболее вероятное расстояние молекул от центра поля;
- относительное число молекул в слое $(r, r+dr)$;
- во сколько раз изменится концентрация молекул в центре поля при уменьшении температуры в η раз.

$$[a). dN = n_0 \exp(-ar^2/kT) 4\pi r^2 dr; б). r_{\text{вер}} = (kT/a)^{1/2};$$

$$в). dN/N = (a/\pi kT)^{3/2} \exp(-ar^2/kT) 4\pi r^2 dr; г). увеличится в $\eta^{3/2}$ раза.]$$

27. Исходя из условий предыдущей задачи найти:

- число молекул с потенциальной энергией $(U, U+dU)$;
- наиболее вероятное значение потенциальной энергии.

$$[a). dN = 2\pi n_0 a^{-3/2} \exp(-U/kT) U^{1/2} dU; б). U_{\text{вер}} = kT/2.]$$

КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МОЛЕКУЛЯРНОГО ДВИЖЕНИЯ

1. Вычислить концентрацию молекул: а). идеального газа при нормальных условиях; б). воды; в). жидкого азота; г). алюминия. Плотности воды, жидкого азота и алюминия равны соответственно 1, 0; 0,8; 2,7 г/см³. [а). $2,69 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$; б). $3,35 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$; в). $1,72 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$; г). $6,02 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$.]

2. Оценить среднее расстояние $\langle r \rangle$ между: а). молекулами азота при условиях, близких к нормальным; б). молекулами воды; в). молекулами в жидком азоте; г). атомами алюминия (см. условие предыдущей задачи). Оценить отношение $\alpha = \langle r \rangle / d$, где d - диаметр соответствующей молекулы. Принять для азота диаметр равным $3,7 \text{ \AA}$, для воды равным $3,0 \text{ \AA}$, для алюминия $2,8 \text{ \AA}$. [а). 33 \AA , ≈ 9 ; б). $3,1 \text{ \AA}$, ≈ 1 ; в). $3,9 \text{ \AA}$, ≈ 1 ; г). $2,6 \text{ \AA}$, ≈ 1 .]

37

3. Оценить отношение $\beta = V_m / V$ суммарного объёма молекул к объёму сосуда, в котором они находятся при условиях, близких к нормальным. “Диаметр молекулы воздуха” принять равным $3,7 \text{ \AA}$. Сравнить β с отношением α из предыдущей задачи случай а). [$\beta = (\pi d^3 / 6) n \sim 7 \cdot 10^{-4}$; $\beta \sim 1 / \alpha^3$.]

4. Дайте определение средней длины свободного пробега молекул, среднего времени свободного пробега, эффективного диаметра молекулы.

5. Найдите вид распределения для относительных скоростей частиц и $\langle v_{\text{отн.}} \rangle$. Как связаны средняя скорость относительного движения и средняя скорость теплового движения молекул?

6. Найдите выражения для среднего числа столкновений, испытываемых молекулой с другими молекулами в единицу времени, для среднего времени свободного пробега и средней длины свободного пробега молекул.

7. Найдите выражение для средней длины свободного пробега молекул в данном направлении.

8. Определить полное число ν_1 столкновений молекул газа между собой в единице объёма за единицу времени. Концентрация молекул газа, средняя скорость и эффективный диаметр молекул известны. Чему равно полное число столкновений в объёме V за время Δt ? Оценить ν_1 для

воздуха при условиях, близких к нормальным. Диаметр “молекулы воздуха” $3,7\text{\AA}$. [$v_1 = n^2 \pi d^2 (2)^{1/2} \langle v \rangle \Delta t \sim 10^{35} \text{ м}^{-3}$; $v = V \Delta t v_1$.]

9. Найти вероятность столкновения молекулы газа на отрезке длины dS , если средняя длина свободного пробега λ . [$dw = dS/\lambda$.]

10. Определить характер зависимости средней длины λ и среднего времени τ свободного пробега молекул газа от его температуры T и давления p . Качественно нарисовать зависимости λ и τ от T при постоянных $p_1 < p_2 < p_3 < \dots$ [$\lambda \sim T/p$; $\tau \sim (T)^{1/2}/p$.]

11. Температуру газа увеличили в 4 раза при: а). постоянной концентрации молекул; б). постоянном давлении. Как изменятся при этом средняя длина и среднее время свободного пробега молекул? Эффективный диаметр молекул считать постоянным.

37

12. На тонкую плоскую мишень толщины d , содержащую n_1 частиц сорта а в единице объёма, падает нормально однородный пучок частиц сорта б. Частицы пучка рассеиваются на частицах мишени. За время Δt зарегистрировано ΔN частиц сорта б, рассеянных на всевозможные углы. Считая столкновения однократными, определить полное эффективное поперечное сечение рассеяния $\sigma(v)$ частиц б на частицах а. Концентрация частиц в пучке n_2 , их скорость v , площадь поперечного сечения пучка S . Частицы а мишени можно считать неподвижными. [$\sigma(v) = \Delta N_{1,1} / j$, где $j = n_2 v$ - плотность потока налетающих частиц, $\Delta N_{1,1} = \Delta N / (\Delta t n_1 S d)$ - число рассеяний в ед. времени в расчете на частицу а.]

13. Найдите выражение для относительного числа молекул газа, пролетающих путь S без столкновений. Средняя длина свободного пробега молекул равна λ .

14. Найти вероятность того, что молекула газа пролетит путь x без столкновений и столкнётся с другой молекулой на участке от x до $x+dx$. Средняя длина свободного пробега молекул λ . [$dw(x) = \exp(-x/\lambda)(dx/\lambda)$.]

15. Вычислить, какая часть молекул газа:

а). пролетает без столкновений расстояния, превышающие среднюю длину свободного пробега λ ; [0,37.]

б). имеет длины свободного пробега в интервале от λ до 2λ . [0,23.]

16. Узкий пучок молекул входит в сосуд с газом, давление которого достаточно низкое. Найти среднюю длину свободного пробега молекул пучка, если поток молекул в пучке убывает в η раз на расстоянии ΔL вдоль пучка. [$\lambda = \Delta L / \ln \eta$.]

17. Пусть αdt - вероятность того, что молекула газа испытает столкновение в течение времени dt , α - постоянная. Найти:

а). вероятность того, что молекула не испытает столкновения в течение времени t ; [$w = \exp(-\alpha t)$.]

б). среднее время между столкновениями. [$1/\alpha$.]

18. Найти среднюю длину свободного пробега и среднее время между столкновениями молекул газообразного азота ($d(N_2) = 0,37 \cdot 10^{-9}$ м.):

а). при нормальных условиях; [0,06 мкм; 0,13 нс.]

б). при 0°C и давлении 1нПа (такое давление позволяют получать современные вакуумные насосы). [6Мм; 3,8 ч.]

38

19. Во сколько раз средняя длина свободного пробега молекул азота, находящегося при н.у., больше среднего расстояния между его молекулами? [~ 20]

20. Кислород находится при 0°C в сосуде с характерным размером $L = 10$ мм (это линейный размер, определяющий характер интересующего нас процесса). Найти:

а). давление газа, ниже которого средняя длина свободного пробега молекул $\lambda > L$; [0,7 Па.]

б). соответствующую концентрацию молекул и среднее расстояние между ними. [$2 \cdot 10^{14}$ см $^{-3}$; 0,2 мкм.]

21. Азот находится при нормальных условиях. Найти:

а). число столкновений, испытываемых в среднем каждой молекулой за одну секунду; [$v = (2)^{1/2} \pi d^2 n \langle v \rangle = 0,74 \cdot 10^{10}$ с $^{-1}$.]

б). число всех столкновений между молекулами в 1см 3 азота ежесекунд-но. [$v = (2)^{-1/2} \pi d^2 n^2 \langle v \rangle = 10^{29}$ с $^{-1} \cdot$ см $^{-3}$.]

ЗАДАЧИ ДОМАШНИХ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ.

3.1 Найти для газообразного азота при 300К отношение числа молекул с компонентами скорости вдоль оси X в интервале $300 \pm 0,31$ м/с к числу молекул с компонентами скорости вдоль той же оси в интервале $500 \pm 0,50$ м/с.

3.2 Найти отношение числа молекул водорода, скорости которых лежат в пределах от 3000 до 3010 м/с, к числу молекул, имеющих скорости в пределах от 1500 до 1510 м/с, если температура водорода 300⁰С.

3.3 Найти относительное число молекул газа, скорости которых отличаются не более чем на 1% от значения:

- а). наиболее вероятной скорости;
- б). средней квадратичной скорости.

39

3.4 Найти температуру газообразного азота, при которой скоростям молекул 300 м/с и 600 м/с соответствуют одинаковые значения функции распределения $f(v)$.

3.5 При какой температуре средняя квадратичная скорость молекул кислорода равна таковой же скорости молекул азота при температуре 100⁰С?

3.6 Найти температуру T, при которой средняя квадратичная скорость молекул азота больше средней скорости на 50 м/с.

3.7 Определить скорость молекул азота, при которой значение функции $f(v)$ для температуры T_0 будет таким же, как и для температуры, в η раз большей.

3.8 Водород находится при нормальных условиях и занимает объём 1 см³. Определить число молекул в этом объёме, обладающих скоростями, меньшими 1 м/с.

3.9 Найти число молекул идеального газа, которые имеют импульс, значение которого точно равно наиболее вероятному значению. Газ находится в объёме 1 л при н.у.

3.10 На сколько процентов изменится наиболее вероятное значение импульса молекул идеального газа при изменении температуры на 1%?

3.11 Определить долю молекул, энергия которых заключена в пределах от 0 до 0,01 kT.

3.12 Число молекул, энергия которых заключена в пределах от нуля до некоторого значения ε , составляет 0,1% от общего числа молекул. Определить величину ε в долях kT .

3.13 Некоторый газ находится в равновесном состоянии. Какой процент молекул газа обладает скоростями, отличными от наиболее вероятной не более чем на 1%?

3.14 Распределение молекул по скоростям в молекулярных пучках при эффузионном истечении отличается от Максвелловского и имеет вид $F(v)=Cv^3 \exp(-mv^2/2kT)$. Определите нормировочный коэффициент C и среднюю арифметическую скорость молекул.

Эффузионным называется истечение газов через отверстия, малые по сравнению с длиной свободного пробега молекулы.

40

3.15 Распределение молекул по скоростям в пучке, выходящем из небольшого отверстия в сосуде, описывается функцией $F(v)=Av^3 \exp(-mv^2/2kT)$, где T - температура газа внутри сосуда. Найти наиболее вероятные значения:

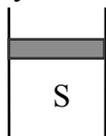
- скорости молекул в пучке; сравнить полученную величину с наиболее вероятной скоростью молекул в самом сосуде;
- кинетической энергии молекул в пучке.

3.16 В запаянном стеклянном баллоне заключен моль одноатомного идеального газа при температуре 293К. Какое количество теплоты нужно сообщить газу, чтобы средняя скорость его молекул увеличилась на 1%?

3.17 Моль азота находится в равновесном состоянии при $T=300K$. Чему равна:

- сумма x -вых компонент скоростей всех молекул;
- сумма векторов скоростей всех молекул;
- сумма квадратов скоростей всех молекул;
- сумма модулей скоростей всех молекул?

3.18 В цилиндрический сосуд с тонкими стенками, содержащий газ температуры T с молярной массой μ , помещен массивный поршень, способный двигаться без трения. Над поршнем и вне цилиндра вакуум. В дне цилиндра образовалось малое отверстие площади S . Через какое время поршень опустится на $1/3$ длины сосуда? Объем цилиндра V .



— —

3.19 Для цилиндра, представленного в предыдущей задаче, рассмотреть ситуацию, когда над поршнем - вакуум, а в сосуде и вне его находится один и тот же газ с молекулярной массой μ при одинаковой температуре T и концентрациях n и n_1 соответственно ($n < n_1$). Найдите время, за которое поршень поднимется на высоту, в два раза превышающую первоначальную. Начальный объём газа в сосуде равен V .

3.20 На какой высоте над поверхностью Земли атмосферное давление вдвое меньше, чем на её поверхности? Считать атмосферу изотермической, имеющей температуру 290К.

41

3.21 центрифуге с ротором радиус которого равен 0,5м при температуре 300К находится в газообразном состоянии вещество с относительной молекулярной массой 10^3 . Определить отношение концентраций молекул у стенок ротора и в центре его, если ротор вращается с частотой 30Гц.

3.22 Ротор центрифуги, заполненный радоном, вращается с частотой 50Гц. Радиус ротора равен 0,5м. Определить давление газа на стенки ротора, если в его центре давление равно нормальному атмосферному. Температуру по всему объёму считать одинаковой и равной 300К.

3.23 В центрифуге находится некоторый газ при температуре 271К. Ротор центрифуги радиусом 0,4м вращается с угловой скоростью 500рад/с. Определить относительную молекулярную массу газа, если давление у стенки ротора в 2,1 раза больше давления в его центре.

3.24 Ротор ультрацентрифуги радиусом 0,2м заполнен атомарным хлором при температуре 3кК. Хлор состоит из изотопов 37 и 35. Доля атомов изотопа 37 составляет 0,25. Определить доли атомов того и другого изотопов вблизи стенок ротора, если ротору сообщить угловую скорость вращения, равную 10^4 рад/с.

3.25 В опыте Перрена по определению постоянной Авогадро использовалась смесь шариков гуммигута в воде, плотность которых $1,254 \text{ г/см}^3$. Температура взвеси составляла 20°C . Радиус шариков 0,212мкм. При перемещении тубуса микроскопа на 30мкм число шариков, наблюдавшихся в микроскоп, изменялось с 2,1 раза. Исходя из этих данных, найти N_A .

3.26 Вблизи поверхности Земли отношение объёмных концентраций молекул кислорода и азота равно $20,95/78,08=0,268$. Полагая

температуру атмосферы не зависящей от высоты и равной 0°C , определить это отношение на высоте 10км.

3.27 Установленная вертикально закрытая с обоих концов труба наполнена газообразным кислородом. Высота трубы 200м, объём 200л. Стенки трубы имеют всюду одинаковую температуру 293К. Давление газа внутри трубы, вблизи её основания равно 10^5Па . Определить:

- а). давление в трубе вблизи её верхнего конца;
- б). количество молекул кислорода, содержащихся в трубе.

42

3.28 Идеальный газ находится в однородном поле тяжести. Сравнить доли молекул, скорости которых превышают наиболее вероятную, на высоте 0 и 1км. Атмосфера изотермическая.

3.29 Пусть η_0 - отношение концентрации молекул водорода к концентрации молекул азота вблизи поверхности Земли, а η – соответствующее отношение на высоте 3000м. Найти отношение η/η_0 при 280К, полагая, что температура и ускорение свободного падения не зависят от высоты.

3.30 Азот находится в очень высоком сосуде в однородном поле тяжести при температуре T . Температуру увеличили в η раз. На какой высоте h концентрация молекул останется прежней?

3.31 Закрытая с одного конца труба длины 1м вращается вокруг перпендикулярной к ней вертикальной оси, проходящей через открытый конец трубы, с угловой скоростью 62,8рад/с. Давление атмосферного воздуха нормальное, температура 20°C . Найти давление воздуха в трубе вблизи закрытого конца.

3.32 Можно ли считать вакуум с давлением 100мкПа высоким, если он создан в колбе диаметром 20см, содержащей азот при температуре 280К?

3.33 Найти число всех соударений, которые происходят в течение 1с между всеми молекулами водорода, занимающего при н.у. объём 1мм^3 .

3.34 Найти зависимость средней длины свободного пробега молекул идеального газа от давления при следующих процессах: 1). изохорическом, 2). изотермическом. Изобразить эти зависимости на графиках.

3.35 Найти зависимость средней длины свободного пробега молекул идеального газа от температуры при следующих процессах: 1). изохорическом, 2). изобарическом. Изобразить эти зависимости на графиках.

3.36 Найти зависимость среднего числа столкновений молекулы идеального газа в 1с от давления при следующих процессах: 1). изохорическом, 2). изотермическом. Изобразить эти зависимости на графиках.

3.37 Найти зависимость среднего числа столкновений молекулы идеального газа в 1с от температуры при следующих процессах: 1). изохорическом, 2). изобарическом. Изобразить эти зависимости на графиках.

43

3.38 Идеальный газ совершил процесс, в результате которого его давление возросло в n раз. Как и во сколько раз изменились средняя длина свободного пробега и число столкновений каждой молекулы в единицу времени, если процесс: 1) изохорический, 2). изотермический?

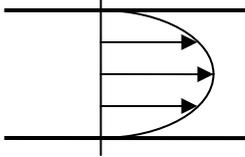
3.39 Идеальный газ, состоящий из жестких двухатомных молекул, совершает адиабатический процесс, Как зависят средняя длина свободного пробега и число столкновений каждой молекулы ежесекундно в этом процессе от: а). объёма, б). давления, в). температуры?

3.40 Идеальный газ совершает политропический процесс с показателем политропы n . Найти среднюю длину свободного пробега и число столкновений каждой молекулы ежесекундно как функцию: а). объёма, б). давления, в). температуры.

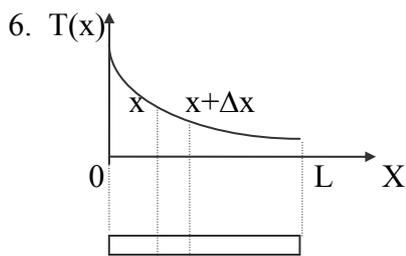
3.41 Определить молярную теплоёмкость идеального газа из жестких двухатомных молекул, совершающего политропический процесс, при котором число столкновений между молекулами в единицу времени остается неизменным: а). в единице объёма, б). во всём объёме газа.

**ЗАНЯТИЯ 11-13: ПРОЦЕССЫ ПЕРЕНОСА.
БРОУНОВСКОЕ ДВИЖЕНИЕ**

1. Дайте определение потока и плотности потока физической величины.
2. Градиент концентрации ∇n молекул газа известен. Считая температуру газа всюду одинаковой, определить направление диффузионного потока молекул.
3. В потоке газа, направленном вдоль оси x , скорость газа u_x растет в положительном направлении оси y . Куда направлен обусловленный неоднородностью скорости поток импульса в газе?
4. На рисунке качественно показано распределение скорости жидкости по сечению круглой трубы. Куда направлена сила вязкого трения, действующая на трубу?



5. Температура идеального одноатомного газа убывает вдоль оси X . Функция $T(x)$ известна. Пусть некоторая молекула пролетела без столкновений из точки x в точку $x+\lambda$, где λ – средняя длина свободного пробега. Какой “избыток” средней кинетической энергии $\Delta\langle E_k \rangle$ она с собой принесла?

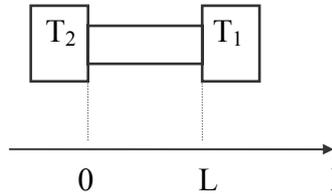


Температура тонкого твёрдого стержня однородна по его сечению и зависит только от координаты x вдоль его оси. Площадь поперечного сечения стержня S , теплопроводность вещества стержня χ , плотность ρ и удельная теплоёмкость C_v . Определить: а). потоки теплоты через сечения стержня с координатами x и $x+\Delta x$;

б). приращение внутренней энергии элемента стержня Δx за время dt ; в). приращение внутренней энергии элемента стержня Δx при повышении его температуры на dT . Пренебрегая потерями теплоты через боковую поверхность стержня, написать закон сохранения внутренней энергии. Перейти к пределу $\Delta x \rightarrow 0$ и получить одномерное уравнение теплопроводности.

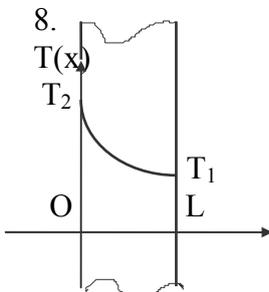
45

7.



зависимость температуры стержня от координаты x . Найти поток теплоты через поперечное сечение стержня. Теплопроводность вещества стержня χ .

Два тела с постоянными температурами T_1 и T_2 ($T_1 < T_2$) соединили теплопроводящим стержнем длины L с поперечным сечением S . Пренебрегая потерями теплоты через боковую поверхность стержня, определить



8.

На рисунке показано распределение температуры по толщине теплоизолированной однородной бесконечной плоскопараллельной пластины толщины L в начальный момент времени.

Оцените время выравнивания температуры пластины. Температуропроводность вещества пластины a . [$\sim L^2/a$.]

9. Маленькая кастрюля с небольшим количеством воды плавает в большой кастрюле. Вода в большой кастрюле кипит. Будет ли кипеть вода в малой кастрюле?

10. Посетитель столовой хотел бы, чтобы его чай, к тому моменту, когда он к нему приступит, был наиболее остывшим. Как ему поступить – растворить сахар в чае до того, как приступить к обеду, или непосредственно перед тем, как пить чай?

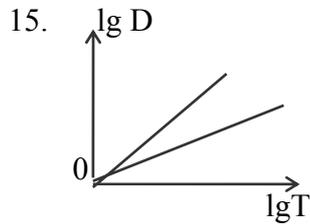
11. В результате некоторого процесса вязкость идеального газа увеличилась в два раза, а коэффициент диффузии в четыре раза. Как и во сколько раз изменилось давление газа?

12. Идеальный газ состоит из жёстких двухатомных молекул. Как и во сколько раз изменятся коэффициент диффузии и вязкость, если объём газа адиабатически уменьшить в 10 раз?

13. Найти показатель политропы процесса, совершаемого идеальным газом, при котором остаётся неизменным: а). коэффициент диффузии; б). вязкость; в). теплопроводность.

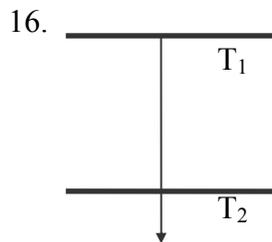
46

14. Теплопроводность гелия в 8,7 раза больше, чем у аргона (при н. у.). Найти отношение эффективных диаметров атомов аргона и гелия. [1,7.]

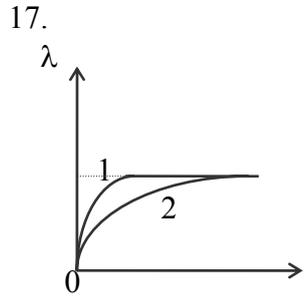


На рисунке в логарифмическом масштабе представлены зависимости коэффициента диффузии от температуры для двух случаев. Один из графиков соответствует изменению температуры газа в открытом, другой - в закрытом сосуде. Какая из прямых изображает эту зависимость для открытого сосуда и какая - для закрытого?

Эффективное поперечное сечение молекул считается постоянным.



Поток теплоты идёт через газ от нагретой пластины с температурой T_1 к холодной с температурой T_2 . Линейные размеры пластин велики по сравнению с расстоянием между ними. Одинаков ли градиент температуры вдоль всего теплового потока? Почему при измерении теплопроводности пластины должны быть расположены горизонтально, причём пластина с более высокой температурой должна находиться сверху?



Между двумя параллельными стенками происходит стационарный перенос теплоты через газ. При этом работает только механизм теплопроводности. Измеряют зависимость коэффициента теплопроводности λ от давления газа p . Опыт проводят дважды при различных расстояниях между стенками. Полученные результаты приведены на рисунке. Какая из кривых соответствует большему расстоянию между стенками?

18. Гелий при н.у. заполняет пространство между двумя длинными коаксиальными цилиндрами. Средний радиус цилиндров R , зазор между ними ΔR , причём $\Delta R \ll R$. Внутренний цилиндр неподвижен, а внешний вращают с небольшой угловой скоростью ω . Найти момент сил трения, действующих на единицу длины внутреннего цилиндра.

До какого значения надо уменьшить давление гелия (не меняя температуры), чтобы искомый момент уменьшился в 10 раз, если $\Delta R = 6 \text{ мм}$?

$[N_1 \approx 2\pi\eta\omega R^3/\Delta R; p = (2)^{1/2} kT/\pi d^2 n \Delta R = 0,7 \text{ Па} .]$

47

19. Газ заполняет пространство между двумя длинными коаксиальными цилиндрами, радиусы которых равны R_1 и R_2 , причем $R_1 < R_2$. Внутренний цилиндр неподвижен, а внешний вращают с малой угловой скоростью ω . Момент сил трения, действующих на единицу длины внутреннего цилиндра, равен N_1 . Найти вязкость газа, имея в виду, что сила трения, действующая на единицу площади цилиндрической поверхности радиуса r , определяется формулой $\sigma = \eta r (d\omega/dr)$. $[\eta = (1/R_1^2 - 1/R_2^2) N_1 / 4\pi\omega.]$

20. Два одинаковых параллельных диска, оси которых совпадают, расположены на расстоянии h друг от друга. Радиус каждого диска равен a , причём $a \gg h$. Один диск вращают с небольшой угловой скоростью ω , другой диск неподвижен. Найти момент сил трения, действующих на неподвижный диск, если вязкость газа между пластинами η . $[N = \pi\eta\omega a^4 / 2h.]$

21. Решить предыдущую задачу, считая, что между дисками находится ультраразреженный газ с молярной массой μ , температурой T и под давлением p . $[N = (\omega a^4 p / 3) (\pi \mu / 2RT)^{1/2} .]$

22. Определить, на какой угол повернется диск, подвешенный на упругой нити, если под ним на расстоянии 1 см вращается другой такой же диск с угловой скоростью 50 рад/с . Радиус дисков 10 см , модуль кручения нити 100 дин*см/рад , вязкость воздуха считать равной $1,8 \cdot 10^{-4} \text{ дин*с/см}^2$. Краевыми эффектами пренебречь. Движение воздуха между дисками считать ламинарным. $[81^\circ.]$

23. Решить предыдущую задачу в предположении, что диски помещены в сильно разреженный воздух с давлением $10^{-4} \text{ мм.рт.ст.}$. Для упрощения расчета считать, что все молекулы движутся с одинаковыми по модулю скоростями 450 м/с , равными средней скорости молекул воздуха. $[\approx 1^\circ.]$

24. Оценить установившуюся скорость, с которой будет двигаться в сильно разреженном воздухе плоский диск, одна из сторон которого нагрета до температуры 310 К , а другая до температуры 300 К , равной температуре окружающего воздуха. $[u \approx 1/12 (3RT/\mu)^{1/2} (T_1 - T_2)/T \approx 1,4 \text{ м/с}.]$

25. Воспользовавшись формулой Пуазейля, определить массу газа, протекающего в единицу времени через поперечное сечение трубы длиной L и радиусом a , на концах которой поддерживаются постоянные давления p_1 и p_2 . Вязкость газа равна η . [$m_1 = (\pi a^4 \mu / 16 \eta RT) |p_2^2 - p_1^2| / L$.]

48

26. Оценить число молекул, ежесекундно проходящих через капилляр радиуса r и длиной L при изотермическом течении ультраразреженного газа, если с одной стороны капилляра поддерживается концентрация n , а с другой - вакуум.

Рассмотрите также случай, когда на концах капилляра поддерживаются разные концентрации n_1 и n_2 .

27. Из сосуда объёмом V , в котором первоначально находится ультраразреженный газ с концентрацией n_0 , начинает вытекать в пустоту газ через капилляр радиуса r и длиной L . Получите зависимость концентрации газов в сосуде от времени. Процесс считать изотермическим.

28. Стекланный сосуд с толщиной стенок 5 мм и объёмом 1 л наполнен азотом и окружен вакуумом. В стенке сосуда образовался узкий цилиндрический канал радиуса 0,1 мм. Начальное давление газа в сосуде настолько мало, что радиус канала пренебрежимо мал по сравнению с длиной свободного пробега молекул газа. Как меняется во времени концентрация молекул газа в сосуде? Определить время τ , по истечении которого давление газа в сосуде уменьшается в e раз, если температура поддерживается постоянной и равна 300 К. [$n = n_0 e^{-t/\tau}$, $\tau = 3VL / 2\pi a^3 \langle v \rangle = 5000$ с.]

29. Полностью эвакуированный стекланный сосуд с толщиной стенок 3 мм и объёмом 1 л погружен в атмосферу углекислого газа. В стенке сосуда образовался узкий цилиндрический канал диаметра 0,1 мм. Давление окружающего газа настолько мало, что диаметр канала пренебрежимо мал по сравнению с длиной свободного пробега молекул газа. Как меняется во времени концентрация молекул газа в сосуде? Определить время, по истечении которого давление газа в сосуде будет составлять

$(e-1)/e = 0,628$ от давления окружающего газа при условии, что температура поддерживается постоянной и равна 300 К. [$n = n_0 (1 - e^{-t/\tau})$, $\tau = 12VL / \pi d^3 \langle v \rangle = 3 \cdot 10^4$ с.]

30. Сосуд с газом разделён на две одинаковые половины 1 и 2 тонкой теплоизолирующей перегородкой с двумя отверстиями. Диаметр одного мал, а другого очень велик по сравнению со средней длиной свободного

пробега молекул. В половине 2 газ поддерживается при температуре в η раз большей, чем в половине 1. Как и во сколько раз изменится концентрация молекул в половине 2, если закрыть только большое отверстие? [увеличится в $(1+\eta)/(1+\eta^{1/2})$ раз.]

49

31. Два сосуда одинакового объёма соединены трубками. Диаметр одной из трубок очень велик, а другой очень мал по сравнению со средней длиной свободного пробега молекул газа, находящегося в сосуде. Первый сосуд поддерживается при постоянной температуре 800К, а второй - при постоянной температуре 200К. В каком направлении будет перетекать газ по узкой трубке, если перекрыть краном широкую трубку? Какая масса m газа перейдёт при этом из одного сосуда в другой, если общая масса газа в обоих сосудах равна M ? [$m= 2M/15$, газ будет перетекать в сосуд с более высокой температурой.]

32. Сосуды с объёмами V_1 и V_2 соединены между собой цилиндрическим капилляром радиуса a и длины L , по которому происходит изотермическое кнудсеновское перетекание газа из одного сосуда в другой. Как будут меняться во времени концентрации молекул газа в сосудах n_1 и n_2 , если их начальные значения были равны n_{10} и n_{20} ?

33. Один конец стержня, заключенного в теплоизолирующую оболочку, поддерживается при температуре T_1 , а другой конец - при температуре T_2 . Сам стержень состоит из двух частей, длины которых L_1 и L_2 и теплопроводности χ_1 и χ_2 . Найти температуру поверхности соприкосновения этих частей стержня.

Найдите также теплопроводность однородного стержня длины L_1+L_2 , проводящего теплоту так же, как и система из этих двух стержней.
[$T=(\chi_1 T_1/L_1 + \chi_2 T_2/L_2)/(\chi_1/L_1 + \chi_2/L_2)$; $\chi=(L_1 + L_2)/(L_1/\chi_1 + L_2/\chi_2)$.]

34. Стержень длины L с теплоизолированной боковой поверхностью состоит из материала, теплопроводность которого изменяется с температурой по закону $\chi=\alpha/T$, где α — постоянная. Торцы стержня поддерживаются при температурах T_1 и T_2 . Найти зависимость $T(x)$, где x - расстояние от торца с температурой T_1 , а так же плотность потока тепла.
[$T(x)=T_1(T_2/T_1)^{x/L}$; $q=(\alpha/L) \ln (T_2/T_1)$.]

35. Два куска металла, теплоёмкости которых C_1 и C_2 , соединены между собой стержнем длины L с площадью поперечного сечения S и достаточно малой теплопроводностью χ . Вся система теплоизолирована от

окружающего пространства. В момент $t=0$ разность температур между двумя кусками металла равна $(\Delta T)_0$. Пренебрегая теплоёмкостью стержня, найти разность температур между кусками металла как функцию времени. $[\Delta T = (\Delta T)_0 \exp(-\alpha t), \alpha = (1/C_1 + 1/C_2)S\chi/L.]$

50

36. Найти распределение температур в веществе, находящемся между двумя большими параллельными пластинами, если последние поддерживаются при температурах T_1 и T_2 , расстояние между ними равно L и теплопроводность вещества $\chi \sim (T)^{1/2}$.
 $[T = T_1 \{1 + x/L[(T_2/T_1)^{3/2} - 1]\}^{2/3}$, где x - расстояние от пластины с температурой T_1 .]

37. Пространство между двумя большими горизонтальными пластинами заполнено гелием. Расстояние между пластинами 50 мм. Нижняя пластина поддерживается при температуре 290 К, верхняя при 330 К. Давление газа близко к нормальному. Найти плотность потока тепла. Эффективный диаметр молекулы гелия равен 0,2 нм. $[40 \text{ Вт/м}^2.]$

38. Гелий под давлением 1 Па находится между двумя большими параллельными пластинами, отстоящими друг от друга на 5 мм. Одна пластина поддерживается при температуре 17°C , а другая - при 37°C . Найти среднюю длину свободного пробега атомов гелия и плотность потока тепла. $[\lambda = 23 \text{ мм}; q = p \langle v \rangle (t_1 - t_2) / 6T(\gamma - 1) = 22 \text{ Вт/м}^2, T = (T_1 + T_2) / 2.]$

39. Найти распределение температуры в пространстве между двумя коаксиальными цилиндрами радиусами R_1 и R_2 , заполненном однородным теплопроводящим веществом, если температуры цилиндров равны T_1 и T_2 . $[T = T_1 + (T_2 - T_1) \ln(r/R_1) / \ln(R_2/R_1).]$

40. Тот же вопрос, что и в предыдущей задаче, но для двух концентрических сфер с радиусами R_1 и R_2 и температурами T_1 и T_2 .
 $[T = T_1 + (1/R_1 - 1/r)(T_2 - T_1) / (1/R_1 - 1/R_2).]$

41. Постоянный электрический ток течет по однородному проводу, радиус сечения которого R и теплопроводность χ . В единице объёма провода выделяется тепловая мощность w . Найти распределение температуры в проводе, если установившаяся температура на его поверхности равна T_0 .
 $[T = T_0 + (R^2 - r^2)w / 4\chi.]$

42. В однородном шаре радиус которого R и теплопроводность χ , выделяется равномерно по объёму тепловая мощность w . Найти распределение температуры в шаре, если установившаяся температура на его поверхности равна T_0 . [$T=T_0 + (R^2 - r^2)w/6\chi$.]

51

43. В алюминиевой кастрюле кипит вода при 100°C . Определить разность температур нижней и верхней поверхностей дна кастрюли при следующих данных: толщина дна 2мм, площадь дна 200см^2 ; в кастрюле выкипает за 5 минут 100г воды. Теплообменом сквозь боковые стенки кастрюли и лучеиспусканием пренебречь. Теплопроводность алюминия $210 \text{ Дж/м}\cdot\text{с}\cdot\text{К}$, удельная теплота парообразования воды 2250 Дж/г . [$0,36^\circ\text{C}$.]

44. Три пластинки одинакового размера сложены вместе, образуя столбик. В середине - свинцовая пластинка, по краям - серебряные. Внешняя сторона одной серебряной пластинки поддерживается при постоянной температуре $t=100^\circ\text{C}$. Внешняя сторона другой серебряной пластинки имеет температуру $t_3=0^\circ\text{C}$. Найти температуры t_1 и t_2 в местах соприкосновения свинцовой пластинки с серебряными. Теплопроводность свинца $30 \text{ ккал}/(\text{ч}\cdot\text{м}\cdot^\circ\text{C})$, серебра $360 \text{ ккал}/(\text{ч}\cdot\text{м}\cdot^\circ\text{C})$. [$t_1 \approx 92,8^\circ\text{C}$; $t_2 \approx 7^\circ\text{C}$.]

45. Кубик сделан из чередующихся пластинок разной толщины и разной теплопроводности. Толщина пластинок одного типа b_1 , теплопроводность материала, из которого они изготовлены, равна χ_1 число всех пластинок этого типа n_1 . Соответствующие величины для пластинок второго типа равны b_2 , χ_2 и n_2 . Найти теплопроводности материала кубика вдоль пластинок и перпендикулярно к ним. Какая из этих теплопроводностей больше?

46. Сферический кусок льда с начальным радиусом 1см погружен в большую массу воды с температурой 10°C . Предполагая, что теплопередача в жидкости связана только с её теплопроводностью, Определить время, в течение которого лед полностью растает. Теплопроводность воды $6\cdot 10^{-3} \text{ Дж}/(\text{с}\cdot\text{см}\cdot^\circ\text{C})$, удельная теплота плавления льда 330 Дж/г . [$\approx 2480\text{с}$.]

47. Тело, помещенное в среду с постоянной температурой t_0 , охладилось от температуры $t_1=80^\circ\text{C}$ до температуры $t_2=64^\circ\text{C}$ в течение времени τ и до температуры $t_3=52^\circ\text{C}$ в течение времени 2τ . Считая справедливым закон охлаждения Ньютона, найти температуру окружающей среды. До какой температуры тело охладится в течение времени 3τ ? [$t_0 = (t_1 t_3 - t_2^2) / (t_1 + t_3 - 2t_2) = 16^\circ\text{C}$; $t_4 = t_0 + (t_2 - t_0)^3 / (t_1 - t_0)^2 = 43^\circ\text{C}$.]

48. Определить среднее квадратичное горизонтальное перемещение зёрен гуммигута в воде при температуре 20°C за 1 мин, если их радиус $0,5\text{мкм}$, а вязкость воды $0,01\text{дин}\cdot\text{с}/\text{см}^2$. $[(2kT\tau/3\pi\mu a)^{1/2} \approx 10\text{мкм}.]$

52

49. Чему равна постоянная Авогадро, если среднее квадратичное перемещение за 5 мин зёрен гуммигута радиуса $0,385\text{мкм}$ в глицерине при температуре 20°C равно $1,5\text{мкм}$? Вязкость глицерина $1,49\text{дин}\cdot\text{с}/\text{см}^2$. $[RT\tau/(3\pi a \langle \Delta x^2 \rangle) \approx 6,02 \cdot 10^{23}\text{ моль}^{-1}.]$

50. Капелька масла массы 10^{-10}г падает в воздухе с высоты 1м , участвуя при этом в броуновском движении. Полагая, что к её падению применима формула Стокса, найти средний квадрат отклонения капельки от ожидаемой точки падения, если температура воздуха 300К . Проверить, выполняются ли условия применимости ф. Стокса, если плотность масла $0,9\text{г}/\text{см}^3$, а вязкость воздуха $1,8 \cdot 10^{-4}\text{дин}\cdot\text{с}/\text{см}^2$. $[0,013\text{ см}.]$

ЗАДАЧИ ДОМАШНИХ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

4.1 Как изменятся коэффициент диффузии и вязкость идеального газа, если его объём увеличить в n раз: а). изотермически; б). изобарически?

4.2 Для определения вязкости углекислого газа им наполнили колбу объёмом 1л при давлении 1600мм.рт.ст. Затем открыли кран, позволяющий газу вытекать из сосуда через капилляр длиной 10см и диаметром $0,1\text{мм}$. Через 22мин. давление в колбе понизилось до 1350мм.рт.ст. Вычислить из этих данных вязкость и газокинетический диаметр молекулы CO_2 . Наружное атмосферное давление 735мм.рт.ст. Процесс можно считать изотермическим, происходящим при 15°C .

4.3 Горизонтально расположенный диск радиуса $0,2\text{м}$ подвешен на тонкой упругой нити над таким же укрепленным на вертикальной оси диском Коэффициент кручения нити $3,62 \cdot 10^{-4}\text{Н}\cdot\text{м}/\text{рад}$. Зазор между дисками 5мм . На какой угол закрутится нить, если нижний диск привести во вращение с угловой скоростью $20\text{рад}/\text{с}$? Вязкость воздуха считать равной $1,8 \cdot 10^{-4}\text{дин}\cdot\text{с}/\text{см}^2$.

4.4 Два сосуда разделены тонкой, не проводящей тепло прокладкой. Стенки сосуда 1 поддерживаются при температуре 300К , сосуда 2 - при температуре 500К . Сосуды сообщаются через отверстие, размеры которого в 15 раз меньше средней длины свободного пробега молекул

газа, заполняющего сосуда. Установившееся давление газа в сосуде 1 равно 0,1Па. Чему равно давление газа в сосуде 2?

53

4.5 В сосуде Дьюара находится жидкий азот при -180°C . Наружная температура воздуха 20°C . Давление остаточного газа между стенками сосуда $\sim 10^{-4}\text{Па}$. Чему равна температура воздуха между стенками сосуда?

4.6 Стальной стержень длины 20см с площадью поперечного сечения 3 см^2 нагревается с одного конца до температуры 300°C , а другим концом упирается в лед. Предполагая, что потеря тепла через боковые стенки стержня нет, найти массу льда, растаявшего за 10мин. Теплопроводность стали $0,16\text{кал}/(\text{с}\cdot\text{см}\cdot^{\circ}\text{C})$.

4.7 Медный кофейник нагревают на плите. Вода кипит, выделяя каждую минуту 2г пара. Толщина дна кофейника 2мм, а площадь 300см^2 . Определить разность температур между внутренней и внешней поверхностями дна кофейника, предполагая, что всё дно нагревается равномерно. Теплопроводность меди $0,92\text{ кал}/(\text{с}\cdot\text{см}\cdot^{\circ}\text{C})$.

4.8 Урановый шар радиуса 10см, помещенный в сосуд с водой, облучается равномерным потоком нейтронов. В результате реакций деления ядер урана в шаре выделяется энергия $100\text{Вт}/\text{см}^3$. Температура воды 373К , теплопроводность урана $400\text{Вт}/(\text{м}\cdot^{\circ}\text{C})$. Найти стационарное распределение температуры в шаре, а также температуру в его центре.

4.9 Определить толщину льда, образующегося в течение времени t на спокойной поверхности озера. Считать, что температура T окружающего воздуха всё время постоянна и равна температуре наружной поверхности льда ($T <$ температуры плавления льда). Провести расчет в предположении, что $T = -10^{\circ}\text{C}$.

4.10 Определить количество тепла, теряемое 1м^2 стены в течение суток, при температуре воздуха в помещении 20°C и температуре наружного воздуха -10°C . Толщина стены 20см. Теплопроводность материала стены $0,003\text{ кал}/(\text{с}\cdot\text{см}\cdot^{\circ}\text{C})$. Коэффициент теплообмена на границе стена-воздух $0,0002\text{кал}/(\text{с}\cdot\text{см}^2\cdot^{\circ}\text{C})$. Определить также температуры внутренней и внешней поверхностей стены.

4.11 Сколько каменного угля нужно расходовать на водяное отопление дома в сутки, поддерживая в квартирах температуру 18°C ? Площадь поверхности стен и крыши $10\,000\text{м}^2$, температура снаружи здания -22°C , толщина стен 60см, теплопроводность материала стен $0,002\text{ кал}/(\text{с}\cdot\text{см}\cdot^{\circ}\text{C})$, а утечка тепла с единицы поверхности крыши такая же, как с единицы поверхности стены. Коэффициент теплообмена на границе

воздух - стена $0,00025 \text{ кал}/(\text{с} \cdot \text{см}^2 \cdot ^\circ\text{C})$, удельная теплота сгорания угля $7500 \text{ кал}/\text{г}$.

54

4.12 Зазор между двумя очень длинными коаксиальными цилиндрическими поверхностями заполнен однородным изотропным веществом. Радиусы поверхностей 5 см и 7 см . Внутренняя поверхность поддерживается при 290 К , наружная - при 320 К . Найти зависимость $T(r)$ для средней части цилиндров.

4.13 Зазор между двумя концентрическими сферами заполнен однородным изотропным веществом. Радиусы сфер 10 см и 20 см . Поверхность внутренней сферы поддерживается при температуре 400 К , внешней сферы - при 300 К . В этих условиях от внутренней сферы к внешней течет установившийся тепловой поток 1 кВт . Найти теплопроводность вещества в зазоре, считая её не зависящей от температуры, и зависимость $T(r)$ в зазоре.

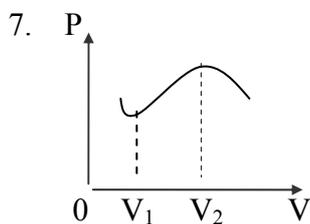
4.14 Два тела, теплоёмкость каждого из которых равна $500 \text{ Дж}/\text{кг}$, соединены стержнем длины 40 см с площадью поперечного сечения 3 см^2 . Теплопроводность стержня не зависит от температуры и равна $20 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$. Тела и стержень теплоизолированы. В начальный момент температуры тел различны. Найти время, по истечении которого разность температур тел уменьшится в 2 раза. Теплоёмкостью стержня и неоднородностью температуры в пределах каждого из тел пренебречь.

