

Труды Математического центра имени Н.И.Лобачевского



Том 34

Благодарю своего научного руководителя доцента А. В. Калинина за постановку задачи и помощь в работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мареев Е.А., Трахтенгерц В.Ю. *О проблеме электрического динамо* // Изв. вузов. Радиофизика. – 1996. – Т. 39. – № 6. – С. 797–814.
2. Тамм И.Е. *Основы теории электричества* – М.: Наука, 1976.

λ-ПРИВОДИМОСТЬ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

В. А. Зайцев

Удмуртский государственный университет, г. Ижевск,
verba@udm.ru

Рассматривается линейная управляемая система дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u, \quad (t, x, u) \in \mathbb{R}^{1+n+m}, \quad (1)$$

с кусочно непрерывными коэффициентами, ограниченными на \mathbb{R} . Управление в системе (1) строится в виде $u = U(t)x$, где $U(t)$, $t \in \mathbb{R}$, — это $(m \times n)$ -матричная функция с ограниченными кусочно непрерывными коэффициентами (такие управления $U(t)$ будем называть *допустимыми*). Соответствующая замкнутая система имеет вид

$$\dot{x} = (A(t) + B(t)U(t))x, \quad (2)$$

Две системы $\dot{x} = P(t)x$ и $\dot{y} = Q(t)y$ называются *асимптотически эквивалентными*, если существует преобразование Ляпунова $x = L(t)y$, связывающее эти системы, где $L(t)$ — матрица

Ляпунова, то есть кусочно гладкая функция, такая, что

$$\sup_t \{|L(t)| + |L^{-1}(t)| + |\dot{L}(t)|\} < \infty.$$

Система (2) называется λ -приводимой [1], если для любого $\lambda \in \mathbb{R}$ существует допустимое управление $U_\lambda(t)$, при котором система (2) асимптотически эквивалентна системе $\dot{x} = (A(t) + \lambda I)x$. Это определение связано с определением λ -преобразования (см. [2, с. 249]), которое заключается в добавлении к матрице $A(t)$ возмущения λI . Спектр показателей Ляпунова возмущенной системы сдвигается на λ .

Теорема. Пусть система (1) равномерно вполне управляема. Тогда система (2) λ -приводима.

Следствие 1. Пусть система (1) равномерно вполне управляема. Тогда для любого λ найдется допустимое управление $U_\lambda(t)$, при котором показатели Ляпунова системы (2) удовлетворяют равенствам $\lambda_j(A + BU_\lambda) = \lambda_j(A) + \lambda$.

Если старший показатель линейной системы отрицателен, то система асимптотически устойчива.

Следствие 2. Пусть система (1) равномерно вполне управляема. Тогда система (2) стабилизируема.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект 06-01-00258.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зайцев В.А. Об управлении показателями Ляпунова и о λ -приводимости// Вестник Удмуртского университета. Математика. – 2000. – № 1. – С. 68–77.
2. Былов Б.Ф., Виноград Р.Э., Гробман Д.М., Немыцкий В.В. Теория показателей Ляпунова. – М.: Наука, 1966.