

Steklov Mathematical Institute of the Russian Academy of Sciences
Lomonosov Moscow State University

International Conference

DIFFERENTIAL EQUATIONS and TOPOLOGY

**Dedicated to the Centennial Anniversary of
Lev Semenovich Pontryagin
(1908–1988)**

ABSTRACTS

Moscow, June 17–22, 2008

Математический институт имени В. А. Стеклова РАН
Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова

Международная конференция

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ТОПОЛОГИЯ

**посвященная 100-летию со дня рождения
Льва Семёновича Понтрягина
(1908–1988)**

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Москва, 17–22 июня 2008 г.

- Kuzmenkov D.S. 357
 Kuznetsov E.B. 356
 Ladoshkin M.V. 472
 Lambertini L. 263
 Lando S. 443
 Lapin S.V. 472
 Larionov E.A. 54
 Larkin N.A. 38
 Lasiecka I. 264
 Latushkin Ya. A. 411
 Lazareva S. 39
 Lebedev P. D. 409, 411, 412
 Ledyayev Yu.S. 265
 Legrand A. 444
 Leitmann G. 255
 Leksin V.P. 154
 Lerman L. 51
 Leugering G. 265
 Levchenko Yu. 153
 Levenshtam V.B. 112, 153
 Li Miao 68
 Li Ming-Chia 54
 Li Yu 460
 Lima P.M. 52
 Lines D. 442
 Lohéac J.-P. 239
 Loi Nguyen 155
 Lokutsievskii L. 265
 Lomovcev F.E. 108
 Longla Martial 156
 Loskutov A. 36
 Lotov A.V. 266
 Lukjanova L.N. 361
 Lukojanov N.Ju. 360
 Luong Vu Trong 55
 Lyakhov L.N. 55
 Lyubich M. 42
 Magaril-Il'jaev G.G. 157
 Magnitskii N. 56
 Mailleret L. 216
 Makarov P.V. 474
 Makarov V.S. 473
 Makas S. 301
 Makin A.S. 158
 Maksimov V. 217
 Maksimov V.I. 362
 Malkin M. 54, 56
 Maltsev A. 57
 Malysh N.A. 362
 Mamadaliev N. 363
 Mamatov A.R. 364
 Mamatov M.Sh. 365
 Manita L.A. 366
 Mansourbeigi S.M.H. 444
 Manturov V.O. 444
 Marchenko V.M. 367
 Marinković B. 219, 258
 Markert E. 445
 Martínez M. D. 26
 Maschenko S.O. 370
 Mason P. 234, 267
 Masuda M. 12
 Matichin I.I. 369
 Matveev S. 446
 Matveev S.K. 158
 Matvijchuk A.R. 368
 Maximov I.G. 454
 Mazalov V. 267
 Mederski J. 446
 Medvedev V.S. 159
 Medvedeva M.A. 378
 Melikhov S.A. 447
 Melikyan A. 268, 297
 Melnikov N. 269
 Merkur'ev M.G. 159
 Meshcheryakov M.V. 475
 Meshcheryakov V.V. 474
 Metel'skii A. 271
 Metrikin V. S. 160
 Mikityuk I.V. 199
 Milani V. 444
 Millionschikov D.V. 447
 Minyuk S.A. 271, 371
 Mirsaburova G.M. 162
 Mirzov Dzh.D. 161
 Mirzova O.Dzh. 161
 Mirzova S.Dzh. 161
 Mishchenko A.S. 476
 Mishchenko E.F. 57
 Mitrohin S.I. 163
 Mitryakova T. 58
 Moiseev E.I. 10
 Moiseev I. 272
 Moiseev T.E. 164
 Monfared Z. 59
 Moretti E. 231
 Morgado M.L. 52
 Mormul P. 273
 Morozov A.D. 144, 165
 Mozhev N.P. 476
 Muminov G.M. 372
 Muranov A. 448
 Muranov Yu. 448
 Muratbekov M.B. 192
 Murzabekov Z.N. 372
 Murzabekova G.E. 373
 Myshkov S.K. 374
 Naimov A.N. 165
 Nakamura G. 423
 Nakonechny A.G. 375
 Nasritdinov G. 376
 Naumovich L. 271
 Nazaikinskii V.E. 449
 Nefedov N.N. 13
 Neishtadt A. 59
 Nekrashevych V. 438
 Nesterov P.N. 168
 Nezbajlo T.G. 166
 Nezhinskij V. 450
 Nguiffo Boyom M. 450
 Nguyen Manh Hung 60
 Nguyen Minh Tri 60
 Nguyen Thanh Anh 60
 Nikitin A.A. 377
 Nikitin F.F. 417
 Nikolskii M.S. 274
 Nikonov I.M. 471
 Nikonov O.I. 378
 Nistri P. 48, 274
 Novikov S.P. 12
 Nurmamedov M. 61
 Nurov I.Dzh. 168
 Oberlack M. 44
 Obnosov Yu. 258
 Obukhovskii V. 29, 275
 Obukhovskiy A. 62
 Ogloblin V. L. 379
 Olsder G. J. 268
 Omel'chenko Oleh E. 62
 Onikijchuk V.N. 169
 Orlov M.V. 350
 Osipenko K.Yu. 157
 Osipov D. 63
 Osipov E.V. 478
 Osipov S. 259
 Osipov Yu.S. 12
 Otarova Zh.A. 170
 Ovchinnikov M.A. 477
 Ozer O. 241, 253
 Panasenko E.A. 382
 Panasik O.A. 371
 Panferov S.V. 383
 Panina G. 451
 Panov E. 63
 Panov T. 451
 Papini D. 274
 Parinov M.A. 171
 Pastor J. 26
 Patsko V.S. 245, 249
 Pavlenok N.S. 380
 Pavlichkov S. 276
 Pavlov A. 452
 Pavlova N.G. 381
 Penkin O. 64
 Pereira F. 218
 Petrenko I.A. 384
 Petrosyan L.A. 277, 386
 Petrov A.A. 277
 Petrov N.N. 385
 Petrova L. 65
 Petrova Yu. 450
 Piccoli B. 267
 Pinchuk N.A. 172
 Piskarev S. 26, 172
 Pivovarchuk D.G. 279, 333
 Plotnikov A.V. 260
 Plotnikova L.I. 260
 Plykin R.V. 173
 Pochinka O. 66
 Poddubnaya O. 66
 Poggiolini L. 279
 Pogodaev N.I. 387
 Pojasok E.I. 389
 Pokrovskij A.N. 173
 Polovinkin E.S. 388
 Polovinkina M.V. 55
 Poluljah E.A. 112
 Poplevko V.P. 314
 Popova S.N. 174
 Potapov A.A. 478
 Potapov D.K. 175
 Potapov M.M. 326, 389
 Poutriquet D. 444
 Prasad A. 305
 Preda C. 222
 Prilepko A.I. 390
 Pristavko V.T. 391
 Proudnikov I. 280
 Prskawetz A. 262
 Pryadiev V. L. 176
 Prykarpatsky A.K. 67
 Pugh Ch. 12
 Pyrkova O.A. 132
 Qiang Jing-Ren 68