4.15 Между двумя параллельными плоскими очень большими пластинами имеется зазор 1 см , заполненный аргоном. Между пластинами поддерживается разность температур 1 К ($T_1=299,5 \text{ К}$, $T_2=300,5 \text{ К}$). Оценить плотность теплового потока в случаях, когда давление аргона равно: а). 10^5 Па , б). 10^4 Па , в). $0,1 \text{ Па}$, г). $0,01 \text{ Па}$.

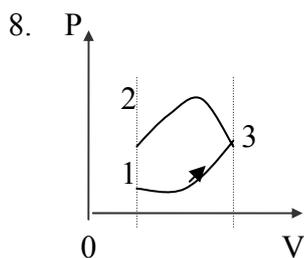
4.16 В термос налита вода массы 1 кг . Площадь внутренней поверхности баллона термоса 700 см^2 . Зазор между стенками баллона 5 мм . Давление газа в зазоре $0,1 \text{ Па}$. Считая, что отвод тепла осуществляется только за счет теплопроводности газа в зазоре, определить, за какое время температура воды уменьшится от 90 до 80°C . Температура вне термоса равна 20°C .

ЗАНЯТИЯ 15-17: ПЕРВОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ. ТЕПЛОЁМКСТЬ. ПОЛИТРОПИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ

1. Как определяется работа в термодинамике? Дайте определение внутренней энергии системы, количества теплоты.
2. Сформулируйте первое начало термодинамики.
3. Над некоторой системой совершили работу $\delta A'$ и сообщили ей теплоту δQ . Найти работу δA , совершенную при этом самой системой и приращение dU её внутренней энергии.
4. При совершении некоторой системой работы δA её внутренняя энергия испытала приращение dU . Какое количество теплоты δQ получила система?
5. Дайте определение функции состояния системы. Почему нет смысла говорить о “запасе работы” или “запасе теплоты”?
6. При давлении p приращение объёма системы равно dV . Какую работу δA совершила система над окружающими её телами? Чему равна δA , если объём системы: а). уменьшается, б). увеличивается? Найти теплоту δQ , полученную системой, если приращение её внутренней энергии dU .

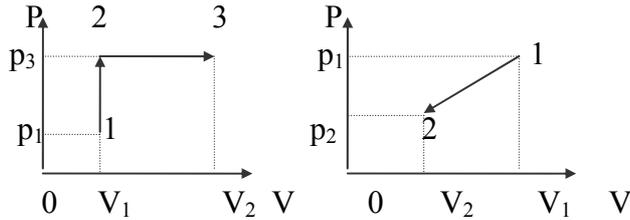


Известна зависимость давления от объёма при некотором процессе. Вычислить работу, совершаемую в этом процессе при изменении объёма от V_1 до V_2 . Показать эту работу на диаграмме (p, V) .



На диаграмме (p, V) изображён процесс, совершаемый некоторой системой. На каких участках работа системы положительна, отрицательна? Показать на рисунке полную работу системы при переходе из состояния 1 в состояние 2.

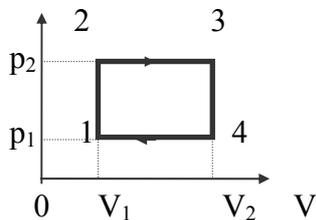
9. Найти работу системы в процессах, изображённых на рисунках.



10. Какое повышение температуры идеального газа изобарическое или изохорическое требует большего количества теплоты?

11. Сравнить работы идеального газа при изотермическом и адиабатическом расширениях. Начальные состояния и конечные объёмы одинаковы.

12. P Найти теплоту, получаемую рабочим телом за цикл.



13. В цилиндре под поршнем находится равновесный идеальный газ. Газ: 1). теплоизолирован, 2). термостатирован. Поршень выдвигают и останавливают, причем один раз - а). быстро (неквазистатически), другой раз - б). медленно (квазистатически). После остановки поршня газ приходит в

равновесие. В случаях 1а и 1б, а также 2а и 2б сравнить: работу газа над поршнем, теплоту, полученную газом, приращение его внутренней энергии.

14. Какое количество воды при температуре 20°C можно заморозить испарением 100г серного эфира, имеющего температуру 20°C , удельные теплоёмкость $0,5\text{кал}/(\text{г}\cdot^{\circ}\text{C})$ и теплоту испарения $90\text{кал}/\text{г}$ (при условии, что теплота испарения берётся исключительно за счёт воды)? Считать теплоту испарения эфира не зависящей от температуры.

$$[m = M(q_{\text{в}} - c_{\text{в}}t_1) / (q_{\text{в}} + c_{\text{в}}t_0) = 80\text{г}.]$$

15. Вода при соблюдении необходимых предосторожностей может быть охлаждена до температуры -10°C . Какая масса льда образуется из 1кг такой воды, если бросить в неё кусочек льда и тем вызвать замерзание?

Теплоёмкость переохлаждённой воды считать не зависящей от температуры и равной теплоёмкости обычной воды. [0,125 кг.]

57

16.1 г водорода, сгорая и превращаясь в воду, выделяет 34 000 кал тепла. Сколько граммов угля надо сжечь для диссоциации 1 г воды, если из выделяемой углем теплоты используется 50%? Удельная теплота сгорания угля равна 7000 кал/г. [1,1 г.]

17. Какую скорость должна иметь свинцовая пуля, чтобы при ударе о стальную плиту она расплавилась? Температура пули 27°C , температура плавления 327°C , удельная теплота плавления свинца 5 кал/г, удельная теплоёмкость свинца $0,03 \text{ кал}/(\text{г}^{\circ}\text{C})$. [340 м/с.]

18. В калориметр, содержащий 1,5 кг воды при температуре 20°C , положили 1,0 кг льда, имеющего температуру -10°C . Какая температура установится в калориметре? [0°C .]

19. Решить предыдущую задачу при: а). массе льда 0,1 кг, б). массе льда 8,0 кг. В каждом случае найти суммарный объём вещества после установления теплового равновесия в калориметре. [а). $13,5^{\circ}\text{C}$, 1,6 л; б). 0°C , 10,4 л.]

20. Определить количество тепла, выделяющееся при изотермическом сжатии 7 г азота, если при этом давление газа повышается в 50 раз. Найти также работу, которую нужно затратить на это сжатие. Температура газа 27°C . [$Q' = A' = m/\mu RT \ln n = 2,44 \text{ кДж}$.]

21. Найти механический эквивалент тепла, зная, что для воздуха $c_p = 0,237 \text{ кал}/(\text{г}^{\circ}\text{C})$ и показатель адиабаты 1,41. Относительная молекулярная масса воздуха 28,84. [$E = \gamma R / (\mu c_p (\gamma - 1)) = 4,18 \text{ Дж/кал}$.]

22. Часто утверждается, что внутреннюю энергию идеального газа можно определить по формуле $U = \nu i/2 RT$, где ν - число молей, i - число степеней свободы молекулы газа. Какую величину на самом деле позволяет рассчитать данная формула?

23. Показать, что внутренняя энергия U воздуха в комнате не зависит от температуры, если наружное давление p постоянно. Вычислить U , если p равно нормальному атмосферному давлению и объём комнаты 40 м^3 . [$U = pV / (\gamma - 1) = 10 \text{ МДж}$.]

24. Два теплоизолированных баллона 1 и 2 наполнены воздухом и соединены короткой трубкой с краном. Известны объёмы баллонов, а также давление и температура воздуха в них (V_1, p_1, T_1 и V_2, p_2, T_2). Найти температуру и давление воздуха, которые установятся после открытия крана.

$$[T=T_1T_2(p_1V_1 + p_2V_2)/(T_2p_1V_1 + T_1 p_2V_2); p=(p_1V_1 + p_2V_2)/(V_1+ V_2).]$$

58

25. Газообразный водород, находившийся при н.у. в закрытом сосуде объёмом 5л, охладили на 55К. Найти приращение внутренней энергии газа и количество отданного им тепла.

$$[\Delta U = -p_0V \Delta T/T_0(\gamma - 1) = -0,25 \text{ кДж}; Q' = -\Delta U.]$$

26. Какое количество тепла надо сообщить азоту при изобарическом нагревании, чтобы газ совершил работу 2Дж? $[Q = A\gamma/(\gamma-1) = 7 \text{ Дж}.]$

27. Найти молярную массу газа, если при нагревании 0,5кг этого газа на 10К изобарически требуется на 1,48кДж тепла больше, чем при изохорическом нагревании. $[\mu = mR \Delta T/\Delta Q = 28 \text{ г/моль}.]$

28. Один моль идеального газа изобарически нагрели на 72К, сообщив ему количество тепла 1,6кДж. Найти приращение его внутренней энергии и величину γ . $[\Delta U = Q - R \Delta T = 1,00 \text{ кДж}; \gamma = Q/(Q - R \Delta T) = 1,6.]$

29. Два моля идеального газа при температуре 300К охладили изохорически, вследствие чего его давление уменьшилось в два раза. Затем газ изобарически расширили так, что в конечном состоянии его температура стала равной первоначальной. Найти количество тепла, поглощенное газом в данном процессе. $[Q = \nu RT_0 (1 - 1/n) = 2,5 \text{ кДж}.]$

30. Вычислить γ для газовой смеси, состоящей из 5 молей кислорода и 3 молей углекислого газа. Газы считать идеальными. [1,36.]

31. Вычислить удельные теплоёмкости c_p и c_v для газовой смеси, состоящей из 7г азота и 20г аргона. Газы идеальные. $[c_p = 0,65 \text{ Дж}/(\text{г}\cdot\text{К}); c_v = 0,42 \text{ Дж}/(\text{г}\cdot\text{К}).]$

32. В вертикальном цилиндре под невесомым поршнем находится 1моль некоторого идеального газа при температуре T. Пространство над поршнем сообщается с атмосферой. Какую работу необходимо совершить, чтобы, медленно поднимая поршень, изотермически увеличить объём под ним в n раз? Трения нет. $[A = RT(n - 1 - \ln n).]$

33. Внутри закрытого с обоих концов горизонтального цилиндра находится легкоподвижный поршень. Первоначально поршень делит цилиндр на две равные части, каждая объёмом V_0 , в которых находится идеальный газ одинаковой температуры и под одним и тем же давлением p_0 . Какую работу необходимо совершить, чтобы медленно двигая поршень, изотермически увеличить объём одной части газа в η раз по сравнению с объёмом другой части? [$A' = p_0 V_0 \ln\{(\eta+1)^2/4\eta\}$.]

34. Три моля идеального газа, находившегося при температуре 273К, изотермически расширили в 5 раз и затем изохорически нагрели так, что его давление стало равным первоначальному. За весь процесс газу сообщили количество тепла 80кДж. Найти показатель адиабаты этого газа. [$\gamma = 1 + (n-1)/(Q/\nu RT_0 - \ln n) = 1,4$.]

35. Один моль кислорода, находившегося при температуре 290К, адиабатически сжали так, что его давление возросло в 10 раз. Найдите температуру газа после сжатия и совершенную над газом работу. [$T = T_0 \eta^{(\gamma-1)/\gamma} \approx 560$ К; $A' = RT_0 (\eta^{(\gamma-1)/\gamma} - 1)/(\gamma-1) = 5,6$ кДж.]

36. Некоторую массу азота сжали в 5 раз (по объёму) один раз адиабатически, другой раз изотермически. Начальное состояние газа в обоих случаях одинаково. Найти отношение соответствующих работ, затраченных на сжатие. [При адиабатическом сжатии работа больше в 1,4 раза.]

37. Объём моля идеального газа с показателем адиабаты γ изменяют по закону $V = a/T$, где a - постоянная. Найти количество тепла, полученное газом в этом процессе, если его температура испытала приращение ΔT . [$Q = R \Delta T (2-\gamma)/(\gamma-1)$.]

38. Найти молярную теплоёмкость идеального газа при политропическом процессе, если показатель адиабаты газа известен. При каких значениях показателя политропы теплоёмкость газа будет отрицательной? [$C = R(n-\gamma)/(n-1)(\gamma-1)$; $C < 0$ при $1 < n < \gamma$.]

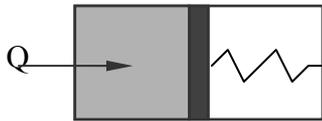
39. При некотором политропическом процессе объём аргона был увеличен в 4 раза. Давление при этом уменьшилось в 8 раз. Найти молярную теплоёмкость аргона в этом процессе, считая газ идеальным. [- 4,2 Дж/(моль К).]

40. Один моль аргона расширили по политропе с показателем 1,5. При этом температура газа испытала приращение -26K . Найдите количество полученного газом тепла и работу, совершенную газом.
 $[Q=C_v(n-\gamma)\Delta T/(n-1)=0,11\text{ кДж}; A=-R\Delta T/(n-1)=0,43\text{ кДж}.]$

41. Идеальный газ с показателем адиабаты γ расширили по закону $p=\alpha V$, где α – постоянная. Первоначальный объём газа V_0 . В результате расширения объём увеличился в η раз. Найдите приращение внутренней энергии газа, совершенную газом работу, молярную теплоёмкость газа в этом процессе.
 $[\Delta U=\alpha V_0^2(\eta^2-1)/(\gamma-1); A=\alpha V_0^2(\eta^2-1)/2; C=C_v+R/2.]$

42. Идеальный газ, показатель адиабаты которого γ , расширяют так, что сообщаемое газу тепло равно убыли его внутренней энергии. Найдите молярную теплоёмкость газа в этом процессе и уравнение процесса в параметрах T и V .
 $[C=-R/(\gamma-1); TV^{(\gamma-1)/2}=\text{const}.]$

43. Один моль идеального газа с известным значением C_v находится в левой половине цилиндра. Справа от поршня вакуум. В отсутствие газа поршень находится вплотную к левому торцу цилиндра, и пружина в этом положении не деформирована. Боковые стенки цилиндра и поршень адиабатные, трения нет. Газ нагревают через левый торец цилиндра. Найти теплоёмкость газа в этих условиях.
 $[C=C_v+R/2.]$

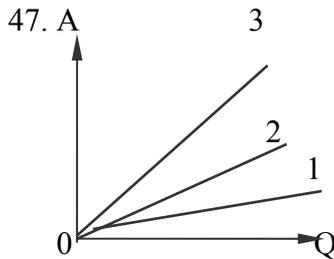


Справа от поршня вакуум. В отсутствие газа поршень находится вплотную к левому торцу цилиндра, и пружина в этом положении не деформирована. Боковые стенки цилиндра и поршень адиабатные, трения нет. Газ нагревают через левый торец цилиндра. Найти теплоёмкость газа в этих условиях.

44. Имеется идеальный газ, молярная теплоёмкость C_v которого известна. Найти молярную теплоёмкость этого газа как функцию его объёма V , если газ совершает процесс по закону:
 а). $T=T_0 e^{aV}$; б). $p=p_0 e^{aV}$, где T_0 , p_0 и a - постоянные.
 $[а). C=C_v+R/\alpha V; б). C=C_v+R/(1+\alpha V).]$

45. Нагревается или охлаждается идеальный газ, если он расширяется по закону $PV^2=\text{const}$? Какова его молярная теплоёмкость при этом процессе?
 $[Охлаждается, причем $T\sim(p)^{1/2}$; $C=C_v-R.$]$

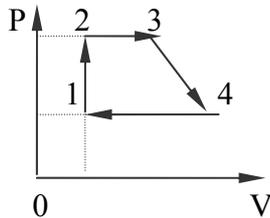
46. В цилиндре, закрытом поршнем, находится газ. Сверху поршень прижат пружиной. Нарисовать в координатах (p, V) изменение состояния газа при нагревании и определить совершаемую при этом работу, если объём газа изменяется от V_1 до V_2 и давление от p_1 до p_2 .



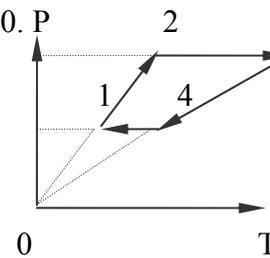
На рисунке представлена зависимость совершенной идеальным газом работы от подведённого к нему количества теплоты. Одна из прямых - изотерма, две других - изобары для двух газов. Начальные состояния обоих газов одинаковы. Масштабы по обеим осям одинаковы. Какая прямая какому процессу 1 соответствует? Сколько степеней свободы у каждого газа? Колебательные степени свободы не учитывать. Графики каких процессов совпадают с координатными осями?

48. При нагревании двухатомных газов их теплоёмкость в области высоких температур обнаруживает весьма резкий рост с последующим спадом. Аналогичная зависимость наблюдается и у многоатомных газов. Чем она объясняется?

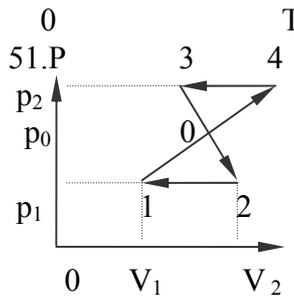
49. С n молями идеального газа совершен круговой процесс 12341. Температуры газа в состояниях 1,2,3 равны T_1, T_2, T_3 соответственно, точки 2 и 4 лежат на одной изотерме. Найти работу газа за цикл. [$A=nR(T_2-T_1)(T_2/T_1 + T_3/T_2-2)$.]



50. С 3 молями идеального одноатомного газа совершен цикл. Температуры газа в состояниях 1, 2, 3, 4 равны, соответственно 400К, 800К, 2400К, 1200К. Найдите работу газа за цикл. [$A=3R(T_1+T_3-T_2-T_4)= 20$ кДж.]



51. Определите работу, совершенную идеальным газом в замкнутом цикле 14321, если $p_1=10^5$ Па, $p_0=3 \cdot 10^5$ Па, $p_2=4 \cdot 10^5$ Па, $V_2-V_1=10$ л и участки цикла 4-3 и 2-1 параллельны оси объёмов. [750 Дж.]



ЗАДАЧИ ДОМАШНИХ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

5.1 Для определения удельной теплоёмкости цинка кусок его массы 235,6г нагрет до температуры $99,3^{\circ}\text{C}$ и опущен в латунный калориметр. Удельная теплоёмкость латуни $0,093\text{кал}/(\text{г}\cdot^{\circ}\text{C})$, масса калориметра и мешалки 100г, масса воды 209,3г; начальная температура калориметра и воды $20,5^{\circ}\text{C}$. Температура воды в калориметре повысилась до $27,6^{\circ}\text{C}$. Определить удельную теплоёмкость цинка.

5.2 Внутренняя энергия некоторого воображаемого газа определяется формулой $U=a \ln(T/T_0)+b \ln(p/p_0)$, где $a=3\text{кДж}$, $b=7\text{кДж}$, $T_0=200\text{К}$, $p_0=10\text{кПа}$. Газу сообщается при постоянном давлении 10^5Па количество теплоты 500Дж, в результате чего объём газа получает приращение 0,5л. Как изменяется при этом температура газа?

5.3 Газ из предыдущей задачи нагревается от 250К до 500К. В ходе нагревания газ получает количество теплоты 14,33кДж и совершает работу 4,56 кДж. Как изменяется при этом давление газа?

5.4 Внутренняя энергия некоторого воображаемого газа определяется формулой $U=a \ln(T/T_0)+b \ln(V/V_0)$, где $a=4\text{кДж}$, $b=5\text{кДж}$, T_0 и V_0 - константы. Первоначальные параметры газа: объём 20л, давление 10^5Па , температура 300К. Затем газ изобарически расширяется до объёма 30л. В ходе расширения газ получает количество теплоты 4кДж. Определить конечную температуру газа.

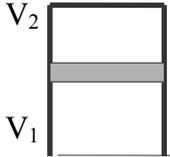
5.5 При каких значениях показателя политропы идеальный газ нагревается при сжатии, а при каких охлаждается?

5.6 Нагревается или охлаждается идеальный газ, если он расширяется по закону $P^2V=\text{const}$? Какова его молярная теплоёмкость при этом процессе?

5.7 При некотором политропическом процессе гелий был сжат от начального объёма в 4л до конечного объёма в 1л. Давление при этом возросло от 1 до 8 атм. Найти теплоёмкость всей массы гелия, если его начальная температура была 300К.

5.8 Найти уравнение процесса для идеального газа, при котором теплоёмкость газа меняется с температурой по закону $C=aT$, где a – постоянная.

5.9 Состояние идеального газа меняется по закону $P=kV$. Найти работу, совершаемую молекулами газа при повышении его температуры от T_1 до T_2 .

5.10  Боковые стенки цилиндра, его крышка и поршень сделаны из теплоизолирующего материала, дно проводит тепло. Поршень может двигаться в цилиндре без трения. Над и под поршнем находится по одному молю одного и того же идеального газа с молярной теплоёмкостью C_v и показателем адиабаты γ . Первый газ (в нижней части цилиндра) квазистатически нагревают (или охлаждают), вследствие чего поршень перемещается. Выразить теплоёмкость первого газа при таком процессе через объёмы газов V_1 и V_2 . Чему равна при этом теплоёмкость второго газа?

5.11 Каким будет ответ предыдущей задачи, если крышку CD сделать теплопроводящей, а температуру газа в верхней части цилиндра поддерживать постоянной?

5.12 Один моль идеального газа с показателем адиабаты γ совершает процесс, при котором его давление $p \sim T^\alpha$, где α – постоянная. Найти: а). работу, которую произведет газ, если его температура испытывает приращение ΔT ; б). молярную теплоёмкость газа в этом процессе; при каком значении α теплоёмкость будет отрицательной?

5.13 Идеальный газ с показателем адиабаты γ совершает процесс, при котором его внутренняя энергия $U \sim V^\alpha$, где α – постоянная. Найти: а). работу, которую произведет газ, чтобы внутренняя энергия испытала приращение ΔU ; б). молярную теплоёмкость газа в этом процессе.

5.14 Один моль идеального газа, теплоёмкость которого C_p , совершает процесс по закону $p=p_0+\alpha/V$, где p_0 и α – постоянные. Найти: а). теплоёмкость газа как функцию его объёма V ; б). сообщенное газу тепло при его расширении от V_1 до V_2 .

5.15 То же, что в предыдущей задаче, но газ совершает процесс по закону $T=T_0+\alpha V$.

5.16 Найти уравнение процесса (в переменных T, V), при котором молярная теплоёмкость идеального газа изменяется по закону:

а). $C=C_v+\alpha T$; б). $C=C_v+\beta V$; в). $C=C_v+a\rho$. Здесь α, β, a - постоянные.

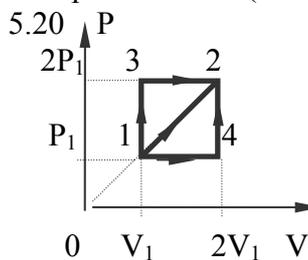
5.17 Имеется идеальный газ с показателем адиабаты γ . Его молярная теплоёмкость при некотором процессе изменяется по закону $C=\alpha/T$, где α - постоянная. Найти:

а). работу, совершенную одним молем газа при его нагревании от T_0 до температуры в η раз большей;

б). уравнение процесса в параметрах p, V .

5.18 Какое количество тепла потребуется для нагревания 1 м^3 от 0 до 1°C при постоянном объёме и начальном давлении 760 мм. рт. ст. ? Показатель адиабаты воздуха равен $1,41$, $c_p=0,237\text{ кал}/(\text{г}^\circ\text{C})$. Какое количество теплоты, если воздух нагревают от 91 до 92°C ?

5.19 При некоторых условиях $a\%$ молекул водорода диссоциировано на атомы, Найти молярную теплоёмкость этого газа C_v при $a=25$. Молярные теплоёмкости атомарного водорода $2,94\text{ кал}/(\text{моль}^\circ\text{C})$, молекулярного водорода $4,9\text{ кал}/(\text{моль}^\circ\text{C})$.



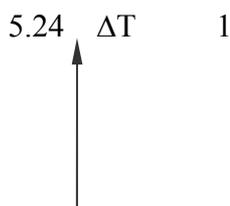
5.20 Моль двухатомного идеального газа три раза обратимо переводится из состояния 1 в состояние 2 в результате поочерёдного выполнения процессов 132, 142 и 12. Найти получаемые в каждом из этих процессов количества теплоты и молярную теплоёмкость газа для процесса 12. Результаты выразить через R и температуру газа в состоянии 1.

5.21 Чему равен показатель адиабаты для аргона, если при нагревании 1 кг этого газа на 2°C при постоянном давлении 760 мм. рт. ст. требуется 250 кал , а при охлаждении его от 100 до 0°C при давлении 10 атм в постоянном объёме 5 л выделяется 500 кал ?

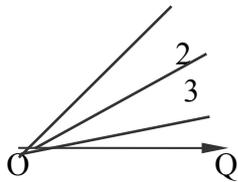
5.22 Приняв для аргона показатель адиабаты равным $1,68$, определить давление, получившееся после адиабатического расширения этого газа от объёма 1 л до объёма 2 л , если начальное давление равно 1 атм .

5.23 В цилиндре под поршнем находится водород массой $0,02\text{ кг}$ при температуре 300 К . Водород сначала расширился адиабатически, увеличив свой объём в пять раз, а затем был сжат изотермически, причем объём газа уменьшился в пять раз. Найти температуру в конце адиабатического расширения и полную работу, совершенную газом. Изобразить процесс графически.

65

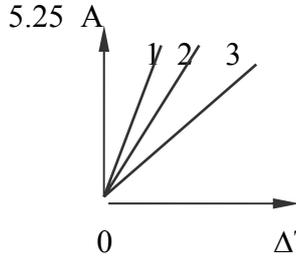


5.24 Прямые на рисунке изображают зависимость при-



ращения температуры от количества подведённой теплоты для различных процессов изменения состояния одноатомного и двухатомного газов. Каким процессам соответствуют эти прямые?

Графики каких процессов совпадают с координатными осями? Начальные состояния (T, V, P) обоих газов одинаковы.



Одна из представленных на рисунке прямых изображает зависимость совершенной работы от изменения температуры для изобарического процесса. Две другие - адиабаты аргона и азота. какая прямая какому процессу соответствует? Как на таком графике изобразить изотерму и изохору? При ответе следует иметь в виду, что по оси абсцисс отложена разность между более высокой и более низкой температурами.

1. Приведите различные формулировки основного постулата второго начала термодинамики.

2. Привести пример процесса, при котором вся теплота, заимствованная от теплового резервуара, превращается в работу. Не противоречит ли наличие такого процесса одной из формулировок основного постулата второго начала термодинамики?

3. Как ведет себя статистический вес состояния некоторой термодинамической системы при протекании обратимого адиабатического процесса? Некоторая термодинамическая система перешла из состояния 1 в состояние 2. Статистический вес второго состояния превосходит статистический вес первого состояния в два раза. Чему равно приращение энтропии системы?

4. Статистический вес состояния некоторой массы газа равен Ω_1 . Определить статистический вес Ω_2 состояния в η раз большей массы того же газа. Температура и давление газа в обоих случаях одинаковы.

5. Идеальный газ, находившийся в некотором состоянии, адиабатически расширили до объёма V . Одинаково ли будет установившееся давление газа в конечном состоянии, если процесс: а). обратимый, б). необратимый?

6. Найти статистический вес наиболее вероятного распределения 10 одинаковых молекул по двум половинам сосуда. Определить вероятность такого распределения. [252; 24,6%.]

7. Энтропия моля молекулярного водорода при температуре 25°C и давлении 1 атм равна 130 Дж/(моль*К). Определить статистический вес одного моля, двух молей водорода при указанных условиях.

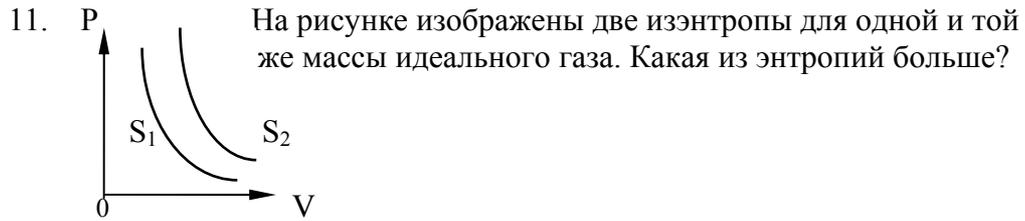
8. Определить, во сколько раз увеличивается статистический вес моля воды при переходе её из жидкого в газообразное состояние при температуре 100°C .

67

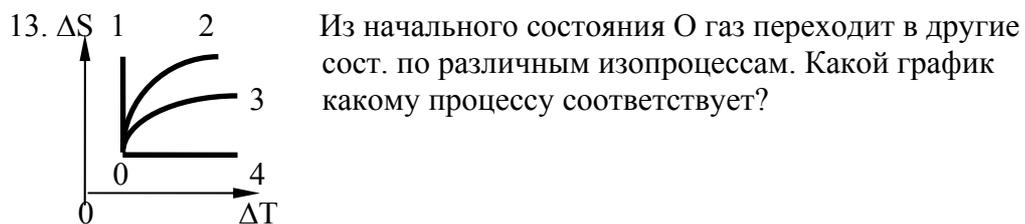
9. Может ли возрастать энтропия системы в ходе процесса, при котором система отдаёт тепло окружающей среде?

10. Некоторый газ переходит из состояния 1 в состояние 2 посредством обратимого адиабатического процесса. Может ли этот газ перейти из

состояния 1 в состояние 2 посредством необратимого адиабатического процесса?

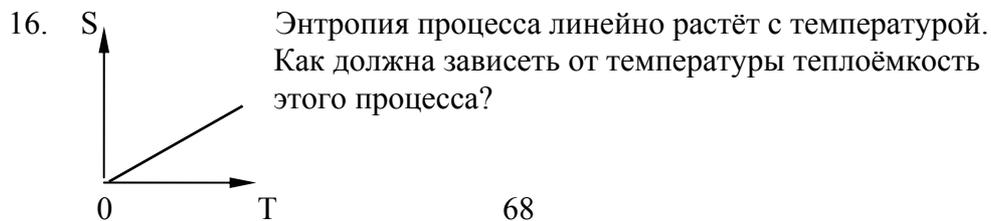


12. Газ переходит из состояния 1 в состояние 2 в одном случае сначала по изохоре, а потом по изобаре, а в другом случае, наоборот, сначала по изобаре, а затем по изохоре. Будет ли в обоих случаях совершена одинаковая работа, потребуется ли одинаковое количество теплоты и одинаково ли приращение энтропии газа?

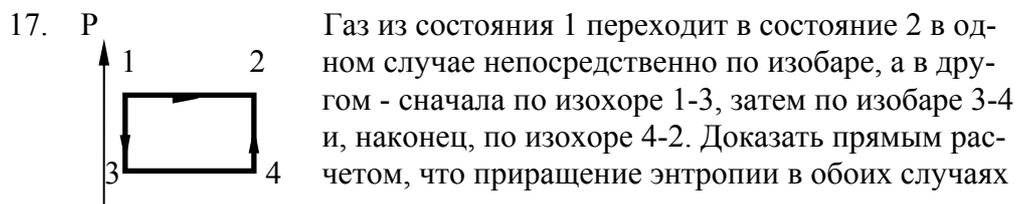


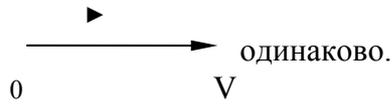
14. Представить цикл Карно в координатах S-T.

15. Два тела с начальными температурами T_1 и T_2 (причем $T_1 > T_2$) приведены в соприкосновение. От окружающей среды тела изолированы, массы и теплоёмкости тел одинаковы. Как изменяется суммарная энтропия этих тел в процессе выравнивания температуры?



68





18. Тепловая машина работает по циклу, состоящему из двух изохор и двух изобар. Доказать, что при работе машины энтропия системы «нагреватель - газ - холодильник» увеличивается. Как при этом изменяется энтропия газа? Теплоёмкости нагревателя и холодильника считать безграничными.

19. У тепловой машины, работающей по циклу Карно, температура нагревателя в 1,6 раза больше температуры холодильника. За один цикл машина производит работу 12кДж. Какая работа за цикл затрачивается на изотермическое сжатие рабочего вещества, в качестве которого используют идеальный газ? [$A = A/(n-1) = 20$ кДж.]

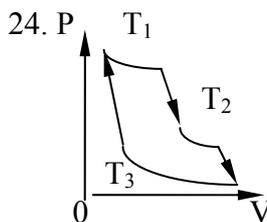
20. В каком случае КПД цикла Карно повысится больше: при увеличении температуры нагревателя на ΔT или при уменьшении температуры холодильника на такую же величину?

21. Водород совершает цикл Карно. Найти КПД цикла, если при адиабатическом расширении: а). объём газа увеличился в два раза, б). давление уменьшилось в два раза.
[$\eta = 1 - n^{1-\gamma} = 0,25$; $\eta = 1 - n^{1/\gamma - 1} = 0,18$.]

22. Холодильная машина, работающая по обратному циклу Карно, должна поддерживать в своей камере температуру -10°C при температуре окружающей среды 20°C . Какую работу надо совершить над рабочим веществом машины, чтобы отвести от её камеры 140кДж тепла?
[$A = Q_2(T_1/T_2 - 1) = 16$ кДж.]

23. Тепловую машину, работающую по циклу Карно с КПД 10%, используют при тех же тепловых резервуарах как холодильную машину. Найти её холодильный коэффициент. [$\varepsilon = (1 - \eta)/\eta = 9$.]

69



Идеальный газ совершает цикл, состоящий из чередующихся изотерм и адиабат. Температуры, при которых происходят изотермические процессы, равны T_1 , T_2 и T_3 . Найти КПД такого цикла, если при каждом изотермическом расширении объём газа увеличивается в одно и то же число раз. [$\eta = 1 - 2T_3/(T_1 + T_2)$.]

25. Найти КПД цикла, состоящего из двух изохор и двух адиабат, если в

пределах цикла объём идеального газа изменяется в 10 раз. Рабочим веществом является азот. [$\eta=1-n^{1-\gamma}=60\%$.]

26. Найти КПД цикла, состоящего из двух изобар и двух адиабат, если в пределах цикла давление изменяется в n раз. Рабочее вещество - идеальный газ с показателем адиабаты γ . [$\eta=1-n^{-(\gamma-1)/\gamma}$.]

27. Идеальный газ с показателем адиабаты γ совершает цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар. Найти КПД такого цикла, если температура T газа возрастает в n раз как при изохорическом нагреве, так и при изобарическом расширении. [$\eta=1-(n+\gamma)/(1+\gamma n)$.]

28. Идеальный газ с показателем адиабаты γ совершает прямой цикл, состоящий из адиабаты, изобары и изохоры. Найти КПД цикла, если при адиабатическом процессе объём идеального газа: а) увеличивается в n раз; б) уменьшается в n раз. [а). $\eta=1-\gamma(n-1)/(n^\gamma-1)$; б). $\eta=1-(n^\gamma-1)/\gamma(n-1)n^{\gamma-1}$.]

29. Какую максимальную работу может произвести тепловая машина, если в качестве нагревателя используется кусок железа массы 100кг с начальной температурой $T_{10}=1500\text{K}$, а в качестве холодильника - вода океана с температурой $T_2=285\text{K}$? $c_{ж}=0,46 \text{ Дж}/(\text{г}\cdot\text{K})$.
[$A_{\text{макс}}=mc_{ж}\{T_{10}-T_2-T_2\ln(T_{10}/T_2)\}=34 \text{ МДж}$.]

30. Найти (в расчёте на один моль) приращение энтропии углекислого газа при увеличении его термодинамической температуры в 2 раза, если процесс нагревания: а) изохорический; б) изобарический. Газ считать идеальным. [а). $\Delta S=R \ln n/(\gamma-1)=19 \text{ Дж}/(\text{моль}\cdot\text{K})$; б). $\Delta S=\gamma R \ln n/(\gamma-1)=25 \text{ Дж}/(\text{моль}\cdot\text{K})$]

31. Во сколько раз следует увеличить изотермически объём 4 молей идеального газа, чтобы его энтропия испытала приращение $23 \text{ Дж}/\text{K}$?
[$n=\exp(\Delta S/\nu R)=2,0$.]

70

32. Два моля идеального газа сначала изохорически охладили, а затем изобарически расширили так, что температура газа стала равна первоначальной. Найти приращение энтропии газа, если его давление в данном процессе изменилось в 3,3 раза. [$\Delta S=\nu R \ln n=20 \text{ Дж}/\text{K}$.]

33. Гелий массы 1,7г адиабатически расширили в 3 раза и затем изобарически сжали до первоначального объёма. Найти приращение энтропии газа в данном процессе. $[\Delta S = -\{(m/\mu)\gamma R/(\gamma-1)\} \ln n = -10 \text{ Дж/К.}]$

34. Найти приращение энтропии двух молей идеального газа с показателем адиабаты 1,3, если в результате некоторого процесса объём газа увеличился в 2 раза, а давление уменьшилось в 3 раза.

$$[\Delta S = \nu R(\gamma \ln \alpha - \ln \beta)/(\gamma-1) = -11 \text{ Дж/К.}]$$

35. В сосудах 1 и 2 находится по 1,2 моля газообразного гелия. Отношение объёмов со-судов $V_2/V_1 = \alpha = 2$, а отношение абсолютных температур гелия в них $T_1/T_2 = \beta = 1,5$. Считая газ идеальным, найти разность энтропий гелия в этих сосудах $(S_2 - S_1)$.

$$[S_2 - S_1 = \nu R \{\ln \alpha - \ln \beta / (\gamma - 1)\} = 0,5 \text{ Дж/К.}]$$

36. Моль идеального газа с показателем адиабаты γ совершает политропический процесс, в результате которого абсолютная температура газа увеличивается в τ раз. Показатель политропы n . Найти приращение энтропии газа в данном процессе. $[\Delta S = \{R(n-\gamma)/(n-1)(\gamma-1)\} \ln \tau.]$

37. Процесс расширения двух молей аргона происходит так, что давление газа увеличивается прямо пропорционально его объёму. Найти приращение энтропии газа при увеличении его объёма в 2 раза.

$$[\Delta S = \{\nu R(\gamma+1)/(\gamma-1)\} \ln \alpha = 46 \text{ Дж/К.}]$$

38. При очень низких температурах теплоёмкость кристаллов $C = aT^3$, где a - постоянная. Найти энтропию кристалла как функцию температуры в этой области. $[S = aT^3/3.]$

39. Найти приращение энтропии алюминиевого бруска массы 3кг при нагревании его от 300К до 600К, если в этом интервале температур теплоёмкость алюминия $c = a + bT$, где $a = 0,77 \text{ Дж}/(\text{г} \cdot \text{К})$, $b = 0,46 \text{ мДж}/(\text{г} \cdot \text{К}^2)$.

$$[\Delta S = m \{a \ln(T_2/T_1) + b(T_2 - T_1)\} = 2,0 \text{ кДж/К.}]$$

71

40. Идеальный газ в количестве 2,2 моля находится в одном из двух теплоизолированных сосудов, соединённых между собой трубкой с краном. В другом сосуде - вакуум. Кран открыли, и газ заполнил оба сосуда, увеличив свой объём в 3 раза. Найти приращение энтропии газа.

$$[\Delta S = \nu R \ln n = 20 \text{ Дж/К.}]$$

41. Теплоизолированный сосуд разделён перегородкой на две части так, что объём одной из них в 2 раза больше объёма другой. В меньшей части находится 0,3 моля азота, а в большей части 0,7 моля кислорода. Температуры газов одинаковы. В перегородке открыли отверстие, и газы перемешались. Найти приращение энтропии системы, считая газы идеальными. [$\Delta S = \nu_1 R \ln(1+n) + \nu_2 R \ln(1+1/n) = 5,1$ Дж/К.]

42. Кусок меди массы 300г при температуре 97°C поместили в калориметр, где находится вода массы 100г при температуре 7°C . Найти приращение энтропии системы к моменту выравнивая температур. Теплоёмкость калориметра пренебрежимо мала. Удельная теплоёмкость меди 0,39 Дж/(гК), воды 4,18 Дж/(гК). [4,4 Дж/К.]

43. Два одинаковых теплоизолированных сосуда, соединённые трубкой с краном, содержат по одному молю одного и того же идеального газа. Температура газа в одном сосуде T_1 , в другом T_2 . Молярная теплоёмкость газа C_v известна. После открытия крана газ пришел в новое состояние равновесия. Найти приращение энтропии газа и показать, что оно больше нуля. [$\Delta S = C_v \ln\{(T_1+T_2)^2/4T_1T_2\} > 0$.]

44. Какое количество тепла необходимо сообщить макроскопической системе, находящейся при температуре 290К, чтобы при неизменном объёме её статистический вес увеличился на 1%? [$\delta Q = kT\Delta\eta = 4 \cdot 10^{-23}$ Дж.]

45. Один моль одноатомного идеального газа находится в сосуде при температуре 300К. Как и во сколько раз изменится статистический вес газа, если его нагреть изохорически на 1К? [Увеличится в $(1 + \Delta T/T_0)^{iNa/2}$ раз.]

ЗАДАЧИ ДОМАШНИХ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

6.1 Идеальный газ совершает цикл, состоящий из:

- а). изохоры, адиабаты и изотермы;
- б). изобары, адиабаты и изотермы,

причем изотермический процесс происходит при минимальной температуре цикла. Найти КПД каждого цикла, если температура в его пределах изменяется в n раз.

6.2 То же, что и в предыдущей задаче, только изотермический процесс происходит при максимальной температуре цикла.

6.3 Идеальный газ совершает цикл, состоящий из изотермы, политропы и адиабаты, причем изотермический процесс происходит при максимальной температуре цикла. Найти КПД такого цикла, если температура в его пределах изменяется в n раз.

6.4 Тепловая машина Карно, имеющая КПД 40%, начинает использоваться при тех же тепловых резервуарах как холодильная машина. Сколько тепла эта машина может перевести от холодильника к нагревателю за один цикл, если к ней за каждый цикл подводится работа 10кДж?

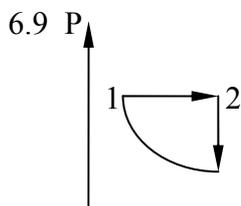
6.5 Один моль одноатомного идеального газа совершает в тепловой машине цикл Карно между тепловыми резервуарами с температурами $t_1=127^{\circ}\text{C}$ и $t_2=27^{\circ}\text{C}$. Наименьший объём газа в ходе цикла $V_1=5\text{л}$, наибольший $V_2=20\text{л}$. Какую работу совершает эта машина за один цикл? Сколько тепла берёт она за цикл от нагревателя? Сколько тепла поступает за цикл в холодильник?

6.6 Тепловая машина Карно используется в качестве холодильной машины для поддержания температуры некоторого резервуара на уровне $t_2=-3^{\circ}\text{C}$. Температура окружающего воздуха $t_1=27^{\circ}\text{C}$. Какая механическая работа требуется для выполнения одного цикла машины, если при этом от оболочки резервуара отводится $Q_2=900\text{кал}$ тепла?

6.7 Найти КПД цикла, состоящего из двух изотерм и двух изобар, предполагая, что рабочим веществом является идеальный газ.

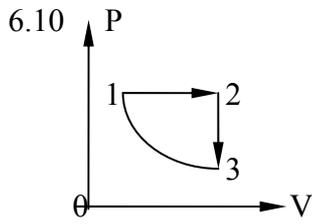
73

6.8 Найти КПД цикла, проводимого с идеальным газом и состоящего из двух изотерм с температурами T_1 и T_2 и двух изохор с объёмами V_1 и V_2 ($T_1>T_2$ и $V_1>V_2$).

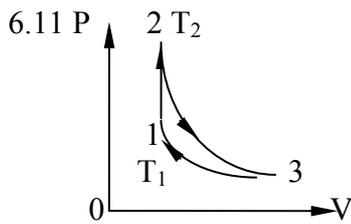


На рисунке изображена диаграмма обратимого цикла, выполняемого молекулами идеального газа в некоторой тепловой машине. Найти: работы, выполняемые машиной на каждом этапе цикла; ко-

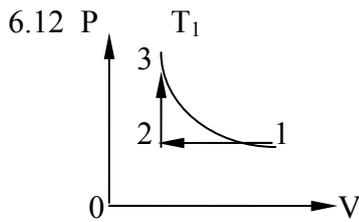
3
 0 → V количества теплоты, получаемые газом на каждом этапе, и КПД цикла, выразив его как функцию температур T_1 , T_2 и T_3 . Процесс 31 – адиабатический.



