



MOSCOW
M.V. Lomonosov
STATE UNIVERSITY



INTERNATIONAL CONFERENCE

«*Differential Equations and Related Topics*»,

dedicated to

IVAN G. PETROVSKII

(1901-1973)

XXII Joint Session of Petrovskii Seminar and Moscow Mathematical Society

BOOK of ABSTRACTS



СБОРНИК ТЕЗИСОВ

Moscow, May 21-26

2007

<http://www.math.msu.su/conference/petr2007>

$$W'''(0) + W'(0) = 0, A[W'''(0) - W'(0)] + \lambda W'(0) - W(0) = 0.$$

Здесь $A > 0$ - число Альфвена, d - глубина жидкости, ограниченной снизу твердым дном, а сверху свободной поверхностью, $\lambda = \omega^2$ - искомый спектральный параметр, ω - частота колебаний. Приведенному выше линейному операторному пучку сопоставляется функционал Рэлея

$$\lambda = \frac{|W(0)|^2 + A[|W'(-d)|^2 + |W'(0)|^2 + \int_{-d}^0 [|W'''(z)|^2 + |W'(z)|^2] dz]}{\int_{-d}^0 [|W'(z)|^2 + |W(z)|^2] dz}.$$

Доказано, что соответствующий случаю $A = 0$ одноточечный спектр $\omega^2 = \text{th } d$, отвечающий монотонно возрастающей по переменной z поверхностной моде, переходит в дискретный счетный спектр $0 < 2A/(2 + d^2) < \lambda_1 < \lambda_2 < \dots < \lambda_n < \dots$ с единственной бесконечной предельной точкой. При каждом фиксированном A существует такое d_A , что при $d < d_A$ наименьшее СЧ λ_1 определяет поверхностную моду. В случае $d > d_A$ все моды теряют монотонный характер, форма колебаний с наибольшей амплитудой на свободной поверхности принимает вид так называемой нехарактерной внутренней волны. В предельном переходе к задаче Ламба ($d \rightarrow +\infty$) спектр становится сплошным.

Modal control for linear systems with incomplete feedback

Zaitsev V.A. (Izhevsk)

Consider a linear stationary control system

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad y = C^*x, \quad (x, u, y) \in \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^m \times \mathbf{R}^k. \quad (1)$$

Let the control in the system (1) be constructed as linear incomplete feedback $u = Uy$. Corresponding closed-loop system is

$$\dot{x} = (A + BUC^*)x, \quad x \in \mathbf{R}^n. \quad (2)$$

System (2) has *modal control* if for any given polynomial $p(\lambda) = \lambda^n + \gamma_1\lambda^{n-1} + \dots + \gamma_n$, $\gamma_i \in \mathbf{R}$ there exists a constant $m \times k$ -matrix control U such that the characteristic polynomial $\chi(A + BUC^*; \lambda)$ of the matrix $A + BUC^*$ coincides with $p(\lambda)$.

Suppose that the coefficients of the system satisfy the following conditions: $A = \{a_{ij}\}_{i,j=1}^n$; $a_{i,i+1} \neq 0$, $i = \overline{1, n-1}$; $a_{ij} = 0$, $j > i+1$, $i = \overline{1, n-2}$; the first $(p-1)$ rows of the matrix B and the last $(n-p)$ rows of the matrix C are equal to zero for some $p \in \{\overline{1, n}\}$. Suppose $\chi(A; \lambda) = \lambda^n + \alpha_1\lambda^{n-1} + \dots + \alpha_n$. Let us construct the matrix $S_1 = \{s_{ij}^1\}_{i,j=1}^n$ from the matrix A : $s_{11}^1 := 1$; $s_{1j}^1 := 0$, $j = \overline{2, n}$; $s_{ij}^1 := a_{i-1,j}$, $i = \overline{2, n}$, $j = \overline{1, n}$. Then we construct the matrix $S_l = \{s_{ij}^l\}_{i,j=1}^n$ from the matrix $S_{l-1} = \{s_{ij}^{l-1}\}_{i,j=1}^n$ for every $l = \overline{2, n}$ in the following way: $s_{11}^l := 1$, $s_{1j}^l := 0$, $s_{j1}^l := 0$, $j = \overline{2, n}$; $s_{ij}^l := s_{i-1,j-1}^{l-1}$, $i, j = \overline{2, n}$. Let $S = S_n \cdot S_{n-1} \cdot \dots \cdot S_1$. All the matrices S_l and S are nonsingular lower triangular. Suppose $J_1 = \{g_{ij}\}_{i,j=1}^n$; $g_{i,i+1} = 1$, $i = \overline{1, n-1}$; $g_{ij} = 0$, $j \neq i+1$; $J_k := J_1^k$; $J_0 := I$. Let us construct $G := \sum_{i=1}^n \alpha_{i-1} J_{i-1}^* \alpha_0 := 1$.

Theorem 1. Suppose $\chi(A + BUC^*; \lambda) = \lambda^n + \gamma_1\lambda^{n-1} + \dots + \gamma_n$; then $\gamma_i = \alpha_i - \text{Tr } SBUC^* S^{-1} J_{i-1} G$.

Theorem 2. System (2) has modal control if and only if the matrices

$$C^* S^{-1} J_0 G S B, C^* S^{-1} J_1 G S B, \dots, C^* S^{-1} J_{n-1} G S B \quad (3)$$

are linearly independent. In that case the feedback matrix U which reduces $\chi(A + BUC^*; \lambda)$ to the given polynomial $p(\lambda)$ with the coefficients γ_i is found from the system of linear equations: $\text{Tr } C^* S^{-1} J_{i-1} G S B U = \alpha_i - \gamma_i, i = \overline{1, n}$.

Corollary 1. If the matrices (3) are linearly independent, then the system (2) is stabilizable by the constant matrix control U .

The research was supported by the Russian Foundation for Basic Research (grant №06-01-00258).

Нестационарные аналоги формул Грина и Гаусса для решений гиперболических систем

Закирьянова Г. К., Алексеева Л. А. (Институт математики Министерства образования и науки Республики Казахстан)

Изучение динамических процессов в сплошных средах, связанных с распространением и дифракцией волн, приводит к краевым задачам для систем уравнений гиперболического типа в областях со сложной геометрией границы. Конструктивным методом решения таких задач является метод граничных интегральных уравнений (МГИУ), который позволяет исходную дифференциальную краевую задачу в области свести к решению систем интегральных уравнений на ее границе, что понижает размерность решаемой задачи и повышает устойчивость расчетных схем при построении решений. В настоящее время этот метод широко используется для решения стационарных задач математической физики. Решение нестационарных динамических задач на основе метода ГИУ требует введения понятия обобщенного решения, что связано с особенностью фундаментальных решений гиперболических уравнений, которые принадлежат классу обобщенных функций.

В работе излагается метод ГИУ для построения решений начально-краевых задач для систем гиперболических уравнений в пространствах размерности N , характерных для задач математической физики. Метод базируется на построении в пространстве обобщенных функций нестационарных аналогов формул Грина и Гаусса для решений систем гиперболических уравнений. Для построения этих формул используется матрица Грина системы и ее первообразная по времени. На их основе получены регулярные интегральные представления решений и разрешающие сингулярные граничные интегральные уравнения. Рассматриваются вопросы построения условий на волновых фронтах. Доказаны теоремы единственности решений поставленных начально-краевых задач, в том числе в случае наличия ударных волн.

В качестве примера рассмотрены нестационарные краевые задачи теории упругости.

Краевая задача для дифференциально-разностного эллипτικο-параболического уравнения

Зарубин А.Н. (Орловский государственный университет)