При $\bar{N} < n_0$ и $-1/2 \leq w_0 < 0$ равномерное распределение не является оптимальным в классе четных распределений. Точнее, максимум культивируемой биомассы при введенном ограничении на w обеспечивается распределением

$$n(y) = \begin{cases} n_0, & a - B \leq |y| \leq a, \\ -w_0/w_0 + 1, & |y| < a - B, \end{cases}$$

где

$$B = \frac{1}{\sqrt{n_0 + 1}} \left[\operatorname{arcsch} \frac{\sqrt{n_0}}{n_0(w_0 + 1) + w_0} - \operatorname{arcsch} \frac{1}{\sqrt{n_0}} \right].$$

Работа была проведена при частичной финансовой поддержке грантом РФФИ 06-01-00661а и программой "УМНИК" фонда содействия развитию МП НТС (проект 7774).

1. D. Brigolin, A. Davydov, R. Pastres, I. Petrenko, "Optimization of shellfish production carrying capacity at a farm scale *Applied Mathematics and Computation* (accepted for publication).

Петров Н.Н., Удмуртский университет, Ижевск, Россия (npetrov@udmnet.ru)

О "МЯГКОЙ" ПОИМКЕ В НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧАХ ГРУППОВОГО ПРЕСЛЕДОВАНИЯ ABOUT "SOFT" CAPTURE IN SOME PROBLEMS OF GROUP PURSUIT

1. "Мягкая" поимка одного убегающего. В пространстве R^k ($k \geq 2$) рассматривается дифференциальная игра Γ между группой преследователей $P_1, \dots, P_n$ и убегающим E , описываемая системой

$$\dot{z}_i^{(l)} + a_1 z_i^{(l-1)} + \dots + a_l z_i = u_i - v, \quad u_i, v \in V. \quad (1)$$

Здесь $z_i, u_i, v \in R^k$, $a_1, \dots, a_l \in R^1$, V — выпуклый компакт R^k . При $t = 0$ заданы начальные условия $z_i^{(q)}(0) = z_{iq}^0$, $q = 0, \dots, l-1$, причем $z_{is}^0 \neq 0$, $s = 0, 1, 2$.