На рисунке изображена диаграмма обратимого цикла, выполняемого молекул идеального газа в некоторой тепловой машине. Найти работы, выполняемые машиной, и количества тепла, получаемые газом на каждом этапе. Найти КПД цикла, выразив его как функцию температур T_1 и T_2 . Процесс 31 – изотермический.

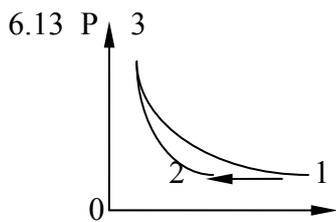


Тепловая машина с идеальным газом в качестве рабочего вещества совершает обратимый цикл, состоящий из изохоры 12, адиабаты 23 и изотермы 31. Найти количества тепла, получаемые рабочим веществом на каждом этапе цикла. Найти КПД машины как функцию максимальной T_2 и минимальной T_1 температур, достигаемых газом в этом цикле.

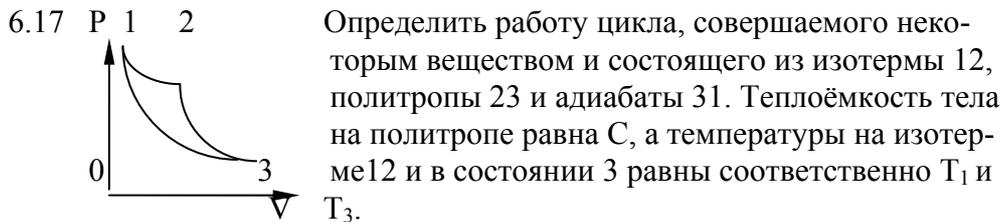
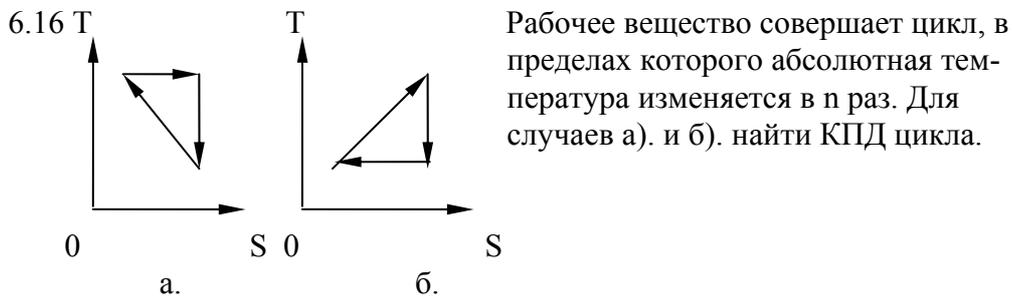
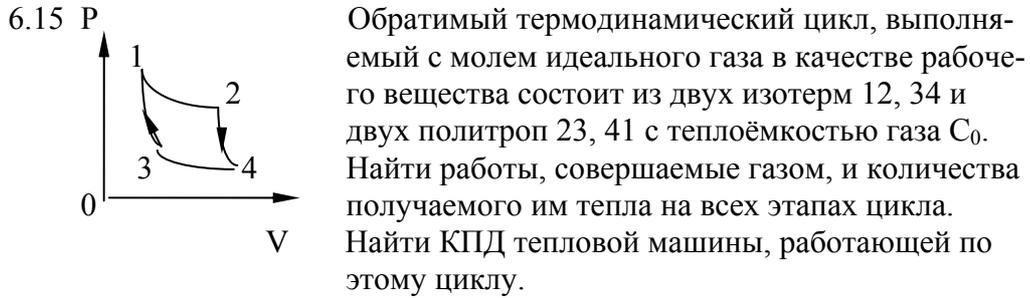
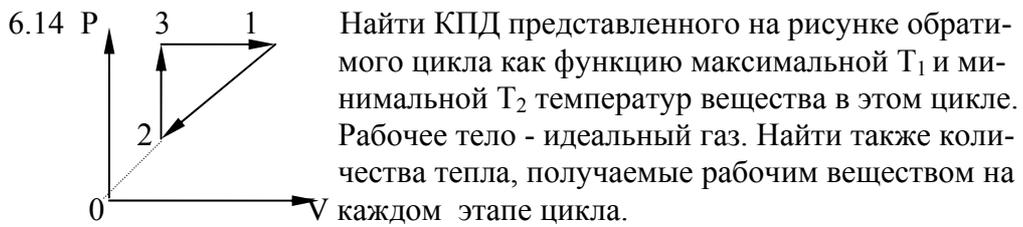


Тепловая машина с идеальным газом в качестве рабочего вещества совершает цикл, состоящий из изотермы 31 при температуре T_1 , изобары 12 и изохоры 23. Найти колич. тепла, получаемые рабочим веществом на каждом этапе цикла., а также КПД этого цикла как функцию максимальной T_1 и минимальной T_2 температур рабочего вещества, участвующего в цикле.

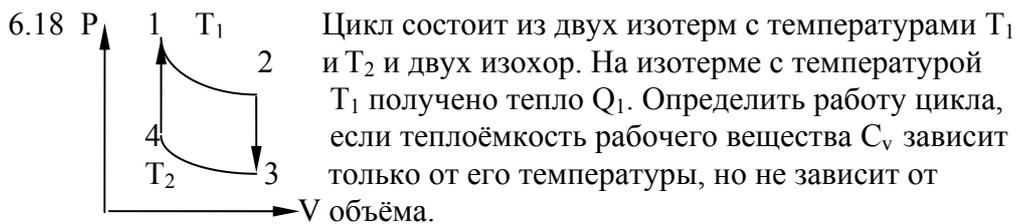
74



Тепловая машина с идеальным газом в качестве рабочего вещества совершает обратимый цикл, состоящий из изобары 12, адиабаты 23 и изотермы 31. Найти КПД машины как функцию максимальной T_1 и минимальной T_2 температур рабочего вещества, используемого в этом цикле.
 V Найти также количества тепла, получаемые рабочим веществом на каждом этапе цикла.



75



6.19 Вычислить изменения внутренней энергии и энтропии одного моля идеального газа при расширении по политропе от объёма V_1 до объёма

V₂. Рассмотреть частные случаи изотермического и адиабатического процессов.

6.20 Вычислить изменения внутренней энергии и энтропии одного моля идеального газа и количество поглощенного тепла при расширении газа по политропе с показателем γ от объёма 1л и давления 20атм до объёма 3л. Температура во время процесса такова, что для молярной теплоёмкости можно принять $C_v=3/2R$.

6.21 При некотором политропическом процессе давление и объём определённой массы кислорода меняются от 4атм и 1л до 1атм и 2л. Температура в начале процесса 500К. Какое количество тепла получил кислород от окружающей среды? Насколько изменились энтропия и внутренняя энергия газа?

6.22 В двух сосудах одинакового объёма находятся различные идеальные газы. Масса газа в первом сосуде M_1 , во втором M_2 , давления и температуры газов одинаковы. Сосуды соединили. Найти приращение энтропии системы, если относительная молекулярная масса первого газа равна μ_1 , а второго μ_2 .

6.23 Два баллона с объёмами 1л каждый соединены трубкой с краном. В одном из них находится водород при давлении 1атм и температуре 20⁰С, в другом - гелий при давлении 3 атм и температуре 100⁰С. Найти приращение энтропии системы после открытия крана и достижения равновесия . Система теплоизолирована от окружающей среды.

6.24 Теплоизолированный цилиндрический сосуд разделен поршнем пренебрежимо малой массы на две равные части. По одну сторону

76

поршня находится идеальный газ массы M , относительной молекулярной массой μ и молярными теплоёмкостями C_v и C_p , не зависящими от температуры. По другую сторону поршня вакуум. Начальные температура и давление газа T_0 и P_0 . Поршень отпускают, и он, свободно двигаясь, даёт возможность газу заполнить весь объём цилиндра. После этого, постепенно увеличивая давление на поршень, медленно доводят объём газа до первоначальной величины. Найти приращения внутренней энергии и энтропии газа при этом процессе.

6.25 Найти приращение энтропии 30г льда при превращении его в пар, если начальная температура льда -40°C , а температура пара 100°C . Теплоёмкости воды и льда считать постоянными, а все процессы - происходящими при атмосферном давлении.

6.26 Найти приращение энтропии при превращении 200г льда, находившегося при температуре $-10,7^{\circ}\text{C}$, в воду при 0°C . Теплоёмкость льда считать не зависящей от температуры.

6.27 Найти приращение энтропии при конденсации 1кг пара, находившегося при температуре 100°C , в воду и последующем охлаждении воды до температуры 20°C . Теплоёмкость воды считать не зависящей от температуры. Конденсация происходит при давлении, равном 1атм.

6.28 Найти суммарное приращение энтропии (воды и железа) при погружении 199г железа, нагретого до 300°C , в 100г воды при температуре 15°C .

6.29 Идеальный газ с показателем адиабаты γ совершает процесс по закону $P = P_0 - aV$, где a и P_0 - положительные постоянные, V - объём. При каком значении объёма энтропия газа окажется максимальной?

6.30 Один моль идеального газа совершает процесс, при котором энтропия газа изменяется с температурой T по закону $S = aT + C_v \ln T$, где a - положительная постоянная, C_v - молярная теплоёмкость данного газа при постоянном объёме. Найти, как зависит температура газа от его объёма в этом процессе, если при $V = V_0$ температура $T = T_0$.

6.31 В некотором процессе температура вещества связана с его энтропией соотношением $T \sim S^n$, где n - постоянная. Найти соответствующую теплоёмкость C вещества как функцию S .

77

6.32 Найти температуру T как функцию энтропии S вещества для политропического процесса, при котором теплоёмкость вещества равна C . Известно, что при температуре T_0 энтропия равна S_0 .

6.33 Один моль идеального газа с известным значением теплоёмкости C_v совершает процесс, при котором его энтропия S зависит от температуры T как $S = a/T$, где a - постоянная. Температура газа изменилась от T_1 до T_2 . Найти:

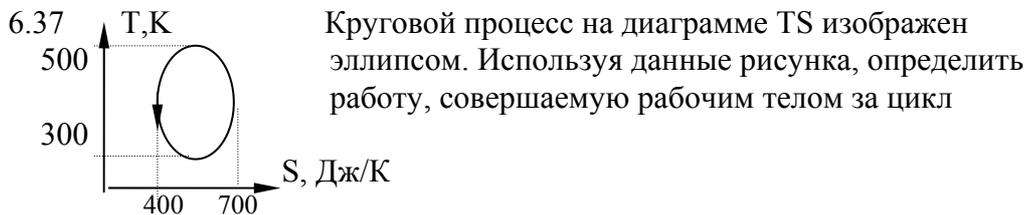
- а). молярную теплоёмкость газа как функцию T ;
- б). количество тепла, сообщенное газу;

в). работу, которую совершил газ.

6.34 Найти энтропию одного моля азота при температуре $T=300\text{K}$, если при обратимом адиабатическом сжатии его в 5 раз приращение свободной энергии равно $-48,5\text{kJ}$. Газ считать идеальным.

6.35 В некоторой температурной области энтропия термодинамической системы изменяется с температурой по закону $S=a+bT$, где a - константа, $b=5\text{Дж/К}^2$. Какое количество теплоты получает система при обратимом нагревании в этой области от 290K до 310K ?

6.36 Моль одноатомного идеального газа нагревается обратимо от 300K до 400K . В процессе нагревания давление газа изменяется с температурой по закону $p=p_0\exp(aT)$, где $a=10^{-3}\text{K}^{-1}$. Определить количество теплоты, полученное газом при нагревании.



6.38 Энтропия 1г азота при 25°C и давлении 10^5Па равна $6,84\text{Дж}/(\text{г}\cdot\text{K})$. Определить энтропию 2г азота при температуре 100°C и давлении $2\cdot 10^5\text{Па}$.

6.39 Энтропия моля кислорода при 25°C и давлении 10^5Па равна $204,8\text{Дж}/(\text{моль}\cdot\text{K})$. В результате изотермического расширения объём, занимаемый газом, увеличился в два раза. Определить энтропию кислорода в конечном состоянии.

78

6.40 В ограниченном интервале температур приращение энтропии некоторого вещества оказывается пропорциональным приращению его температуры: $\Delta S=a \Delta T$. Как зависит от температуры теплоёмкость C вещества в том же интервале?

6.41 Найти зависимость энтропии моля идеального газа (γ – известен) от объёма V_μ для процесса, при котором давление газа пропорционально его объёму.

6.42 Моль двухатомного идеального газа совершает обратимый процесс, в ходе которого энтропия газа изменяется пропорционально термодинамической температуре. В результате процесса внутренняя энергия газа изменяется от 6 кДж/моль до 7 кДж/моль. Энтропия в исходном состоянии 200 Дж/(моль*К). Найти работу, совершаемую газом в ходе процесса.

6.43 Один грамм кислорода первоначально заключен в объеме 0,2 л под давлением 500 Па, затем газ расширился, в результате чего его объем стал равным 0,5 л а давление 200 Па. Считая газ идеальным, определить приращения энтропии и внутренней энергии газа.

6.44 При температуре 25⁰С и давлении 1013 гПа энтропия моля азота равна 192 Дж/(моль*К), а моля кислорода 205 Дж/(моль*К). Полагая, что в воздухе на одну молекулу кислорода приходится четыре молекулы азота, и пренебрегая остальными компонентами воздуха, найти: а). энтропию моля воздуха при 25⁰С; б). зависимость молярной энтропии воздуха от температуры в области температур, в которой воздух подчиняется законам идеального газа.

6.45 Температура в комнате объема 50 м³ поднялась от 15 до 20⁰С. Определить приращение энтропии содержащегося в комнате воздуха. Атмосферное давление предполагать неизменным и равным 1013 гПа.

6.46 Некоторый идеальный газ совершает при температуре 300 К обратимый изотермический процесс, в ходе которого над газом совершается работа - 900 Дж. Найти приращения энтропии и свободной энергии газа.

6.47 Воду массы 1 кг нагрели от температуры 10⁰С до температуры 100⁰С, при которой она вся превратилась в пар. Найти приращение энтропии системы.

79

6.48 Лёд с начальной температурой 0⁰С в результате нагревания превратили сначала в воду, а затем в пар при температуре 100⁰С. Найти приращение удельной энтропии системы.

6.49 Кусок меди массы 90 г при температуре 90⁰С положили в калориметр, в котором находился лёд массы 50 г при температуре -3⁰С. Найти приращение энтропии куска меди к моменту установления теплового равновесия.

6.50 Кусок льда массы 100г при температуре $t_1=0^{\circ}\text{C}$ поместили в калориметр, в котором находилась вода массы 100г при t_2 . Пренебрегая теплоёмкостью калориметра, найти приращение энтропии системы к моменту установления теплового равновесия. Рассмотреть два случая: а). $t_2= 60^{\circ}\text{C}$; б). $t_2= 94^{\circ}\text{C}$.

6.51 В калориметр, наполненный большим количеством льда при температуре 0°C , вылили 5г расплавленного свинца, находившегося при температуре плавления 327°C . Найти приращение энтропии системы свинец-лёд к моменту установления теплового равновесия. Удельная теплота плавления свинца $22,5\text{Дж/г}$, его удельная теплоёмкость $0,125\text{Дж/(г}\cdot\text{K)}$.

ЗАНЯТИЯ 25-26: РЕАЛЬНЫЕ ГАЗЫ

1. Является ли аддитивной величиной внутренняя энергия реального газа, молекулы которого взаимодействуют между собой?
2. Считая, что молекулы взаимодействуют только попарно, записать среднюю энергию взаимодействия N молекул газа, считая, что известна энергия взаимодействия $u(r)$ двух молекул как функция расстояния r между ними.

3. Нарисуйте потенциалы взаимодействия для идеального газа; газа, состоящего из твёрдых шаров радиуса r_0 , не взаимодействующих на расстояниях, превышающих $2r_0$; для притягивающихся твёрдых сфер; характерную кривую парного взаимодействия молекул реального газа.

4. Используя модель притягивающихся твёрдых шаров, имеющих радиус r_0 , определите энергию взаимодействия выделенной молекулы со всеми остальными молекулами газа, считая $r_{вз} \ll l$, где l - размер сосуда, занятого газом. Найдите также полную энергию попарного взаимодействия всех N молекул в объёме V .

5. Реальный газ занимает сосуд с объёмом V , внешних силовых полей нет. Написать вероятность dw обнаружения молекулы в объёме dV . Используя для $u(r)$ модель притягивающихся твёрдых шаров, найти среднюю энергию взаимодействия двух молекул газа. Сравнить результат с ответом предыдущей задачи.

6. Оцените, какую скорость приобрели бы осколки стеклянной бутылки, заполненной водой, если бы между молекулами воды исчезли силы притяжения.

7. Запишите уравнение Ван-дер-Ваальса для моля и произвольного числа молей. Какой физический смысл имеют константы этого уравнения? Какой потенциал взаимодействия соответствует газу Ван-дер-Ваальса?

8. Найти выражение для давления, температуры и объёма газа и установить связь между этими величинами в критической точке, предполагая, что вещество подчиняется уравнению Ван-дер-Ваальса.

81

9. Записать уравнение Ван-дер-Ваальса в приведенных параметрах

$$\tau = T/T_{кр}, \quad \pi = P/P_{кр}, \quad \phi = V/V_{кр},$$

10. Используя модель газа из притягивающихся твёрдых сфер, написать выражение для внутренней энергии газа, состоящего из N молекул, занимающих объём V при температуре T . Известны величины i и a .

11. Выразите внутреннюю энергию реального газа через энергию идеального газа (газа тех же самых, но невзаимодействующих молекул). Известны объём газа V , число молекул N и величина a .

12. При одинаковых V и T сравнить внутренние энергии реального и соответствующего идеального газов.

13. Сравнить изохорические теплоёмкости реального и соответствующего идеального газов.

14. Какие из четырёх процессов: а). изохорический; б). изобарический; в). изотермический; г). адиабатический, является для ван-дер-ваальсовского газа политропическими?

15. Изохорическая теплоёмкость идеального газа известна. Написать выражение для внутренней энергии соответствующего ван-дер-ваальсовского газа. Известны число молей ν , объём V , температура газа T и константа Ван-дер-Ваальса a .

16. Построить графики зависимостей внутренней энергии моля ван-дер-ваальсовского газа от: а). температуры при постоянном объёме; б). объёма при постоянной температуре. Сравнить эти кривые с соответствующими для идеального газа.

17. Найти приращение внутренней энергии ван-дер-ваальсовского газа при изотермическом увеличении его объёма от V_1 до V_2 . Число молекул N и константа Ван-дер-Ваальса a известны. Объяснить рост внутренней энергии, используя кривую потенциала взаимодействия.

18. Связать давление в реальном газе (газе взаимодействующих молекул) с давлением в идеальном газе (газе тех же самых, но невзаимодействующих молекул). Известны объём газа V , число молекул N и величина a . Почему $p_{\text{реал}} < p_{\text{ид}}$?

82

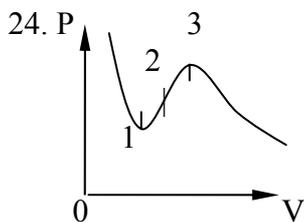
19. Как в рамках модели притягивающихся твёрдых шаров должно вести себя давление газа при стремлении его объёма V к объёму V_0 “плотно упакованных молекул”? При каких агрегатных состояниях вещества достигается $V \cong V_0$?

20. “Идеальный газ” состоит из твёрдых шаров, взаимодействующих только при столкновениях. Написать уравнение состояния такого газа. Число молекул в газе N , объём сосуда V , температура газа T , объём “плотно упакованных молекул” V_0 .

21. Используя уравнение Ван-дер-Ваальса, указать условия, при выполнении которых реальный газ можно с большой точностью считать идеальным. В чём физический смысл этих условий?

22. Константы Ван-дер-Ваальса для азота $a'=0,135 \text{ Па}\cdot\text{м}^6/\text{моль}^2$, $b'=3,9\cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$. Можно ли приближённо считать азот идеальным газом при условиях, близких к нормальным: $n\approx 3\cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$, $T\approx 300$? Какова по порядку величины, относительная погрешность расчёта давления азота при этих условиях по уравнению состояния идеального газа? [порядка 0,3%.]

23. Для моля ван-дер-ваальсовского газа построить изохору на диаграмме P T и изобару ($P>0$) на диаграмме V T . Сравнить с соответствующими кривыми для идеального газа.



На рисунке представлена изотерма Ван-дер-Ваальса для $T<T_{\text{кр}}$. Может ли существовать вещество с зависимостью $P(V,T)$, соответствующей участку 123?

25. Моль ван-дер-ваальсовского газа адиабатически расширяется в пустоту, увеличивая свой объём от V_1 до V_2 . Найти приращение температуры газа. Известны a' и c_v .

26. Какое количество теплоты необходимо сообщить молю ван-дер-ваальсовского газа, чтобы при расширении в пустоту от объёма V_1 до объёма V_2 он сохранил свою температуру неизменной? Константа a' газа известна. [$Q=\Delta U=a'(V_2 -V_1)/ V_2V_1$.]

27. Уравнение Ван-дер-Ваальса является уравнением третьей степени относительно объёма и может поэтому иметь с горизонтальной прямой либо одно, либо три пересечения, соответствующие одному или трём вещественным корням уравнения. На изотерме, построенной при достаточно низкой температуре, может иметься участок, лежащий ниже оси абсцисс, с которым горизонтальная прямая пересекается только в двух точках (два корня относительно V). Где находится обязательный при этом третий корень?

28. Найти работу, совершаемую одним молем ван-дер-ваальсовского газа при изотермическом расширении его от объёма V_1 до объёма V_2 при температуре T . [$A=RT \ln\{(V_2-b)/(V_1-b)\}+a/V_2- a/V_1$.]

29. Один моль кислорода расширили от объёма 1л до объёма 5л при постоянной температуре 280К. Вычислить количество поглощённого газом тепла. Газ считать ван-дер-ваальсовским.

$$[Q= RT \ln\{(V_2-b)/(V_1-b)\}=3,8 \text{ кДж.}]$$

30. Найти для ван-дер-ваальсовского газа уравнение адиабаты в переменных T, V , если его теплоёмкость при постоянном объёме равна C_v .

$$[T(V-b)^n=\text{const, где } n=R/C_v.]$$

31. Определить для ван-дер-ваальсовского газа разность молярных теплоёмкостей $C_p - C_v$. [$C_p - C_v=R/\{1-2a(V-b)^2/RTV^3\}$.]

32. Два теплоизолированных баллона соединены между собой трубкой с краном. В одном баллоне объёмом 10л находится 2,5 моля углекислого газа. Второй баллон объёмом 100л откачан до высокого вакуума. Кран открыли, и газ расширился. Считая газ ван-дер-ваальсовским, найти приращение его температуры. [$\Delta T= -vaV_2(\gamma-1)/RV_1(V_1+V_2)= -3,0 \text{ К.}]$

33. Какое количество тепла нужно сообщить 3 молям углекислого газа, чтобы при его расширении в вакуум от объёма 5л до объёма 10л температура его не изменилась? Газ считать ван-дер-ваальсовским.

$$[Q=v^2a(V_2-V_1)/ V_1V_2=0,33 \text{ кДж.}]$$

34. Найти значения начальной температуры водорода с начальным молярным объёмом 0,16л/моль, при которых Эффект Джоуля-Томсона будет положителен. [$T_1<(2a/bR)(1-b/V_1)=180 \text{ К.}]$

84

35. Найти приращение температуры газа, если в начальном состоянии при температуре 300К его молярный объём 0,1л/моль, а затем в процессе Джоуля-Томсона газ сильно расширили. Расчет провести: а). для водорода; б). для азота. [$\Delta T=\{T_1/(V_1/b-1) - 2a/RV_1\}(\gamma-1)/\gamma$; а). 15 К; б). -39 К.]

36. Если температура газа ниже т.н. температуры Бойля, то при изотермическом сжатии его произведение PV сначала убывает, проходя через минимум, а затем начинает возрастать. Если же температура газа выше температуры Бойля, то при изотермическом сжатии произведение PV монотонно возрастает. Убедиться в этом, выразив температуру Бойля

через критическую температуру для газа, подчиняющегося уравнению Ван-дер-Ваальса. [$T_B = 27/8 T_{кр.}$]

37. В таблице приведены значения постоянных Ван-дер-Ваальса для некоторых газов.

газ	a, $10^6 \text{атм} \cdot \text{см}^6 / \text{моль}^2$	b, $\text{см}^3 / \text{моль}$
гелий	0,034	23,7
водород	0,24	26,6
азот	1,39	39,1
кислород	1,36	31,8
CO ₂	3,60	42,7

Пользуясь этими значениями, вычислить критические давление, температуру и объём, а также температуру Бойля для приведённых газов в предположении, что они подчиняются уравнению Ван-дер-Ваальса.

ЗАДАЧИ ДОМАШНИХ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

7.1 Найти постоянные Ван-дер-Ваальса для азота, если критическая температура азота равна -146°C , критическое давление 33атм.

7.2 Найти критическую плотность воды, если критическое давление для воды равно 195атм, а критическая температура 374°C , предполагая, что вода подчиняется уравнению Ван-дер-Ваальса.

85

7.3 Принимая постоянную a Ван-дер-Ваальса для воды равной $5,47 \cdot 10^6 \text{атм} \cdot \text{см}^6 / \text{моль}^2$, найти внутреннее давление воды.

7.4 Ещё в 1892г. А.Г.Столетов указал, что для приведения жидкости, заключенной в данный объём, в критическое состояние должно быть взято вполне определённое количество её. Пусть сосуд, объём которого 15см^3 , должен быть наполнен водой при температуре 18°C с таким расчетом, чтобы при нагревании её в данном сосуде (предварительно откачанном и запаянном) до критической температуры в нём установилось критическое давление. Считая, что вода подчиняется уравнению Ван-дер-Ваальса, найти, какой объём воды должен быть налит в сосуд,

если известно, что критическая температура воды 374°C , критическое давление $205,5\text{атм}$, плотность при 18°C равна $1\text{г}/\text{см}^3$.

Почему в известных демонстрационных опытах с нагреванием жидкостей в запаянных ампулах для приведения этих жидкостей в критическое состояние не требуется заполнять ампулу строго определённым количеством жидкости? Мениск исчезает при нагревании, а при охлаждении появляется вновь в пределах ампулы, даже если это условие не выполнено.

7.5 Моль азота расширяется в пустоту от начального объёма 1л до конечного 10л . Найти приращение температуры при таком процессе, если постоянная a в уравнении Ван-дер-Ваальса равна $1,35 \cdot 10^6 \text{атм} \cdot \text{см}^6 / \text{моль}^2$.

7.6 Два сосуда объёмами V_1 и V_2 соединены трубкой с краном. В каждом из них при закрытом кране находится по одному молю одного и того же газа, подчиняющегося уравнению Ван-дер-Ваальса. До открытия крана температура газа в обоих сосудах была равна T . Нагреется или охладится газ если открыть кран? На сколько при этом изменится температура газа? Определить давление газа после открытия крана. Систему считать теплоизолированной, а теплоёмкость C_v - не зависящей от температуры.

7.7 Два баллона с объёмами 1л соединены трубкой с краном. В объёме V_1 находится воздух под атмосферным давлением, а объём V_2 откачан до предельного вакуума. Считая, что воздух подчиняется уравнению Ван-дер-Ваальса, а система теплоизолирована, определить, на сколько изменится температура газа после открытия крана. Начальная температура 290К , для воздуха $a = 1,39 \cdot 10^6 \text{атм} \cdot \text{см}^6 / \text{моль}^2$.

86

7.8 Азот при критической температуре 147°C имеет критический объём $0,12\text{л}/\text{моль}$. Считая, что азот подчиняется уравнению Ван-дер-Ваальса, найти понижение температуры 7г азота при расширении в пустоту от объёма 5л до объёма 50л .

7.9 Какое количество тепла надо подвести к одному молю газа Ван-дер-Ваальса, чтобы при расширении в пустоту от объёма V_1 до объёма V_2 его давление осталось тем же и равным P ?

7.10 При какой температуре гелий в опыте Джоуля-Томсона начнёт охлаждаться, если известно, что критическая температура гелия $5,1\text{К}$? Считать, что состояние гелия описывается уравнением Ван-дер-Ваальса.

7.11 Моль азота охлаждён до температуры -100°C . Определить давление, оказываемое газом на стенки сосуда, если занимаемый газом объём равен: а). 1л, б). 0,1л. Сравнить это давление с давлением, которое имел бы азот, если бы сохранил при рассматриваемых условиях свойства идеального газа.

Решить задачу для двух молей азота и тех же значений температуры и объёма. Сравнить результаты, полученные для одного и двух молей.

7.12 Для определения постоянных Ван-дер-Ваальса некоторое количество газа, занимающее при температуре 300К и давлении 10^7Па объём $6,79 \cdot 10^{-4}\text{м}^3$, было изотермически сжато до объёма $4 \cdot 10^{-4}\text{м}^3$, в результате чего давление возросло до значения $1,65 \cdot 10^7\text{Па}$. Затем газ был охлаждён при неизменном до 200К. Давление уменьшилось при этом до $0,819 \cdot 10^7\text{Па}$. Воспользовавшись этими данными, найти постоянные а и б для моля газа.

7.13 Моль азота адиабатически расширяется в пустоту от объёма 1л до объёма 10л. Определить приращение температуры газа.

7.14 Два моля водорода расширяются в пустоту, увеличивая свой объём от 2 л до 10л. Какое количество теплоты нужно сообщить газу, чтобы температура его не изменилась?

7.15 Моль кислорода, занимавший первоначально объём 1л при температуре -100°C , расширился изотермически до объёма 10л. Найти:

- приращение внутренней энергии газа;
- работу, совершенную газом (сравнить с работой, вычисленной по формуле для идеального газа);
- полученное газом количество теплоты.

87

7.16 Вычислить для Ван-дер-Ваальсовского газа разность молярных теплоёмкостей $C_p - C_v$ для азота в объёме 1л при температуре -100°C (выразить её через R).

7.17 Вычислить разность $C_p - C_v$ для кислорода при давлении $5 \cdot 10^7\text{Па}$ и температуре 273К. При этих условиях моль кислорода занимает объём $0,564 \cdot 10^{-4}\text{м}^3$.

7.18 Вычислить приращение температуры водорода вследствие эффекта Джоуля-Томсона, получающееся в случае, если начальное давление равно 10^6Па , а начальная температура составляет: а).273, б).210,5, в).

173К. Значения V_1 можно определять из уравнения состояния идеального газа.

7.19 Вычислить приращение температуры азота вследствие эффекта Джоуля-Томсона, получающееся в случае, если начальное давление равно 10^6 Па, а начальная температура составляет: а). 273, б). 373 К. Значения V_1 можно определять из уравнения состояния идеального газа.

7.20 Сосуд объёма V делится на две равные части перегородкой с закрытым пробкой отверстием. В одной из половин сосуда содержится моль ван-дер-ваальсовского газа (с известными a , b и C_V), имеющий температуру T . Пробку удаляют, и газ распространяется на весь объём. Считая процесс расширения адиабатическим, определить:

- а). приращение внутренней энергии газа;
- б). приращение температуры газа;
- в). работу сил межмолекулярного взаимодействия в расчете на моль;
- г). приращение энтропии газа.

ЗАНЯТИЯ 27-29: СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ. КАПИЛЛЯРНЫЕ ЯВЛЕНИЯ

1. Наличие избыточной энергии поверхностного слоя жидкости обычно объясняют тем, что на молекулу в приповерхностном слое действует результирующая сил притяжения со стороны других молекул, направленная внутрь жидкости. Поэтому нужно совершить работу для извлечения молекулы в приповерхностный слой.

Однако средняя сила, действующая на любую молекулу со стороны всех остальных, обязательно равна нулю при равновесии в жидкости. Поэтому и работа по перемещению жидкости из глубины на поверх-

ность должна равняться нулю. Откуда тогда по-является поверхностная энергия?

2. Средняя энергия взаимодействия двух молекул жидкости ($-u_0$), $u_0 > 0$, радиус взаимодействия $r_{вз}$, концентрация молекул в жидкости n . Оценить коэффициент поверхностного натяжения этой жидкости. Провести расчет для жидкого азота: $u_0 = 3,5 \text{ мэВ}$, $r_{вз} \approx 4 \text{ \AA}$, плотность $0,8 \text{ г/см}^3$. Сравнить результат с табличным $\alpha(-196^\circ\text{C}) \approx 8,7 \text{ мН/м}$.

3. Сравнить коэффициенты поверхностного натяжения воды и жидкого азота. Плотности жидкого азота и воды примерно одинаковы, молекула воды дипольная, а азота - нет.

4. При 18°C коэффициент поверхностного натяжения ртути в атмосфере азота равен $0,495 \text{ Н/м}$, а в атмосфере водорода $0,554 \text{ Н/м}$. Что можно сказать о взаимодействии атомов ртути с молекулами азота и водорода?

5. В каком соотношении находятся коэффициенты поверхностного натяжения $\alpha_{т,г}$ и $\alpha_{т,ж}$ на границах раздела твердое тело - газ и твердое тело - жидкость, если жидкость: а). смачивает твёрдое тело; б). не смачивает твёрдое тело?

6. Какие явления наблюдаются при контакте жидкости и твёрдого тела, если для проекций сил натяжения, лежащих в плоскости твердого тела, выполняются соотношения:

а). $f_{т,г} > f_{т,ж} + f_{ж,г}$; б). $f_{т,ж} > f_{т,г} + f_{ж,г}$?

7. В воде плавает деревянный крест. Каждая лопасть креста покрыта с одной стороны лаком. Вследствие различного смачивания дерева и лака

89

вода с двух сторон каждой лопасти поднимется на разную высоту; краевой угол будет различным, а значит и горизонтальная составляющая силы поверхностного натяжения будет различной с обеих сторон каждой лопасти. Будет ли крест вращаться?

8. Лёгкие тела, смачиваемые водою (например две спички), плавая на поверхности воды, притягиваются друг к другу. То же самое наблюдается, если тела не смачиваются (например, спички покрыты тонким слоем парафина). Если же одно тело смачивается, а другое не смачивается водой, то тела будут отталкиваться. Как объяснить эти явления?

9. Смачиваемый водою кубик массы 20 г плавает по поверхности воды. Ребро кубика имеет длину 3 см . На каком расстоянии от поверхности воды будет находиться нижняя грань кубика? [$x = (mg + 4a\alpha) / a^2 \rho g \approx 2,3 \text{ см}$.]

10. Из соображений размерности оценить период T пульсаций небольшой капли несжимаемой жидкости с коэффициентом поверхностного натяжения α , плотностью ρ и радиусом r . [$T \sim (\rho r^3 / \alpha)^{1/2}$.]

11. При достаточно быстром движении в жидкости плохо обтекаемых твёрдых тел (например на краю лопасти весла) образуются пузыри. Какова дальнейшая судьба образовавшегося в жидкости пузыря, если давление внутри него равно давлению насыщенного пара над плоской поверхностью жидкости?

12. Что можно сказать о поверхностном натяжении бензина и бензина с растворённым в нем жиром, если для удаления с поверхности ткани жирного пятна рекомендуется смачивать пропитанной бензином ваткой края пятна? Смачивать бензином само пятно не следует.

13. Для того, чтобы мазь лучше впитывалась в смазанные лыжные ботинки, их нагревают. Как нужно нагревать ботинки: снаружи или изнутри?

14. Почему с помощью утюга можно выводить пятна жира с костюма?

15. Почему при сушке дров на солнце на конце полена, обращенном в тень, выступают капельки воды?

16. На П-образную рамку натянута плёнка жидкости. По вертикальным частям рамки как по направляющим свободно скользит перемычка, вес которой немного превышает действующую на неё силу поверхностного натяжения. Опыт показывает, что после небольшого перемещения перемычки вниз она останавливается. Почему оказалось возможным установление равновесия в этой системе?

90

17. Полностью смачивающая жидкость с коэффициентом поверхностного натяжения α поднялась в капилляре радиуса r на некоторую высоту. Чему равен вес столба жидкости в капилляре?

18. Конец капиллярной трубки радиуса r опущен в воду. Какое количество тепла выделится при поднятии жидкости по капилляру? [$Q = 2\pi\alpha^2/\rho g$.]

19. Капиллярную трубку опустили нижним концом в смачивающую жидкость, при этом жидкость поднялась по трубке на высоту $h < z$, где z - высота верхнего конца трубки над поверхностью жидкости вне трубки. Что будет происходить с уровнем жидкости в трубке при дальнейшем её погружении в жидкость?

20. Капиллярная трубка подвешена к коромыслу весов и уравновешена. Что произойдет с весами, если под капилляр подвести сосуд со смачивающей жидкостью и коснуться её поверхностью нижнего конца капилляра?

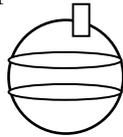
21. Жидкость плотности ρ поднялась в капилляре на высоту h . Давление окружающего воздуха p_0 . Нарисовать зависимость давления $p(z)$ в точках вертикальной оси z . Чему равен коэффициент поверхностного натяжения жидкости, если радиус капилляра r и имеет место полное смачивание?

Решить задачу для случая, когда жидкость не смачивает стенки капилляра.

22. Между двумя параллельными стеклянными пластинками находится капля жидкости - в одном случае капля воды, а в другом - капля ртути. Какое усилие испытывают пластинки в каждом из этих случаев?

23. В конических трубках находятся капля воды и капля ртути. Куда стремятся двигаться эти капли?

24. Мыльный пузырь кладут на проволочное кольцо, а затем покрывают его сверху другим таким же кольцом. Если открыть трубку, то объем пузыря начнет уменьшаться. Какую форму примет в результате пузырь?

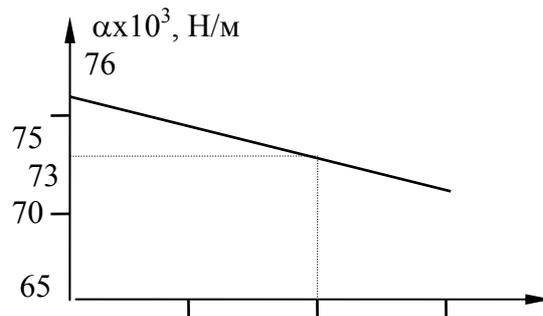
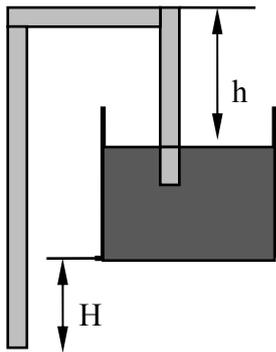


91

25. В сосуд с водой опускают стеклянный капилляр радиусом r . Температурный ход коэффициента поверхностного натяжения показан на рисунке.

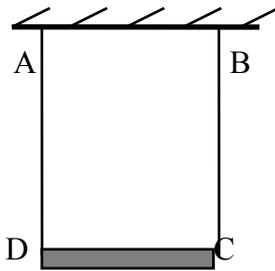
В каком диапазоне температур вся вода вытечет из сосуда?

Принять $r=0,1\text{мм}$, $h=14,1\text{см}$, $H=15\text{см}$.



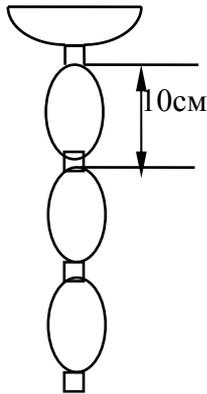
[16,7°C < T ≤ 46,7°C.]

26.



Палочка длиной 20см и массой 10г висит на двух лёгких гибких нитях длиной 40см. После того, как площадка ABCD была затянута мыльной плёнкой, палочка оказалась поднятой на 1см, а нити искривились. Найти площадь, затянутую мыльной плёнкой.

27.



Стеклянная трубка имеет форму, показанную на рисунке. Длина каждого звена 10см, а внутренний радиус в самой узкой части 0,1мм. Трубку опускают в вертикальном положении в сосуд с водой, а затем медленно, без толчков, поднимают. Как будет перемещаться уровень воды в трубке?

28. Найти капиллярное давление:

а). в капельках ртути диаметра 1,5мм;

б). внутри мыльного пузырька диаметра 3мм, если поверхностное натяжение мыльной воды 45 мН/м. [а). 13 атм; б). $1,2 \cdot 10^{-3}$ атм.]

29. В дне сосуда со ртутью имеется круглое отверстие диаметра 70мм. При какой максимальной толщине слоя ртути она ещё не будет вытекать через это отверстие? [21 см.]

30. В сосуде с воздухом при давлении p_0 находится мыльный пузырёк диаметра d . Давление воздуха изотермически уменьшили в n раз, в результате чего диаметр пузырька увеличился в η раз. Найти поверхностное натяжение мыльной воды. [$\alpha = p_0 d (1 - \eta^3/n) / 8(\eta^2 - 1)$.]

31. На мыльном пузыре радиуса a "сидит" пузырек радиуса b . Имея в виду, что $b < a$, найти радиус кривизны плёнки, их разделяющей. Каковы углы между плёнками в местах их соприкосновения? [$R = ab/(a-b)$; $\Theta = 120^\circ$.]

32. Найти давление в пузырьке воздуха диаметра 4мм, который находится в воде на глубине 5м. Атмосферное давление p_0 нормальное.

[2,2 атм.]

33. На дне пруда выделился пузырёк газа диаметра 4мм. При подъёме этого пузырька к поверхности воды его диаметр увеличился в 1,1 раза. Найти глубину пруда в данном месте. Атмосферное давление нормальное, процесс расширения газа считать изотермическим.

[$h = \{p_0(n^3 - 1) + 4\alpha(n^2 - 1)/d\} / \rho g = 5$ м.]

34. Найти разность уровней ртути в двух сообщающихся вертикальных капиллярах, диаметры которых 0,5мм и 1мм, если краевой угол 138° .

[$\Delta h = 4\alpha |\cos\theta| (d_2 - d_1) / d_2 d_1 \rho g = 11$ мм.]

35. Вертикальный капилляр с внутренним диаметром 0,5мм погрузили в воду так, что длина выступающей над поверхностью воды части капилляра 25мм. Найти радиус кривизны мениска. [$R = 2\alpha / \rho g h = 0,6$ мм.]

36. Стекланный капилляр длины 110мм с диаметром внутреннего канала 20мм опустили вертикально в воду. Верхний конец капилляра запаян. Наружное давление воздуха нормальное. Какая длина капилляра должна быть погружена в воду, чтобы уровень воды в капилляре совпадал с поверхностью воды вне его? [$x = L / (1 + p_0 d / 4\alpha) = 1,4$ см.]

93

37. Вертикальный капилляр длины L с запаянным верхним концом привели в соприкосновение с поверхностью жидкости, после чего она поднялась по нему на высоту h . Плотность жидкости ρ , диаметр внутреннего канала капилляра d , краевой угол θ , атмосферное давление p_0 . Найти поверхностное натяжение жидкости. [$\alpha = \{ \rho g h + p_0 L / (L - h) \} d / 4 \cos\theta$.]

38. Стекланный стержень диаметром 1,5мм вставлен симметрично в стекланный капилляр с диаметром внутреннего канала 2мм. Затем всю систему установили вертикально и привели в соприкосновение с поверхностью воды. На какую высоту поднимется вода в таком капилляре?

[$h = 4\alpha / \rho g (d_2 - d_1) = 6$ см.]

39. Из круглого отверстия вытекает вертикальная струя воды так, что в одном из горизонтальных сечений её диаметр 2мм, а в другом сечении, расположенном ниже на 20мм, диаметр струи в 1,5 раза меньше. Найти объём воды, вытекающей из отверстия за секунду. [$0,9 \text{ см}^3/\text{с}$.]

40. Капля массы m находится на поверхности стола. Высота капли h , плотность жидкости ρ , поверхностное натяжение α , радиус границы соприкосновения капли с поверхностью стола равен a . Считая, что имеется полное смачивание, найти радиус кривизны поверхности капли в верхней точке. [$R=2\alpha/(mg/\pi a^2 - \rho gh)$.]

