7 – 10 декабря

Международная конференция

Четвертые Богдановские чтения по обыкновенным дифференциальным уравнениям

Тезисы докладов

Минск

2005

$$(x_1^B;x_2^B)=\left(\frac{-1-ab+\sqrt{1+2ab-b^2}}{a^2+1};\frac{b-a+a\sqrt{1+2ab-b^2}}{a^2+1}\right),$$

соответственно, через M точку с координатами $(-1;0)$, через P точку с координатами $(1;0)$, через R_1 – расстояние между точками P и B, через R_2 – расстояние между точками M и A, через E, F точки с координатами

$$(x_1^E;x_2^E)=\left(\frac{R_1^2+7}{4};1-\frac{(R_1^2-5)^2}{16}\right),(x_1^F;x_2^F)=\left(\frac{R_2^2+7}{4},1-\frac{(R_2^2-5)^2}{16}\right),$$

соответственно, через R_3 — расстояние между точками M и E, через R_4 — расстояние между точками M и F.

Если начальная точка x^0 принадлежит части пространства, удовлетворяющей фазовому ограничению, заключенной между окружностью с центром в точке M радиуса R_3, окружностью с центром в точке M радиуса R_4 и полуокружностью с центром в точке $(3;0)$ радиуса 1 с отрицательной второй координатой, то для доказательства оптимальности [1] перехода объекта в начало координат строится сопряженная функция, имеющая ненулевую сингулярную составляющую.

Литература. 1. // Вестник ТГУ - 2003. - Т. 8, вып. 3 - Тамбов. - С. 366.

МОДАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ И ПРОБЛЕМА БРОКЕТТА

В.А. Зайцев (г. Ижевск, Россия)

В работе [1] изучалась проблема Брокетта, сформулированная в работе [2]: при каких условиях существует матрица $U \in M_{m,k}$ такая, что система

$$\dot{x}=(A+BUC^*)x, \quad x\in\mathbb{R}^n \tag{1}$$

асимптотически устойчива? С проблемой Брокетта тесно связана задача о построении модального управления: требуется для произвольного заданного многочлена $p(\lambda)=\lambda^n+\gamma_1\lambda^{n-1}+\ldots+\gamma_n$, где $\gamma_i\in\mathbb{R}$, построить постоянную матрицу U так, чтобы характеристический многочлен $\chi(A+BUC^*;\lambda)$ матрицы $A+BUC^*$ совпадал с $p(\lambda)$. Пусть матрицы системы (1) имеют следующий вид: элементы первой наддиагонали матрицы A не равны нулю, элементы выше первой надиагонали равны нулю;

первые $p-1$ строк матрицы B и последние $n-p$ строк матрицы C нулевые ($p \in \{1, \ldots, n\}$).

Пусть $\chi(A;\lambda) = \lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + \ldots + a_n$. Построим по матрице A матрицу S_1: вычеркнем из матрицы A последнюю строку и припишем сверху первую строку единичной матрицы. Далее, строим матрицу S_{i+1} по матрице S_i, $i = 1, \ldots, n-1$: вычеркиваем из матрицы S_i последнюю строку и последний столбец и приписываем сверху и слева первую строку и первый столбец единичной матрицы. Построим матрицу $S = S_n S_{n-1} \cdot \ldots \cdot S_1$. Далее, пусть $J_1 \in M_{n,n}$— это первый единичный косой ряд; $J_k := J_1^k$; $J_0 := I$. Построим матрицу $G := \sum\limits_{i=1}^{n} a_{i-1} J_{i-1}^*$; $a_0 := 1$. Введем отображение vec, которое разворачивает матрицу по строкам в вектор-столбец. Построим матрицу $P = [\operatorname{vec} C^* S^{-1} J_0 GSB, \ldots, \operatorname{vec} C^* S^{-1} J_{n-1} GSB] \in M_{mk,n}$. Пусть $a = \operatorname{col}(a_1, \ldots, a_n)$, $\gamma = \operatorname{col}(\gamma_1, \ldots, \gamma_n)$.

Теорема. *Система* (1) *обладает модальным управлением* $\Leftrightarrow$ $\operatorname{rank} P = n$. *В этом случае матрица* U, *приводящая* $\chi(A + BUC^*; \lambda)$ *к наперед заданному многочлену* $p(\lambda)$, *находится из соотношения* $w = P(P^*P)^{-1}(a-\gamma)$, *где* $w = \operatorname{vec} U^*$.

Следствие. *Если* $\operatorname{rank} P = n$, *то система* (1) *стабилизируема.*

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект №03–01–00014), программы “Университеты России” (проект №34125), гранта Президента России МК-1372.2005.1.

Литература. 1. Леонов Г. А. // Алгебра и анализ. Т. 13 (2001), вып. 4. С. 134–155. 2. Brockett R. A stabilization problem // Open Problems in Mathematical Systems and Control Theory. Springer, London. 1999. Pp. 75–78.

О РАВНОМЕРНОЙ ЛОКАЛЬНОЙ УПРАВЛЯЕМОСТИ НА ПОЛУТРАЕКТОРИЮ

А.Г. Иванов (г. Ижевск, Россия)

Пусть $(\operatorname{frm}(\mathfrak{U}), \|\cdot\|_w)$ — нормированное пространство мер Радона на $\mathbb{R}^m$ носитель которых содержится в $\mathfrak{U} \in \operatorname{comp}(\mathbb{R}^m)$, $\operatorname{rpm}(\mathfrak{U})$ его подмножество, состоящее из вероятностных мер Радона, и при заданном промежутке $J \subset \mathbb{R}$ через $\mathcal{M}_J$ обозначим метрическое пространство, состоящее из измеримых отображений $\mu : J \to \operatorname{rpm}(\mathfrak{U})$, с метрикой $\rho(\mu,\nu)_{w,J} \doteq \|\mu - \nu\|_{w,J}$.

Рассмотрим систему управления

$$\dot{x} = \langle \mu(t), f(t,x,u) \rangle \doteq \int\limits_{\mathfrak{U}} f(t,x,u)\mu(t)(du), \ (t,x) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n, \qquad (1)$$