О п р е д е л е н и е 1. В игре Γ происходит "мягкая" поимка, если существуют $T' > 0$, квазистратегии $U_i(t, z^0, v_i(\cdot))$ преследователей P_i такие, что для любой измеримой функции $v(\cdot)$, $v(t) \in V$, $t \in [0, T]$ существуют момент $\tau \in [0, T]$ и номер $q \in \{1, 2, \dots, n\}$ такие, что $z_q(\tau) = 0$, $\dot{z}_q(\tau) = 0$, $\ddot{z}_q(\tau) = 0$.

П р е д п о л о ж е н и е 1. Все корни характеристического уравнения

$$\lambda^l + a_1 \lambda^{l-1} + \dots + a_l = 0 \quad (2)$$

вещественны и неположительны.

Обозначим корни уравнения (2) через $\lambda_1, \dots, \lambda_s$ ($\lambda_1 < \dots < \lambda_s$), а их кратности соответственно $k_1, \dots, k_s$. Пусть $\xi_i(t)$ — решения уравнения (1) с нулевой правой частью и заданными начальными условиями. Отметим, что $\xi_i(t)$ представимы в виде $\xi_i(t) = P_{i1}(t)e^{\lambda_1 t} + \dots + P_{is}(t)e^{\lambda_s t}$, где P_{ij} — многочлены степени не выше $k_j - 1$. Считаем, что степени многочленов P_{is} равны $\gamma = k_s - 1$, а степени многочленов P_{is-1} равны $\beta = k_{s-1} - 1$. Обозначим $\lambda(x, v) = \sup\{\lambda \geq 0 : -\lambda x \in V - v\}$.

Т е о р е м а 1. Пусть $\lambda_s = 0$, $k_s \geq 3$, $\min_i \max_{\lambda} \lambda(z_i^0, v) > 0$, где $z_i^0 = \lim_{t \rightarrow \infty} \xi_i(t)/t^\gamma$, функция $\lambda(x, v)$ непрерывна во всех точках (z_i^0, v) , где $\lambda(z_i^0, v) > 0$. Тогда в игре Γ происходит "мягкая" поимка.

Т е о р е м а 2. Пусть $\lambda_s = 0$, $k_s = 2$, $\min_i \max_{\lambda} \min\{\lambda(z_i^0, v), \lambda(z_i^1, v)\} > 0$, где $z_i^0 = \lim_{t \rightarrow \infty} \xi_i(t)/t^\gamma$, $z_i^1 = \lim_{t \rightarrow \infty} \xi_i(t)/t^\beta$, функция $\lambda(x, v)$ непрерывна во всех точках (z_i^0, v) , (z_i^1, v) , где $\lambda(z_i^0, v) > 0$, $\lambda(z_i^1, v) > 0$.

Тогда в игре Γ происходит "мягкая" поимка.

Т е о р е м а 3. Пусть $\lambda_s < 0$, $\min_i \max_{\lambda} \min\{\lambda(z_i^0, v), \lambda(z_i^1, v)\} > 0$, где $z_i^0 = \lim_{t \rightarrow \infty} \xi_i(t)e^{-\lambda_s t}/t^\gamma$, $z_i^1 = \lim_{t \rightarrow \infty} \xi_i(t)e^{-\lambda_s t}/t^\gamma(-\lambda_s)$, функция $\lambda(x, v)$ непрерывна во всех точках (z_i^0, v) , (z_i^1, v) , где $\lambda(z_i^0, v) > 0$, $\lambda(z_i^1, v) > 0$. Тогда в игре Γ происходит "мягкая" поимка.

2. "Мягкая" поимка группы убегающих. В пространстве R^k ($k \geq 2$) рассматривается дифференциальная игра $\Gamma(n, m)$ $n + m$ лиц: n преследователей $P_1, \dots, P_n$ и m убегающих $E_1, \dots, E_m$, описываемая системой

$$\dot{z}_{ij} = u_i - v_j, \quad z_{ij}^{(s)}(0) = z_{ij}^s, \quad s = 0, 1, 2, \quad |u_i| \leq 1, \quad |v_j| \leq 1.$$

Цель группы преследователей состоит в том, чтобы осуществить "мягкую" поимку всех убегающих. Цель группы убегающих — помешать этому, то есть предоставить возможность по крайней мере одному из убегающих избежать "мягкой" поимки.

Пусть $z^0 = (z_{ij}^0, z_{ij}^1, z_{ij}^2)$, σ — разбиение $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_s < \dots$ интервала $[0, \infty)$, не имеющее конечных точек сгущения.