41. Капля воды равномерно падает в воздухе. Найти разность между радиусом кривизны поверхности капли в её верхней точке и радиусом кривизны в нижней точке, расстояние между которыми 2,3мм. [$R_2 - R_1 \approx \rho gh^3/8\alpha=0,20 \text{ мм}$.]

42. Между двумя горизонтальными стеклянными пластинками находится капля ртути в форме лепёшки радиуса R и толщины h . Считая, что $h \ll R$, найти массу m груза, который надо положить на верхнюю пластинку, чтобы расстояние между пластинками уменьшилось в n раз. Краевой угол θ . Вычислить m , если $R=2\text{см}$, $h=0,38\text{мм}$, $n=2$, $\theta=135^\circ$. [$m \approx 2\pi R^2 \alpha |\cos\theta| (n^2 - 1)/gh=0,7 \text{ кг}$.]

43. Найти силу притяжения двух параллельных стеклянных пластинок, отстоящих друг от друга на расстояние 0,1мм, после того, как между ними ввели каплю воды массы 70мг. Смачивание считать полным. [1 Н.]

94

44. Два стеклянных диска радиуса 5см смочили водой и сложили вместе так, что толщина слоя воды между дисками 1,9мкм. Считая смачивание полным, найти силу, которую нужно приложить перпендикулярно к плоскости дисков, чтобы оторвать их друг от друга. [0,6кН.]

45. Две вертикальные параллельные друг другу стеклянные пластины частично погружены в воду. Расстояние между пластинами 0,1мм, их ширина 12см. Считая, что вода между пластинами не доходит до их верхних краёв и что смачивание полное, найти силу их притяжения друг к другу. [13 Н.]

46. Найти время исчезновения мыльного пузыря радиуса R , соединенного с атмосферой капилляром, имеющим длину L и радиус канала r . Поверхностное натяжение α , вязкость газа η . [$t=2L\eta R^4/\alpha r^4$.]

47. В стенке шарового мыльного пузыря сделано круглое отверстие с радиусом 1мм (такое отверстие можно сделать, поместив на стенку пузыря петельку из нити, а затем проткнув плёнку внутри петельки). Найти время, в течение которого весь воздух выйдет из пузыря, если его начальный радиус 10см. Температура воздуха вне и внутри пузыря 20°C . Поверхностное натяжение мыльного раствора при этой температуре равно 50 дин/см. Атмосферное давление нормальное. Среднюю относительную молекулярную массу воздуха принять равной 29. При истечении через отверстие воздух рассматривать как идеальную несжимаемую жидкость. [$t \approx 630$ с.]

48. Вычислить приращение свободной энергии поверхностного слоя при изотермическом слиянии двух капель ртути, каждая диаметра 1,5мм. [$\Delta F = 2\pi\alpha d^2(2^{-1/3}-1) = -1,5$ мкДж]

49. Найти работу, которую нужно совершить при изотермическом выдувании мыльного пузыря радиуса R , если давление окружающего воздуха p_0 и поверхностное натяжение мыльной воды α . [$A = F + pV \ln(p/p_0)$, где $F = 8\pi R^2\alpha$, $p = p_0 + 4\alpha/R$, $V = 4/3 \pi R^3$.]

50. Внутри мыльного пузыря радиуса r находится идеальный газ. Наружное давление p_0 , поверхностное натяжение мыльной воды α . Найти разность между молярной теплоёмкостью газа при нагреве его внутри пузыря и молярной теплоёмкостью этого газа при постоянном давлении. [$C - C_p = R/2 (1 + p_0 r / 8\alpha)$.]

95

51. Стекланный капилляр в вертикальном положении касается своим концом жидкости плотностью ρ и поверхностным натяжением α , хорошо смачивающей стенки капилляра. Радиус капилляра слегка сужается по закону $r = r_0 - bh$, где h - высота над поверхностью жидкости. Покажите, что когда $b < gr_0^2 \rho / 8\alpha$, то существует два равновесных положения мениска в капилляре. Найдите их и определите, какое из них устойчивое. Что будет в случае $b > gr_0^2 \rho / 8\alpha$?

ЗАДАЧИ ДОМАШНИХ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ.

8.1 U-образный сосуд состоит из сообщающихся широкой и узкой трубок. При налипании в сосуд воды между уровнями её в узкой и широкой трубках устанавливается разность высот 8см. Внутренний радиус широкой трубки 5мм. Считая смачивание полным, найти радиус узкой трубки.

8.2 Капля ртути объёма $22,5\text{мм}^3$ помещена между двумя расположенными горизонтально стеклянными пластинами. С какой силой нужно прижимать друг к другу пластины, чтобы установить между ними зазор 3мкм ?

8.3 По краю одной из круглых стеклянных пластин имеется кольцевой выступ высоты 2мкм . Между пластинами помещена капля воды объёма 15мм^3 , после чего пластины прижаты друг к другу. Какую силу нужно приложить нормально к пластинам, чтобы оторвать их друг от друга?

8.4 Определить, на какой глубине образуются пузырьки газа в воде, если при всплытии пузырьков их радиус увеличивается в $1,1$ раза, достигая на поверхности значения 1мкм . Атмосферное давление нормальное. Считать, что температура газа в пузырьке во время всплытия не изменяется.

8.5 Для определения поверхностного натяжения воды взвешивают капли, отрывающиеся от капилляра, и измеряют диаметр шейки капли d в момент отрыва. Оказалось, что масса 318 капель воды равна 5г , а $d=0,7\text{мм}$. Найти поверхностное натяжение воды.

8.6 Как велико поверхностное натяжение жидкости, если петля из резинового шнура длиной L с поперечным сечением S , положенная на плёнку этой жидкости, растянулась в окружность радиуса R после того, как плёнка была проколота внутри петли? Модуль Юнга резины равен E .

96

8.7 Мыльная плёнка имеет толщину 10^{-3}мм и температуру 300К . Вычислить понижение температуры этой плёнки, если её растянуть адиабатически настолько, чтобы площадь плёнки удвоилась. Поверхностное натяжение мыльного раствора убывает на $0,15$ дин/см при повышении температуры на 1К .

8.8 В сосуде с адиабатическими стенками находится мыльный пузырь радиуса 5см . Общее количество воздуха в сосуде и в пузыре $0,1\text{моля}$, его температура 290К (предполагается, что она одинакова внутри и вне пузыря). При этой температуре поверхностное натяжение 70дин/см , $d\alpha/dT=-0,15\text{дин}/(\text{см} \times \text{К})$. Как изменится температура воздуха в сосуде, если пузырь лопнет? Теплоёмкостью образовавшихся капелек пренебречь.

8.9 Чтобы стряхнуть ртуть в медицинском термометре, нужно ускорение $a \sim 10g$. Оценить диаметр перетяжки в капилляре термометра. Поверх-

ностное натяжение ртути 490 дин/см, длина столбика ртути выше перетяжки ~5см, плотность ртути 13,6г/см³.

8.10 На какую величину ΔT температура воздуха внутри мыльного пузыря должна превышать температуру окружающего воздуха T , чтобы пузырь стал подниматься? Радиус пузыря r , поверхностное натяжение мыльной плёнки α . Массой пленки можно пренебречь. Учесть, что давление воздуха внутри пузыря мало отличается от атмосферного давления P .

8.11 В цилиндре с подвижным поршнем заключен мыльный пузырь радиуса r , наполненный воздухом. Вначале давление воздуха вне пузыря равно атмосферному P_0 . При медленном вдвигании поршня мыльный пузырь сжимается, так что радиус его уменьшается вдвое. Определить давление наружного воздуха в цилиндре в этот момент.

8.12 На сколько изменится разность уровней воды в двух сообщающихся капиллярах с диаметрами 0,1мм и 0,3мм при нагревании от 20 до 70⁰С, если поверхностное натяжение воды для этих температур равно соответственно 73 и 64 дин/см?

8.13 Капиллярная трубка диаметром 0,5мм наполнена водой. На нижнем конце трубки вода повисла в виде капли. Эту каплю можно принять за часть сферы радиуса 3мм. Найти высоту столбика воды в трубке.

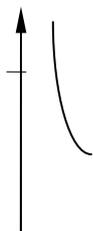
8.14 Широкое колено U-образного ртутного манометра имеет диаметр 4см, узкое 0,25 см. Разность уровней ртути в обоих коленах равна 200мм. Найти давление, которое показывает манометр, принимая во внимание поправку на капиллярность.

97

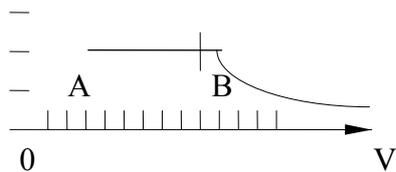
ЗАНЯТИЯ 32-33: ФАЗОВЫЕ ПРЕВРАЩЕНИЯ. РАСТВОРЫ

1. Дайте определение критической точки, тройной точки?
2. Свинец нагревают от комнатной температуры до температуры, превышающей температуру плавления, и отключают нагреватель. Качественно нарисовать зависимость температуры свинца от времени для всего процесса нагревания и охлаждения до комнатной температуры. Мощность включенного нагревателя с течением времени не меняется.

3. P



Общая масса жидкости и её насыщенного пара 12кг. Определить приблизительно массы пара и жидкости в отмеченном на диаграмме состоянии, если

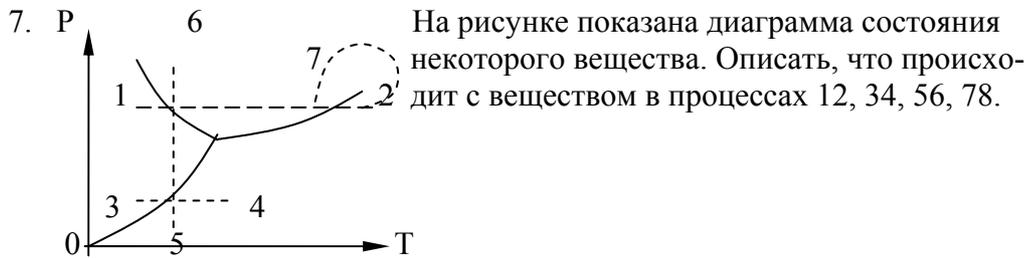


система находится в равновесии.

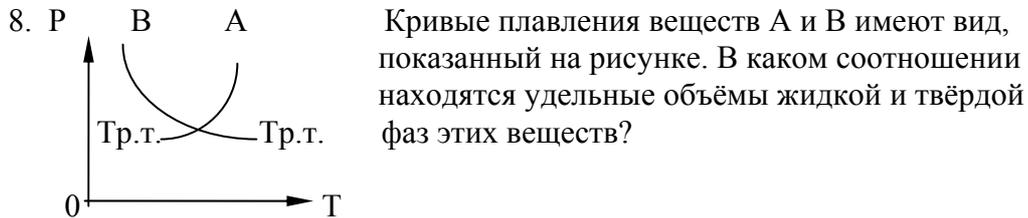
4. Вещество переводят из состояния А в состояние В (см. рисунок к предыдущей задаче). Какой величине равна соответствующая площадь под графиком? Как меняется в этом процессе внутренняя энергия системы?

5. В запаянной ампуле находятся жидкость и её насыщенный пар. Что будет происходить с жидкостью и паром при нагреве пробирки от температуры $T_1 < T_{кр}$ до температуры $T_2 > T_{кр}$. Рассмотреть случаи, когда объём пробирки меньше, равен и больше критического объёма данной массы вещества. Изобразить эти процессы на диаграмме P, V .

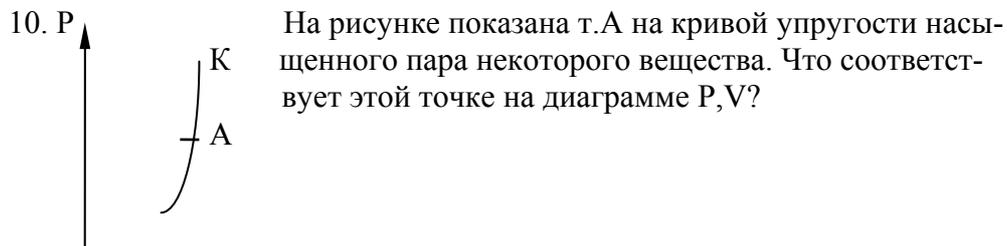
6. Точке А на диаграмме к задаче 3 соответствует точка А' на диаграмме T, S . Изобразить на диаграмме T, S весь участок АВ; теплота парообразования данной массы вещества равна Q .



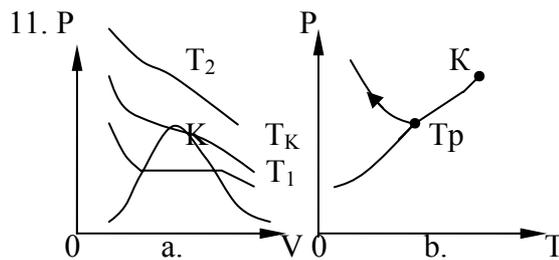
98



9. У каких веществ равновесный переход из твёрдой фазы в газообразную происходит при атмосферном давлении, минуя жидкую фазу?



T_p
 $0 \longrightarrow T$



На рисунке а). изображены три изотермы и изобара. Изобразить эти линии на диаграмме P,T, приведенной на рис. б). Что соответствует на диаграмме P,T области, расположенной под колоколообразной кривой на рис. а).?

12. Экспериментально определена зависимость давления насыщенного пара от температуры. Как по этой зависимости приближённо найти скрытую теплоту испарения?

13. Найти молярную теплоту испарения воды при температуре T , считая, что и вода и её пар описываются уравнением Ван-дер-Ваальса. Известны молярные объёмы пара, воды и константы Ван-дер-Ваальса. Убедиться, что в критической точке $Q=0$.

14. Кривая равновесия жидкость-насыщенный пар оканчивается с ростом температур в критической точке, почему кривая равновесия жидкость-твёрдое тело является неограниченной?

99

15. Три капли разного диаметра находятся в атмосфере пара жидкости, из которой они образованы. Давление этого пара таково, что капля среднего диаметра находится с ним в равновесии. Как дальше будут развиваться процессы в системе?

16. Насыщенный водяной пар находится при температуре 100°C в цилиндрическом сосуде под невесомым поршнем. При медленном вдвигании поршня небольшая часть пара массы $0,7\text{г}$ сконденсировалась. Какая работа была совершена над газом? Пар считать идеальным газом, объёмом жидкости пренебречь. [$A=\Delta mRT/\mu=1,2\text{ Дж.}$]

17. Вода со своим насыщенным паром находится в сосуде объёмом 6 л при температуре 250°C и давлении 40 атм . Удельный объём пара при этих условиях 50 л/кг . Масса системы (воды с паром) 5 кг . Найти массу и объём пара. [$20\text{ г, } 1\text{ л.}$]

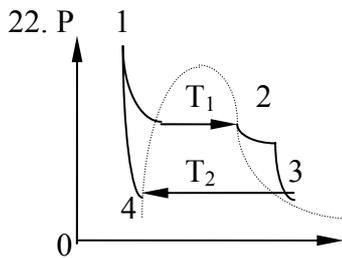
18. Пространство в цилиндре под поршнем, имеющее объём 5л, занимает один насыщенный водяной пар, температура которого 100°C . Найти массу жидкой фазы, образовавшейся в результате изотермического уменьшения объёма под поршнем до 1,6л. Насыщенный пар считать идеальным газом. [$m \approx \mu p_0(V_0 - V)/RT = 2,0$ г.]

19. Вода массы 1кг, кипящая при нормальном атмосферном давлении, целиком превратилась в насыщенный пар. Найти приращение энтропии и внутренней энергии этой системы, считая насыщенный пар идеальным газом. [6,0 кДж/К; 2,1 МДж.]

20. Вода массы 20г находится при температуре 0°C в теплоизолированном цилиндре под невесомым поршнем, площадь которого 410см^2 . Внешнее давление равно нормальному атмосферному. На какую высоту поднимется поршень, если воде сообщить количество тепла 20кДж? [20 см.]

21. В теплоизолированном цилиндре под невесомым поршнем находится один грамм насыщенного водяного пара. Наружное давление нормальное. В цилиндр ввели 1г воды при температуре 22°C . Пренебрегая теплоёмкостью цилиндра и трением, найти работу, которую произвела сила атмосферного давления при опускании поршня. [25 Дж.]

100



22. В тепловой машине работающей по циклу Карно, рабоч. веществом является вода массы 1кг, которая испытывает фазовые превращения в пар и обратно. Штриховой линией отмечена область двухфазных состояний. Изотерме 1-2 соответствует температура $T_1 = 484\text{K}$, изотермическое сжатие при $T_2 = 373\text{K}$. Полная удельная теплота парообразования при температуре холодильника равна $2,68\text{кДж/г}$. Найти работу, совершаемую рабочим веществом за один цикл. [$A = mq(T_1/T_2 - 1) = 0,80$ МДж.]

23. Найти диаметр капелек воды, при котором давление насыщенных паров на 1% превышает давление паров над плоской поверхностью при 27°C . Пар считать идеальным газом. [$d \approx 4\alpha\mu/\eta\rho RT = 0,2$ мкм, где ρ - плотность воды.]

24. Какую часть объёма сосуда должен занимать жидкий эфир при комнатной температуре, чтобы при достижении критической температуры он оказался в критическом состоянии? Для эфира $T_{кр}=467\text{K}$, $p_{кр}=35,5\text{атм}$, $\mu=74\text{г/моль}$, $\rho(\text{при комнатной } t)=0,72\text{ г/см}^3$. [0,25.]

25. Найти приращение температуры плавления льда вблизи 0°C при повышении давления на 1атм , если удельный объём льда на $0,091\text{см}^3/\text{г}$ больше удельного объёма воды. [-7,5 мК.]

26. Найти удельный объём насыщенного водяного пара при нормальном давлении, если известно, что уменьшение давления на $3,2\text{кПа}$ приводит к уменьшению температуры кипения воды на $0,9\text{К}$. [$1,7\text{ м}^3/\text{кг}$.]

27. В закрытом сосуде находится небольшое количество воды и её насыщенный пар при температуре 100°C . На сколько процентов увеличится масса насыщенного пара при повышении температуры системы на $1,5\text{К}$? Пар считать идеальным газом и удельный объём воды пренебрежимо малым по сравнению с удельным объёмом пара. [$\Delta m/m=5\%$]

28. Давление насыщенного пара ртути зависит от температуры по закону $\ln p = -a/T - b \ln T + c$, где a, b, c - постоянные. Найти молярную теплоту испарения ртути как функцию температуры. [$q=R(a-bT)$.]

101

29. Лёд, находившийся при нормальных условиях, подвергли сжатию до давления 640 атм . Считая, что понижение температуры плавления льда в данных условиях линейно зависит от давления, найти, какая часть льда растаяла. Удельный объём воды на $0,09\text{ см}^3/\text{г}$ меньше удельного объёма льда. Удельная теплоемкость льда $2,09\text{ Дж}/(\text{г}\cdot\text{К})$, удельная теплота плавления льда 333 Дж/г . [0,03]

ЗАДАЧИ ДОМАШНИХ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

9.1 Некоторую массу вещества, взятого в состоянии насыщенного пара, изотермически сжали в n раз по объёму. Найти, какую часть η конечного объёма занимает жидкая фаза, если удельные объёмы насыщенного пара и жидкой фазы отличаются друг от друга в N раз ($N > n$).

Тот же вопрос, но при условии, что конечный объём вещества соответствует середине горизонтального участка изотермы на диаграмме P, V .

9.2 Определить давление насыщенного водяного пара при температуре $101,1^{\circ}\text{C}$, считая его идеальным газом.

9.3 Один моль воды, находившийся в равновесии с пренебрежимо малым количеством своего насыщенного пара при температуре T_1 , перевели целиком в насыщенный пар при температуре T_2 . Найти приращение энтропии системы. Пар считать идеальным газом, удельным объёмом жидкости пренебречь по сравнению с удельным объёмом пара.

9.4 На дне сосуда, откачиваемого до высокого вакуума, наморожен плоскопараллельный слой льда толщиной 7мм, нижняя поверхность которого поддерживается при постоянной температуре t_0 . Определить эту температуру, если известно, что при откачке сосуда на верхней поверхности слоя льда установилась температура $t_1 = -50^{\circ}\text{C}$. Теплопроводность льда $5,3 \times 10^{-3}$ кал/(с \times см \times $^{\circ}\text{C}$). Удельная теплота сублимации льда 680 кал/г. Упругость насыщенного пара над льдом при $t_1 = -50^{\circ}\text{C}$ в отсутствие откачки равна 0,03мм.рт.ст.

9.5 Найти приращение температуры плавления льда при повышении давления на 1атм. Удельный объём воды при 0°C $1\text{см}^3/\text{г}$, удельный объём льда $1,091\text{см}^3/\text{г}$, удельная теплота плавления льда 80кал/г. По найденному значению ΔT рассчитать приближённо температуру тройной точки воды.

102

9.6 В закрытом сосуде объёмом 5л находится 1кг воды при температуре 100°C . Пространство над водой занято насыщенным водяным паром (воздух выкачан). Найти увеличение массы насыщенного пара при повышении температуры на 1К. Удельная теплота парообразования 539кал/г.

При расчетах пар считать идеальным газом. Удельным объёмом воды пренебречь по сравнению с удельным объёмом пара.

9.7 При 0°C упругость водяного пара над льдом 4,58 мм.рт.ст. Удельная теплота плавления льда при 0°C 80кал/г. Теплота испарения воды при 0°C 596 кал/г. Найти упругость водяного пара над льдом при температуре -1°C .

9.8 Найти удельную теплоту испарения бензола вблизи его тройной точки, если известно, что при этих условиях его удельная теплота плавления 30,2 кал/г, температура тройной точки 279К, равновесное давление пара в тройной точке 36мм.рт.ст. и для кривой возгонки в той же точке $dP/dT = 2,43\text{мм.рт.ст./К}$. Считать пар бензола идеальным газом.

9.9 Уксусная кислота при атмосферном давлении плавится при температуре $16,6^{\circ}\text{C}$. Разность удельных объёмов жидкой и твердой фаз уксусной кислоты $0,16\text{см}^3/\text{г}$. Точка плавления уксусной кислоты смещается на 1К при изменении давления на 41атм . Найти удельную теплоту плавления уксусной кислоты.

9.10 Кусок льда помещён в адиабатическую оболочку при температуре 0°C и атмосферном давлении. Как изменится температура льда, если его адиабатически сжать до давления 100атм ? Какая доля льда $\Delta m/m$ при этом расплавится? Теплоёмкости воды и льда связаны соотношением $c_{\text{л}} \cong 0,6c_{\text{в}}$.

9.11 Найти повышение температуры кипения воды при увеличении давления её насыщенного пара на одну избыточную атмосферу вблизи точки кипения воды в нормальных условиях. Удельная теплота испарения воды в этих условиях 539кал/г .

9.12 В закрытом сосуде при температуре 20°C находится влажный воздух с относительной влажностью 80% . На сколько градусов надо понизить температуру стенок сосуда, чтобы на них начала выпадать роса? Удельная теплота парообразования воды при 20°C 600кал/г . Водяной пар рассматривать как идеальный газ.

103

9.13 В тонкостенный металлический шар радиуса 10см , из которого выкачан воздух, налита вода. Давление воздуха вне шара рано атмосферному. До какой максимальной температуры можно нагреть воду, чтобы стенки шара не разорвались, если предельное натяжение на разрыв, которое они могут выдержать, 88Н/см . Количество воды в шаре таково, что при этой температуре ещё не вся вода испаряется, однако объём воды мал по сравнению с объёмом пара.

9.14 Определить удельную теплоёмкость насыщенного пара, расширяющегося (или сжимающегося) т.о., что во время процесса он всё время остаётся насыщенным. Пренебречь удельным объёмом жидкости по сравнению с удельным объёмом её насыщенного пара. Считать, что пар подчиняется уравнению состояния идеального газа. Провести расчет для воды при температуре 373К , считая, что к водяному пару применима классическая теория теплоёмкостей. Удельная теплота парообразования для воды при 373К равна 539кал/г .

9.15 Вычислить давление насыщенного водяного пара над сферической поверхностью капли воды с радиусом $1 \cdot 10^{-5}\text{см}$ (капелька тумана),

2). 10^{-7} см при 20°C . При такой температуре для воды $\alpha=72,7$ дин/см, удельный объём воды в жидком состоянии $1,002\text{см}^3/\text{г}$, давление насыщенного пара над плоской поверхностью $17,5\text{мм.рт.ст.}$

9.16 Найти время испарения водяной капли с начальным радиусом капли a в воздухе с относительной влажностью f и температурой 20°C . Рассмотреть два случая: 1). $f=40\%$, $a=1\text{мм}$, 2). $f=99\%$, $a=1\text{мкм}$. При 20°C давление насыщенных паров $17,5\text{мм.рт.ст.}$, $D=0,22\text{см}^2/\text{с}$. Процесс испарения капли считайте стационарным. Это допустимо, если плотность пара много меньше плотности жидкости.

9.17 Найти осмотическое давление пятипроцентного раствора тростникового сахара ($\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$) в воде при 18°C .

9.18 При какой температуре осмотическое давление двухпроцентного раствора поваренной соли в воде будет равно 15атм ? Считать степень диссоциации поваренной соли равной 75% .

9.19 Осмотическое давление раствора 36г глюкозы в $2,24\text{л}$ воды при 27°C равно $1,1\text{атм}$. Найти относительную молекулярную массу глюкозы.

104

9.20 Найти осмотическое давление однопроцентного раствора натриевой селитры (NaNO_3) в воде при 27°C . Считать при этом, что селитра полностью диссоциирована.

Почему стенки стакана, в который налит такой раствор, не разрушаются под действием осмотического давления?

9.21 Один грамм тростникового сахара ($\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$) растворён в 100см^3 воды. Определить точку кипения этого раствора при нормальном атмосферном давлении. Плотность воды при 100°C равна $0,96\text{г}/\text{см}^3$, удельная теплота парообразования $539\text{кал}/\text{г}$.

9.22 В предыдущей задаче определить температуру замерзания при атмосферном давлении. Удельная теплота плавления $80\text{кал}/\text{г}$.

9.23 При какой температуре кипит раствор 100г поваренной соли в 1л воды? Считать поваренную соль полностью диссоциированной. Удельная теплота парообразования воды $539\text{кал}/\text{г}$. Внешнее давление 760мм.рт.ст.

9.24 Водный раствор сахара повышает точку кипения при нормальном атмосферном давлении на $0,05^{\circ}\text{C}$. Определить температуру замерзания этого раствора при том же давлении. Удельная теплота плавления льда 80кал/г , удельная теплота парообразования воды 539кал/г .

ВАРИАНТЫ ДОМАШНИХ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Первая контрольная работа

1.	1.1	1.17	1.8	2.1в	2.2	3.1	3.16	3.21	3.41
2.	1.2	1.18	всем	2.1б	2.3	3.2	3.17	3.22	3.40
3.	1.3	1.19		2.1а	2.4	3.3	3.18	3.23	3.39
4.	1.4	1.20		2.1а	2.6	3.4	3.19	3.24	3.38
5.	1.5	1.21		2.1г	2.5	3.5	3.20	3.25	3.37
6.	1.6	1.22		2.1в	2.5	3.6	3.20	3.26	3.36
7.	1.7	1.23		2.1б	2.6	3.7	3.19	3.27	3.35
8.	1.9	1.24		2.1а	2.4	3.8	3.18	3.28	3.34
9.	1.10	1.25		2.1б	2.2	3.9	3.17	3.29	3.33
10.	1.11	1.26		2.1в	2.3	3.10	3.16	3.30	3.32
11.	1.12	1.27		2.1г	2.5	3.11	3.16	3.31	3.33
12.	1.13	1.28		2.1г	2.6	3.12	3.17	3.31	3.34
13.	1.14	1.21		2.1в	2.4	3.13	3.18	3.27	3.35
14.	1.15	1.22		2.1б	2.6	3.14	3.19	3.30	3.36
15.	1.16	1.23		2.1а	2.3	3.15	3.20	3.27	3.37

Вторая контрольная работа

1.	4.16	4.1	5.2	5.23	6.18	6.3	6.19	6.34
2.	4.15	4.2	5.2	5.22	6.17	6.2	6.20	6.35
3.	4.14	4.3	5.3	5.21	6.16	6.1	6.21	6.36
4.	4.13	4.4	5.4	5.20	6.15	6.1	6.22	6.37
5.	4.12	4.5	5.5	5.19	6.14	6.2	6.23	6.38
6.	4.11	4.6	5.6	5.18	6.13	6.3	6.24	6.39
7.	4.10	4.16	5.7	5.17	6.12	6.4	6.25	6.40
8.	4.9	4.15	5.8	5.16	6.11	6.5	6.26	6.41
9.	4.8	4.14	5.9	5.25	6.10	6.6	6.27	6.42
10.	4.7	4.13	5.10	5.24	6.9	6.18	6.28	6.43
11.	4.6	4.12	5.11	5.23	6.8	6.17	6.29	6.44
12.	4.5	4.11	5.12	5.22	6.7	6.16	6.30	6.45
13.	4.4	4.10	5.13	5.21	6.6	6.15	6.31	6.46
14.	4.3	4.14	5.14	5.20	6.5	6.14	6.32	6.47
15.	4.2	4.13	5.15	5.19	6.4	6.13	6.33	6.48

106

Третья контрольная работа

1.	7.1	8.9	8.14	9.10
2.	7.2	8.8	8.13	9.11
3.	7.3	8.7	8.12	9.12
4.	7.5	8.6	8.11	9.13
5.	7.6	8.5	8.10	9.14
6.	7.7	8.4	8.9	9.15
7.	7.8	8.3	8.8	9.1
8.	7.9	8.2	8.7	9.2
9.	7.10	8.1	8.14	9.3
10.	7.11	8.10	8.6	9.4
11.	7.12	8.11	8.5	9.5
12.	7.13	8.12	8.4	9.6
13.	7.14	8.13	8.3	9.7
14.	7.15	8.14	8.2	9.8
15.	7.16	8.12	8.1	9.9

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
ЛЕКЦИОННОГО КУРСА
"ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ".**

Лекций - 54 часа. Практических занятий - 72 часа.

Лабораторных занятий - 72 часа (предполагается выполнение 7 лабораторных работ, входящих в "Руководство к лабораторным работам по электричеству, часть 1 ", Ижевск, УдГУ, 1991.). Формы отчетности: экзамен, зачет, 3 контрольные работы, коллоквиум.

В данном объеме программа рассчитана на сильный поток студентов. В случае если оказывается, что это не так, объем материала может быть сокращен за счет разделов, помеченных звездочкой. От

уровня подготовки слушателей зависит и реальное содержание каждой лекции.

Предусматривается, что часть материала подробно представлена в рамках лабораторного практикума (переменный ток, электроизмерительные приборы), в лекционном курсе будет рассматриваться на уровне основных понятий и законов, без подробного разбора приложений. Точно также, соединения проводников и конденсаторов предполагается разобрать досконально на практических занятиях. Вопрос "Электрический ток в вакууме" вынесен на самостоятельное рассмотрение, что следует учесть при проведении соответствующей лабораторной работы.

Не смотря на бесспорную важность, вопросы, связанные с теорией относительности не рассматриваются. Как показывает опыт преподавания, к полной проработке их студены на данном этапе еще не готовы, да и времени на это не хватает. Предполагается, что данный пробел будет ликвидирован при изучении на старших курсах курса электродинамики.

Изложение материала предполагается вести с использованием как Гауссовой, так и системы СИ. На лекциях упор предполагается делать на первой, в то время как на практике в аудитории в основном придерживаться второй. Ответы к задачам даны в системе СИ.

108

Полагается, что вопросы, посвященные электромагнитным волнам, войдут в курс "Оптика", который будет предложен студентам в следующем семестре.

СОДЕРЖАНИЕ ЛЕКЦИОННОГО КУРСА

- 1 . Основные этапы развития учения об электричестве. Действие на расстоянии и полевое взаимодействие. Свойства электрического заряда. Закон сохранения заряда. (2 часа.)
2. Постоянное электрическое поле. (22 часа)
 - 2.1 Закон Кулона. Принцип суперпозиции. Системы единиц. Экспериментальные проверки закона Кулона. 1 час.
 - 2.2 Линии напряженности поля. Теорема Остроградского-Гаусса
Теорема Ирншоу. Теорема Остроградского-Гаусса в дифференциальной форме. 3 часа.
 - 2.3 Потенциальность электростатического поля. Теорема о циркуляции вектора E . Формула Стокса. Скалярный потенциал, его связь

с напряженностью. Эквипотенциальные поверхности. Потенциал поля точечного заряда и системы зарядов. Потенциал поля заряженной проволоки, шарового, цилиндрического, плоского конденсаторов. Электрический диполь. Поле диполя. Силы, действующие на диполь в поле. Общая задача электростатики.

4 часа.

2.4 Проводники в электрическом поле. Поле снаружи и внутри проводника. Распределение зарядов на поверхности проводника. Генератор Ван-де-Граафа.

1 час.

2.5 Емкость уединенного проводника и системы проводников. Конденсаторы. Емкость простых конденсаторов. Соединения конденсаторов. Сложные конденсаторы.

1 час.

2.6 Метод электрических изображений.

1 час.

2.7 Электрическое поле при наличии диэлектриков. Поляризация диэлектриков. Поляризованность. Поле внутри диэлектрика. Изменение поля на границе двух диэлектриков. Теорема Гаусса при наличии диэлектриков.

2 часа.

2.8 Электронная теория поляризации диэлектриков. Диэлектричес-

109

кая проницаемость полярных и неполярных диэлектриков. Определение дипольных моментов молекул.

3 часа.

2.9 Типы диэлектриков. Электрострикция.

2 часа.

2.10 Энергия электростатического поля. Энергия системы точечных зарядов и энергия взаимодействия при непрерывном распределении зарядов. Собственная энергия. Объемная плотность энергии электростатического поля. Работа поля при поляризации диэлектрика. Энергия диполя.

2 часа.

2.11 Силы в электрическом поле. Силы, действующие на точечный заряд, диполь, непрерывно распределенный заряд. Силы, действующие на диэлектрик и проводник. Вычисление сил из выражения для энергии.

2 часа.

3. Постоянный электрический ток. (4 часа.)

Характеристики электрического тока. Уравнение непрерывности. Действия тока. Закон Ома для участка цепи. Закон Ома в дифференциальной форме. ЭДС. Закон Ома для неоднородного участка цепи и полной цепи. Работа и мощность постоянного тока. Закон Джоуля-Ленца. Правила Кирхгофа, токи в сплошной среде. Заземление. Квазистационарные токи. Конденсатор в цепи с сопротивлением.

4 часа.

4. Электропроводность. (8 часов.)

- 4.1 Природа электрического тока в металлах (классические опыты). Измерение величины заряда электрона. Классическая теория металлов. Понятие о квантовой теории металлов. 2 часа.
- 4.2 Полупроводники и изоляторы. Понятие о зонной теории твердых тел. Собственная и примесная проводимости полупроводников. Контактная разность потенциалов. Термоэлектричество. Контактные явления в полупроводниках. Применения полупроводников. 3 часа.
- 4.3 Электрический ток в электролитах. Электролиз и электролитическая диссоциация. Законы электролиза Фарадея. Подвижность ионов. Электрохимические потенциалы. Химические источники тока. 1 час + самост.
- 4.4 Электрический ток в вакууме. Работа выхода. Термоэлектронная эмиссия. самост.

110

- 4.5 Электропроводность газов. Ионизация и рекомбинация. Основные типы газового разряда. Плазма 2 часа.

5. Стационарное магнитное поле. (4 часа)

Основные законы магнитного поля. Вихревой характер магнитного поля (теорема о циркуляции вектора \mathbf{B}). Магнитный момент тока. Работа в магнитном поле. Контур с током в магнитном поле. Сила Лоренца. 4 часа.

6. Магнитное поле в веществе. (4 часа.)

- 6.1 Магнетики. Намагниченность. Поле в магнетике. Граничные условия для векторов \mathbf{B} и \mathbf{H} . 1 час.
- 6.2*Магнитные цепи. Законы магнитной цепи. 1 час.
- 6.3*Магнитный и механический моменты электрона. Теория диамагнетизма Ланжевена. Парамагнетики. Ферромагнетики. 2 часа.

7 Электромагнитная индукция. (3 часа.)

- 7.1 Закон электромагнитной индукции. Правил о Ленца. Природа электромагнитной индукции. 2 часа.
- 7.2 Энергия магнитного поля. Вычисление сил в магнитном поле из энергии. 1 час.

8. Электрические колебания и переменные токи. (4 часа.)
- 8.1 Колебательный контур. Собственные электрические колебания. Свободные незатухающие и свободные затухающие колебания. 1 час.
- 8.2 Вынужденные электрические колебания. Переменные токи. Векторные диаграммы. Сопротивление, индуктивность, емкость в цепи переменного тока. Метод комплексных амплитуд. 3 часа
9. Уравнения Максвелла. (3 часа.)
- Ток смещения. Система уравнений Максвелла. Вектор Пойнтинга.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Э.Г.Калашников. Электричество. М.: Наука. 1977.
2. Д.В.Сивухин. Общий курс физики. Электричество.: т.3. М.: Наука. 1977.
3. И.Е.Иродов. Основные законы электромагнетизма. М.: Высш.Шк. 1991.
4. А.Н.Матвеев. Электричество и магнетизм. М.: Высш. Шк..1983.
5. И.Е.Иродов. Задачи по общей физике. М.: Наука. 1988.
6. И.В. Савельев. Сборник вопросов и задач по общей физике. М.: Наука. 1988.
7. В.П. Новожилов, С.Н.Костенков, Д.В.Сурнин, А.Н.Деев.
"Руководство к лабораторным работам по электричеству, часть I".
Ижевск, УдГУ, 1991.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ

8. Э. Парселл. Берклевский курс физики, т.2. Электричество и магнетизм. М.: Наука.1983.
9. Р.В.Телеснин, В.Ф.Яковлев. Курс физики. Электричество. Изд. 2-е. М.: Просвещение.1969.

**ПРОГРАММА ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ ПО КУРСУ
"ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ"**

- 1 . Закон Кулона. Поле систем дискретных зарядов и непрерывно распределенных зарядов. Теорема Гаусса . (4 занятия)
2. Потенциал. Работа электростатического поля. (2 занятия.)
3. Контрольная работа по темам "Напряженность. Теорема Гаусса. Потенциал." (1 занятие.)
4. Электрический диполь. (1 занятие.)
5. Электростатическая индукция. Электрическое поле при наличии проводников. (2 занятия.)
6. Метод изображений. (1 занятие.)
7. Сдача задач домашних контрольных работ. (1 занятие.)
8. Электрическое поле при наличии диэлектриков. (2 занятия.)
9. Емкость. Конденсаторы. Энергия электростатического поля. (3 занятия.)
10. Контрольная работа. (1 занятие.)
11. Постоянный ток. Сопротивление. Квазистационарные (переходные) процессы. (3 занятия.)
12. Электрический ток в различных средах. (2 занятия.)

13. Магнитное поле в вакууме. Расчет магнитного поля токов и систем токов. (3 занятия.)
14. Работа магнитного поля. (1 занятие.)
15. Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях. Эффект Холла. (1 занятие.)
16. Магнитное поле при наличии магнетиков. (1 занятие.)
17. Сдача задач домашних контрольных работ. (1 занятие.)
18. Электромагнитная индукция. Индуктивность. Энергия магнитного поля. Вектор Пойнтинга (3 занятия.)
19. Контрольная работа. (1 занятие.)
20. Цепи переменного тока. (2 занятия.)

Закон Кулона. Поле систем дискретных зарядов и непрерывно распределенных зарядов. Теорема Гаусса (4 занятия)

1. Что такое электрический заряд? Какие свойства электрического заряда Вы знаете?
2. В чем суть теорий далеко- и близкодействия? Каковы экспериментальные обоснования теории близкодействия?
3. Дайте определение понятия «напряженность электростатического поля»!
4. Какой заряд называют пробным? Всегда ли пробный заряд должен быть малым зарядом?
5. Сформулируйте закон Кулона. Запишите его в скалярной и векторной формах. Каковы границы применимости закона Кулона?
6. Сформулируйте принцип суперпозиции для взаимодействия точечных зарядов.

7. Запишите закон Кулона в системах СИ и СГСЭ. Как строится система СИ в отношении электромагнитных величин, каковы принципы построения системы СГСЭ?

8. Два заряда q_1 и q_2 находятся в точках с радиус-векторами \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 . Напишите выражение для вектора силы \mathbf{F}_{12} , действующей на второй заряд со стороны первого.

9. Какой физический смысл имеют выражения:

$$\text{а). } \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq 3}}^N q_3 q_i (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_i) / |\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_i|^3 :$$

$$\text{б). } \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\substack{i,k=1 \\ i \neq k}}^N q_i q_k (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k) / |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k|^3 ?$$

114

10. Точечный заряд q находится в начале координат. Напишите выражение для напряженности поля \mathbf{E} заряда. Ответ выразите через:

а). радиус-вектор точки \mathbf{r} ; б). декартовы координаты x, y, z . Напишите также выражения для E_x, E_y, E_z .

11. N зарядов q_1, q_2, \dots, q_N расположены в точках с радиус-векторами $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N$. Написать выражения для напряженности поля \mathbf{E} в точке с радиус-вектором \mathbf{r} и для модуля этой напряженности.

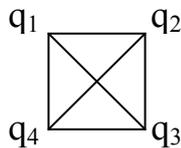
12. Вычислите отношение электростатической и гравитационной сил взаимодействия между двумя электронами, между двумя протонами. Почему за процессы, происходящие в масштабах Вселенной, отвечают не кулоновские, а значительно более слабые гравитационные силы?
 $[\sim 4 \cdot 10^{42}; \sim 10^{36}]$

13. Два точечных заряда одинаковой величины q находятся на расстоянии a друг от друга. Куда следует поместить точечный заряд q' , чтобы система находилась в равновесии? Найдите величину q' . [$q' = -q/4$]

14. Три одинаковых точечных заряда q расположены в вершинах равностороннего треугольника, а точечный заряд q' – в центре треугольника.

При какой величине заряда q' система находится в равновесии? Устойчиво ли это равновесие? [$q' = -q/(3)^{1/2}$]

15. Четыре заряда $q_1 = -1$ мкКл, $q_2 = -2$ мкКл, $q_3 = -3$ мкКл и $q_4 = -4$ мкКл расположены в вершинах квадрата со стороной 0,1 м. В центр квадрата помещен заряд $q_5 = 5$ мкКл. Найти силу, действующую на центральный заряд. [40 Н]



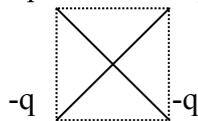
16. Положительный точечный заряд 50 мкКл находится на плоскости XY в точке с радиус-вектором $\mathbf{r}_0 = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$, где \mathbf{i} и \mathbf{j} – орты осей X и Y. Найти напряженность электрического поля и ее модуль в точке с радиус-вектором

$\mathbf{r} = 8\mathbf{i} - 5\mathbf{j}$. Здесь \mathbf{r}_0 и \mathbf{r} – в метрах. [$\mathbf{E} = 2700\mathbf{i} - 3600\mathbf{j}$; $E = 4500$ В/м]

115

17. В вершинах квадрата с диагональю $2L$ находятся точечные заряды q и $-q$, как показано на рисунке. Найти модуль напряженности электрического поля в точке, отстоящей на расстояние x от центра квадрата и расположенной симметрично относительно вершин квадрата.

$+q$ $+q$ [$E = L \cos 45^\circ q / (\pi\epsilon_0 [L^2 + x^2]^{3/2})$]



18. Положительный заряд q равномерно распределен по тонкому кольцу радиуса R . Найдите напряженность электрического поля на оси кольца как функцию расстояния x от его центра. [$E = qx / (4\pi\epsilon_0 [R^2 + x^2]^{3/2})$]

19. Найти модуль и направление напряженности поля \mathbf{E} :

а). в центре кольца радиуса a , по которому равномерно распределен положительный заряд q , в кольце сделана прорезь ширины $b \ll a$;

б). в центре сферы радиуса a , по поверхности которой равномерно распределен положительный заряд q , в сфере сделано маленькое отверстие площади $S \ll a^2$. [$E = qb / (8\pi^2\epsilon_0 a^3)$; $E = qS / (16\pi^2\epsilon_0 a^4)$]

20. Тонкое полукольцо радиуса 20см заряжено равномерно зарядом 0,7 нКл. Найти напряженность электрического поля в центре кривизны этого полукольца. [$E=q/(2\pi^2\epsilon_0R^2)=100$ В/м]

21. Находящийся в вакууме тонкий прямой стержень длины 2а заряжен равномерно зарядом q. Найти модуль напряженности электрического поля как функцию расстояния r от центра стержня до точки прямой,

а). перпендикулярной к стержню и проходящей через его центр;

б). совпадающей с осью стержня, если $r > a$.

