

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
УРАЛЬСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. А. М. ГОРЬКОГО

Актуальные проблемы теории устойчивости и управления

Тезисы докладов Международной конференции

Екатеринбург, Россия
21–26 сентября 2009 г.

Екатеринбург
2009

УДК 517.977 + 519.63

*Конференция проводится в рамках программы Президиума РАН
«Математическая теория управления»,
при финансовой поддержке РФФИ (проект 09-01-06091)
и Уральского отделения РАН*

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

В. С. Пацко (отв. редактор)

М. И. Гусев, А. Г. Иванов, Н. Ю. Лукоянов, В. И. Максимов,
Н. Н. Субботина, В. Н. Ушаков, А. И. Ченцов, Г. С. Шелементьев

Актуальные проблемы теории устойчивости и управления:
Тез. докл. Междунар. конференции. Екатеринбург, Россия,
21–26 сентября 2009 г. Екатеринбург: УрО РАН. 2009. 190 с.

В сборнике анонсируются результаты исследований по теории устойчивости и математической теории управления. Представлены следующие научные направления: проблемы устойчивости движения и стабилизации, задачи управления в условиях неопределенности и дифференциальные игры, управление распределенными системами, обобщенные решения уравнений Гамильтона – Якоби, численные методы теории управления и приложения.

УДК 517.977 + 519.63

- [1] Дыхта В.А. Инвариантность, достижимость и оптимальность в управляемых динамических системах // Методы оптимизации и их приложения: Труды XIV Байкальской международной школы-семинара, Иркутск, Байкал, 2–8 июля 2008 г. Иркутск: Изд-во ИСЭМ СО РАН, 2008. Т. 2. С. 35–46.

Конфликтное взаимодействие групп управляемых объектов

А. С. Банников, Н. Н. Петров, Д. В. Сахаров
Удмуртский государственный университет, Ижевск
e-mail: npetrov@udmnet.ru

Рассматриваются различные задачи конфликтного взаимодействия групп управляемых объектов при равных возможностях всех участников.

1. Нестационарная задача конфликтного взаимодействия

Рассматривается дифференциальная игра $\Gamma(n, m)$ $n + m$ лиц: n преследователей и m убегающих с законами движения и начальными условиями

$$\begin{aligned}\dot{x}_i &= A(t)x_i + u_i, & \dot{y}_j &= A(t)y_j + v_j, \\ x_i(t_0) &= x_i^0, & y_j(t_0) &= y_j^0, & u_i, v_j &\in V,\end{aligned}$$

где $A(\cdot)$ — измеримая матричная функция, V — выпуклый компакт.

Цель преследователей — переловить всех убегающих, цель убегающих — хотя бы одному из них избежать поимки. В стационарном случае задача рассматривалась в [1].

Определение 1. Будем говорить, что в дифференциальной игре $\Gamma(n, m)$ из начального состояния $z^0 = (x_1^0, \dots, x_n^0, y_1^0, \dots, y_m^0)$ разрешима локальная задача уклонения, если существуют такие управления $v_1(t), \dots, v_m(t)$ убегающих, что при любых управлениях $u_1(t), \dots, u_n(t)$ преследователей найдется номер $s \in \{1, \dots, m\}$, такой, что $y_s(t) \neq x_i(t)$ для всех $i \in \{1, \dots, n\}$ при всех $t \geq t_0$.

© Банников А. С., Петров Н. Н., Сахаров Д. В., 2009

Получены достаточные условия разрешимости локальной задачи уклонения.

В случае, если $A(t) = a(t)E$, где $a(t)$ — измеримая вектор-функция, E — единичная матрица, получены достаточные условия разрешимости глобальной задачи уклонения.

2. Конфликтное взаимодействие инерционных объектов

В пространстве R^k ($k \geq 2$) рассматривается дифференциальная игра $\Gamma(n, m)$ $n+m$ лиц: n преследователей $P_1, \dots, P_n$ и m убегающих $E_1, \dots, E_m$ с законами движения и начальными условиями

$$x_i^{(l)} = u_i, \quad y_j^{(l)} = v_j, \quad u_i, v \in V, \quad x_i^{(s)}(0) = x_{is}^0, \quad y_j^{(s)}(0) = y_{js}^0,$$

где $i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m; s = 0, \dots, l-1; V$ — выпуклый компакт.

Определение 2. Будем говорить, что в игре $\Gamma(n, 1)$ происходит *поимка*, если существуют момент $T > 0$ и квазистратегии $U_i(t, z^0, u_t(\cdot))$ преследователей P_i такие, что для любой измеримой функции $v(\cdot)$, $v(t) \in V, t \in [0, T]$, существуют момент времени $\tau \in [0, T]$ и номер q , такие, что $x_q^{(s)}(\tau) = y^{(s)}(\tau)$ для всех s .

Определим функцию $[2] f : N \rightarrow N$ вида $f(n) = \min\{m : \text{в игре } \Gamma(n, m) \text{ происходит уклонение от встречи из любых начальных позиций}\}$.

Теорема 1. Пусть V — строго выпуклый компакт с гладкой границей. Тогда существуют $c_1 > 0, c_2 > 0$ такие, что для всех $n \neq 1$ справедливо неравенство $c_1 n \ln n \leq f(n) \leq c_2 n \ln n$.

Теорема 2. Пусть $l = 1, V$ — выпуклый компакт с непустой внутренностью. Тогда существует константа $c > 0$ такая, что для всех $n \neq 1$ справедливо неравенство $f(n) \leq c_2 n \ln n$.

Работа выполнена в рамках программы Президиума РАН «Математическая теория управления».

- [1] Чикрий А.А. Конфликтно управляемые процессы. Киев: Наукова думка, 1968.
- [2] Петров Н.Н., Петров Н. Никандр. О дифференциальной игре «казаки-разбойники» // Дифференц. уравнения. 1983. Т. 19, № 8. С. 1366-1374.