О п р е д е л е н и е 2. Кусочно программной стратегией Q_j убегающего E_j , отвечающей разбиению σ , называется семейство отображений $\{b_j^i\}_{i=0}^\infty$ ставящих в соответствие величинам

$$t_i, z_{ij}(t_i), \dot{z}_{ij}(t_i), \ddot{z}_{ij}(t_i), \min_{t \in [0, t_i]} \min_i \sqrt{|z_{ij}(t)|^2 + |\dot{z}_{ij}(t)|^2 + |\ddot{z}_{ij}(t)|^2}$$

измеримую функцию $v_j^i(t)$, определенную для $t \in [t_i, t_{i+1})$ и такую, что $|v_j^i(t)| \leq 1$, $t \in [t_i, t_{i+1})$.

О п р е д е л е н и е 3. В игре $\Gamma(n, m)$ происходит уклонение от встречи из начального состояния z^0 , если существует разбиение σ интервала $[0, \infty)$, не имеющее конечных точек сгущения, кусочно программные стратегии $Q_1, \dots, Q_m$ убегающих $E_1, \dots, E_m$, отвечающие разбиению σ , что для любых измеримых функций $u_i(t)$ преследователей P_i найдется номер $q \in \{1, \dots, m\}$ такой, что $(z_{iq}(t), \dot{z}_{iq}(t), \ddot{z}_{iq}(t)) \neq (0, 0, 0)$ для всех i , $t \in [0, \infty)$.

Введем функцию $f: N \rightarrow N$ вида

$$f(n) = \min\{m : \text{в игре } \Gamma(n, m) \text{ происходит уклонение при любых } z^0\}.$$

Т е о р е м а 4. Существуют $c_1 > 0, c_2 > 0$ такие, что

$$c_2 n \ln n \leq f(n) \leq c_1 n \ln n \text{ для всех } n \in N, n \neq 1.$$

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 06-01-00258).

Петросян Л.А., Санкт-Петербургский Государственный Университет, Санкт-Петербург, Россия
(spbuoasis7@peterlink.ru)

Козловская Н.В., Санкт-Петербургский Государственный Университет, Санкт-Петербург, Россия
(kkn@yandex.ru)

СТРАТЕГИЧЕСКАЯ ПОДДЕРЖКА КООПЕРАТИВНЫХ РЕШЕНИЙ В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ИГРАХ

STRATEGICALLY SUPPORTED COOPERATION IN DYNAMIC GAMES

Рассмотрим кооперативную игру $\Gamma(x_0, T - t_0)$ с n игроками, с независимыми движениями из начального состояния x_0 и с предписанной продолжительностью $T - t_0$:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= f_i(x_1, x_2, \dots, x_n; u_i) \\ x_i(t_0) &= x_0, \quad u_i \in U, x_i \in R^1. \end{aligned} \quad (1)$$

Пусть $x(s) = (x_1(s), x_2(s), \dots, x_n(s))$, $s \in [t_0, T]$ - решение (1) при $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)$. Тогда функция выигрыша i -го игрока определяется следующим образом:

$$K_i(x_0, T - t_0; u_1, \dots, u_n) = \int_{t_0}^T h_i(x(s)) ds.$$

Пусть $y(s)$ - это кооперативная траектория, максимизирующая сумму выигрышей игроков. Предположим также, что до начала игры игроки соглашаются разделить максимальный суммарный выигрыш $V(N; x_0, T - t_0)$ в соответствии с некоторым дележом α , который рассматривается как решение игры $\Gamma(x_0, T - t_0)$. Можно показать, что существует процедура распределения дележа (ПРД), которая гарантирует динамическую устойчивость, и, следовательно, индивидуальную рациональность решения α в каждой подыгре $\Gamma(y(s), T - s)$ вдоль кооперативной траектории $y(s)$. Пусть $V_i(x_0, T - t_0)$ - это $\sup$ выигрыша i -го игрока в игре $\Gamma(x_0, T - t_0)$. Рассмотрим подыгры $\Gamma(y(s), T - s)$, $s \in [t_0, T]$ вдоль кооперативной траектории $y(s)$. Если $\beta(s) = (\beta_1(s), \beta_2(s), \dots, \beta_n(s))$ - динамически устойчивая ПРД, то должны выполняться следующие условия:

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^T \beta_i(s) ds &= \alpha_i, \\ \int_s^T \beta_i(t) dt &\geq V_i(x(s), T - s), \quad i = 1, 2, \dots, n, \end{aligned} \quad (2)$$