Исследовать полученные выражения при $r \gg a$.

[а). $E=q/(2\pi\epsilon_0r[4r^2 - 4a^2]^{1/2})$; б). $E=q/(4\pi\epsilon_0[r^2 - a^2])$]

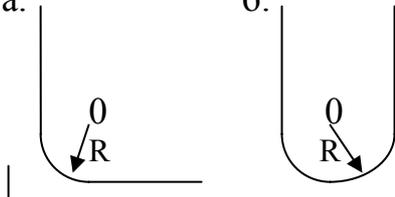
22. Система состоит из тонкого заряженного проволочного кольца радиуса R и очень длинной равномерно заряженной нити, расположенной по оси кольца так, что один из ее концов совпадает с центром кольца. Последнее имеет заряд q. На единицу длины нити приходится заряд λ . Найти силу взаимодействия кольца и нити. [$E=q\lambda/(4\pi\epsilon_0R)$]

116

23. Очень длинная прямая равномерно заряженная нить имеет заряд λ на единицу длины. Найти модуль и направление напряженности электрического поля в точке, которая отстоит от нити на расстояние u и находится на перпендикуляре к нити, проходящем через один из ее концов. [$E=\lambda(2)^{1/2}/(4\pi\epsilon_0u)$, под углом 45° к нити]

24. Равномерно заряженная нить, на единицу длины которой приходится заряд λ , имеет конфигурации, показанные на рисунке. Радиус закругления R значительно меньше длины нити. Воспользовавшись результатом решения предыдущей задачи, найти модуль напряженности электрического поля в точке O для конфигураций (а) и (б).

а. б. [а). $E=\lambda(2)^{1/2}/(4\pi\epsilon_0R)$; б). $E=0$]



25. Две длинные параллельные нити равномерно заряжены каждая с линейной плотностью 0,50 мкКл/м. Расстояние между нитями 45 см. Найти максимальное значение модуля напряженности электрического поля в плоскости симметрии этой системы, расположенной между нитями. [$E_{\max}=\lambda/(\pi\epsilon_0L)=40$ кВ/м]

26. С какой силой отталкиваются друг от друга половинки проводящего шара радиуса R , которому сообщен заряд q ? [$F = \sigma^2 \pi R^2 / (2\epsilon_0)$]

27. Два взаимно перпендикулярных бесконечно длинных прямолинейных проводника, несущих равномерно распределенные заряды с линейными плотностями λ_1 и λ_2 , находятся на расстоянии a друг от друга. Найти силу взаимодействия между проводниками.

Ответ получить с помощью метода размерностей и прямым расчетом, основанном на законе Кулона и принципе суперпозиции. [$F = \lambda_1 \lambda_2 / (2\epsilon_0)$]

28. Сформулируйте теорему Гаусса для векторов \mathbf{D} и \mathbf{E} в системах СИ и СГСЭ.

29. Найдите напряженность поля, создаваемого заряженной проводящей сферой, равномерно заряженным шаром, равномерно заряженной бесконечной плоскостью, равномерно заряженной бесконечной нитью, напряженность поля у поверхности заряженного проводника. Найдите поле плоского конденсатора.

117

30. Электрическое поле создано двумя параллельными бесконечными заряженными плоскостями с поверхностными плотностями заряда $0,4$ мкКл/м² и $0,1$ мкКл/м². Определите напряженность поля, созданного этими плоскостями. Изобразите картину силовых линий. [вне обкладок 28250 В/м; между обкладками 16950 В/м]

31. На пластинах плоского воздушного конденсатора находится заряд 10 нКл. Площадь каждой пластины конденсатора равна 100 см². Определить силу, с которой притягиваются пластины. Граничными эффектами пренебречь. [$5,65 \cdot 10^{-4}$ Н]

32. Электрическое поле создано бесконечной плоскостью, заряженной с поверхностной плотностью 400 нКл/м², и бесконечной прямой нитью, заряженной с линейной плотностью 100 нКл/м. На расстоянии 10 см от нити находится точечный заряд 10 нКл. Определите модуль и направление силы, действующей на заряд, если заряд и нить лежат в одной плоскости, параллельной заряженной плоскости. [$2,89 \cdot 10^{-4}$ Н; $51,5^\circ$]

33. Определите напряженность электрического поля:

а). внутри и вне равномерно заряженного бесконечного цилиндра радиуса R , если объемная плотность заряда внутри цилиндра равна ρ ;

б). внутри и вне бесконечной равномерно заряженной пластины толщины h , если объемная плотность заряда в пластине ρ .

Диэлектрическая проницаемость всюду равна единице.

[а). $E=\rho r/(2\varepsilon_0)$ при $r<R$; $E=\rho R^2/(2\varepsilon_0 r)$ при $r\geq R$; б). $E=\rho x/\varepsilon_0$ при $x<h/2$; $E=\rho h/(2\varepsilon_0)$ при $x\geq h/2$]

34. Внутри шара, заряженного с объемной плотностью ρ , находится сферическая полость, центр которой смещен относительно центра шара на расстояние, характеризующееся вектором \mathbf{a} . Найти напряженность \mathbf{E} поля внутри полости.

[$\mathbf{E}=\rho\mathbf{a}/(3\varepsilon_0)$]

35. Напряженность электрического поля зависит только от координат x и y по закону $\mathbf{E}=\mathbf{a}(x\mathbf{i}+y\mathbf{j})/(x^2+y^2)$, где \mathbf{a} – постоянная, \mathbf{i} и \mathbf{j} – орты осей x и y . Найти поток вектора \mathbf{E} через сферу радиуса R с центром в начале координат. [$\Phi=4\pi aR$]

118

36. Шар радиуса R имеет положительный заряд, объемная плотность которого зависит только от расстояния r до его центра как $\rho=\rho_0(1-r/R)$, где ρ_0 – постоянная. Полагая, что диэлектрическая проницаемость всюду равна единице, найти:

а). модуль напряженности электрического поля внутри и вне шара как функцию r ;

б). максимальное значение модуля напряженности E_{\max} и соответствующее ему значение r_m . [а). $E=\rho_0 r/\varepsilon_0(1/3-r/4R)$ при $r<R$; $E=\rho_0 R^3/(12\varepsilon_0 r^2)$ при $r\geq R$; б). $E_{\max}=\rho_0 R/(9\varepsilon_0)$]

37. Система состоит из шара радиуса R , заряженного сферически симметрично, и окружающей среды, заполненной зарядом с объемной плотностью $\rho=\alpha/r$, где α – постоянная, r – расстояние от центра шара. Найти заряд шара, при котором модуль напряженности электрического поля вне шара не зависит от r . Чему равна эта напряженность? Диэлектрическая проницаемость всюду равна единице.

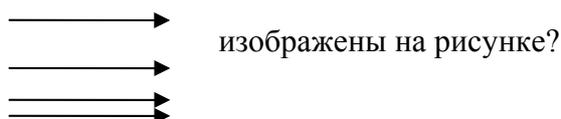
[$q=2\pi\alpha R^2$; $E=\alpha/(2\varepsilon_0)$]

38. С какой силой расталкиваются равномерно заряженные грани куба, тетраэдра? Поверхностная плотность заряда граней σ , длина ребра a .

[для куба: $F=\sigma^2 a^2/(2\varepsilon_0)$; для тетраэдра: $F=(3)^{1/2}\sigma^2 a^2/(8\varepsilon_0)$]

Потенциал. Работа электростатического поля. (2 занятия.)

1. Дайте определение потенциала электрического поля.
2. Может ли быть электростатическим поле, силовые линии которого



3. Проводящему шару радиуса R сообщен заряд q . Какой потенциал создает данная система в точке, находящейся на расстоянии r от центра шара. Рассмотрите случаи $r < R$ и $r > R$.
4. На расстоянии r от центра проводящей сферы радиуса R ($r > R$) расположен точечный заряд q . Чему равен потенциал точки, расположенной внутри сферы на расстоянии r от ее центра?
5. Найти потенциал электрического поля в центре полусферы радиуса R , заряженной равномерно с поверхностной плотностью σ .
6. Маленький металлический шарик заряжен до потенциала $\varphi_1 = 1\text{В}$. Его вносят внутрь большой металлической полости, заряженной до потенциала $\varphi_2 = 10\text{кВ}$, и прикасаются шариком к поверхности сферы. Заряд с маленького шарика переходит на сферу.

Объяснить кажущееся противоречие: переход положительного заряда произошел в направлении от более низкого потенциала к более высокому, тогда как должно происходить как раз обратное.

7. Имеются два тонких проволочных кольца радиуса R каждое, оси которых совпадают. Заряды колец равны q и $-q$. Найти разность потенциалов между центрами колец, отстоящими друг от друга на расстояние L , если $R=30$ см, $L=52$ см и $q=0,40$ мкКл. [12 кВ]

8. Бесконечно длинная прямая нить заряжена равномерно с линейной плотностью $0,40$ мкКл/м. Вычислить разность потенциалов точек 1 и 2, если точка 2 находится дальше от нити, чем точка 1, в $\eta=2$ раза. [$5 \cdot 10^3$ В]

9. Тонкое кольцо радиуса $R=25$ см имеет заряд $q=5,0$ мкКл, неравномерно распределенный по кольцу. Найти работу электрических сил при перемещении точечного заряда $q=10$ мкКл из центра кольца по произвольному пути в точку, находящуюся на оси кольца на расстоянии $L=50$ см от его центра. [99,5 мДж]

120

10. Находящаяся в вакууме круглая тонкая пластинка радиуса R равномерно заряжена с поверхностной плотностью σ . Найти потенциал и напряженность электрического поля на оси пластинки как функцию расстояния L от ее центра. Исследовать полученные выражения при $L \rightarrow 0$ и $L \gg R$. [$\varphi = \sigma L / (2\epsilon_0) \{ (1 + R^2/L^2)^{1/2} - 1 \}$, $E = \sigma / (2\epsilon_0) \{ 1 - L / (L^2 + R^2)^{1/2} - 1 \}$]

11. Заряд q распределен равномерно по объему шара радиуса R . Полагая диэлектрическую проницаемость всюду равной единице, найти потенциал:

а). в центре шара;

б). внутри шара как функцию расстояния r от его центра.

[$\varphi_0 = 3q / (8\pi\epsilon_0 R)$, $\varphi = \varphi_0 (1 - r^2 / (3R^2))$ при $r \leq R$]

12. Тонкий стержень длины L равномерно заряжен с линейной плотностью заряда λ . Найти потенциал, создаваемый зарядом стержня :

а). в точке, расположенной симметрично относительно его концов на расстоянии r от центра стержня;

б). в точке, расположенной на оси стержня на расстоянии $r > L$ от одного из его концов.

[а). $\varphi = \lambda / (2\pi\epsilon_0) \cdot \ln |\operatorname{tg}(\alpha_{\max} / 2 + \pi / 4)|$; б). $\varphi = \lambda / (4\pi\epsilon_0) \cdot \ln r / (r - L)$]

13. Найти напряженность электрического поля, потенциал которого имеет вид $\varphi = \mathbf{a} \cdot \mathbf{r}$, где \mathbf{a} - постоянный вектор, \mathbf{r} - радиус-вектор точки поля. [$\mathbf{E} = -\mathbf{a}$]

14. Определить напряженность электрического поля, потенциал которого зависит от координат x, y по закону:

а). $\varphi = a(x^2 - y^2)$; б). $\varphi = axy$,

где a - постоянная. Изобразить примерный вид этих полей с помощью линий вектора \mathbf{E} (в плоскости xy). [а). $\mathbf{E} = -2a(x\mathbf{i} - y\mathbf{j})$; б). $\mathbf{E} = -a(y\mathbf{i} + x\mathbf{j})$]

15. Потенциал электрического поля имеет вид $\varphi = \alpha(xy - z^2)$, где α - постоянная. Найти проекцию напряженности электрического поля в точке $M(2, 1, -3)$ на направление вектора $\mathbf{a} = \mathbf{i} + 3\mathbf{k}$. [-6α]

16. Найти потенциал следующих электростатических полей:

а). $\mathbf{E} = a(y\mathbf{i} + x\mathbf{j})$;

$\mathbf{E} = 2axy\mathbf{i} + a(x^2 - y^2)\mathbf{j}$;

в). $\mathbf{E} = ay\mathbf{i} + (ax + bz)\mathbf{j} + by\mathbf{k}$.

Здесь a и b - постоянные, $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ - орты осей x, y, z .

[а). $\varphi = -axy + \text{const}$; б). $\varphi = ay(y^2/3 - x^2) + \text{const}$; в). $\varphi = -y(ax + bz) + \text{const}$]

121

17. Потенциал поля в некоторой области пространства зависит только от координаты x как $\varphi = -ax^3 + b$, где a и b - некоторые постоянные. Найти распределение объемного заряда $\rho(x)$.

[$\rho(x) = 6ax\epsilon_0$]

18. Между двумя большими параллельными пластинами, отстоящими друг от друга на расстояние d , находится равномерно распределенный объемный заряд. Разность потенциалов пластин равна $\Delta\varphi$. При каком значении объемной плотности ρ заряда напряженность поля вблизи одной из пластин будет равна нулю? Какова будет при этом напряженность поля у другой пластины?

[$\rho = 2\epsilon_0 \Delta\varphi/d^2$; $E = \rho d/\epsilon_0$]

19. Потенциал поля внутри заряженного шара зависит только от расстояния до его центра как $\varphi = ar^2 + b$, где a и b - некоторые постоянные. Найти распределение объемного заряда $\rho(r)$ внутри шара. [$\rho = -6a\epsilon_0$]

20. Три небольших одинаковых незаряженных металлических шарика находятся в вершинах равностороннего треугольника. Шарики поочередно по одному разу соединяют с удаленным большим заряженным проводящим шаром, центр которого находится на перпендикуляре, вос-

становленном к плоскости треугольника и проходящем через центр последнего. В результате на первом шарике оказался заряд q_1 , на втором - заряд q_2 .

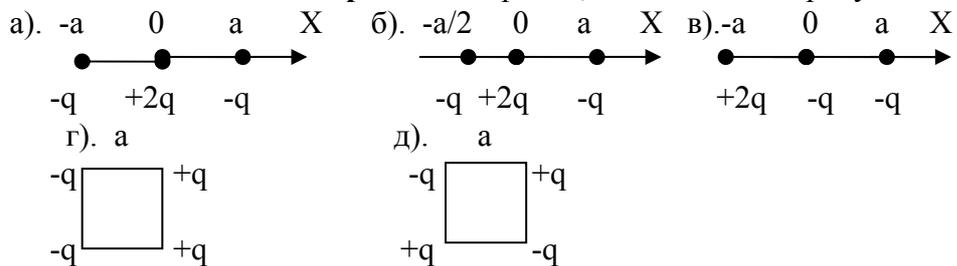
Определите заряд q_3 третьего шарика. [$q_3 = q_2^2 / q_1$]

122

Электрический диполь. (1 занятие.)

1. Заряды q и $-q$ находятся в точках 1 и 2 с радиус-векторами \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 .
Написать выражение для дипольного момента \mathbf{p} этой системы зарядов.
Как направлен вектор \mathbf{p} ?

2. Найти дипольные моменты \mathbf{p} систем зарядов, показанных на рисунке.

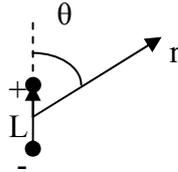


3. Расположенный на оси X тонкий стержень длины $2a$ заряжен равномерно с линейной плотностью λ . Найти электрический дипольный момент \mathbf{p} стержня относительно:

а). левого конца, б). середины, в). правого конца стержня.

[а). $\mathbf{p} = 2\lambda a^2 \mathbf{i}$; б). $\mathbf{p} = 0$; в). $\mathbf{p} = -2\lambda a^2 \mathbf{i}$]

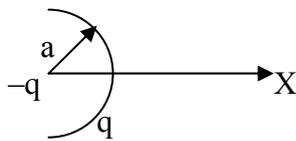
4. Решить предыдущую задачу для случая, когда линейная плотность заряда изменяется по закону $\lambda=kx$ (k – константа, начало координат помещается в середину стержня). [а), б), в). $\mathbf{p}= 2ka^3/3 \cdot \mathbf{i}$]
5. Три точечных заряда q_1, q_2, q_3 образуют электрически нейтральную систему, причем $q_1= q_2= 10$ нКл. Заряды расположены в вершинах равностороннего треугольника. Определить максимальные значения напряженности и потенциала поля, создаваемого этой системой зарядов, на расстоянии 1м от центра треугольника, длина стороны которого равна 10 см. [$E_{\max}=3,12$ В/м; $\varphi_{\max}=1,56$ В]
6. Две параллельные тонкие нити равномерно заряжены с линейной плотностью λ и $-\lambda$.



Расстояние между нитями L . Найти потенциал и модуль напряженности электрического поля на расстоянии $r \gg L$ под углом θ к вектору L . [$\varphi \approx \lambda L \cos\theta / (2\pi\epsilon_0 r)$; $E \approx \lambda L / (2\pi\epsilon_0 r^2)$]

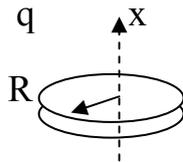
123

7. Система состоит из заряда $q > 0$, равномерно распределенного по полуокружности радиуса a , в центре которой находится точечный заряд $-q$. Найти:



- а). электрический дипольный момент этой системы;
 б). модуль напряженности электрического поля на оси X системы на расстоянии $r \gg a$ от нее.
 [$p=2qa/\pi$; $E= qa/\pi^2 \epsilon_0 r^3$]

8. Два коаксиальных кольца, каждое радиуса R , из тонкой проволоки находятся на

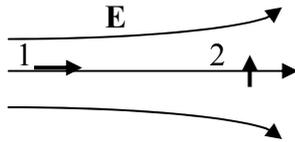


расстоянии L друг от друга ($L \ll R$) и имеют заряды q и $-q$. Найти потенциал и напряженность электрического поля на оси системы как функцию координаты x . Изобразить на одном рисунке примерные графики полученных зависимостей. Исследовать эти функции при $|x| \gg R$.

$$[\varphi=q|x/\{4\pi\epsilon_0(R^2+x^2)^{3/2}\}; E_x = -q|(R^2-2x^2)/\{4\pi\epsilon_0(R^2+x^2)^{5/2}\}]$$

9. Диполь с электрическим моментом $p=2$ нКл·м находится в однородном электрическом поле напряженностью $E=30$ кВ/м. Вектор \mathbf{p} составляет угол $\alpha_0=60^\circ$ с направлением силовых линий поля. Определить произведенную внешними силами работу поворота диполя на угол $\beta=30^\circ$. [в сторону уменьшения угла $-21,9$ мкДж, в сторону увеличения 30 мкДж]

10. Какую работу против сил электрического поля надо совершить, чтобы перенести



диполь с электрическим моментом p из положения 1, где напряженность поля равна E_1 , в положение 2 с напряженностью E_2 и повернуть его при этом на 90° ? [$A=pE_1$]

124

11. Диполь с электрическим моментом \mathbf{p} находится на расстоянии r от длинной нити, заряженной равномерно с линейной плотностью λ .

Найти силу \mathbf{F} , действующую на диполь, если вектор \mathbf{p} ориентирован:

а). вдоль нити;

б). по радиус-вектору \mathbf{r} ;

в). перпендикулярно к нити и радиус-вектору \mathbf{r} .

[а). $\mathbf{F}=0$; б). $\mathbf{F} = -\lambda\mathbf{p}/(2\pi\epsilon_0 r^2)$; в). $\mathbf{F} = \lambda\mathbf{p}/(2\pi\epsilon_0 r^2)$]

12. Найти силу взаимодействия двух молекул воды, отстоящих друг от друга на расстояние 10 нм, если их электрические моменты ориентированы вдоль одной и той же прямой. Момент каждой молекулы $0,62 \cdot 10^{-29}$ Кл·м. [$F = 3p^2/(2\pi\epsilon_0 r^4) = 2,1 \cdot 10^{-16}$ Н]

Электростатическая индукция. Электрическое поле при наличии проводников. (2 занятия.)

1. Почему к наэлектризованной расческе притягиваются легкие незаряженные предметы?
2. Всегда ли верно следующее утверждение: «Одноименные заряды отталкиваются, разноименные заряды притягиваются»?
3. Между двумя разноименными точечными зарядами помещают тонкий диэлектрический (проводящий) стержень. Как изменяются силы, действующие на заряды?
4. Между вертикально расположенными пластинами заряженного плоского конденсатора висит на длинной тонкой изолирующей нити незаряженный металлический шарик, причем к одной пластине он расположен ближе, чем к другой. Как будет вести себя этот шарик?
5. Два проводящих шара несут одинаковые заряды. Расстояние между шарами нельзя считать большим по сравнению с их диаметрами. В каком случае сила взаимодействия между шарами (по модулю) больше – когда они заряжены одноименно или разноименно?

125

6. На большой проводящей заряженной плоскости укреплен проводящий стержень. Изобразите примерную картину силовых линий и линий равного потенциала.



7. Точечный заряд помещен в центр незаряженного проводящего шарового слоя. Изобразите картину силовых линий. Рассмотрите также случай, когда заряд смещен относительно центра шарового слоя, оставаясь при этом в пределах внутренней полости.
8. Две концентрические проводящие сферы радиусами a и b ($a < b$) несут заряды q_a и q_b , соответственно. Как зависят напряженность электрического поля и потенциал данной системы зарядов от расстояния r , отсчитываемого от центра системы?

9. Точечный заряд $3,4 \text{ нКл}$ находится на расстоянии $2,5 \text{ см}$ от центра O незаряженного сферического слоя проводника, радиусы которого $5,0 \text{ см}$ и $8,0 \text{ см}$. Найти потенциал в точке O . [1кВ]

10. Система состоит из двух концентрических проводящих сфер, причем на внутренней сфере радиуса a находится положительный заряд q_1 . Какой заряд q_2 следует поместить на внешнюю сферу радиуса b , чтобы потенциал внутренней сферы оказался равным нулю? Как будет зависеть при этом потенциал от расстояния r до центра системы? Изобразить примерный график этой зависимости. [$q_2 = -q_1 b/a$; $\varphi = q_1/(4\pi\epsilon_0) \cdot (1/r - 1/a)$ при $a \leq r \leq b$; $\varphi = q_1/(4\pi\epsilon_0) \cdot (1 - b/a)/r$ при $r \geq b$;

11. Металлический шар радиуса r_1 , заряженный до потенциала φ_1 , окружают тонкостенной проводящей сферической оболочкой радиуса r_2 .

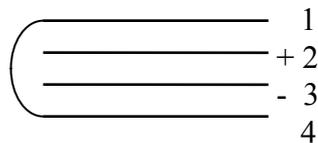
Определите потенциал φ_2 шара после того, как шар будет на некоторое время соединен проводником с оболочкой. [$\varphi_2 = \varphi_1 r_1/r_2$]

12. Точечный заряд q находится между двумя заземленными проводящими концентрическими сферами с радиусами a и b на расстоянии r от центра ($a < r < b$). Найти индуцированные на сферах заряды.

[$q_a = -qa(b-r)/[r(b-a)]$; $q_b = -qb(r-a)/[r(b-a)]$]

126

13. Четыре большие металлические пластины расположены на малом расстоянии d друг от друга. Крайние пластины соединены проводником, а на внутренние пластины подана



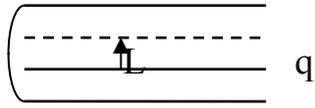
разность потенциалов U . Найти:

а). напряженность электрического поля между пластинами;

б). суммарный заряд на единицу площади каждой пластины.

[а). $E_{23} = \Delta\varphi/d$; $E_{12} = E_{34} = E_{23}/2$; б). $|\sigma_1| = \sigma_4 = \epsilon_0 \Delta\varphi/(2d)$; $\sigma_2 = |\sigma_3| = 3\epsilon_0 \Delta\varphi/(2d)$]

14. Между пластинами коротко замкнутого плоского конденсатора находится металлическая пластина с зарядом q . Пластины переместили на расстояние L . Какой заряд Δq



прошел при этом по закорачивающему проводнику? Расстояние между пластинами конденсатора равно d .

$$[\Delta q = qL/d]$$

15. Две проводящие плоскости 1 и 2 расположены на расстоянии L друг от друга. Между ними на расстоянии x от плоскости 1 находится точечный заряд q . Найти заряды, наведенные на каждой из плоскостей.

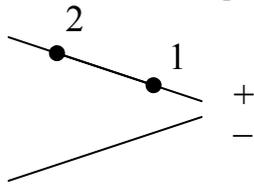
$$[q_1 = -q(L-x)/L; q_2 = -qx/L]$$

16. Найти электрическую силу, которую испытывает заряд, приходящийся на единицу поверхности произвольного проводника, в точке, где поверхностная плотность заряда равна 46 мкКл/м^2 .

$$[dF/dS = \sigma^2 / (2\epsilon_0) = 0,12 \text{ кН/м}^2]$$

127

17. В какой из точек 1 или 2 заряженного конденсатора с непараллельными пластинами поверхностная плотность заряда больше?



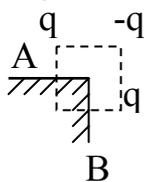
Метод электрических изображений. (1 занятие.)

1. Небольшой шарик висит над горизонтальной проводящей плоскостью на изолирующей упругой нити жесткости k . После того как шарик зарядили, он опустился на x см, и его расстояние до проводящей плоскости стало равным L . Найти заряд шарика. $[q = 0,4L(\pi\epsilon_0 kx)]$

2. Точечный заряд 100 мкКл находится на расстоянии 1,5 см от проводящей плоскости. Какую работу надо совершить против электрических сил, чтобы медленно удалить этот заряд на очень большое расстояние от плоскости? [A=1500Дж]

3. Два точечных заряда, q и -q, расположены на расстоянии L друг от друга и на одинаковом расстоянии L/2 от проводящей плоскости с одной стороны от нее, Найдите модуль электрической силы, действующей на каждый заряд. [F=q²(2^{1/2}-1/2)/(4πε₀L²)]

4. Три разноименных точечных заряда расположены в вершинах квадрата с диагональю 50 см, как показано на рисунке, где точка О- центр квадрата, АОВ- прямой угол, образованный двумя проводящими полуплоскостями.



Найти силу, действующую на заряд -q, если q= 11 мкКл. [F≈7,9Н]

128

5. Точечный заряд 2,00 мкКл находится между двумя проводящими взаимноперпендикулярными полуплоскостями. Расстояние от заряда до каждой полуплоскости 5,0 см. Найдите модуль силы, действующей на заряд. [F=q²(2·2^{1/2}-1)/(32πε₀L²)=3,3 Н]

6. Точечный заряд q находится между двумя металлическими плоскостями, образующими угол 60°. Найдите предел, к которому стремится напряженность электрического поля E, когда точка наблюдения приближается к линии пересечения плоскостей, все время оставаясь между плоскостями. Как изменится результат, если заряд будет не точечным?

[E=0; результат не изменится, если заряд будет не точечным.]

7. Точечный заряд q находится на расстоянии d от центра заземленного проводящего шара радиуса R. С какой силой F притягивается заряд к шару? [F= - q²dR/(4πε₀{d²-R²})]

8. Точечный диполь с электрическим моментом p находится на расстоянии L от проводящей плоскости. Найдите силу, действующую на диполь, если вектор p перпендикулярен плоскости. [F= - 3p²/(32πε₀L⁴)]

9. Точечный заряд q находится на расстоянии L от проводящей плоскости. Определить поверхностную плотность зарядов, индуцированных на плоскости, как функцию расстояния r от основания перпендикуляра, опущенного из заряда на плоскость. [$\sigma = -qL/(2\pi\{L^2+r^2\}^{3/2})$; $q_{\text{инд}} = -q$]

10. Тонкая бесконечно длинная нить имеет заряд λ на единицу длины и расположена параллельно проводящей плоскости. Расстояние между нитью и плоскостью равно L . Найти:

- модуль силы, действующей на единицу длины нити;
- распределение поверхностной плотности заряда $\sigma(x)$ на плоскости (здесь x – расстояние от прямой на плоскости, где σ имеет максимальное значение). [| а). $|F_1| = \lambda^2/(4\pi\epsilon_0 L)$; б). $\sigma(x) = -\lambda L/(\pi\{L^2+x^2\})$.]

11. Очень длинная нить ориентирована перпендикулярно к проводящей плоскости и не доходит до этой плоскости на расстояние L . Нить заряжена равномерно с линейной плотностью λ . Пусть точка O – след нити на плоскости. Найти поверхностную плотность индуцированного заряда на плоскости:

- в точке O ;
 - в зависимости от расстояния r до точки O .
- [а). $\sigma = \lambda/(2\pi L)$; б). $\sigma(r) = -\lambda L/(2\pi\{L^2+r^2\}^{1/2})$.]

129

Электрическое поле при наличии диэлектриков (2 занятия.)

1. В воде электрическое поле напряженности $1,0$ кВ/см создает поляризацию, эквивалентную правильной ориентации только одной из N молекул. Найти N . Электрический момент молекулы воды равен $0,62 \cdot 10^{-29}$ Кл·м. [$N = n_0 p / ((\epsilon - 1) E \epsilon_0) \approx 3000$, где n_0 – концентрация молекул.]

2. Неполарная молекула с поляризуемостью β находится на большом расстоянии L от полярной молекулы с электрическим моментом p . Найти модуль силы взаимодействия этих молекул, если вектор p ориентирован вдоль прямой, проходящей через обе молекулы. [$|F| = 3p^2\beta/(4\pi^2\epsilon_0 L^7)$.]

3. На оси тонкого равномерно заряженного кольца радиусом R находится неполярная молекула. На каком расстоянии x от центра кольца модуль силы F , действующей на данную молекулу,

- равен нулю;
- имеет максимальное значение?

Изобразить примерный график $F_x(x)$.

[а). $x_0=R/(2)^{1/2}$; б). $x_1=0,29R$ (отталкивание); $x_2=1,1R$ (притяжение).]

4. Точечный сторонний заряд q находится в центре шара из однородного диэлектрика с проницаемостью ϵ . Найти поляризованность \mathbf{P} как функцию радиус-вектора \mathbf{r} относительно центра шара, а также связанный заряд q' внутри сферы, радиус которой меньше радиуса шара.

[$\mathbf{P} = (\epsilon-1)q/(\epsilon 4\pi r^3) \cdot \mathbf{r}$; $q' = -(\epsilon-1)q/\epsilon$.]

5. Точечный сторонний заряд q находится в центре диэлектрического шара радиуса a с проницаемостью ϵ_1 . Шар окружен безграничным диэлектриком с проницаемостью ϵ_2 . Найти поверхностную плотность связанных зарядов на границе раздела этих диэлектриков.

[$\sigma = q(\epsilon_1 - \epsilon_2)/(4\pi a^2 \epsilon_1 \epsilon_2)$.]

6. Показать, что на границе однородного диэлектрика с проводником поверхностная плотность связанных зарядов $\sigma' = -\sigma(\epsilon - 1)/\epsilon$, где ϵ – диэлектрическая проницаемость, σ – поверхностная плотность зарядов на проводнике.

130

7. Проводник произвольной формы, имеющий заряд $2,5$ мкКл, окружен слоем однородного диэлектрика с проницаемостью $5,0$. Найти суммарные поверхностные связанные заряды на внутренней и наружной поверхностях диэлектрика. [$q_{\text{внутр}} = -q_{\text{наруж}} = -q(\epsilon-1)/\epsilon = -2,0$ мкКл.]

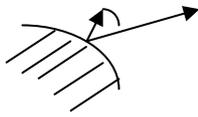
8. Однородный диэлектрик имеет вид сферического слоя с радиусами a и b , причем $a < b$. Изобразить примерные графики модуля напряженности электрического поля E и потенциала ϕ как функций расстояния r от центра системы, если диэлектрик имеет положительный сторонний заряд, распределенный равномерно:

а). по внутренней поверхности слоя;

б). по объему слоя.

9. Вблизи точки A границы раздела стекло – вакуум напряженность электрического поля

\mathbf{n} \mathbf{E}_0
 α_0
 A
 ϵ



в вакууме $E_0 = 10,0$ В/м, причем угол между вектором E_0 и нормалью n к границе раздела $\alpha_0 = 30^\circ$. Найти напряженность E поля в стекле вблизи точки A , угол α между векторами E и n , а также поверхностную плотность связанных зарядов в точке A .

$$[E = (E_0/\epsilon)(\cos^2\alpha_0 + \epsilon^2 \sin^2\alpha_0)^{1/2} = 5,2 \text{ В/м}; \operatorname{tg}\alpha = \epsilon \operatorname{tg}\alpha_0, \alpha = 74^\circ; \\ \sigma = \epsilon_0(1-1/\epsilon)E_0 \cos\alpha_0 = 64 \text{ пКл/м}^2.]$$

10. Бесконечно большая пластина из однородного диэлектрика с проницаемостью ϵ заряжена равномерно сторонним зарядом с объемной плотностью ρ . Толщина пластины $2d$. Найти:

а). модуль напряженности электрического поля и потенциал как функцию расстояния L от середины пластины (потенциал в середине пластины положить равным нулю); взяв ось x перпендикулярно к пластине, изобразить примерные графики зависимостей проекции $E_x(x)$ и потенциала $\varphi(x)$;

б). поверхностную и объемную плотности связанного заряда.

$$[a). E(L < d) = \rho L / (\epsilon \epsilon_0), E(L > d) = \rho d / \epsilon_0; \varphi(L \leq d) = -\rho L^2 / (2\epsilon \epsilon_0), \\ \varphi(L \geq d) = -(0,5d/\epsilon + L-d)\rho d / \epsilon_0; б). \sigma = \rho d(\epsilon-1)/\epsilon, \rho' = -\rho(\epsilon-1)/\epsilon.]$$

131

11. Сторонние заряды равномерно распределены с объемной плотностью $\rho > 0$ по шару радиуса R из однородного изотропного диэлектрика с проницаемостью ϵ . Найти:

а). модуль напряженности электрического поля как функцию расстояния r от центра шара; изобразить примерные графики зависимостей $E(r)$ и $\varphi(r)$;

б). объемную и поверхностную плотности связанных зарядов.

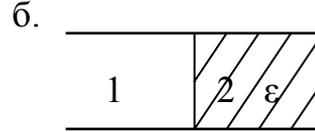
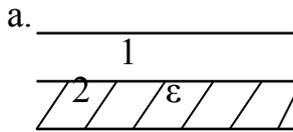
$$[a). E(r < R) = \rho r / (3\epsilon \epsilon_0), E(r > R) = \rho R^3 / (3\epsilon_0 r^2); б). \rho' = -\rho(\epsilon-1)/\epsilon, \sigma' = \rho R(\epsilon-1)/(3\epsilon).]$$

12. При некоторых условиях поляризованность безграничной незаряженной пластины из диэлектрика имеет вид $\mathbf{P} = \mathbf{P}_0(1 - x^2/d^2)$, где \mathbf{P}_0 – вектор, перпендикулярный к пластине, x – расстояние от середины пластины, d – ее полутолщина. Найти напряженность электрического поля внутри пластины и разность потенциалов между ее поверхностями.

$$[E = -\mathbf{P}_0(1-x^2/d^2)/\epsilon_0, U = 4P_0d/(3\epsilon_0).]$$

13. Первоначально пространство между обкладками плоского конденсатора заполнено воздухом и напряженность поля в зазоре равна E_0 . Затем

половину зазора, как показано на рисунках а) и б), заполнили однородным изотропным диэлектриком с проницаемостью ϵ .



Найти модули векторов \mathbf{E} и \mathbf{D} в обеих частях зазора (1 и 2), если при введении диэлектрика:

- а). напряжение между обкладками не менялось;
- б). заряды на обкладках оставались неизменными.

Ответить на поставленные вопросы для случаев, приведенных на рисунках а) и б).

[а). $U = \text{const}$, $E_1 = 2\epsilon E_0 / (\epsilon + 1)$, $E_2 = 2E_0 / (\epsilon + 1)$, $D_1 = D_2 = 2\epsilon\epsilon_0 E_0 / (\epsilon + 1)$; $q = \text{const}$, $E_1 = E_0$, $E_2 = E_0 / \epsilon$, $D_1 = D_2 = \epsilon_0 E_0$; б). $U = \text{const}$, $E_1 = E_2 = E_0$, $D_1 = D_0 = \epsilon_0 E_0$, $D_2 = \sigma_2 = \epsilon\epsilon_0 E_0$; $q = \text{const}$, $E_1 = E_2 = 2E_0 / (\epsilon + 1)$, $D_1 = 2\epsilon_0 E_0 / (\epsilon + 1)$, $D_2 = 2\epsilon\epsilon_0 E_0 / (\epsilon + 1)$.]

14. Точечный заряд q находится в вакууме на расстоянии L от плоской поверхности однородного изотропного диэлектрика, заполняющего все

132

полупространство. Проницаемость диэлектрика равна ϵ . Найти:

- а). поверхностную плотность связанных зарядов как функцию расстояния r от точечного заряда q ; рассмотреть случай $L \rightarrow 0$;
- б). суммарный связанный заряд на поверхности диэлектрика.

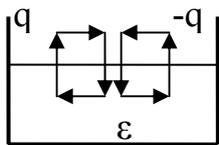
[а). $\sigma = -qL(\epsilon - 1) / (2\pi r^3(\epsilon + 1))$; б). $q = -q(\epsilon - 1) / (\epsilon + 1)$.]

15. Воспользовавшись условием и решением предыдущей задачи, найти модуль силы, действующей на заряд q со стороны связанных зарядов на поверхности диэлектрика. [$F = q^2(\epsilon - 1) / (16\pi\epsilon_0 L^2(\epsilon + 1))$.]

16. Небольшой проводящий шарик, имеющий заряд q , находится в однородном изотропном диэлектрике с проницаемостью ϵ на расстоянии L от безграничной плоской границы, отделяющей диэлектрик от вакуума. Найти поверхностную плотность связанных зарядов на границе диэлектрик – вакуум как функцию расстояния r от шарика. Исследовать полученный результат при $L \rightarrow 0$. [$\sigma = qL(\epsilon - 1) / (2\pi r^3\epsilon(\epsilon + 1))$.]

17. Полупространство, заполненное однородным изотропным диэлектриком с проницаемостью ϵ , ограничено проводящей плоскостью. На расстоянии L от этой плоскости в диэлектрике находится небольшой металлический шарик, имеющий заряд q . Найти поверхностную плотность связанных зарядов на границе с проводящей плоскостью как функцию расстояния r от шарика. [$\sigma' = qL(\epsilon-1)/(2\pi r^3)$.]

18. Взяв два разноименных заряда сблизим их в воздухе, затем одновременно опустим в воду и раздвинем под водой. Снова поднимем в воздух в прежние положения и повторим процесс сначала. При этом работа, полученная при сближении, больше той, которая затрачивается при раздвигании, так как силы электрического взаимодействия в воздухе больше, чем в воде.

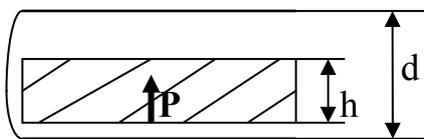


Получен вечный двигатель первого рода? Где ошибка в рассуждениях?

19. Пластина толщины h из однородного статически поляризованного диэлектрика находится внутри плоского конденсатора, обкладки

133

которого соединены между собой



проводником. Поляризованность диэлектрика равна P . Расстояние между обкладками конденсатора d . Найти векторы E и D внутри и вне пластины. [$E_1 = Ph/(\epsilon_0 d)$ (в зазоре), $E_2 = -(1-h/d)P/\epsilon_0$, $D_1 = D_2 = Ph/d$.]

Електроемкость. Конденсаторы. Энергия электростатического поля (3 занятия.)

1. Оцените электроемкость человеческого тела. [$2,8 \cdot 10^{-11} \text{Ф}$.]

2. Найти емкость шарового проводника радиуса 100 мм, окруженного прилегающим к нему концентрическим слоем однородного диэлектрика с проницаемостью 6,0 и наружным радиусом 200 мм. [19 пФ.]

3. К источнику с э.д.с. 100 В подключили последовательно два воздушных конденсатора, каждый емкости 40 пФ. Затем один из конденсаторов заполнили однородным диэлектриком с проницаемостью 3,0. Во сколько раз уменьшилась напряженность электрического поля в этом конденсаторе? Какой заряд пройдет через источник?
 $[E_2/E_2' = \epsilon q/q' = 2; \Delta q = \epsilon C(\epsilon/(\epsilon+1) - 1/2) = 10^{-9} \text{ Кл.}]$

4. Пространство между обкладками плоского конденсатора заполнено последовательно двумя диэлектрическими слоями 1 и 2 с толщинами d_1 и d_2 и с проницаемостями ϵ_1 и ϵ_2 . Площадь каждой обкладки равна S . Найти:

- а). емкость конденсатора;
 - б). плотность σ связанных зарядов на границе раздела диэлектрических слоев, если напряжение на конденсаторе равно U и электрическое поле направлено от слоя 1 к слою 2.
- [а). $C = \epsilon_0 S / (d_1/\epsilon_1 + d_2/\epsilon_2)$; б). $\sigma' = \epsilon_0 U(\epsilon_1 - \epsilon_2) / (d_2\epsilon_1 + d_1\epsilon_2)$.]

134

5. Зазор между обкладками плоского конденсатора заполнен изотропным диэлектриком, проницаемость ϵ которого изменяется в перпендикулярном к обкладкам направлении по линейному закону от ϵ_1 до ϵ_2 , причем $\epsilon_1 < \epsilon_2$. Площадь каждой обкладки S , расстояние между ними d . Найти:

- а). емкость конденсатора;
 - б). объемную плотность связанных зарядов как функцию ϵ , если заряд конденсатора q и поле \mathbf{E} в нем направлено в сторону возрастания ϵ .
- [а). $C = \epsilon_0(\epsilon_2 - \epsilon_1)S / (d \ln \epsilon_2/\epsilon_1)$; б). $\rho' = -q(\epsilon_2 - \epsilon_1) / (Sd \epsilon^2)$.]

6. В плоском конденсаторе, образованном прямоугольными пластинами со сторонами a и b , расстояние между которыми L , находится диэлектрик с проницаемостью ϵ . Конденсатор заряжен и отключен от источника напряжения. Диэлектрик начинают выдвигать из конденсатора вдоль стороны b . Как при этом меняется разность потенциалов между пластинами и поверхностные плотности зарядов на обеих частях конденсатора (с диэлектриком и без)?

$[U/U_0 = \epsilon b / (\epsilon b - (\epsilon - 1)x); \sigma_1/\sigma_0 = 1 / (\epsilon - (\epsilon - 1)x/b); \sigma_2/\sigma_0 = \epsilon / (\epsilon - (\epsilon - 1)x/b)$.]

