



Международная конференция
**"Современные проблемы математики,
механики и их приложений"**
посвященная 70-летию ректора МГУ
академика В.А.Садовниченко



Материалы конференции

The International Conference
**"Modern problems of mathematics, mechanics and
their applications"**
dedicated to the 70-th anniversary of rector of MSU
acad. V.A.Sadovnichy

Materials of the conference



30 марта — 02 апреля 2009 года
Московский Государственный Университет имени М.В.Ломоносова

В магнитной гидродинамике источником диссипации является не только молекулярная, но и магнитная вязкость ν_m . В классическом магнитогидродинамическом приближении связанная (самосоогласованная) задача Ламба для системы "жидкость-вакуум", находящейся в горизонтальном стационарном однородном магнитном поле, формулируется в докладе в виде

$$\frac{1}{RgRm}L^3Z(z) + \sigma\left(\frac{1}{Rg} + \frac{1}{Rm}\right)L^2Z + (\sigma^2 + A)L(z) = 0, z \in]-\infty, 0[,$$

где $L = \frac{d^2}{dz^2} - 1$, Rm, Rg - гидродинамическое и магнитное числа Рейнольдса, A - число Альфвена, σ - искомый спектральный параметр, $Z(z)$ - амплитуда вертикальной компоненты индуцированного движением жидкости магнитного поля: $h_z(x, z, t) = \exp(\sigma t + ix)Z(z)$. Граничное условие затухания при $z \rightarrow -\infty$ дает конечный спектр поверхностных волн, а при требовании лишь ограниченности на бесконечности - сплошной (вязкие внутренние волны по терминологии [3]).

Остальные граничные условия выражают факт непрерывности тензора полных напряжений при переходе через границу раздела, а также условия сопряжения электромагнитных полей.

Доказывается теорема о диссипации: $\Re \sigma < 0$. Проводится аналогия с теорией самосопряженных квадратичных операторных пучков [3]. Подробно исследуются случаи $Rm = \infty, Rg < \infty, A \neq 0$ и $Rg = \infty, Rm < \infty, A \neq 0$ (последний в одном из вариантов изложен в [4]). Приводятся результаты численного анализа и для общего случая.

Работа выполнена при финансовой поддержке ИПМИ Владикавказского НЦ РАН и правительства республики СО-Алания.

Литература

1. Ламб Г. Гидродинамика. М., Л.: ОГИЗ, ГИТТЛ, (1947).
2. Сретенский Л.Н. О волнах на поверхности вязкой жидкости. Труды ЦАГИ, 541, (1941).
3. Копачевский Н.В., Крейн С.Г., Нго Зуи Кан. Операторные методы в линейной гидродинамике. М.: Наука. (1989).
2. Задорожный А.И., Грунтфест Р.А. Собственные колебания жидкости конечной электропроводимости при наличии внешнего магнитного поля. ПМТФ, т.41, 2, 3-10, (2000).

УПРАВЛЕНИЕ СПЕКТРОМ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ

Зайцев В.А. (Удмуртский государственный университет)

verba@udm.ru

Рассматривается линейная стационарная система управления

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad y = C^*x, \quad (x, u, y) \in \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^m \times \mathbf{R}^k. \quad (1)$$

Управление в системе (1) строится в виде $u = Uy$. Замкнутая система имеет вид

$$\dot{x} = (A + BUC^*)x. \quad (2)$$

Исследуется задача управления спектром собственных значений матрицы системы (2). Говорят, что спектр в системе (2) *глобально управляем*, если для любого многочлена $p(\lambda) = \lambda^n + \gamma_1 \lambda^{n-1} + \dots + \gamma_n$, $\gamma_i \in \mathbf{R}$ существует постоянная матрица $\hat{U}$ такая, что характеристический многочлен $\chi(A + B\hat{U}C^*; \lambda)$ совпадает с $p(\lambda)$. Известно, что в случае когда $C = I$, спектр глобально управляем тогда и только тогда, когда пара (A, B) вполне управляема, т.е. $\text{rank}[B, AB, \dots, A^{n-1}B] = n$. Система (1) называется *согласованной* на $[t_0, t_0 + \vartheta]$ [1], если для всякой $n \times n$ -матрицы G найдется кусочно непрерывное управление $U(t)$, $t \in [t_0, t_0 + \vartheta]$ такое, что решение матричной задачи Коши $\dot{Z} = AZ + BU(t)C^* \exp(A(t - t_0))$, $Z(t_0) = 0$ удовлетворяет условию $Z(t_0 + \vartheta) = G$. Свойство согласованности системы (1) является обобщением понятия полной управляемости для систем с наблюдателем.

Теорема 1. Пусть матрица A имеет форму Хессенберга (т.е. $a_{i,i+1} \neq 0$, $i = \overline{1, n-1}$; $a_{ij} = 0$, $j > i+1$), и первые $p-1$ строк матрицы B и последние $n-p$ строк матрицы C равны нулю ($p \in \{1, n\}$). Тогда следующие утверждения эквивалентны:

1. Система (1) согласованна.
2. Спектр в системе (2) глобально управляем.
3. Матрицы C^*B , C^*AB , $\dots$, $C^*A^{n-1}B$ линейно независимы.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 09-01-00403).

Литература

1. Попова С.Н., Тонков Е.Л. Управление показателями Ляпунова согласованных систем. I // Дифференц. уравнения. 1994. Т. 30. № 10. С. 1687-1696.