7. Найти емкость сферического конденсатора, радиусы обкладок которого равны a и b , причем $a < b$, если пространство между обкладками заполнено:

а). однородным диэлектриком с проницаемостью ϵ ;

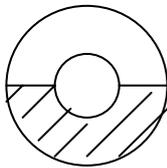
б). диэлектриком, проницаемость которого зависит от расстояния r до центра конденсатора как $\epsilon = \alpha/r$, α – постоянная.

$$[C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 ab / (b-a); C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 \alpha / \ln(b/a).]$$

8. То же, что и в предыдущей задаче, но конденсатор цилиндрический длиной L и в пункте (б) r – расстояние до оси системы. Краевыми эффектами пренебречь. $[C = 2\pi\epsilon\epsilon_0 L / \ln(b/a); C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 L \alpha / (b-a).]$

10. Найти емкость сферического конденсатора, радиусы внутренней и внешней обкладок которого равны a и b ($a < b$), если пространство между обкладками заполнено наполовину, как показано на рисунке, однородным диэлектриком с проницаемостью ϵ .

$$[C = 2\pi\epsilon_0(\epsilon + 1) / (1/a - 1/b).]$$



135

10. Два длинных прямых провода с одинаковым радиусом сечения a расположены в воздухе параллельно друг другу. Расстояние между их осями равно b . Найти взаимную емкость проводов на единицу их длины при условии $b \gg a$. $[C_1 = \pi\epsilon_0 / \ln(b/a).]$

11. Найти взаимную емкость системы из двух одинаковых металлических шариков радиуса a , расстояние между центрами которых b , причем $b \gg a$. Система находится в однородном диэлектрике с проницаемостью ϵ . $[C = 2\pi\epsilon\epsilon_0.]$

12. Воздушный конденсатор включен в цепь с источником э.д.с. \mathcal{E} . Расстояние между обкладками d . В конденсатор помещают диэлектрическую пластину с проницаемостью ϵ , толщина которой $d/2$, а площадь поверхности равна площади обкладок S . Какой заряд пройдет при этом в цепи? $[\Delta q = \epsilon_0 \mathcal{E} S (2\epsilon / (\epsilon + 1) - 1) / d.]$

13. Проводник заряжается путем последовательных подсоединений к разрядному шарика электрофора. Шарик электрофора после каждого

подсоединения к проводнику вновь заряжается, приобретая заряд Q . При первом подсоединении на проводник с шарика перешел заряд q . Какой заряд получит проводник после очень большого числа подсоединений к шарика электрофора? [$q' = Qq/(Q-q)$.]

14. Найти емкость систем одинаковых конденсаторов между точками А и В, показанных на рисунках.

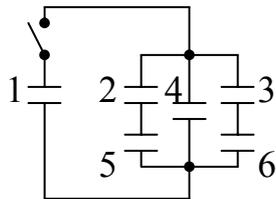


15. Из проволоки сделан куб, в каждое ребро которого включено по одинаковому конденсатору емкости C . Найти емкость получившейся батареи конденсаторов, рассмотрев все возможные варианты подключения.

16. К конденсатору 1 емкости C , заряженному до разности потенциалов U , подсоединяется батарея из конденсаторов той же емкости, как

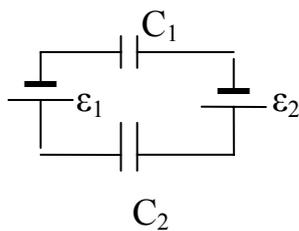
136

показано на рисунке. Найти заряд на каждом из шести конденсаторов. [$q_{1,4} = CU/3$, $q_{2,5,3,6} = CU/6$.]



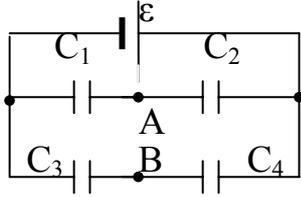
17. В изображенной на рисунке схеме найти разность потенциалов между левой и правой обкладками каждого конденсатора. Определить заряды конденсаторов.

$$[q = C_1 C_2 |\varepsilon_1 - \varepsilon_2| / (C_1 + C_2).]$$



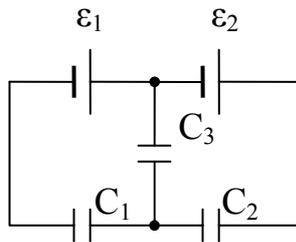
18. Определить разность потенциалов между точками А и В схемы. При каком условии она равна нулю?

[$\varphi_A - \varphi_B = \varepsilon(C_2C_3 - C_4C_1) / \{(C_1 + C_2)(C_3 + C_4)\}$; $\varphi_A - \varphi_B = 0$, если числитель равен нулю, т.о. $C_2/C_1 = C_4/C_3$.]



19. Найти напряжение на каждом конденсаторе.

[$U_1 = \{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)C_2 + \varepsilon_1C_3\} / (C_1 + C_2 + C_3)$, $U_2 = \{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)C_1 + \varepsilon_2C_3\} / (C_1 + C_2 + C_3)$, $U_3 = (\varepsilon_1C_1 - \varepsilon_2C_2) / (C_1 + C_2 + C_3)$,]

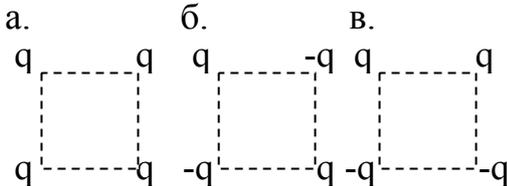


137

20. Четыре одинаковых точечных заряда q находятся в вершинах правильного тетраэдра с ребром a . Найдите энергию взаимодействия зарядов этой системы. [$W = 6q^2 / (4\pi\varepsilon_0 a)$.]

21. Определить суммарную энергию взаимодействия точечных зарядов, расположенных в вершинах квадрата со стороной a в системах, показанных на рисунках.

[а). $W = (4 + 2^{1/2})q^2 / (4\pi\varepsilon_0 a)$, б). $W = (2^{1/2} - 4)q^2 / (4\pi\varepsilon_0 a)$, в). $W = -2^{1/2}q^2 / (4\pi\varepsilon_0 a)$.]



22. Два одинаковых металлических шарика радиуса R находятся на большом по сравнению с их размерами расстоянии r друг от друга. Один из шариков имеет заряд q , другой не заряжен. Шарик соединяют на некоторое время проводником ничтожно малой емкости. Теперь оба шарика заряжены и энергия их взаимодействия равна:

$$W = q^2 / (16\pi\epsilon_0 r)$$

Объяснить парадокс: до соединения энергия взаимодействия системы была равна нулю, после соединения энергия стала положительной, т.е. увеличилась.

23. В вершинах правильного 2007 угольника со стороной a были закреплены небольшие одинаковые шарики с равными зарядами. В некоторый момент времени один из шариков был освобожден, а через достаточно большой промежуток времени был освобожден шарик, соседний с первым освобожденным. Оказалось, что на достаточно большом расстоянии от многоугольника кинетические энергии отпущенных шариков различаются на величину E_k .

Найти заряд q каждого шарика. [$q = (4\pi\epsilon_0 E_k a)$.]

24. Равномерно заряженные тонкие грани правильного тетраэдра имеют одинаковый заряд. Чтобы сложить две грани тетраэдра вместе, нужно совершить работу A . Какую работу нужно совершить, чтобы сложить все грани тетраэдра в стопку? [$A = 6A$.]

138

25. Равномерно заряженные одинаковыми зарядами тонкие грани куба сложены в стопку. Если отпустить верхнюю грань, то через большой интервал времени она приобретет скорость v . Какую скорость v' приобретут две верхние сцепленные между собой грани, если их отпустить? [$v' = v(4/5)^{1/2}$.]

26. Имеется бесконечная прямая цепочка чередующихся зарядов q и $-q$. Расстояние между соседними зарядами равно a . Найти энергию взаимодействия каждого заряда со всеми остальными.

Указание: Воспользоваться разложением $\ln(1+\alpha)$ в ряд по α .

$$[W = -q^2 \ln 2 / (2\pi\epsilon_0 a)]$$

27. Точечный заряд q находится на расстоянии L от безграничной проводящей плоскости. Найти:

а). энергию взаимодействия этого заряда с зарядами, индуцированными на плоскости;

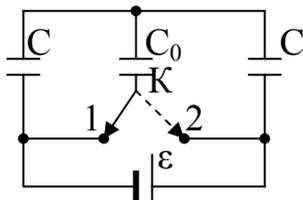
б). собственную энергию зарядов, индуцированных на плоскости.

$$[а). W_{вз} = -q^2 / (8\pi\epsilon_0 L); б). W_{соб} = q^2 / (16\pi\epsilon_0 L).]$$

28. Плоский конденсатор, площадь каждой пластины которого 200 см^2 и расстояние между ними $5,0 \text{ мм}$, поместили во внешнее однородное

электрическое поле с напряженностью $1,30 \text{ кВ/см}$, перпендикулярное к пластинам. Затем пластины замкнули проводником, после чего проводник убрали и конденсатор перевернули на 180° вокруг оси, перпендикулярной к направлению поля. Найти совершенную при этом работу против электрических сил. [$A = 2E^2 \varepsilon_0 S d = 30 \text{ мкДж}$.]

29. Какое количество тепла выделится в цепи после переключения ключа К из положения 1 в положение 2? [$Q = \varepsilon^2 C C_0 / (2C + C_0)$.]



30. Система состоит из двух concentric тонких металлических оболочек с радиусами R_1 , R_2 и соответствующими зарядами q_1 и q_2 . Найти собственную энергию W_1 и W_2 каждой оболочки, энергию взаимодействия оболочек W_{12} и полную электрическую энергию системы W . [$W = W_1 + W_2 + W_{12} = \{q_1^2/(2R_1) + q_2^2/(2R_2) + q_1 q_2/R_2\} / (4\pi \varepsilon_0)$.]

139

31. Имеется заряженный плоский конденсатор. Зазор между обкладками конденсатора заполняется диэлектриком с проницаемостью ε . Что происходит при этом с плотностью энергии w поля в зазоре, если конденсатор а) соединен с источником напряжения, б) отключен от источника напряжения?

32. Заряд q распределен равномерно по объему шара радиуса R . Считая диэлектрическую проницаемость $\varepsilon = 1$, найти:

- а). собственную электрическую энергию шара;
- б). отношение энергии W_1 внутри шара к энергии W_2 в окружающем пространстве. [а). $W = 3q^2 / (20\pi \varepsilon_0 R)$; б). $W_1/W_2 = 1/5$.]

33. Точечный заряд $3,0 \text{ мкКл}$ находится в центре шарового слоя из однородного диэлектрика с проницаемостью $3,0$. Внутренний радиус слоя 250 мм , внешний 500 мм . Найти электрическую энергию в данном слое.

[$W = q^2(1/2 - 1/b) / (8\pi \varepsilon_0 \varepsilon) = 27 \text{ мДж}$.]

34. Сферическую оболочку радиуса R_1 , равномерно заряженную зарядом q , расширили до радиуса R_2 . Найти работу, совершенную при этом электрическими силами. [$W = q^2(1/R_1 - 1/R_2) / (8\pi \varepsilon_0)$.]

35 В центре сферической оболочки, равномерно заряженной зарядом 5,0 мкКл, расположен точечный заряд 1,50 мкКл. Найти работу электрических сил при расширении оболочки – увеличении ее радиуса от 50 мм до 100 мм. [$W = q(q_0 + q/2)(1/R_1 - 1/R_2)/(4\pi\epsilon_0) = 1,8$ Дж.]

36. Точечный заряд q находится в центре O сферического незаряженного проводящего слоя с малым отверстием вдоль радиуса. Внутренний и внешний радиусы слоя равны соответственно a и b . Какую работу надо совершить против электрических сил, чтобы медленно перенести заряд q из точки O на бесконечность? [$W = q^2(1/2 - 1/b)/(8\pi\epsilon_0)$.]

37. Имеется плоский воздушный конденсатор, площадь каждой обкладки которого равна S . Какую работу против электрических сил надо совершить, чтобы медленно увеличить расстояние между обкладками от x_1 до x_2 , если при этом поддерживать неизменным:

а). заряд конденсатора q ;

б). напряжение на конденсаторе U ?

[а). $A = q^2(x_2 - x_1)/(2\epsilon_0 S)$; б). $A = \epsilon_0 S U^2(x_2 - x_1)/(2x_2 x_1)$.]

140

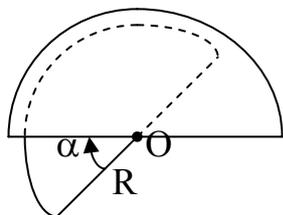
38. Внутри плоского конденсатора находится параллельная обкладкам пластина, толщина которой составляет 0,60 расстояния между обкладками. Емкость конденсатора в отсутствие пластины 20 нФ. Конденсатор сначала подключили к источнику постоянного напряжения 200 В, затем отключили и после этого медленно извлекли пластину из зазора. Найти работу, совершенную против электрических сил при извлечении пластины, если она: а). металлическая; б). стеклянная.

[а). $A = 0,5 C U^2 \eta / (1 - \eta)^2 = 1,5$ мДж; б). $A = 0,5 C U^2 \eta \epsilon / \{\epsilon - \eta(\epsilon - 1)\}^2 = 0,8$ мДж.]

39. Плоский конденсатор погружен в несжимаемую жидкость с диэлектрической проницаемостью ϵ и плотностью ρ так, что его обкладки расположены вертикально. Расстояние между ними d , разность потенциалов U на конденсаторе поддерживается батареей. Оцените высоту подъема жидкости h в конденсаторе. Капиллярные эффекты не учитывать. [$h = (\epsilon - 1)\epsilon_0 U^2 / (2d^2 \rho g)$.]

40. В цилиндрический конденсатор вводят длинный цилиндрический слой диэлектрика с проницаемостью ϵ , заполняющий практически весь зазор между обкладками. Средний радиус обкладок R , зазор между ними d , причем $d \ll R$. Обкладки конденсатора подключены к источнику постоянного напряжения U . Найти модуль электрической силы, втягивающей диэлектрик в конденсатор. [$F = \pi R(\epsilon - 1)\epsilon_0 U^2 / d$.]

41. Конденсатор состоит из двух неподвижных пластин, имеющих форму полукруга радиуса R , и расположенной между ними подвижной пластины из диэлектрика с проницаемостью ϵ , которая может свободно поворачиваться вокруг оси O (см. рисунок). Толщина подвижной пластины d практически равна расстоянию между неподвижными пластинами. Конденсатор поддерживают при постоянном напряжении U . Найти модуль момента сил относительно оси O , действующих на подвижную пластину в положении, показанном на рисунке. [$M=(\epsilon-1)\epsilon_0 U^2 R^2/(4d)$.]



141

Задачи домашних контрольных работ. Электростатика

1.1 В вершинах правильного шестиугольника со стороной a помещаются точечные одинаковые по модулю заряды q . Найти потенциал ϕ и напряженность поля E в центре шестиугольника при условии, что :

- а). знак всех зарядов одинаков;
- б). знаки соседних зарядов противоположны.

1.2 Заряд $2,00\text{мкКл}$ распределен равномерно по объему шара радиуса $40,0\text{ мм}$. Найти потенциал ϕ и напряженность поля E в центре шара.

1.3 Найти потенциал ϕ и напряженность поля E в центре полусферы радиуса R , заряженной однородно с поверхностной плотностью σ .

1.4 Напряженность некоторого электростатического поля определяется выражением: $E=(a/r^{3/2})e_r$, где a – константа.

- а). Является ли это поле однородным?
- б). Найти потенциал этого поля $\phi(r)$.

1.5 Потенциал поля, создаваемого некоторой системой зарядов, имеет вид:

$$\varphi = a(x^2+y^2)+bz^2, \text{ где } a \text{ и } b \text{ – положительные константы.}$$

- а). Найти напряженности поля E и ее модуль E .
 - б). Какую форму имеют эквипотенциальные поверхности?
 - в). Какую форму имеют поверхности, для которых $E=\text{const}$?
- 1.6 Потенциал поля, создаваемого некоторой системой зарядов, имеет вид:

$$\varphi = a(x^2+y^2) - bz^2, \text{ где } a \text{ и } b \text{ – положительные константы.}$$

Ответить на те же вопросы, что и в предыдущей задаче.

1.7 Находящийся в вакууме очень тонкий прямой стержень длины $2a$ заряжен с Одинаковой всюду линейной плотностью λ . Для точек, лежащих на прямой, перпендикулярной к оси стержня и проходящей через его центр, найти модуль E напряженности поля как функцию расстояния r от центра стержня.

Воспользовавшись полученным ответом, найдите зависимость $E(r)$ для бесконечной равномерно заряженной с линейной плотностью заряда λ нити.

142

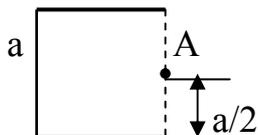
1.8 Для стержня из предыдущей задачи найти потенциал φ и модуль E напряженности в точках, лежащих на оси стержня вне его, как функцию расстояния r от центра стержня. Исследовать случай $r \gg a$.

1.9 Очень тонкая пластинка имеет форму кольца с внутренним радиусом a и внешним радиусом b . По пластинке равномерно распределен заряд q . Приняв ось пластинки за ось x , найти φ и E_x на оси пластинки как функцию x . Исследовать случай $|x| \gg b$.

1.10 Тонкий очень длинный стержень равномерно заряжен с линейной плотностью 10 мкКл/м . На перпендикуляре к оси стержня, восстановленном из конца стержня, находится точечный заряд 10 нКл . Расстояние заряда от конца стержня равно 20 см . Найти силу взаимодействия заряженного стержня и точечного заряда.

1.11 Две длинные тонкостенные коаксиальные трубки радиусами $R_1=2 \text{ см}$ и $R_2=4 \text{ см}$ несут заряды, равномерно распределенные по длине с линейными плотностями $\lambda_1= 1 \text{ нКл/м}$ и $\lambda_2= - 0,5 \text{ нКл/м}$. Пространство между трубками заполнено эбонитом. Определить напряженность поля E в точках, находящихся на расстояниях $r_1=1 \text{ см}$, $r_2=3 \text{ см}$, $r_3=5 \text{ см}$. Построить график зависимости $E(r)$.

1.12 Электрическое поле создано зарядом тонкого равномерно заряженного стержня, изогнутого по трем сторонам квадрата. Длина стороны квадрата равна 20 см. Линейная плотность зарядов равна 500 нКл/м. Вычислить напряженность поля в точке А.



1.13 По тонкому кольцу радиусом 10 см равномерно распределен заряд с линейной плотностью 1 нКл/м. В центре кольца находится заряд 0,4 мкКл. Определить силу, с которой центральный заряд растягивает кольцо.

1.14 Электрическое поле создано двумя бесконечными параллельными пластинами, несущими равномерно распределенный по площади заряд с поверхностными плотностями 2 нКл/м² и – 5 нКл/м². Определите напряженность поля пластин, изобразите картину силовых линий, определите силу взаимодействия пластин, приходящуюся на единичную площадь.

143

1.15 Между пластинами плоского конденсатора находится точечный заряд 30 нКл. Поле конденсатора действует на заряд с силой 10 мН. Определить силу взаимного притяжения пластин, если площадь каждой пластины 100 см².

1.16 Прямая, бесконечная, тонкая нить несет равномерно распределенный по заряд, плотность которого 1 мкКл/м. В плоскости, содержащей нить, перпендикулярно нити находится тонкий стержень длины L. Ближайший к нити конец стержня находится на расстоянии L от нее. Определить силу, действующую на стержень, если он заряжен с линейной плотностью 0,1 мкКл/м.

1.17 Металлический шар радиуса 10 см имеет заряд 0,1 мкКл. На расстоянии, равном радиусу шара, от его поверхности находится конец нити, вытянутой вдоль силовой линии. Нить несет равномерно распределенный по длине заряд 10 нКл. Длина нити равна радиусу шара. Найти силу, действующую на шар.

1.18 Соосно с бесконечной прямой равномерно заряженной линией (линейная плотность заряда 0,5 мкКл/м) расположено полукольцо с

равномерно распределенным зарядом (линейная плотность заряда 20 нКл/м). Определить силу взаимодействия нити с полукольцом.

1.19 Бесконечная прямая нить несет равномерно распределенный заряд с линейной плотностью 1 мкКл/м. Соосно с нитью расположено тонкое кольцо, заряженное равномерно с линейной плотностью 10 нКл/м. Определить силу, с которой заряд нити растягивает кольцо.

1.20 Тонкие стержни образуют квадрат со стороной a . Стержни заряжены с линейной плотностью 1,33 нКл/м. Найти потенциал в центре квадрата.

1.21 Тонкая круглая пластина радиуса R заряжена с поверхностной плотностью σ . Найти потенциал центра пластины и зависимость $\varphi(r)$, где r – расстояние от центра пластины, откладываемое вдоль его оси.

1.22 Металлический шар радиусом 5 см несет заряд 1 нКл. Шар окружен слоем эбонита толщиной 2 см. Вычислите потенциал электрического поля на расстояниях 3 см, 6 см и 9 см от центра шара. Постройте график зависимости $\varphi(r)$.

144

1.23 Металлический шар радиусом 10 см заряжен до потенциала 300 В. Определите потенциал этого шара в двух случаях:

а). после того, как его окружают сферической проводящей оболочкой радиусом 15 см и на короткое время соединят с ней проводником;

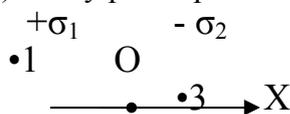
б). если его окружить сферической проводящей заземленной оболочкой радиусом 15 см.

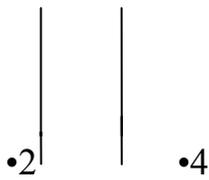
1.24 Безграничная плоская диэлектрическая пластина с проницаемостью ϵ и толщиной $2d$ заряжена равномерно с объемной плотностью ρ . Найдите разность потенциалов между точкой, лежащей на поверхности пластины, и точкой, находящейся внутри пластины в ее середине.

1.25 Две параллельные бесконечные плоскости заряжены разноименно с разными по модулю плотностями $+\sigma_1$ и $-\sigma_2$. Абсциссы указанных на рисунке точек равны $x_1 = -3,00$ м, $x_2 = -1,00$ м, $x_3 = +2,00$ м, $x_4 = +3,00$ м. Разность потенциалов между точками 2 и 1 равна $\varphi_2 - \varphi_1 = 400$ В.

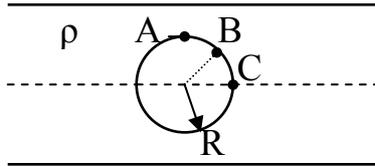
а). Какая из плотностей ($+\sigma_1$ или $-\sigma_2$) больше по модулю?

б). Чему равна разность потенциалов $\varphi_4 - \varphi_3$?





1.26 Внутри безграничной, плоской диэлектрической пластины (проницаемость принять равной единице) симметрично ограничивающим пластину поверхностям располагается сферическая полость радиуса R . Пластина заряжена равномерно с объемной плотностью заряда ρ . Найдите напряженность электрического поля в точках А, В и С (для последней, радиус-вектор, проведенный к ней из центра полости, составляет угол 45° со средней плоскостью пластины), и разности потенциалов между центром полости и этими точками.



145

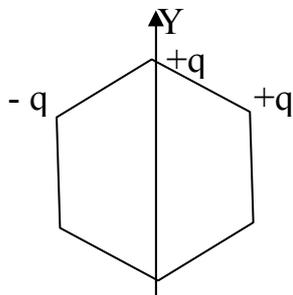
1.27 Электроды двухэлектродной лампы имеют форму нити радиуса $0,100$ мм (катод) и коаксиального с ней цилиндра радиуса $2,72$ мм (анод). На электроды подано напряжение 100 В. Найти модуль силы, которую будет испытывать электрон, и модуль силы, которую будет испытывать молекула воды, находясь в точке, отстоящей на оси катода на расстояние $1,00$ мм. Дипольный момент молекулы воды $0,62 \cdot 10^{-29}$ Кл·м.

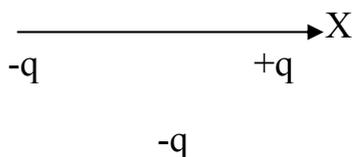
1.28 Заряды системы, изображенной на рисунке, лежат в плоскости x, y и помещаются в вершинах шестиугольника со стороной $a=10,0$ мм, $q=1,00$ мкКл.

а). Найти электрический дипольный момент \mathbf{p} системы, а также модуль p этого момента.

б). Определить в дипольном приближении потенциал φ , создаваемый системой в точке с координатами $x_1=y_1=1,00$ м.

в). Найти наибольшее φ_{\max} и наименьшее φ_{\min} значения потенциала на расстоянии $r=1,00$ м от центра системы.





1.29 По тонкому кольцу радиуса R распределен равномерно заряд $-q$. В центре кольца расположен точечный заряд $+q$.

а). Чему равен электрический дипольный момент \mathbf{p} этой системы зарядов?

б). Приняв ось кольца за ось x , начало которой помещается в центре кольца, найти потенциал φ и напряженность поля \mathbf{E} для точек оси, координата x которых по модулю много больше радиуса кольца R ($|x| \gg R$); каким мультиполем создается данное электрическое поле?

1.30 В однородное электрическое поле с напряженностью $E_0 = 100$ В/м помещена бесконечная плоскопараллельная пластина из однородного и изотропного диэлектрика с проницаемостью $\epsilon = 2,00$. Пластина располо-

146

жена перпендикулярно к \mathbf{E}_0 . Определить:

а). напряженность поля \mathbf{E} и электрическое смещение \mathbf{D} внутри пластины;

б). поляризованность диэлектрика \mathbf{P} ;

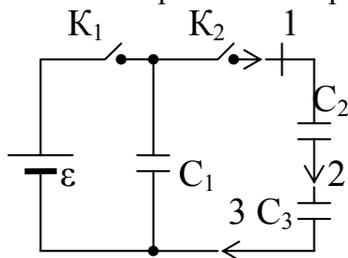
в). поверхностную плотность связанных зарядов σ' .

1.31 Площадь каждой обкладки плоского конденсатора $S = 1,00$ м², расстояние между обкладками $d = 5,00$ мм. Зазор между обкладками заполнен диэлектриком, проницаемость которого изменяется в направлении, перпендикулярном к обкладкам, по линейному закону от значения $\epsilon_1 = 2,00$ вблизи одной обкладки до $\epsilon_2 = 5,44$ вблизи другой. Определить емкость C конденсатора.

1.32 Радиусы обкладок сферического конденсатора $r_1 = 9,00$ см и $r_2 = 11,00$ см. Зазор между обкладками заполнен диэлектриком, проницаемость которого изменяется с расстоянием r от центра конденсатора по закону $\epsilon = \epsilon_1(r_1/r)$, где $\epsilon_1 = 2,00$. Найти емкость C конденсатора.

1.33 В изображенной на рисунке схеме $\epsilon = 100$ В, $C_1 = 1,00$ мкФ, $C_2 = 2,00$ мкФ, $C_3 = 3,00$ мкФ. Сначала замыкается ключ K_1 , затем его размыкают и

замыкают ключ K_2 . Какие заряды q_1 , q_2 и q_3 пройдут при этом в указанных стрелками направлениях через сечения 1, 2 и 3?



1.34 Заряд $q=1,00 \cdot 10^{-10}$ Кл равномерно распределен по поверхности шара радиуса $r=1,00$ см. Диэлектрическая проницаемость окружающей шар среды $\epsilon=1$.

- Вычислить энергию поля W , связанного с шаром.
- Какая часть η этой энергии заключена в пределах концентрической с шаром воображаемой сферы радиуса $R=1.00$ м?
- Чему равен радиус R сферы, в пределах которой заключена половина энергии?

147

1.35 Заряд $q=1,00 \cdot 10^{-10}$ Кл равномерно распределен по объему шара радиуса $r=1,00$ см. Диэлектрическая проницаемость внутри и вне шара $\epsilon=1$. Определить:

- энергию W поля, связанного с шаром;
- энергию W_1 , заключенную внутри шара;
- энергию W_2 , заключенную в окружающем шар пространстве.

1.36 Первоначально заряд $q=1,00 \cdot 10^{-10}$ Кл равномерно распределяется по объему шара радиуса $r=1,00$ см. Затем вследствие взаимного отталкивания заряды переходят на поверхность шара. Какую работу совершают при этом электрические силы над зарядами? Диэлектрическая проницаемость $\epsilon=1$.

1.37 Внешняя обкладка сферического конденсатора может сжиматься, сохраняя строго сферическую форму и оставаясь концентрической с внутренней жесткой обкладкой. После того, как обкладкам были сообщены заряды разного знака, но одинаковой величины $q=2,00$ мкКл, внешняя обкладка сжимается под действием электрических сил, в результате чего ее радиус уменьшается от значения $a=100,0$ мм до значения $b=95,0$ мм. Найти совершенную электрическими силами работу A . Проницаемость среды между обкладками считать равной единице.

Почему вычисление работы по формуле $\int -q^2 dr / (4 \pi \epsilon_0 r^2)$ приводит к неправильному результату?

1.38 Плоский конденсатор расположен горизонтально так, что одна его пластина находится над поверхностью жидкости, другая – под ее поверхностью. Диэлектрическая проницаемость жидкости ϵ , ее плотность ρ . На какую высоту поднимется уровень жидкости в конденсаторе после сообщения его пластинам заряда с поверхностной плотностью σ ?

148

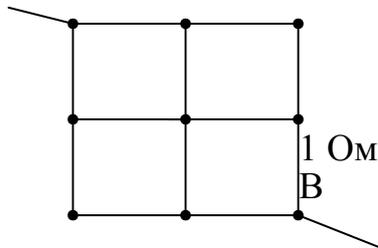
Постоянный ток. Сопротивление. Квазистационарные (переходные) процессы (3 занятия.)

1. Длинный равномерно заряженный по поверхности радиуса $a=1,0$ см цилиндр движется со скоростью $v=10$ м/с вдоль своей оси. Напряженность электрического поля непосредственно у поверхности цилиндра $E=0,9$ кВ/см. Найти ток, обусловленный механическим переносом заряда. [$I=2\epsilon_0 E \pi a v=0,5$ мкА.]

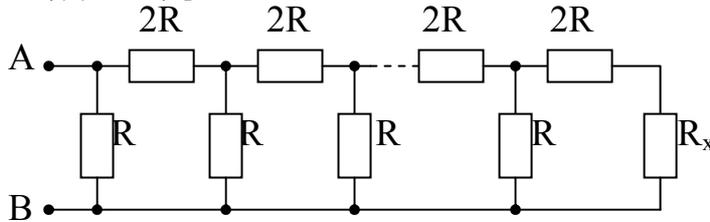
2. Воздушный цилиндрический конденсатор, подключенный к источнику напряжения $U=200$ В, погружают в вертикальном положении в сосуд с дистиллированной водой со скоростью $v=5,0$ мм/с. Зазор между обкладками конденсатора $d=2,0$ мм, средний радиус обкладок $r=50$ мм. Имея в виду, что $d \ll r$, найти ток, текущий по подводящим проводам. [$I=U\epsilon_0(\epsilon - 1)2\pi r v/d=0,11$ мкА.]

3. Найти сопротивление проволочного каркаса, каждое звено которого имеет сопротивление 1 Ом, при подключении к нему в точках А и В. [1,5 Ом.]

А

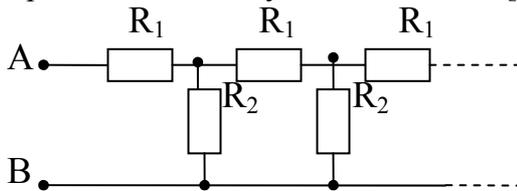


4. При каком сопротивлении R_x в изображенной на рисунке цепочке сопротивление между точками А и В не зависит от числа ячеек?
 $[R_x = R \{(3)^{1/2} - 1\}.]$



149

5. На рисунке показана бесконечная цепь, образованная повторением одного и того же звена из сопротивлений $R_1 = 4,0$ Ом и $R_2 = 3,0$ Ом. Найти сопротивление между точками А и В. $[R_{AB} = 6$ Ом.]

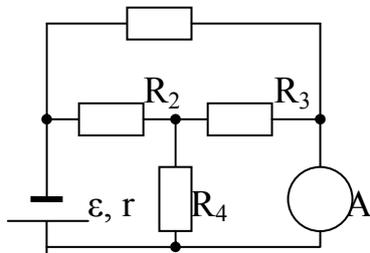


6. Из бесконечной проводящей сетки с квадратными ячейками, каждое звено которой имеет сопротивление R , удалили одно звено АВ. Найти сопротивление сетки при подключении к ней в точках А и В. $[R]$

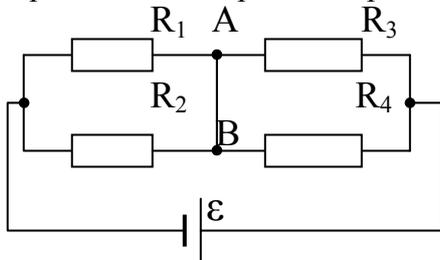
7. Каждая из N точек соединена с каждой из оставшихся одинаковыми проводниками с сопротивлением R . Определите сопротивление между какими - либо узлами системы. $[2R/3.]$

8. Определите ток I_A через амперметр с внутренним сопротивлением, равным нулю, в изображенной схеме. Параметры цепи: $R_1 = R_3 = 30$ Ом, $R_2 = 5$ Ом, $R_4 = 15$ Ом, $r = 10$ Ом, $\mathcal{E} = 180$ В. $[I_A = 5$ А.]

R_1



9. Рассчитайте ток через перемычку АВ в схеме, приведенной на рисунке. Напряжение на клеммах 12 В, $R_1=3$ Ом, $R_2=6$ Ом, $R_3=R_4=4$ Ом, сопротивление перемычки равно нулю.



[$R_{AB}=0,5A.$]

150

10. Однородная слабо проводящая среда с удельным сопротивлением ρ заполняет пространство между двумя коаксиальными идеально проводящими тонкими цилиндрами.

Радиусы цилиндров a и b , причем $a < b$, длина каждого цилиндра L . Пренебрегая краевыми эффектами, найти сопротивление среды между цилиндрами. [$R=\rho \ln(b/a)/(2\pi L).$]

11. Металлический шар радиуса a окружен концентрической тонкой металлической оболочкой радиуса b , Пространство между этими электродами заполнено однородной слабо проводящей средой с удельным сопротивлением ρ . Найти сопротивление межэлектродного промежутка. Рассмотреть также случай $b \rightarrow \infty$. [$R=\rho(b-a)/(4\pi ab)$; при $b \rightarrow \infty R=\rho/(4\pi a).$]

12. Два металлических шарика одинакового радиуса a находятся в однородной слабо проводящей среде с удельным сопротивлением ρ . Найти сопротивление среды между шариками при условии, что расстояние между ними значительно больше a . [$R=\rho/(2\pi a).$]

13. Металлический шарик радиуса a находится на расстоянии L от безграничной идеально проводящей плоскости. Пространство вокруг шарика заполнено однородной слабо проводящей средой с удельным сопротивлением ρ . Найти для случая $a \ll L$:

а). плотность тока у проводящей плоскости как функцию расстояния r от шарика, если разность потенциалов между шариком и плоскостью равна U ;

б). сопротивление между шариком и плоскостью.

[а). $j=2aLU/(pr^3)$; б). $R\approx\rho/(2\pi a)$.]

14. Два проводника произвольной формы находятся в безграничной однородной слабо проводящей среде с удельным сопротивлением ρ и диэлектрической проницаемостью ϵ . Найти значение произведения RC для данной системы, где R – сопротивление среды между проводниками, C – взаимная емкость проводников при наличии среды. [$RC=\epsilon\epsilon_0\rho$.]

15. Зазор между обкладками плоского конденсатора заполнен стеклом с удельным сопротивлением $100 \text{ ГОм}\cdot\text{м}$. Емкость конденсатора $4,0 \text{ нФ}$. Найти ток утечки через конденсатор при подаче на него напряжения $2,0 \text{ кВ}$. [$I=UC/(\epsilon\epsilon_0\rho)=1,5 \text{ мкА}$.]

151

16. Зазор между пластинами плоского конденсатора заполнен неоднородной слабо проводящей средой, удельная проводимость которой изменяется в направлении, перпендикулярном пластинам, по линейному закону от $\sigma_1=1,0 \text{ пСм/м}$ до $\sigma_2=2,0 \text{ пСм/м}$. Площадь каждой пластины $S=230 \text{ см}^2$, ширина зазора $d=2,0 \text{ мм}$. Найти ток через конденсатор при напряжении на нем $U=300 \text{ В}$. [$I=US(\sigma_2 - \sigma_1)/(d \ln\sigma_2/\sigma_1) \approx 5 \text{ нА}$.]

17. Показать, что закон преломления линий постоянного тока на границе раздела двух проводящих сред имеет вид $\text{tg } \alpha_2/\text{tg } \alpha_1=\sigma_2/\sigma_1$, где σ_1 и σ_2 – проводимости сред, α_1 и α_2 – углы между линиями тока и нормалью к поверхности раздела данных сред.

18. Два цилиндрических проводника одинакового сечения, но с разными удельными сопротивлениями $\rho_1=84 \text{ нОм}\cdot\text{м}$ и $\rho_2=50 \text{ нОм}\cdot\text{м}$, прижаты торцами друг к другу. Найти заряд на границе раздела данных проводников, если в направлении от проводника 1 к проводнику 2 течет ток $I=50 \text{ А}$. [$q=I\epsilon_0(\rho_2 - \rho_1)=-1,5\cdot 10^{-17} \text{ Кл}$.]

19. Между пластинами 1 и 2 плоского конденсатора находится неоднородная слабо проводящая среда. Ее диэлектрическая проницаемость и удельное сопротивление изменяются от значений ϵ_1, ρ_1 у пластины 1 до значений ϵ_2, ρ_2 у пластины 2. Конденсатор подключен к источнику постоянного напряжения, и через него течет установившийся ток I от

пластины 1 к пластине 2. Найти суммарный сторонний заряд в данной среде. [$q_{\text{стор}} = I \varepsilon_0 (\varepsilon_2 \rho_2 - \varepsilon_1 \rho_1)$.]

20. Зазор между обкладками плоского конденсатора заполнен последовательно двумя диэлектрическими слоями 1 и 2 толщиной d_1 и d_2 , с проницаемостями ε_1 и ε_2 и удельными сопротивлениями ρ_1 и ρ_2 . Конденсатор находится под постоянным напряжением U , причем электрическое поле направлено от слоя 1 к слою 2. Найти σ – поверхностную плотность сторонних зарядов на границе раздела диэлектрических слоев и условие, при котором $\sigma=0$.

[$\sigma = U \varepsilon_0 (\varepsilon_2 \rho_2 - \varepsilon_1 \rho_1) / (d_2 \rho_2 + d_1 \rho_1)$, $\sigma=0$, если $\varepsilon_2 / \varepsilon_1 = \rho_1 / \rho_2$.]

21. На землю с удельным сопротивлением ρ упал конец провода, по которому течет ток I . Найдите шаговое напряжение при самых неблагоприятных обстоятельствах для шага длиной L на расстоянии L от конца провода. [$U = 0,5 I \rho (1/L - 1/(2L)) / \pi$.]

152

22. Длинный проводник круглого сечения радиуса a сделан из материала, удельное сопротивление которого зависит только от расстояния r до оси проводника по закону $\rho = \alpha / r^2$, где α – постоянная. Найти:

а). сопротивление единицы длины такого проводника;

б). напряженность электрического поля в проводнике, при которой по нему будет протекать ток I . [а). $R_1 = 2\alpha / (\pi a^4)$; б). $E = 2\alpha I / (\pi a^4)$.]

23. Конденсатор емкости $C=400$ пФ подключили через сопротивление $R=650$ Ом к источнику постоянного напряжения U_0 . Через какое время напряжение на конденсаторе станет $U=0,90 U_0$?

[$t = -RC \ln 0,1 \approx 5,99 \cdot 10^{-7}$ с.]

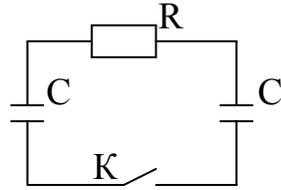
24. Конденсатор, заполненный диэлектриком с проницаемостью $\varepsilon=2,1$, теряет за время $\tau = 3,0$ мин половину сообщенного ему заряда. Считая, что утечка заряда происходит только через диэлектрическую прокладку, найти ее удельное сопротивление. [$\rho = -\tau / (\varepsilon \varepsilon_0 \ln q/q_0) = 1,4 \cdot 10^{13}$ Ом·м.]

25. Цепь состоит из источника постоянной э.д.с. \mathcal{E} и последовательно подключенных к нему сопротивления R и конденсатора емкости C . Внутреннее сопротивление источника пренебрежимо мало. В момент $t=0$ емкость конденсатора быстро (скачком) уменьшили в η раз. Найти ток в цепи как функцию времени t . [$i = \mathcal{E}(\eta - 1) \exp[-\eta t / (C_0 R)] / R$.]

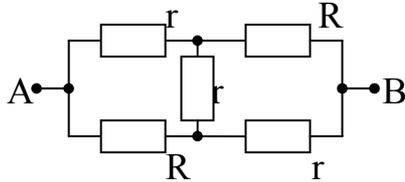
26. В схеме, показанной на рисунке, один конденсатор зарядили до напряжения U_0 и в момент $t=0$ замкнули ключ K . Найти:

а). ток I в цепи как функцию времени t ; [$i = U_0 \exp[-2t / (RC)] / R$.]

б). количество выделившегося тепла, зная зависимость $I(t)$. [$Q=U_0^2 C/4$.]



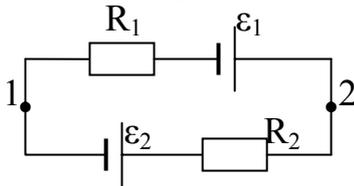
27. В представленной на рисунке схеме найти сопротивление между точками А и В, если $R=100$ Ом и $r=50,0$ Ом. [$R_{AB}=(2R+3r)/5 = 70$ Ом.]



153

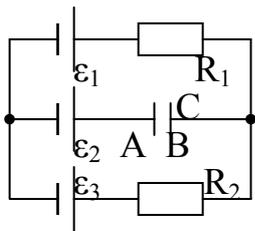
28. Найти разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ между точками 1 и 2 изображенной на рисунке схемы, если $R_1=10$ Ом, $R_2=20$ Ом, $\varepsilon_1=5$ В и $\varepsilon_2=2,0$ В. Внутренние сопротивления источников тока пренебрежимо малы.

[$\varphi_1 - \varphi_2 = -4$ В.]



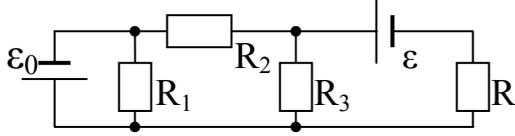
29. В представленной на рисунке схеме $\varepsilon_1=1,0$ В, $\varepsilon_2=2,5$ В, $R_1=10$ Ом, $R_2=20$ Ом. Внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы. Найти разность потенциалов $\varphi_A - \varphi_B$ между обкладками конденсатора С.

[$\varphi_A - \varphi_B = -0,5$ В.]



30. Найти ток через сопротивление R в изображенной схеме. Внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы.

$$[I_R = \{\varepsilon(R_3 + R_2) + \varepsilon_0 R_3\} / (R R_2 + R_2 R_3 + R_3 R).]$$

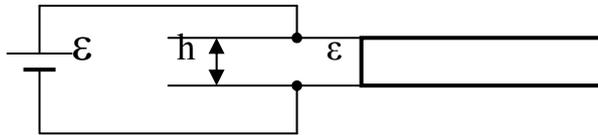


31. Между прямоугольными обкладками плоского конденсатора без трения может двигаться пластина твердого диэлектрика (смотри рисунок). Какую мощность затрачивает батарея, подключенная в цепь конденсатора, и как распределяется эта мощность между электрической и механической энергиями при втягивании диэлектрика?

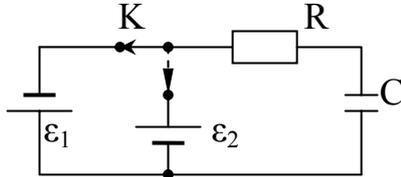
$[N = \varepsilon I = (\varepsilon - 1) \varepsilon_0 b v \varepsilon^2 / h]$, где v – мгновенная скорость диэлектрика, b – ширина пластины; работа батареи расходуется поровну на увеличение элек-

154

трической энергии конденсатора и кинетической энергии диэлектрика.]



32. Две батареи с э.д.с. ε_1 и ε_2 , конденсатор емкостью C и резистор сопротивлением R соединены как показано на рисунке. Определите количество теплоты, выделяющееся на резисторе после переключения ключа K . $[Q = 0,5 C (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2.]$



33. Конденсатор емкости $C = 5,0$ мкФ, заряженный до разности потенциалов 200 В, подключили к двум соединенным последовательно (параллельно) резисторам $R_1 = 500$ Ом и $R_2 = 330$ Ом. Найдите количество тепла, выделившееся на каждом сопротивлении.

[При последовательном соединении $Q_1=0,06$ Дж, $Q_2=0,04$ Дж; при параллельном $Q_1=0,04$ Дж, $Q_2=0,06$ Дж.]

34. Сколько тепла выделится в спирали с сопротивлением $R=75$ Ом при прохождении через нее количества электричества $q=100$ Кл, если ток в спирали:

а). равномерно убывал до нуля в течение $\Delta t=50$ с;

б). монотонно убывал до нуля так, что через каждые $\Delta t=2,0$ с он уменьшался вдвое?

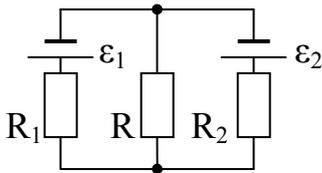
[а). $Q=4q^2R/(3\Delta t)=20\ 000$ Дж, б). $Q=q^2R/(2\tau) \approx 130\ 000$ Дж.]

35. В представленной на рисунке схеме заданы R_1 и R_2 , а также ε_1 и ε_2 . Внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы. При каком сопротивлении R выделяемая на нем тепловая мощность будет макси-

155

мальной? Чему она равна?

[$R=R_1R_2/(R_1+R_2)$; $Q_{\max}=[R=(\varepsilon_2R_1+\varepsilon_1R_2)^2/[4R_1R_2(R_1+R_2)]]$.]



36. Имеется N идеально проводящих тел в вакууме с зарядами q_1, q_2, \dots, q_N и потенциалами $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N$. Какое количество тепла будет выделяться ежесекундно, если пространство между этими телами заполнить однородной жидкостью с удельной электропроводностью λ и диэлектрической проницаемостью ε , а потенциалы тел поддерживать при прежних значениях? [$Q=\lambda \sum q_i \varphi_i / \varepsilon \varepsilon_0$.]

37. Найти суммарный импульс электронов в прямом проводе длины $L=1000$ м, по которому течет ток $I=70$ А. [$P=mIL/e \approx 3,98 \cdot 10^{-7}$ кг · м/с.]

38. По медному проводу течет ток плотности $j=1,0$ А/мм². Считая, что на каждый атом меди приходится один свободный электрон, оценить, какой путь пройдет электрон, переместившись вдоль провода на расстояние $L=10$ мм. [$\langle S \rangle \sim 9500$ км.]

39. Однородный пучок протонов, ускоренных разностью потенциалов $U=600$ кВ, имеет круглое сечение радиуса $R=5,0$ мм. Найти напряженность электрического поля на поверхности пучка и разность потенциалов между поверхностью и осью пучка при токе $I=50$ мА. [$E=I(m/2eU)^{1/2}/(2\pi\epsilon_0R) \approx 16\,500$ В/м; $U=I(m/2eU)^{1/2}/(4\pi\epsilon_0) \approx 42$ В.]

40. Воздух между двумя параллельными пластинами, отстоящими друг от друга на расстоянии $d=20$ мм, ионизируют рентгеновским излучением. Площадь каждой пластины $S=500$ см². Найти концентрацию положительных ионов, если при напряжении $U=100$ В между пластинами идет ток $I=3,0$ мкА, значительно меньший тока насыщения. Подвижность ионов воздуха $b^+=1,37$ см²/(В·с) и $b^-=1,91$ см²/(В·с). [$n = Id/(SUe(b^+ + b^-)) = 2,3 \cdot 10^{14}$ м⁻³.]

41. Воздух между двумя близко расположенными пластинами равномерно ионизируют ультрафиолетовым излучением. Объем воздуха между пластинами $V=500$ см³, наблюдаемый ток насыщения $I_{\text{нас}}=0,48$ мкА.

156

Найти:

а). число пар ионов q , создаваемых ионизатором за единицу времени в единице объема;

б). равновесную концентрацию n пар ионов, если коэффициент рекомбинации ионов воздуха $\alpha = 1,67 \cdot 10^{-6}$ см³/с.

[а). $q=I_{\text{нас}}/(eV) = 6 \cdot 10^{15}$ м⁻³с⁻¹; б). $n = (q/\alpha)^{1/2} = 6 \cdot 10^{13}$ м⁻³.]

42. Длительно действовавший ионизатор, создававший за единицу времени в единице объема воздуха число пар ионов $q=3,5 \cdot 10^9$ см⁻³ · с⁻¹, был выключен. Считая, что единственным процессом потери ионов в воздухе является рекомбинация с коэффициентом $\alpha = 1,67 \cdot 10^{-6}$ см³/с, найти, через какое время после выключения ионизатора концентрация ионов уменьшится в $\eta=2,0$ раза. [$t=(\eta-1)/(\alpha q)^{1/2} = 1,31 \cdot 10^{-2}$ с.]

Задачи домашних контрольных работ.

Постоянный электрический ток.

Квазистационарные процессы

2.1 Тело из плохого проводника имеет форму цилиндрической трубки. Длина трубки L , внутренний и внешний радиусы поверхностей a и b ,

удельное сопротивление вещества трубки ρ . Цилиндрические поверхности трубки покрыты обкладками из идеального проводника, и между обкладками создана некоторая разность потенциалов, вследствие чего через трубку идет ток. Найти сопротивление тела R .

2.2 Шаровой слой, образованный концентрическими сферами из идеального проводника, заполнен веществом с удельным сопротивлением ρ . Чему равно сопротивление R этого шарового слоя, если его внутренний радиус a , а внешний b ? Рассмотреть случай $b \rightarrow \infty$.

2.3 Два электрода 1 и 2 произвольной формы глубоко зарыты в землю и соединены между собой воздушным проводом (телеграфная линия). Электроды находятся далеко друг от друга. Емкости электродов (в вакууме) равны соответственно C_1 и C_2 . Почву в окрестности каждого электрода можно считать однородной. Найти сопротивление земли между электродами, если удельные сопротивления почвы в их окрестностях равны соответственно ρ_1 и ρ_2 .

157

2.4 Два длинных параллельных провода находятся в слабо проводящей среде с удельным сопротивлением ρ . Расстояние между осями проводов L , радиус сечения каждого провода a . Найти для случая $a \ll L$:

- а). плотность тока в точке, равноудаленной от осей проводов на расстояние r , если разность потенциалов между проводами равна U ;
- б). сопротивление среды на единицу длины проводов.

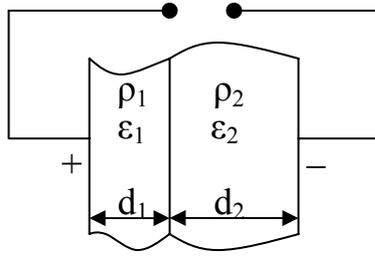
2.5 Диэлектрик плоского конденсатора состоит из двух слоев, характеризующихся проницаемостями $\epsilon_1=2,00$, $\epsilon_2=3,00$ и удельными сопротивлениями $\rho_1=10,0$ ГОм·м, $\rho_2=20,0$ ГОм·м. Толщины слоев $d_1=2,00$ мм, $d_2=1,00$ мм. На конденсатор подано напряжение $U=100,0$ В (плюс на левую обкладку, минус – на правую).

1. Определить:

- а). значения напряженности поля, а также значения электрического смещения в обоих слоях;
- б). поверхностные плотности сторонних зарядов на левой обкладке, на правой обкладке и на границе раздела слоев;
- в). поверхностные плотности связанных зарядов вблизи левой обкладки, вблизи правой обкладки и на границе раздела слоев;
- г). плотность тока, текущего через конденсатор.

2. Определить перечисленные в пункте 1 величины для случая $\rho_1 \rightarrow \infty$.

U

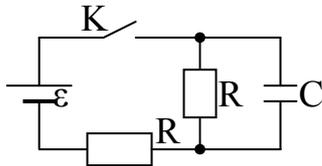


2.6 Две квадратные пластины со стороной $a=300$ мм, закрепленные на расстоянии $d=3.0$ мм друг от друга, образуют плоский конденсатор, подключенный к источнику постоянного напряжения $U=250$ В. Расположенные вертикально пластины погружают в керосин ($\epsilon=2,00$) со скоростью $v=5,0$ мм/с. Найти силу тока I , текущего при этом по подводящим проводам.

2.7 Найти зависимость от времени напряжения на конденсаторе C после

158

замыкания в момент $t=0$ ключа K .



2.8 Радиусы обкладок сферического конденсатора равны a и b , причем $a < b$. Пространство между обкладками заполнено однородным веществом с диэлектрической проницаемостью ϵ и удельным сопротивлением ρ . Первоначально конденсатор не заряжен. В момент $t=0$ внутренней обкладке сообщили заряд q_0 . Найти:

- закон изменения во времени заряда на внутренней обкладке;
- количество тепла, выделившегося при растекании заряда.

2.9 Обкладкам конденсатора емкости $C=2,00$ мкФ сообщили разноименные заряды $q_0=1$ мКл. Затем обкладки замкнули через сопротивление $R=5,0$ Мом. Найти:

- заряд, прошедший через это сопротивление за время $\tau=2,00$ мс;
- количество тепла, выделившееся в сопротивлении за то же время.

2.10 По проводнику сопротивлением $R=3$ Ом течет ток, сила которого возрастает. Количество теплоты Q , выделившееся в проводнике за время $\tau=8$ с, равно 200 Дж. Определить количество электричества q , протекшее за это время по проводнику. В момент времени, принятый за начальный, сила тока в проводнике равна нулю.

2.11 Сила тока в проводнике сопротивлением $R=15$ Ом равномерно возрастает от $I_0=0$ до некоторого максимального значения в течение времени $\tau=5$ с. За это время в проводнике выделилось количество теплоты $Q=10$ кДж. Найти среднюю силу тока в проводнике за этот промежуток времени.

2.12 Сила тока в проводнике равномерно увеличивается от $I_0=0$ до некоторого максимального значения в течение времени $\tau=10$ с. За это время в проводнике выделилось количество теплоты $Q=1$ кДж. Определить скорость нарастания тока в проводнике, если его сопротивление R равно 3 Ом.

159

2.13 Между обкладками плоского конденсатора помещена параллельно им медная пластинка, толщина которой равна $1/3$ зазора между обкладками. Емкость конденсатора в отсутствие пластинки $C=0,250$ мкФ. Конденсатор подключен к источнику тока, вследствие чего заряжен до напряжения $U=100,0$ В. Определить:

а). работу, которую нужно совершить, чтобы извлечь пластинку из конденсатора;

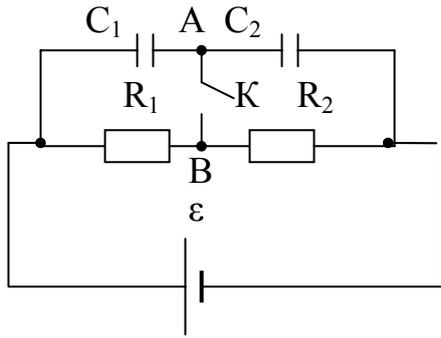
б). работу, совершаемую при этом источником тока.

Нагреванием пластинки пренебречь.

2.14 Решить задачу, аналогичную предыдущей, с тем отличием, что пластинка изготовлена не из меди, а из диэлектрика с проницаемостью $\epsilon=3,00$.

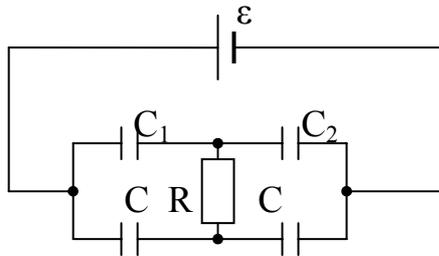
2.15 Катушка радиуса $r=25$ см, содержащая $L=500$ м тонкого медного провода, вращается с угловой скоростью $\omega=300$ рад/с вокруг своей оси. Через скользящие контакты катушка подключена к баллистическому гальванометру. Общее сопротивление всей цепи $R=21$ Ом. Найти удельный заряд носителей тока в меди, если при резком торможении катушки через гальванометр проходил заряд $q=10$ нКл.

2.16 Найдите разность потенциалов между точками А и В до замыкания ключа К. Какой заряд пройдет через ключ К после его замыкания?

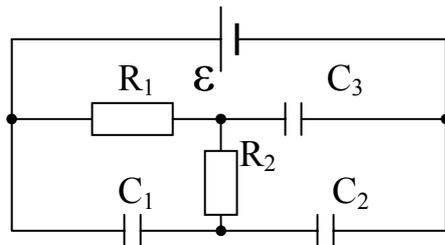


160

2.17 Найдите напряжения U_1 и U_2 на конденсаторах с емкостями C_1 и C_2 .

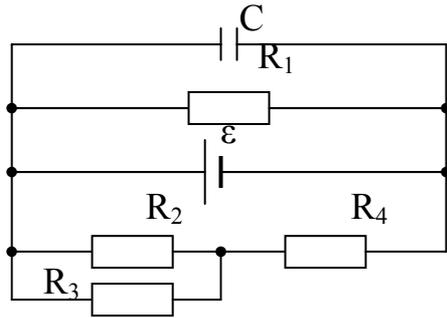


2.18 Найдите напряжения U_1 , U_2 и U_3 на каждом из конденсаторов.



2.19 Найдите э.д.с. источника, если заряд конденсатора $q=1,08$ мКл. Сопротивления резисторов $R_1=90$ Ом, $R_2=30$ Ом, $R_3=60$ Ом, $R_4=40$ Ом.

Внутреннее сопротивление источника $r=1$ Ом. Емкость конденсатора $C=5$ мкФ.



2.20 Какой заряд q пройдет через резистор R_2 после размыкания ключа

161

К? Сопротивления всех резисторов одинаковы и равны R , Внутреннее сопротивление источника равно r .

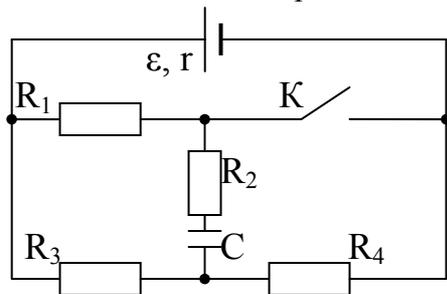


Рис. к задаче 2.20

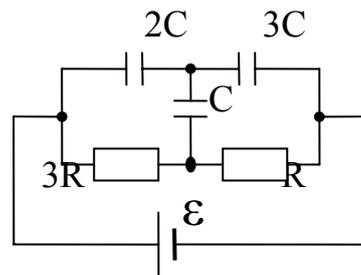
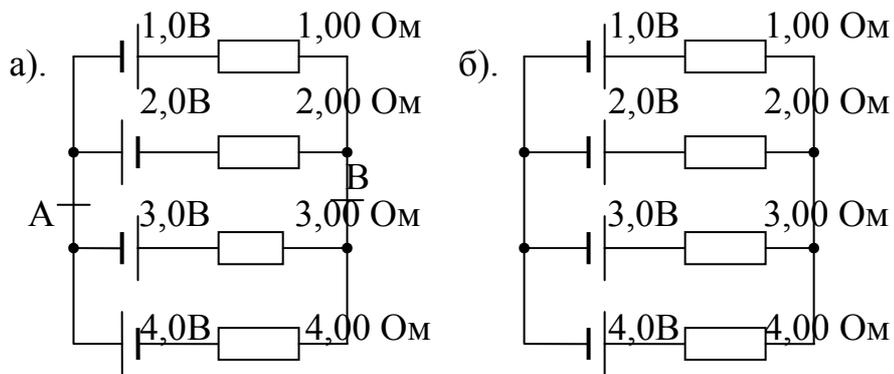


Рис. к задаче 2.21

2.21 Найдите заряд q на конденсаторе емкостью C . Внутреннее сопротивление источника пренебрежимо мало.

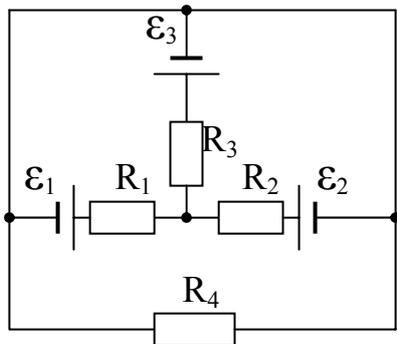
2.22 В изображенных на рисунках схемах, определить текущие через сопротивления токи. Сопротивлением источников и соединительных проводов пренебречь. Как изменятся токи в случае (а), если разрезать провода в точках А и В?



2.23 Элементы изображенной на рисунке схемы имеют следующие значения э.д.с. и сопротивлений: $\varepsilon_1=1,00$ В, $\varepsilon_2=2,00$ В, $\varepsilon_3=3,00$ В, $R_1=100$ Ом, $R_2=200$ Ом, $R_3=300$ Ом, $R_4=400$ Ом. Определить токи, текущие через сопротивления. Сопротивлением источников тока и соединительных

162

проводов пренебречь.



Магнитное поле в вакууме. Расчет магнитного поля токов и систем токов. Работа магнитного поля (4 занятия.)

1. Точечный заряд движется со скоростью $v=900$ м/с. В некоторый момент в точке наблюдения Р напряженность электрического поля этого

заряда $E=600$ В/м, а между векторами \mathbf{E} и \mathbf{v} угол $\alpha=30^\circ$. Найти индукцию B магнитного поля данного заряда в точке P в этот момент. [$B=\epsilon_0\mu_0vE \sin \alpha=3,0$ пТл.]

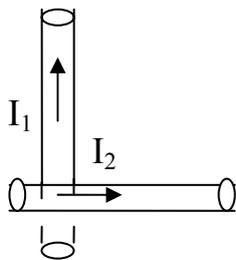
2. Опираясь на закон Био-Савара-Лапласа и принцип суперпозиции найдите выражения для индукции магнитного поля бесконечного прямого проводника с током, индукции магнитного поля в центре кругового витка с током, индукции магнитного поля на оси кругового витка с током.

3. По двум длинным прямолинейным проводам, находящимся на расстоянии 5 см друг от друга в воздухе, текут токи силой 10 А каждый, определите индукцию магнитного поля, создаваемого токами в точке, лежащей между проводами, для случаев:

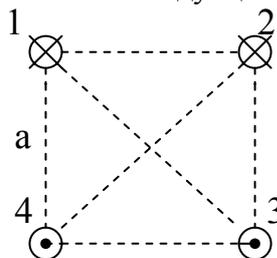
- а). провода параллельны, токи текут в одном направлении;
- б). провода параллельны, токи противоположны;

163

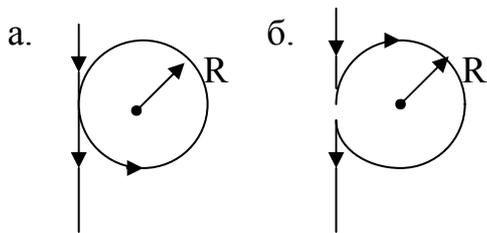
в). провода перпендикулярны, направления токов показаны на рисунке.



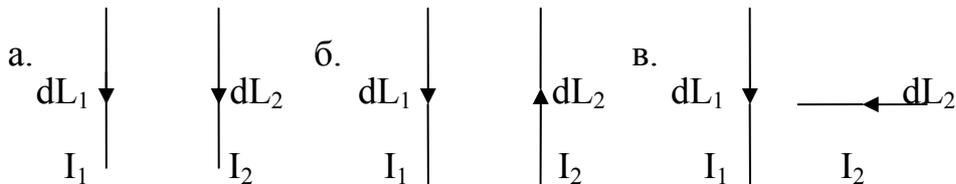
4. Четыре тонких длинных провода, по которым в указанных на рисунке направлениях текут одинаковые токи I , располагаются так что в сечении образуют квадрат со стороной a . Найдите величину и направление вектора магнитной индукции в центре квадрата.



5. Определите величину и направление вектора индукции \mathbf{B} в центрах окружностей.



6. Напишите выражения для сил взаимодействия проводников с током в представленных на рисунке случаях. Определите направления этих сил. Как соотносится результат, полученный для случая (в), с третьим законом Ньютона?



164

7. Ток I течет по тонкому проводнику, который имеет вид правильного n -угольника, вписанного в окружность радиуса R . Найти магнитную индукцию в центре данного контура. Исследовать полученное выражение при $n \rightarrow \infty$. [$B_0 = n\mu_0 I \operatorname{tg}(\pi/n)/(2\pi R)$; при $n \rightarrow \infty$ $B_0 = \mu_0 I/(2R)$.]

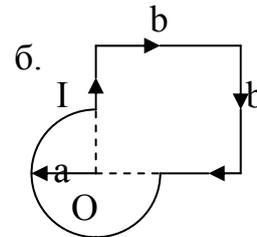
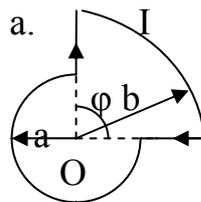
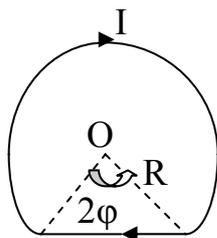
8. По проводнику, согнутому в виде квадратной рамки со стороной $a=10\text{см}$ течет ток $I=5\text{А}$. Определить индукцию магнитного поля \mathbf{B} в точке, равноудаленной от вершин квадрата на расстояние, равное длине его стороны. [$B=2\mu_0 I/(3\pi a)=13,3\text{ мкТл}$.]

8. Ток $I=5,0\text{ А}$ течет по тонкому замкнутому проводнику. Радиус изогнутой части проводника $R=120\text{ мм}$, угол $2\varphi=90^\circ$. Найти магнитную индукцию в центре кривизны изогнутой части.

[$B_0 = \mu_0 I(\pi - \varphi + \operatorname{tg}\varphi)/(2\pi R) = 28\text{ мкТл}$.]

Рис. к задаче 9.

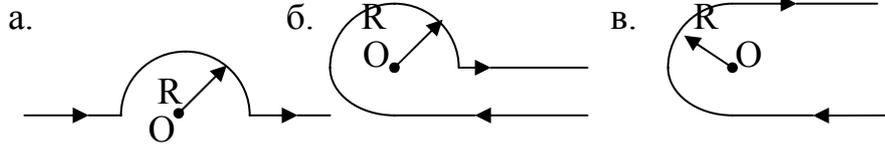
Рис. к задаче 10.



10. Найти индукцию магнитного поля в точке O контуров с током I , показанных на рисунке.

[а). $B_0 = \mu_0 I (\{2\pi - \varphi\}/a + \varphi/b)/(4\pi)$; б). $B_0 = \mu_0 I (\{3\pi/(4a) + 2^{1/2}/b\}/(4\pi))$.]

11. Определить индукцию магнитного поля в точке O , если проводник с током I имеет вид, показанный на рисунке. Прямолинейные участки проводника предполагаются очень длинными.

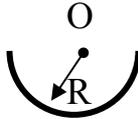


12. Из одинаковых кусков проволоки длиной a спаян куб. К противоположным концам его диагонали приложена э.д.с., в результате чего через куб течет полный ток I . Какова индукция магнитного поля в центре куба? Поле подводящих проводов не учитывать.

165

13. Ток I течет вдоль длинной тонкостенной трубы радиуса R , имеющей по всей длине продольную прорезь ширины h . Найти индукцию магнитного поля внутри трубы, если $h \ll R$. [$B = \mu_0 I / (4\pi^2 R r)$.]

14. Ток $I = 11,0$ А течет по длинному прямому проводнику, сечение которого имеет форму тонкого полукольца радиуса $R = 5,0$ см. Найти индукцию магнитного поля в точке O . [$B_0 = \mu_0 I / (\pi^2 R) = 2,8 \cdot 10^{-5}$ Тл.]



15. Непроводящая сфера радиуса $R = 50$ мм, заряженная равномерно с поверхностной плотностью $\sigma = 10,0$ мкКл/м², вращается с угловой скоростью $\omega = 70$ рад/с вокруг оси, проходящей через ее центр. Найти магнитную индукцию в центре сферы. [$B_0 = 2\mu_0 \sigma \omega R / 3 = 29$ пТл.]

16. Определить индукцию магнитного поля тока, равномерно распределенного:

- а). по плоскости с линейной плотностью \mathbf{j} ;
 - б). по двум параллельным плоскостям с линейными плотностями \mathbf{j} и $-\mathbf{j}$.
- [а). $B = \mu_0 \mathbf{j} / 2$; б). между плоскостями $B = \mu_0 \mathbf{j}$, в других областях $B = 0$.]

17. Однородный ток плотности \mathbf{j} течет внутри неограниченной пластины толщиной $2d$ параллельно ее поверхности. Найти индукцию магнитного поля этого тока как функцию расстояния x от средней плоскости пластины. Магнитную проницаемость всюду считать равной единице.

$$[\mathbf{B}(x)=\mu_0\mathbf{j}x \text{ при } x \leq d, \mathbf{B}=\mu_0\mathbf{j}d \text{ при } x > d.]$$

18. По однородному прямому проводу, радиус сечения которого R , течет постоянный ток плотности \mathbf{j} . Найти индукцию магнитного поля этого тока в точке, положение которой относительно оси провода определяется радиус-вектором \mathbf{r} . Магнитная проницаемость всюду $\mu=1$.

$$[\mathbf{B}(\mathbf{r})=\mu_0[\mathbf{j}\mathbf{r}]/2 \text{ при } r \leq R; \mathbf{B}(\mathbf{r})=\mu_0[\mathbf{j}\mathbf{r}]R^2/(2r^2) \text{ при } r > R.]$$

19. Внутри однородного длинного прямого провода круглого сечения имеется круглая длинная цилиндрическая полость, ось которой парал-

166

лельна оси провода и смещена относительно последней на расстояние l . По проводу течет постоянный ток плотности \mathbf{j} . Найти индукцию магнитного поля внутри полости. Рассмотреть, в частности, случай $l=0$.

$$[\mathbf{B}=\mu_0[\mathbf{j}l]/2.]$$

20. Имеется очень длинный прямой соленоид с током I . Площадь поперечного сечения соленоида S , число витков на единицу длины n . Найти поток вектора \mathbf{B} через торец соленоида. $[\Phi=\mu_0InS/2.]$

21. Имеется кольцевой соленоид прямоугольного сечения. Найти магнитный поток через это сечение, если ток в обмотке $I=1,7$ А, полное число витков $N=1000$, отношение внешнего диаметра к внутреннему $\eta=1,6$ и толщина $h=5,0$ см. $[\Phi=\mu_0INh \ln\eta/(2\pi) = 8 \text{ мкВб}.]$

22. Найти магнитный момент тонкого кругового витка с током, если радиус витка $R=100$ мм, и индукция магнитного поля в его центре $B=6,0$ мкТл. $[p_m=2\pi R^3B/\mu_0=30 \text{ мА}\cdot\text{м}^2.]$

23. Вычислить магнитный момент тонкого проводника с током $I=0,8$ А, плотно навитого на половину тора. Диаметр сечения тора $d=5,0$ см, число витков $N=500$. $[p_m=NI d^2/2=0,5 \text{ А}\cdot\text{м}^2.]$

I



24. Тонкий провод (с изоляцией) образует плоскую спираль из $N=100$ плотно расположенных витков, по которым течет ток $I=8$ мА. Радиусы внутреннего и внешнего витков $a=50$ мм, $b=100$ мм. Найти:

а). индукцию магнитного поля в центре спирали;

б). магнитный момент спирали при данном токе.

$$[B_0 = \mu_0 I N \ln(b/a)/(2b-2a) \approx 7 \text{ мкТл}; p_m = NI\pi(b^3 - a^3)/(3b-3a) \approx 1,47 \cdot 10^{-2} \text{ А} \cdot \text{м}^2.]$$

25. Непроводящий тонкий диск радиуса R , равномерно заряженный с одной стороны с поверхностной плотностью σ , вращается вокруг своей оси с угловой скоростью ω . Найти:

а). Индукцию магнитного поля в центре диска;

б). магнитный момент диска. [а). $B_0 = \mu_0 \sigma \omega R^2/2$; б). $p_m = \pi \sigma \omega R^4/4$.]

167

26. Небольшой виток с током находится на расстоянии r от длинного прямого проводника с током I . Магнитный момент витка равен p_m . Найти модуль и направление силы, действующей на виток, если вектор p_m :

а). параллелен прямому проводнику;

б). направлен по радиус-вектору r ;

в). совпадает по направлению с магнитным полем тока I в месте расположения витка.

$$[а). F=0; б). F = \mu_0 I p_m / (2\pi r^2), \mathbf{F} \uparrow \downarrow \mathbf{B}; в). F = \mu_0 I p_m / (2\pi r^2), \mathbf{F} \uparrow \downarrow \mathbf{r}.]$$

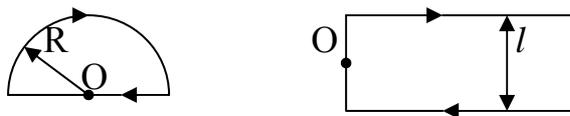
27. Небольшая катушка с током, имеющая магнитный момент p_m , находится на оси кругового витка радиуса R , по которому течет ток I . Найти модуль силы, действующей на катушку, если ее расстояние от центра витка равно x , а вектор p_m совпадает по направлению с осью витка. $[F = (\mu_0/4\pi) 6\pi R^2 I p_m x / (R^2 + x^2)^{5/2}.]$

28. Почему два параллельных проводника, по которым идут токи в одном направлении, притягиваются, а два параллельных катодных пучка отталкиваются?

29. Найти модуль и направление силы, действующей на единицу длины тонкого проводника с током $I=8,0$ А в точке O , если проводник изогнут, как показано:

а). на рисунке а), радиус закругления $R=10$ см;

б). на рисунке б), расстояние между длинными параллельными друг другу участками проводника $l=20$ см. [а). $F_1=\mu_0 I^2/(4R)=0,20$ мН/м; б). $F_1=\mu_0 I^2/(\pi l)=0,13$ мН/м.]



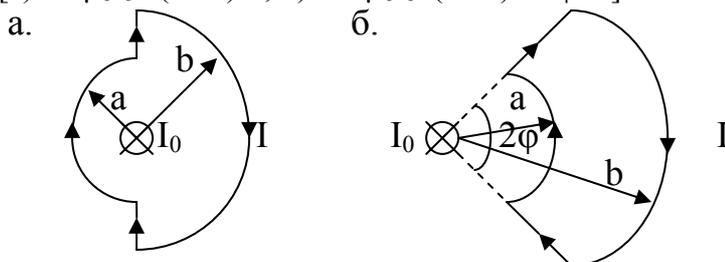
30. Катушка с током $I=10$ мА поместили в однородное магнитное поле так, что ее ось совпала с направлением поля. Обмотка катушки однослойная из медного провода диаметром $d=0,10$ мм, радиус витков $R=30$ мм. При каком значении индукции внешнего поля обмотка катушки может быть разорвана? Предел прочности меди $\sigma_m = 0,30$ ГПа. [$B=\pi d^2 \sigma_m/(4RI)=8$ кТл.]

31. Замкнутый контур с током I находится в поле длинного прямого

168

проводника с током I_0 . Плоскость контура перпендикулярна к прямому проводнику. Найти момент сил Ампера, действующих на замкнутый контур, если он имеет вид, показанный на рисунках а) и б).

[а) $N=\mu_0 I_0 I (b - a)/\pi$; б). $N=\mu_0 I_0 I (b - a) \sin \varphi/\pi$.]

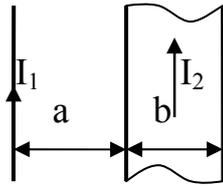


32. Два параллельных длинных провода с током $I=6,0$ А в каждом (токи направлены в одну сторону) удалили друг от друга так, что расстояние между ними стало в $\eta=2,0$ раза больше первоначального. Какую работу на единицу длины проводов совершили при этом силы Ампера?

[$A_1 = -0,5\mu_0 I^2 \ln \eta/\pi = -5,0$ мкДж/м.]

33. По двум длинным тонким параллельным проводникам, вид которых показан на рисунке, текут постоянные токи I_1 и I_2 . Расстояние между проводниками a , ширина правого проводника b . Имея в виду, что оба проводника лежат в одной плоскости, найти силу магнитного взаимодействия между ними в расчете на единицу их длины.

[$F_1=0,5\mu_0 I_1 I_2 \ln(1+b/a)/b$.]

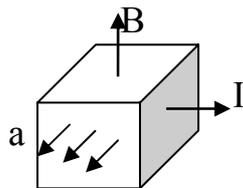


34. Система состоит из двух параллельных друг другу плоскостей с токами, которые создают между плоскостями однородное магнитное поле с индукцией B . Вне этой области магнитное поле отсутствует. Найти магнитную силу, действующую на единицу поверхности каждой плоскости. [$F_1=B^2/(2\mu_0)$.]

35. В электромагнитном насосе для перекачки расплавленного металла участок трубы с металлом находится в однородном магнитном поле с индукцией B . Через этот участок трубы в перпендикулярном вектору B и

169

оси трубы направлении пропускают равномерно распределенный ток I . Найти избыточное давление, создаваемое насосом при $B=0,10$ Тл, $I=100$ А и $a=2,0$ см. [$\Delta p=IB/a=0,5$ кПа.]



36. Вдоль длинного тонкостенного круглого цилиндра радиуса $R=5,0$ см течет ток $I=50$ А. Какое давление испытывают стенки цилиндра? [$p=\mu_0 I^2/(8\pi^2 R^2)=16$ мПа.]

37. Какое давление испытывает боковая поверхность длинного прямого соленоида, содержащего $n=20$ витков/см, когда по нему течет ток $I=20$ А? [$p=\mu_0 n^2 I^2/2=1,0$ кПа.]

38. Ток I течет подлинному однослойному соленоиду, радиус сечения которого $R=5,5$ см. Число витков на единицу длины соленоида $n=15$ см⁻¹. Найти предельную силу тока, при которой может наступить разрыв обмотки, если предельная нагрузка на разрыв проволоки обмотки $F_{пр}=100$ Н. [$I_{пр}=(2F_{пр}/(\mu_0 n R))^{1/2}=1,4$ кА.]

39. Какое влияние на поле соленоида оказывает то обстоятельство, что переход от витка к витку сопровождается перемещением вдоль оси соленоида?

40. Намоткой длинного соленоида с радиусом сечения a служит тонкая лента-проводник шириной h , намотанная в один слой практически вплотную. Вдоль ленты течет постоянный ток I . Найти магнитное поле B внутри и вне соленоида как функцию расстояния r от его оси. [$B = \mu_0 I (1 - (h/2\pi a)^2)^{1/2} / h$ ($r < a$), $B = \mu_0 I / (2\pi r)$ ($r > a$).]

41. Два длинных параллельных провода с пренебрежимо малым сопротивлением замкнуты с одного конца на сопротивление R , а с другого конца подключены к источнику постоянного напряжения. Радиус сечения каждого провода в η раз меньше расстояния между осями проводов ($\eta \gg 1$). Измерения показывают, что проводники притягиваются. При каких значениях сопротивления R это возможно? [$R > (\mu_0 / \epsilon_0)^{1/2} \ln \eta / \pi$.]

170

Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях. Эффект Холла(1 занятие.)

1. Электрон влетает со скоростью v в однородное магнитное поле с индукцией B . Скорость электрона направлена перпендикулярно вектору B . По какой траектории будет двигаться электрон?

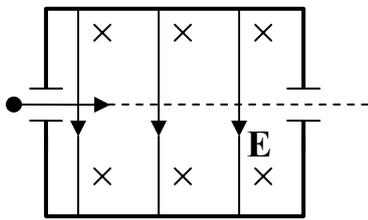
По какой траектории будет двигаться электрон, если его скорость v составляет угол α к направлению поля?

2. Опишите движение электрона в однородных параллельных электрическом и магнитном полях. Начальная скорость электрона v направлена под углом α к векторам E и B .

3. Объясните действие «фильтра скоростей» (устройства, пропускающего лишь заряженные частицы, движущиеся с определенной скоростью v), показанного на рисунке. Внутри прибора созданы однородные поля E и B . Поля направлены перпендикулярно друг другу и начальной скорости частиц.

B

v



4. «Масс-спектрометр». Пучок однозарядных ионов проходит «фильтр скоростей», в котором $E=500$ В/м и $B=0,10$ Тл, и попадает затем в область однородного магнитного поля с индукцией $B_1=60$ мТл. Ионы влетают в поле под прямым углом к направлению вектора \mathbf{B}_1 . На каком расстоянии друг от друга окажутся ионы двух различных изотопов неона с относительной атомной массой 20 и 22, пройдя половину окружности? [3,5 мм.]

5. Плоский конденсатор, площадь каждой пластины которого S и расстояние между ними d , поместили в поток проводящей жидкости с удельным сопротивлением ρ . Жидкость движется со скоростью v параллельно пластинам. Система находится в однородном магнитном поле с индукцией B , причем вектор \mathbf{B} параллелен пластинам и

171

перпендикулярен к направлению потока. Пластины конденсатора замкнули на внешнее сопротивление R . Какая мощность выделяется на этом сопротивлении? При каком R выделяемая мощность будет максимальной? Чему она равна? [$P=v^2B^2d^2R/(R+\rho d/S)^2$; при $R=\rho d/S$ мощность максимальна и равна $P_{\text{макс}}=v^2B^2dRS/(4\rho)$.]

6. Вдоль медного прямого проводника круглого сечения радиуса $R=5,0$ мм течет ток $I=50$ А. Найти разность потенциалов между осью проводника и его поверхностью. Концентрация ионов проводимости у меди $n=0,9 \cdot 10^{23}$ см⁻³. [$U=\mu_0 I^2/(4\epsilon\pi^2 n R^2)=2$ пВ.]

7. При измерении эффекта Холла в натриевом проводнике напряженность поперечного поля оказалась $E=5,0$ мкВ/см при плотности тока $j=200$ А/см² и индукции магнитного поля $B=1,00$ Тл. Найти концентрацию электронов проводимости и ее отношение к концентрации атомов в данном проводнике. [$n_e=jB/(eE)=2,5 \cdot 10^{28}$ м⁻³, $n_e/n_a \approx 1$.]

8. Найти подвижность электронов проводимости в медном проводнике, если при измерении эффекта Холла в магнитном поле с индукцией $B=100$ мТл напряженность поперечного электрического поля у данного

проводника оказалась в $\eta=3,1 \cdot 10^3$ раз меньше напряженности продольного электрического поля. [$b=1/(B\eta)=3,23 \cdot 10^{-23} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$.]

Магнитное поле при наличии магнетиков. (1 занятие.)

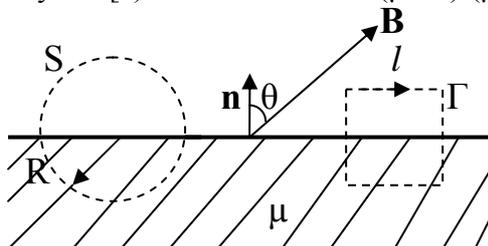
1. Постоянный магнит имеет форму достаточно тонкого диска, намагниченного вдоль его оси. Радиус диска $R=1,0$ см. Оценить значение молекулярного тока \vec{I}' , текущего по ободу диска, если индукция магнитного поля на оси диска в точке, отстоящей на $x=10$ см от его центра, составляет $B=30$ мкКл. [$I'=2B(x^2+R^2)^{3/2}/(\mu_0 R^2) \approx 485 \text{ А}$.]

2. Индукция магнитного поля в вакууме вблизи плоской поверхности однородного изотропного магнетика равна B , причем вектор \mathbf{B} составляет угол α с нормалью к поверхности. Магнитная проницаемость магнетика μ . Найти магнитную индукцию B' в магнетике вблизи поверхности. [$B'=B\{\mu^2 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha\}^{1/2}$.]

172

3. Индукция магнитного поля в вакууме вблизи плоской поверхности магнетика равна B , и вектор \mathbf{B} составляет угол θ с нормалью \mathbf{n} к поверхности. Магнитная проницаемость магнетика μ . Найти:

а). поток вектора \mathbf{H} через поверхность сферы S радиуса R , центр которой лежит на поверхности магнетика; б). циркуляцию вектора \mathbf{B} по квадратному контуру Γ со стороной l , расположенному так, как показано на рисунке. [а). $\Phi_H = \pi R^2 B \cos \theta \cdot (\mu - 1)/(\mu \mu_0)$; б). $C_B = (1 - \mu) B l \sin \theta$.]



4. Постоянный ток I течет вдоль длинного однородного цилиндрического провода круглого сечения. Провод сделан из парамагнетика с магнитной восприимчивостью χ . Найти:

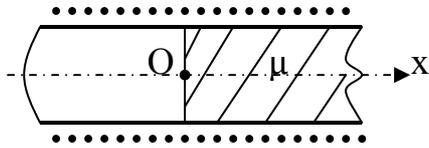
а). поверхностный молекулярный ток $\vec{I}'_{\text{пов}}$;

б). объемный молекулярный ток $\vec{I}'_{\text{об}}$.

Как эти токи направлены друг относительно друга?

[а). $I_{\text{пов}} = \chi I$; б). $I_{\text{об}} = \chi I$; в противоположные стороны.]

5. Бесконечно длинный прямой соленоид с током «наполовину» заполнен парамагнетиком, как показано на рисунке. Изобразить примерные графики магнитной индукции B , напряженности H и намагниченности J на оси соленоида в зависимости от x .



6. Прямой бесконечно длинный проводник с током I лежит в плоскости раздела двух непроводящих сред с магнитными проницаемостями μ_1 и μ_2 . Найти модуль вектора индукции магнитного поля во всем пространстве в зависимости от расстояния r до провода. Иметь в виду, что линии вектора \mathbf{B} являются окружностями с центром на оси проводника. [$B = \mu_0 \mu_1 \mu_2 I / (\pi r (\mu_1 + \mu_2))$.]

173

7. На постоянный магнит, имеющий форму цилиндра длины $l = 15$ см, намотали равномерно $N = 300$ витков тонкого провода. При пропускании по нему тока $I = 3,0$ А поле вне магнита исчезло. Найти коэрцитивную силу H_C материала магнита. [$H_C = IN/l = 6000$ А/м.]

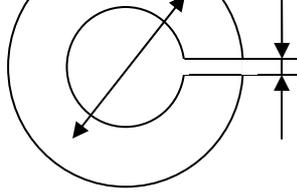
9. Постоянный магнит имеет вид кольца с узким зазором между полюсами. Средний диаметр кольца $d = 20$ см. Ширина зазора $b = 2,0$ мм, индукция магнитного поля в зазоре $B = 40$ мТл. Пренебрегая рассеянием магнитного потока на краях зазора, найти модуль напряженности магнитного поля и намагниченность внутри магнита.

[$H = -bB / (\mu_0(\pi d - b)) = -10^2$ А/м; $I = B / \mu_0 + bB / (\mu_0(\pi d - b))$.]

10. На железном сердечнике в виде тора со средним диаметром d имеется обмотка с общим числом витков N . В сердечнике сделана узкая поперечная прорезь шириной b . При токе I через обмотку магнитная индукция в прорези равна B . Пренебрегая рассеянием поля на краях прорези, найти магнитную проницаемость железа в этих условиях.

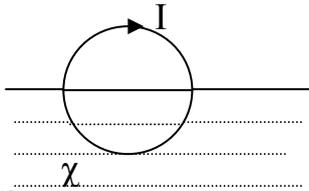
[$\mu \approx B \pi d / (\mu_0 N I - b B)$.]

d b



10. Длинный тонкий цилиндрический стержень из парамагнетика с магнитной восприимчивостью χ и площадью поперечного сечения S расположен вдоль оси катушки с током. Один конец стержня находится в центре катушки, где индукция магнитного поля равна B , а другой конец – в области, где магнитное поле практически отсутствует. С какой силой катушка действует на стержень? [$F \approx \chi S B^2 / (2\mu_0)$.]

11. Длинный прямой соленоид, содержащий n витков на единицу длины, погрузили наполовину в парамагнитную жидкость с магнитной восприимчивостью χ . Найти магнитную силу, действующую на единицу поверхности жидкости, если через соленоид течет ток I . Куда эта сила направлена? [$F_1 = \mu_0 \chi n^2 I^2 / 2$; сила направлена вверх.]



Электромагнитная индукция. Индуктивность. Энергия магнитного поля. Вектор Пойнтинга (3 занятия.)

1. Многообразие проявлений электромагнитной индукции сводится к двум предельным случаям:

- а). рамка (или отдельные ее части), в которой возникает индукционный ток, движется относительно неподвижной катушки с током (магнита);
 - б). рамка неподвижна, но меняется пронизывающее ее магнитное поле.
- Каковы механизмы электромагнитной индукции в каждом из этих случаев?

2. Проводящую ленту перемещают со скоростью v через область, в которой имеется магнитное поле \mathbf{B} . Гальванометр Γ подключен к неподвижным контактам, с которыми соприкасается движущаяся лента. Будет ли гальванометр показывать наличие тока?



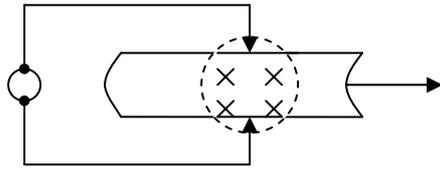


Рис. к задаче 2.

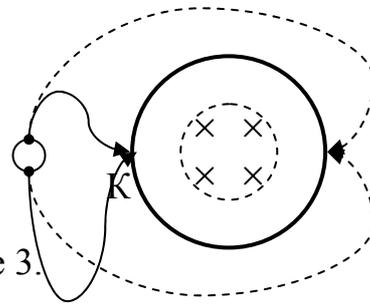


Рис. к задаче 3.

3. Неподвижное металлическое кольцо K охватывает область, в которой локализовано постоянное магнитное поле \mathbf{B} , направленное перпендикулярно плоскости рисунка. Покажет ли гальванометр Γ импульс тока при перемещении скользящих контактов из положения 1 в положение 2?

3. Контур находится в однородном магнитном поле с индукцией B . Верхнюю часть контура – провод в виде полуокружности радиуса a – вращают с постоянной угловой скоростью ω вокруг оси OO' . В момент

175

$t=0$ магнитный поток через контур максимальный. Найти э.д.с. индукции в контуре как функцию времени t . [$\mathcal{E}_i = 0,5 B a^2 \omega \sin \omega t$.]

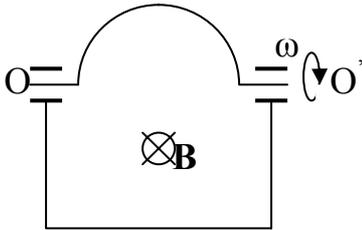


Рис. к задаче 4.

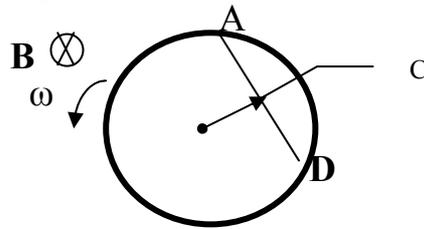


Рис. к задаче 6.

5. Металлический диск радиуса $a=25$ см вращают с постоянной угловой скоростью $\omega=130$ рад/с вокруг его оси. Найти разность потенциалов между центром и ободом диска, если:

- а). внешнего магнитного поля нет;
- б). имеется перпендикулярное к диску внешнее однородное магнитное поле с индукцией $B=5,0$ мТл.

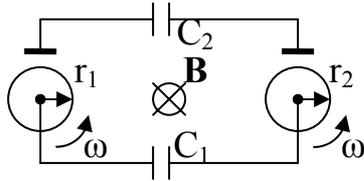
[а). $U=0,5\omega^2ma^2/e = 3$ нВ; б). $U=\omega Ba^2/2 = 20$ мВ.]

6. На непроводящем диске закреплен проводник длиной l . Диск вращается с угловой скоростью ω в однородном постоянном магнитном поле с

индукцией \mathbf{B} , перпендикулярной плоскости диска. Определите разность потенциалов между точками А и С, а также между точками А и D.

[$\varphi_A - \varphi_D = 0$, $\varphi_A - \varphi_C = \omega l^2 B / 8$.]

7. Два диска радиусами r_1 и r_2 вращаются с угловой скоростью ω в однородном магнитном поле с индукцией \mathbf{B} , перпендикулярной их плоскости. Центры дисков подсоединены с обкладкам конденсатора емкостью C_1 , ободы – через скользящие контакты к обкладкам конденсатора емкостью C_2 . Найти разности потенциалов U_1 и U_2 на конденсаторах. [$U_1 = 0,5 \omega r_1^2 B (1 - r_2^2 / r_1^2) / (1 + C_1 / C_2)$, $U_2 = U_1 C_1 / C_2$.]



8. Длинный прямой проводник с током I и П-образный проводник с подвижной перемычкой расположены в одной плоскости. Перемычку, длина которой l , перемещают вправо с постоянной скоростью v . Найти э.д.с. индукции в контуре как функцию расстояния r . [$\mathcal{E}_i = \mu_0 l v I / (2\pi r)$.]

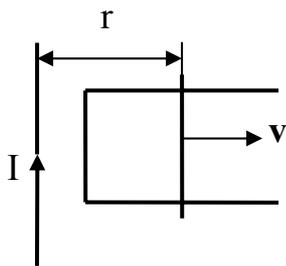


Рис. к задаче 8.

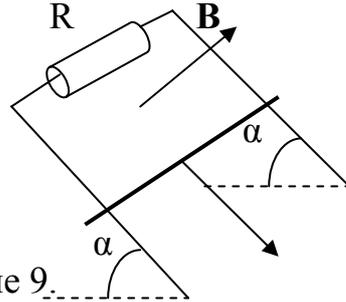


Рис. к задаче 9.

9. По двум гладким медным шинам, установленным под углом α к горизонту, скользит под действием силы тяжести медная перемычка массы m . Шины замкнуты на сопротивление R . Расстояние между шинами l . Система находится в однородном магнитном поле с индукцией \mathbf{B} , перпендикулярном к плоскости, в которой перемещается перемычка. Сопротивления шин, перемычки и скользящих контактов, а также самоиндукция контура пренебрежимо малы. Найти установившуюся скорость перемычки. [$v = mg \sin \alpha R / (B^2 l^2)$.]

10. Система отличается от рассмотренной в предыдущей задаче лишь тем, что вместо сопротивления R к концам шин подключен конденсатор емкости C . Найти ускорение перемычки. [$a = g \sin \alpha / (1 + l^2 B^2 C / m)$.]

11. В системе, рассмотренной в задаче 4, сопротивление контура равно R . Пренебрегая магнитным полем индукционного тока, найти среднюю за период вращения тепловую мощность, выделяемую в контуре.
 $[\langle P \rangle = (\pi \omega^2 B)^2 / (8R)]$.

12. Квадратная проволочная рамка со стороной a и прямой проводник с постоянным током I лежат в одной плоскости. Сопротивление рамки R . Ее повернули на 180° вокруг оси OO' , отстоящей от проводника с током

177

на расстояние b . Найти количество электричества, протекшее в рамке.
 $[q = \mu_0 I a / (2\pi R) \cdot \ln((b+a)/(b-a))]$.

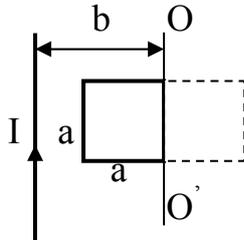


Рис. к задаче 12.

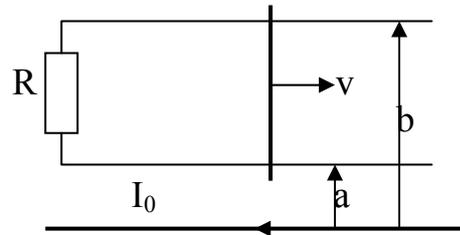


Рис. к задаче 13.

13. На расстояниях a и b от длинного прямого проводника с постоянным током I_0 расположены два параллельных ему провода, замкнутых на одном конце сопротивлением R . По проводам без трения перемещают с постоянной скоростью v стержень-перемычку. Пренебрегая сопротивлением проводов, стержня и скользящих контактов, а также индуктивностью контура, найти:

а). значение и направление индукционного тока в стержне; б). силу, необходимую для поддержания постоянства скорости; в). определить расстояние r от провода с током I_0 до точки перемычки, к которой нужно приложить силу F , чтобы перемычка двигалась поступательно.

[а). $|i| = \mu_0 I_0 v \ln b/a / (2\pi R)$, ток течет по контуру против часовой;

б). $F = (\mu_0 I_0 \ln b/a)^2 v / (4\pi^2 R)$; в). $r = (b-a) / \ln(b/a)$.]

14. По Π -образному проводнику, расположенному в горизонтальной

плоскости, может скользить без трения перемычка 12. Последняя имеет длину l , массу m и сопротивление R . Вся система находится в однородном магнитном поле с индукцией B , перпендикулярной плоскости системы. В момент $t=0$ на перемычку стали действовать постоянной силой F , и перемычка начала перемещаться вправо. Найти зависимость от времени скорости перемычки. Самоиндукция и сопротивление П-образного проводника пренебрежимо малы.

[$v=[1-\exp(-\alpha t)]F/(\alpha m)$, где $\alpha=B^2 l^2/(mR)$.]

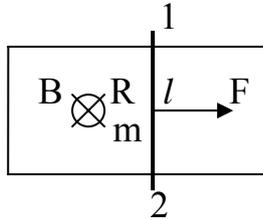


Рис. к задаче 14.

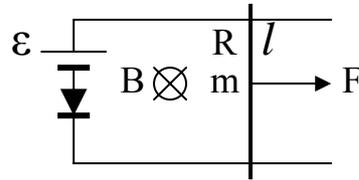


Рис. к задаче 15.

178

15. Как будет двигаться перемычка из предыдущей задачи, если в цепь включены идеальный диод и идеальный источник тока как показано на рисунке?

16. Непроводящее тонкое кольцо массы m , имеющее заряд q , может свободно вращаться вокруг своей оси. В начальный момент кольцо покоилось и магнитное поле отсутствовало. Затем включили однородное магнитное поле, перпендикулярное к плоскости кольца, которое начало нарастать во времени по некоторому закону $B(t)$. Найти угловую скорость кольца ω в зависимости от индукции $B(t)$. [$\omega = 0,5 q B(t)/m$.]

17. Магнитный поток через неподвижный контур с сопротивлением R изменяется в течение времени τ по закону $\Phi = at(\tau - t)$. Найти количество тепла, выделенное в контуре за это время. [$Q = a^2 \tau^3 / (3R)$.]

18. Найдите напряженности электрического и магнитного полей, создаваемых в пространстве бесконечно длинным соленоидом кругового сечения, по которому течет линейно растущий во времени ток $I = bt$. Число витков на единицу длины соленоида равно n , радиус сечения соленоида R . [Внутри соленоида $E = \mu_0 n b r / 2$, $H = b n t$; вне соленоида $E = 0,5 \mu_0 n b R^2 / r$, $H = 0$; здесь r - расстояние от оси соленоида.]

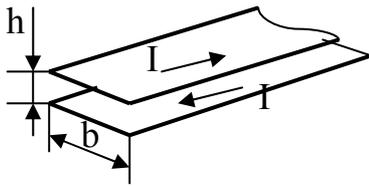
19. Сколько метров тонкого провода надо взять для изготовления соленоида длины $l_0=100$ см с индуктивностью $L=1,0$ мГн, если диаметр сечения соленоида значительно меньше его длины? [$l=(4\pi L l_0/\mu\mu_0)^{1/2}=100$ м.]

20. Найти индуктивность единицы длины кабеля, представляющего собой два тонкостенных коаксиальных металлических цилиндра, если радиус внешнего цилиндра в $\eta=3,6$ раза больше, чем радиус внутреннего. Магнитную проницаемость среды между цилиндрами считать равной единице. [$L_1=\mu\mu_0 \ln\eta/(2\pi)=0,26$ мкГн/м.]

21. Определить индуктивность тороидального соленоида из N витков, внутренний радиус которого равен b , а поперечное сечение имеет форму квадрата со стороной a . Пространство внутри соленоида заполнено однородным парамагнетиком с проницаемостью μ .
[$L=\mu\mu_0 N^2 a \ln [(b+a)/b]/(2\pi)$]

179

21. Вычислить индуктивность единицы длины двухпроводной ленточной линии, если расстояние между лентами h значительно меньше их ширины b , а именно $b/h=50$. [$L=\mu_0 h/b=2,5 \cdot 10^{-8}$ Гн/м.]



23. Два длинных коаксиальных соленоида содержат n_1 и n_2 витков на единицу длины. Внутренний соленоид, имеющий площадь поперечного сечения S , заполнен магнетиком с проницаемостью μ . Найти взаимную индуктивность соленоидов в расчете на единицу их длины.
[$L_{12 \text{ ед}}=\mu_0\mu n_1 n_2 S$.]

24. Вычислить взаимную индуктивность длинного прямого провода и прямоугольной рамки со сторонами a и b . Рамка и прямой провод лежат в одной плоскости, причем ближайшая к проводнику сторона рамки длиной b параллельна проводу и отстоит от него на расстояние l .
[$L_{12} = 0,5\mu_0 b \ln (1+a/l)/\pi$.]

25. Два concentric тонких проводника в форме окружностей с радиусами a и b лежат в одной плоскости. Имея в виду, что $a \ll b$, найти:

- а). их взаимную индуктивность;
- б). магнитный поток через поверхность, натянутую на внешний проводник, если по внутреннему проводнику течет ток I .

[а). $L_{12} \approx 0,5\mu_0\pi a^2/b$. б). $\Phi_{21} = 0,5\mu_0\pi a^2 I/b$.]

26. Ток I течет по рамке в виде квадратного контура со стороной a . Найти магнитный поток через полуплоскость P , граница которой OO' отстоит от ближайшей стороны рамки на расстояние b . Полуплоскость P и рамка

180

лежат в одной плоскости. [$\Phi = 0,5\mu_0 a^2 I \ln(1+a/b)/\pi$.]

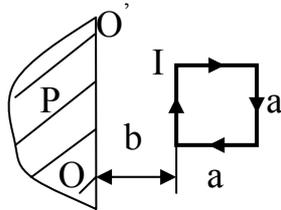


Рис. к задаче 26.

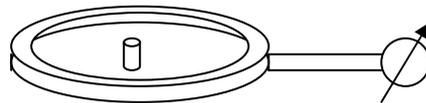
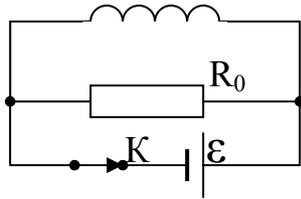


Рис. к задаче 27.

27. В центре тонкой катушки радиусом a , содержащей N витков, находится небольшой цилиндрический магнит. Катушка подключена к баллистическому гальванометру. Сопротивление цепи R . После того, как магнит быстро удалили из катушки, Через гальванометр прошел заряд q . Найти магнитный момент магнита. [$p_m = 2aRq/(\mu_0 N)$.]

28. Катушка индуктивности $L = 2,0$ мкГн и сопротивления $R = 1,0$ Ом подключена к источнику постоянной э.д.с. $\varepsilon = 3,0$ В. Параллельно катушке включено сопротивление $R_0 = 2,0$ Ом. Найти количество тепла, которое выделится в катушке после размыкания ключа K . Внутреннее сопротивление источника пренебрежимо мало. [$Q = 3$ мкДж.]

L, R



29. Ток I течет по длинному прямому проводнику круглого сечения с магнитной проницаемостью μ . Найти энергию магнитного поля внутри провода в расчете на единицу его длины. [$W_1 = \mu\mu_0 I^2 / (16\pi)$.]

30. На тор из магнетика намотано $N=500$ витков. Найти энергию магнитного поля, если при токе $I=2,0$ А магнитный поток через поперечное сечение тора $\Phi=1,0$ мВб. [$W=N\Phi I/2=0,5$ Дж.]

31. Тонкое кольцо из магнетика имеет средний диаметр $d=30$ см и несет на себе обмотку из $N=800$ витков. Площадь поперечного сечения кольца

181

$S=5,0$ см². В кольцо сделана поперечная прорезь ширины $b=2,0$ мм. Когда по обмотке течет некоторый ток, магнитная проницаемость магнетика $\mu=1400$. Пренебрегая рассеянием магнитного поля на краях зазора, найти:

а). отношение магнитной энергии в зазоре к магнитной энергии в магнетике;

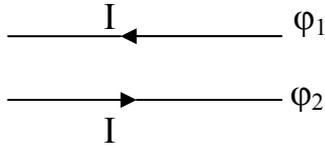
б). индуктивность системы, причем двумя способами – через поток и через энергию. [а). $W_3/W_M \approx \mu b / (\pi d) = 3,0$; б). $L \approx \mu S N^2 / (b + \pi d / \mu) = 0,15$ Гн.]

32. Длинный цилиндр радиуса a , заряженный равномерно по поверхности, вращается вокруг своей оси с угловой скоростью ω . Найти энергию магнитного поля на единицу длины цилиндра, если линейная плотность заряда цилиндра равна λ и $\mu=1$. [$W_1 = \mu_0 \lambda^2 \omega^2 a^2 / (8\pi)$.]

33. Найти энергию взаимодействия двух контуров с токами I_1 и I_2 , если оба контура имеют вид окружностей с радиусами a и b ($a \ll b$), центры этих контуров находятся в одной точке и плоскости контуров составляют друг с другом угол θ . [$W_{12} = 0,5 \mu_0 \lambda a^2 \cos\theta I_1 I_2 / b$.]

34. Найдите энергию электромагнитной волны dW , проходящую за время dt через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны. Ответ получите как исходя из плотности энергии электромагнитного поля, так и через вектор Пойнтинга.

35. На рисунке показан участок двухпроводной линии передачи постоянного тока, направление которого показано стрелками. Имея в виду, что потенциал $\varphi_2 > \varphi_1$, установить, где находится генератор тока (слева, справа)?



36. Плоский конденсатор с круглыми параллельными пластинами радиуса a медленно заряжают. Пренебрегая краевыми эффектами, найти поток электромагнитной энергии через боковую поверхность конденсатора.

182

37. По прямому проводнику круглого сечения течет постоянный ток I . Найти поток вектора Пойнтинга через боковую поверхность участка данного проводника, имеющего сопротивление R . [$\Phi_S = I^2 R$.]

38. Нерелятивистские протоны, ускоренные разностью потенциалов U , образуют пучок круглого сечения с током I . Найти модуль и направление вектора Пойнтинга вне пучка на расстоянии r от его оси. [$S = I^2 (m/2eU)^{1/2} / (4\pi^2 \epsilon_0 r^2)$.]

Задачи домашних контрольных работ. Магнетизм.

3.1 Цепь постоянного тока включает однородное кольцо и два подсоединенных к нему очень длинных радиальных проводника. Замыкающая эти проводники часть цепи (включающая источник тока) расположена так далеко, что не оказывает заметного влияния на поле в области кольца. Чему равна магнитная индукция B в центре кольца?

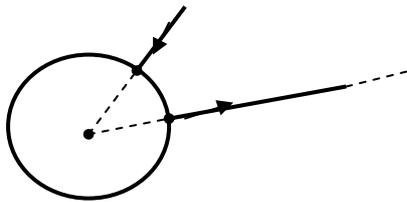


Рис. к задаче 3.1

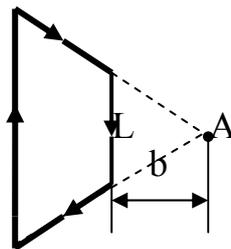


Рис. к задаче 3.2

3.2 Ток силы $I=1,00$ А циркулирует в контуре, имеющем форму равнобооч-ной трапеции. Отношение оснований трапеции $\eta=2,00$. Найти магнитную индукцию B в точке A , лежащей в плоскости трапеции. Меньшее основание трапеции $L=100$ мм, расстояние $b=50$ мм.

3.3 Найти индукцию магнитного поля в центре контура, имеющего вид прямоугольни-ка, если его диагональ $d=16$ см. угол между диагоналями $\varphi=30^0$ и ток в контуре $I=5,0$ А.

3.4 Тонкий провод изогнут в виде правильного шестиугольника. Длина стороны шестиугольника $d=10$ см. Определить магнитную индукцию B в центре шестиугольника, если по проводу течет ток силой $I=25$ А.

183

3.5 По тонкому проволочному кольцу течет ток . Не изменяя силы тока в проводнике, ему придали форму квадрата. Во сколько раз изменилась индукция в центре контура?

3.6 Эбонитовый шар радиуса $R=50,0$ мм заряжен равномерно распределенным поверхностным зарядом с плотностью $\sigma=10,0$ мкКл/м². Шар приводится во вращение вокруг своей оси с угловой скоростью $\omega=100$ рад/с. Найти магнитную индукцию B в центре шара.

3.7 Соленоид радиуса r и длины L имеет на единицу длины n витков. По соленоиду течет ток силы I . Определить индукцию поля B на оси солено-ида как функцию расстояния x от его центра. Исследовать случаи:

а). x конечное, $L \rightarrow \infty$;

б). $x=L/2$, $L \rightarrow \infty$.

3.8 Ток $I=10$ А течет по длинному прямому проводнику круглого сечения. Найти магнитный поток через одну из половин осевого сечения провод-ника в расчете на один метр его длины.

3.9 Квадратная рамка с током $I=0,9$ А расположена в одной плоскости с длинным прямым проводником, по которому течет ток $I_0=5,0$ А. Сторона рамки $a=8,0$ см. Проходящая через середины противоположных сторон ось рамки параллельна проводу и отстоит от него на расстояние, которое в $\eta=1,5$ раз больше стороны рамки. Найти:

а). амперову силу, действующую на рамку;

б). механическую работу, которую нужно совершить при медленном повороте рамки вокруг ее оси на 180^0 .

3.10 Медный провод сечением $S=2,5$ мм², согнутый в виде трех сторон квадрата, может поворачиваться вокруг горизонтальной оси OO' . Провод

находится в однородном вертикально направленном магнитном поле. Найти индукцию поля, если при пропускании по данному проводу тока $I=16$ А угол отклонения $\theta=20^\circ$.

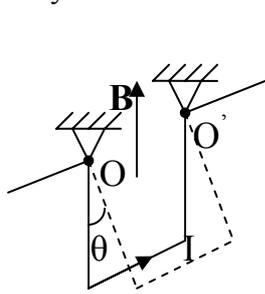


Рис. к задаче 3.10

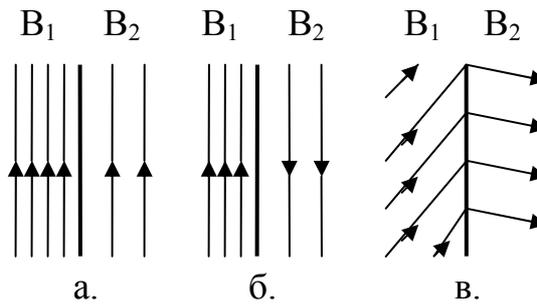


Рис. к задаче 3.13

3.11 Постоянный ток $I=14$ А течет по длинному прямому проводнику, сечение которого имеет форму тонкого полукольца радиуса $R=5,0$ см. Такой же ток течет в противоположном направлении по тонкому проводнику, расположенному на «оси» первого проводника. Найти силу магнитного взаимодействия данных проводников на единицу их длины.

3.12 Внутри длинного цилиндрического сосуда радиуса a параллельно его оси расположен проводящий стержень радиуса b с тонкой изоляцией. Расстояние между осями стержня и сосуда равно L . Сосуд заполнили электролитом и пустили вдоль оси ток I , возвращающийся обратно по стержню. Найти модуль и направление магнитной силы, действующей на единицу длины стержня.

3.13 Проводящую плоскость с током поместили во внешнее однородное магнитное поле. В результате индукция магнитного поля с одной стороны плоскости оказалась равна B_1 , а с другой стороны B_2 . Найти магнитную силу, действующую на единицу поверхности плоскости в случаях, показанных на рисунке. Выяснить, куда направлен ток в плоскости в каждом случае.

3.14 Найти силу взаимодействия двух катушек с магнитными моментами $p_{1m}=4,0$ $\text{мА}\cdot\text{м}^2$ и $p_{2m}=6,0$ $\text{мА}\cdot\text{м}^2$, если их оси лежат на одной прямой и расстояние между катушками $l=20$ см значительно превышает их линейные размеры.

3.15 По тонкому стержню длиной $l=20$ см равномерно распределен заряд $q=240$ нКл. Стержень приведен во вращение с постоянной угловой скоростью $\omega=10$ рад/с относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его середину. Найти:

а). магнитный момент \mathbf{p}_m , обусловленный вращением заряженного стержня;

б). отношение магнитного момента к моменту импульса p_m/L , если стержень имеет массу $m=12$ г.

3.16 Тонкое кольцо радиусом $R=10$ см несет заряд $q=10$ нКл. Кольцо равномерно вращается с частотой $\nu=10$ с⁻¹ относительно оси, перпендикулярной плоскости кольца и проходящей через его центр.

185

Найти:

а). магнитный момент \mathbf{p}_m кругового тока, создаваемого кольцом;

б). отношение магнитного момента к моменту импульса p_m/L , если масса m кольца равна 10 г.

3.17 То же, что и в предыдущей задаче, но относительно оси, совпадающей с одним из диаметров кольца.

3.18 Диск радиусом $R=10$ см несет равномерно распределенный по поверхности заряд $q=0,2$ мКл. Диск равномерно вращается с частотой $\nu=20$ с⁻¹ относительно оси, перпендикулярной плоскости диска и проходящей через его центр. Найти:

а). магнитный момент \mathbf{p}_m кругового тока, создаваемого диском;

б). отношение магнитного момента к моменту импульса p_m/L , если масса m диска равна 100 г.

3.19 Тонкостенная металлическая сфера радиусом $R=10$ см несет равномерно распределенный по поверхности заряд $q=3$ мКл. Сфера равномерно вращается с угловой скоростью $\omega=10$ рад/с относительно оси, проходящей через центр сферы. Найти:

а). магнитный момент \mathbf{p}_m кругового тока, создаваемого вращением сферы;

б). отношение магнитного момента к моменту импульса p_m/L , если масса m сферы равна 100 г.

3.20 Сплошной шар радиусом $R=10$ см несет равномерно распределенный по объему заряд $q=200$ нКл. Шар вращается с угловой скоростью $\omega=10$ рад/с относительно оси, проходящей через центр шара. Найти:

а). магнитный момент \mathbf{p}_m кругового тока, создаваемого вращением шара;

б). отношение магнитного момента к моменту импульса p_m/L , если масса m шара равна 10 кг.

3.21 Квадратная рамка со стороной a и длинный прямой провод с током I находятся в одной плоскости. Рамку поступательно перемещают вправо с

186

постоянной скоростью v . Найти э.д.с. индукции в рамке как функцию расстояния x .

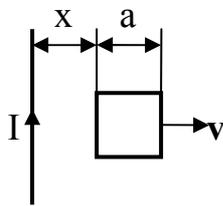


Рис. к задаче 3.21

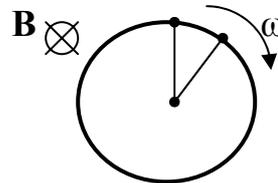


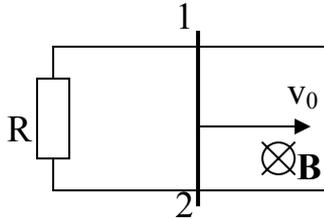
Рис. к задаче 3.23

3.22 Между полюсами электромагнита находится небольшая катушка, ось которой совпадает с направлением магнитного поля. Площадь поперечного сечения катушки $S=3,0$ мм², число витков $N=60$. При повороте катушки на 180° вокруг ее диаметра через подключенный к ней баллистический гальванометр протекает заряд $q=4,5$ мкКл. Найти модуль индукции магнитного поля между полюсами, если сопротивление электрической цепи $R=40$ Ом.

3.23 Металлическое кольцо радиуса r находится в однородном магнитном поле с индукцией \mathbf{B} , перпендикулярной плоскости кольца. Две металлические стрелки сопротивлением R каждая имеют контакт между собой и с кольцом. Одна стрелка неподвижна, а другая равномерно вращается с угловой скоростью ω . Найдите силу тока I , текущего через стрелки. Сопротивлением кольца можно пренебречь.

3.24 Проводник 12 массы m скользит без трения по двум длинным проводящим рельсам, расположенным на расстоянии L друг от друга. На левом конце рельсы замкнуты сопротивлением R . Система находится в вертикальном однородном магнитном поле с индукцией B . В момент $t=0$ стержню 12 сообщили вправо начальную скорость v_0 . Пренебрегая сопротивлениями рельсов и стержня 12, а также самоиндукцией, найти:

- расстояние, пройденное стержнем до остановки;
- количество тепла, выделившееся при этом на сопротивлении.



187

3.25 Тонкий металлический стержень длины $L=1,200$ м вращается с частотой $\nu=120$ мин^{-1} в однородном магнитном поле вокруг оси, перпендикулярной к стержню и отстоящей от одного из его концов на расстояние $L_1=0,250$ м. Вектор B параллелен оси вращения, $B=1,00$ мТл. Найти разность потенциалов U , возникающую между концами стержня.

3.26 Имеется железное кольцо квадратного сечения. Средний диаметр кольца $d=300$ мм, площадь поперечного сечения $S=500$ мм^2 . Кольцо несет на себе обмотку из $N=800$ витков. По обмотке течет ток $I=3,00$ А. В кольце имеется поперечная прорезь ширины $b=2,00$ мм. Пренебрегая рассеянием поля на краях прорези, найти:

- магнитную проницаемость μ железа при этих условиях;
- поток магнитной индукции Φ через поперечное сечение кольца;
- энергию W_1 , заключенную в железе, энергию W_2 в воздушном зазоре и полную энергию поля W ;
- индуктивность обмотки, проведя вычисления двумя способами – через выражение для потока вектора B и с помощью выражения для энергии поля – и сравнить полученные результаты.

3.27 Вычислить постоянную времени $\tau=L/R$, где L – индуктивность, R – активное сопротивление, прямого соленоида длиной $l=1,0$ м, имеющего однослойную обмотку из медного провода массы $m=1,0$ кг. Предполагается, что диаметр сечения соленоида значительно меньше его длины.

3.28 Из провода радиуса $a=1,00$ мм сделана прямоугольная рамка, длина которой $l=10,0$ м значительно больше ширины $b=0,100$ м (измеренной между осями сторон рамки). Найти индуктивность рамки L . Магнитную проницаемость среды положить равной единице. Полем внутри провода пренебречь.

3.29 Два длинных провода радиуса $a=1,00$ мм расположены в воздухе параллельно друг другу. Расстояние между их осями $b=200$ мм. Найти индуктивность, приходящуюся на единицу длины проводов. Магнитную проницаемость проводов и окружающей среды принять равной единице.

3.30 На бесконечный соленоид с n витками на единицу длины и площадью поперечного сечения S намотана катушка из N витков. Найти взаимную индуктивность L_{12} катушки и соленоида. Проницаемость среды, заполняющей соленоид, равна μ .

188

3.31 По соседству расположены два витка проволоки. По первому течет ток $I=10,0$ А. В цепь второго включен баллистический гальванометр. Полное сопротивление второй цепи $R=5,00$ Ом. Чему равна взаимная индуктивность L_{12} витков, если при выключении тока I через гальванометр проходит заряд $q=1,00 \cdot 10^{-8}$ Кл?

3.32 Определить взаимную индуктивность L_{12} тороида и проходящего по его оси бесконечного прямого провода. Тороид имеет прямоугольное сечение ширины a . Внутренний радиус тороида равен r_1 , внешний r_2 . Число витков тороида равно N . Тороид и провод погружены в среду с проницаемостью μ .

3.33 Найти приближенную формулу для взаимной индуктивности двух тонких витков одинакового радиуса a , если оси витков совпадают, а их центры находятся друг от друга на расстоянии b , причем $b \gg a$.

3.34 Имеются два неподвижных контура с взаимной индуктивностью L_{12} . В одном из контуров начали изменять ток по закону $I=\alpha t$, где α - постоянная, t - время. Найдите закон изменения тока $I_2(t)$ в другом контуре, индуктивность которого L_2 и сопротивление R .

3.35 Коаксиальный кабель состоит из внутреннего сплошного проводника радиуса a и наружной проводящей тонкостенной трубки радиуса b . Найти индуктивность единицы длины кабеля для токов достаточно

малой частоты, при которой распределение тока по сечению практически равномерно. Магнитная проницаемость всюду равна единице.

3.36 Тонкое равномерно заряженное кольцо радиуса $a=10$ см вращается вокруг своей оси с угловой скоростью $\omega=100$ рад/с. Найти отношение объемных плотностей энергии магнитного и электрического полей на оси кольца в точке, отстоящей от его центра на расстояние $r = a$.

3.37 Нерелятивистские протоны, ускоренные разностью потенциалов U , образуют пучок круглого сечения с током I . Найти модуль и направление вектора Пойнтинга вне пучка на расстоянии r от его оси.

3.38 Ток, протекающий по обмотке длинного прямого соленоида, достаточно медленно увеличивают. Показать, что скорость возрастания энергии магнитного поля в соленоиде равна потоку вектора Пойнтинга через его боковую поверхность.

189

3.39 Энергия от источника постоянного напряжения U передается к потребителю по длинному прямому коаксиальному кабелю с пренебрежимо малым активным сопротивлением. Потребляемый ток равен I . Найти поток энергии через поперечное сечение кабеля. Внешняя проводящая оболочка кабеля предполагается тонкостенной.

3.40 Два длинных параллельных провода с пренебрежимо малым сопротивлением замкнуты с одного конца на сопротивление R , а с другого конца подключены к источнику постоянного напряжения. Радиус сечения каждого провода в η раз меньше расстояния между осями проводов ($\eta \gg 1$). Измерения показывают, что при протекании тока по проводам, те притягиваются.

Объясните явление. При каких значениях сопротивления R это возможно?

Цепи переменного тока. (2 занятия.)

1. В контуре, состоящем из конденсатора емкости C и катушки с индуктивностью L , происходят свободные незатухающие колебания с амплитудой напряжения на конденсаторе U_m . Найти э.д.с. самоиндукции в катушке в моменты, когда ее магнитная энергия оказывается равной электрической энергии конденсатора. [$|\mathcal{E}_s|=U_m/2^{1/2}$.]

2. Колебательный контур состоит из катушки с индуктивностью L и незаряженного конденсатора емкости C . Активное сопротивление контура $R=0$. Катушка находится в постоянном магнитном поле так, что полный магнитный поток, пронизывающий все ее витки, равен Φ . В момент $t=0$ магнитное поле резко выключили. Найти ток в контуре как функцию времени t . [$I = (\Phi/L) \cos \omega_0 t$, где $\omega_0=1/(LC)^{1/2}$.]

3. Колебательный контур состоит из конденсатора емкости c , катушки с индуктивностью L и пренебрежимо малым сопротивлением и ключа. При разомкнутом ключе конденсатор зарядили до напряжения U_m и затем в момент $t=0$ замкнули ключ. Найти:

а). ток в контуре как функцию времени;

б). э.д.с. самоиндукции в катушке в моменты, когда электрическая энергия конденсатора равна энергии тока в катушке.

[а). $I=I_m \sin \omega_0 t$, где $I_m=U_m(C/L)^{1/2}$, $\omega_0=1/(LC)^{1/2}$; б). $\mathcal{E}_S=U_m/2^{1/2}$.]

190

4. В контуре, состоящем из плоского конденсатора и катушки индуктивности с пренебрежимо малым активным сопротивлением, происходят колебания с энергией W . Пластины конденсатора медленно раздвинули так, что частота колебаний увеличилась в η раз. Какую работу совершили при этом против электрических сил? [$A=(\eta^2-1)W$.]

5. На рисунке показано сечение тороидального резонатора, используемого во многих микроволновых генераторах. Считая, что центральная часть резонатора является плоским конденсатором, а тороидальная полость – индуктивностью, оценить собственную частоту резонатора. Необходимые размеры даны на рисунке. [$\omega_0 \approx (2d/(\epsilon_0\mu_0 a^2 h \ln b/a))^{1/2}$.]

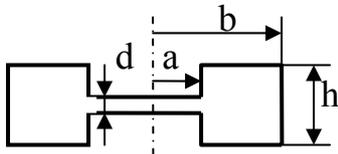


Рис. к задаче 5.

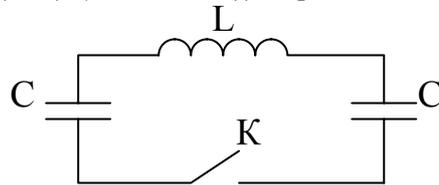


Рис. к задаче 6.

6. Электрическая цепь имеет пренебрежимо малое активное сопротивление. Левый конденсатор зарядили до напряжения U_0 и затем, в момент $t=0$, замкнули ключ K . Найти зависимость от времени t напряжения на обоих конденсаторах. [$U=(1 \pm \cos \omega t)U_0/2$, где «+» для левого конденсатора, а «-» для правого, $\omega=(2/LC)^{1/2}$.]

7. В колебательном контуре имеется конденсатор емкости C , катушка с индуктивностью L , активное сопротивление R и ключ. При разомкнутом ключе конденсатор зарядили, а затем ключ замкнули. Найти отношение напряжения на конденсаторе к его амплитудному значению в начальный момент (сразу после замыкания ключа). $[U(0)/U_m=(1 - R^2C/4L)^{1/2}.]$

8. В колебательном контуре с емкостью C и индуктивностью L совершаются затухающие колебания, при которых ток меняется со временем по закону $I(t)=I_m e^{-\beta t} \sin \omega t$. Найти напряжение на конденсаторе в зависимости от времени.

$$[U_C= I_m(L/C)^{1/2} e^{-\beta t} \sin(\omega t - \delta), \text{ где } \delta \text{ принимает значения } \pi/2 < \delta < \pi.]$$

9. Катушку с активным сопротивлением R и индуктивностью L подключили в момент времени $t=0$ к источнику напряжения $U=U_m \cos \omega t$. Найти ток в катушке как функцию времени t .

$$[I(t)=U_m(\cos(\omega t - \varphi) - e^{-Rt/L} \cos \varphi)/(R^2 + \omega^2 L^2)^{1/2}, \text{ tg } \varphi = \omega L/R.]$$

191

11. Цепь, состоящую из последовательно соединенных конденсатора емкости C и сопротивления R , подключили в момент времени $t=0$ к источнику напряжения $U=U_m \cos \omega t$. Найти ток в цепи как функцию времени t .

$$[I= U_m(\cos(\omega t - \varphi) - e^{-t/RC} \cos \varphi)/(R^2 + 1/(\omega^2 C^2))^{1/2}, \text{ tg } \varphi = -1/(RC\omega).]$$

11. Участок цепи, состоящий из последовательно соединенных конденсатора и активного сопротивления R , подключили к внешнему переменному напряжению с амплитудой U_m . При этом амплитуда установившегося тока оказалась равной I_m . Найти разность фаз между током и внешним напряжением. $[\text{tg } \varphi = -((U_m/RI_m)^2 - 1)^{1/2}.]$

12. Цепь переменного тока, содержащая последовательно соединенные конденсатор и катушку с активным сопротивлением, подключена к внешнему переменному напряжению, частоту которого можно менять, не меняя его амплитуды. При частотах ω_1 и ω_2 амплитуды силы тока в цепи оказались одинаковыми. Найти резонансную частоту тока. $[\omega_0 = (\omega_1 \omega_2)^{1/2}.]$

13. Цепь, состоящую из последовательно соединенных конденсатора емкости C и катушки с активным сопротивлением R индуктивностью L , подключили к внешнему напряжению с амплитудой U_m и частотой ω . Считая, что ток в цепи опережает по фазе внешнее напряжение, построить соответствующую векторную диаграмму и с помощью нее найти амплитуду напряжения на катушке.

$$[U_{LRm}=I_m(R^2 + \omega^2 L^2)^{1/2}, \text{ где } I_m=U_m/(R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2)^{1/2}.]$$

14. Цепь, состоящую из последовательно соединенных безиндукционного сопротивления R и катушки с некоторым активным сопротивлением, подключили к сети с действующим напряжением U . Найти тепловую мощность, выделяемую в катушке, если действующие напряжения на сопротивлении R и катушке равны соответственно U_1 и U_2 .
 $[P=0,5(U^2-U_1^2-U_2^2)/R.]$

15. Конденсатор емкости $C=1,0$ мкФ и катушку с активным сопротивлением $R=0,10$ Ом и индуктивностью $L=1,0$ мГн подключили параллельно к источнику синусоидального напряжения с действующим значением $U=31$ В. Найти:

- а). частоту ω при которой наступает резонанс;
 б). действующее значение подводимого тока при резонансе, а также соответствующие токи через катушку и конденсатор.
 $[a). \omega=(1/LC - R^2/L^2)^{1/2}=3 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}; б). I=URC/L=2 \text{ мА}, I_L=U(C/L)^{1/2}=1,0 \text{ А}, I_C=U(C/L - R^2C^2/L^2)^{1/2}=1,0 \text{ А}.]$

192

Варианты домашних контрольных работ.

Контрольная работа №1. Электростатика.

Вариант	Задача 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.	1.1	1.3	1.12	1.14	1.17	1.22	1.26	1.28	1.30	1.31
2.	1.2	1.3	1.11	1.14	1.16	1.21	1.26	1.29	1.30	1.32
3.	1.4	1.3	1.10	1.14	1.18	1.20	1.26	1.27	1.30	1.33
4.	1.5	1.3	1.9	1.14	1.19	1.23	1.26	1.27	1.30	1.34
5.	1.6	1.3	1.8	1.14	1.16	1.24	1.26	1.28	1.30	1.35
6.	1.1	1.3	1.7	1.14	1.15	1.25	1.26	1.29	1.30	1.36
7.	1.2	1.3	1.12	1.14	1.13	1.25	1.26	1.29	1.30	1.37
8.	1.4	1.3	1.11	1.14	1.17	1.24	1.26	1.28	1.30	1.38
9.	1.5	1.3	1.10	1.14	1.18	1.23	1.26	1.27	1.30	1.38
10.	1.6	1.3	1.9	1.14	1.19	1.22	1.26	1.28	1.30	1.37

Контрольная работа №2. Постоянный электрический ток.

Вариант	Задача 1	Задача 2	Задача 3	Задача 4	Задача 5	Задача 6
1.	2.6	2.5	2.7	2.13	2.19	2.22а
2.	2.4	2.5	2.8	2.14	2.20	2.22б
3.	2.3	2.5	2.9	2.15	2.21	2.22а
4.	2.2	2.5	2.10	2.15	2.16	2.22б
5.	2.1	2.5	2.11	2.14	2.17	2.22а
6.	2.6	2.5	2.12	2.13	2.18	2.22б
7.	2.4	2.5	2.11	2.14	2.19	2.22а
8.	2.3	2.5	2.12	2.15	2.20	2.22б
9.	2.2	2.5	2.10	2.13	2.21	2.22а
10.	2.1	2.5	2.9	2.15	2.17	2.22б

193

Контрольная работа №3. Магнетизм.

Вариант	Задача 1	2	3	4	5	6	7	8
1.	3.1	3.7	3.11	3.15	3.25	3.26	3.35	3.36
2.	3.2	3.7	3.10	3.16	3.24	3.26	3.34	3.37
3.	3.3	3.7	3.9	3.17	3.23	3.26	3.33	3.38
4.	3.4	3.7	3.8	3.18	3.22	3.26	3.32	3.39
5.	3.5	3.7	3.12	3.19	3.21	3.26	3.31	3.39
6.	3.6	3.7	3.13	3.20	3.24	3.26	3.30	3.38
7.	3.6	3.7	3.14	3.15	3.25	3.26	3.29	3.37
8.	3.5	3.7	3.11	3.16	3.23	3.26	3.28	3.36
9.	3.4	3.7	3.12	3.17	3.22	3.26	3.27	3.39
10.	3.3	3.7	3.13	3.18	3.24	3.26	3.33	3.37

Составитель Игорь Владимирович Милютин

Сборник вопросов и задач по общей физике

Термодинамика и молекулярная физика
Электричество и магнетизм

Напечатано с оригинал-макета заказчика

Подписано в печать 25.12.07, Формат 70×100 1/16

Печать офсетная. Усл. печ. л. Уч.- изд. л.

Тираж 100 экз. Заказ №

Типография ГОУВПО «Удмуртский государственный университет»

426034, Ижевск, Университетская, 1, корп. 4.