Воронежский государственный университет
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
Математический институт им. В. А. Стеклова РАН

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ТЕОРИИ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ

МАТЕРИАЛЫ

Воронежской весенней математической школы «Понтрягинские чтения — XX»

УДК 517.94 (92; 054, 97) Издание осуществлено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по проекту 09–01–06026–(г)

Современные методы теории краевых задач : материалы Воронежской весенней математической школы «Понтрягинские чтения–XX». – Воронеж: ВГУ, 2009. — 202 с.

Программный совет: А. Е. Барабанов, С. В. Емельянов, В. А. Ильин, С. К. Коровин, А. В. Кряжимский, А. Б. Куржанский, Е. Ф. Мищенко, Ю. С. Осипов, С. М. Никольский, В. М. Тихомиров

Программный комитет:

Председатель В. А. Ильин. Сопредседатель: Ю. В. Покорный. Заместители председателя: В. И. Гурман, Л. В. Крицков, Ю. И. Сапронов. Члены программного комитета: А. Д. Баев,А. В. Глушко, В. В. Жиков, В. И. Жуковский, А. И. Задорожный, В. Г. Задорожний, В. А. Кондратьев, И. П. Костенко, В. А. Костин, Г. А. Курина, М. С. Никольский, А. С. Печенцов, А. Н. Покровский, В. Д. Репников, В. И. Ряжских, Ю. И. Сапронов, А. П. Солдатов, А. И. Шашкин, А. С. Шамаев, С. А. Шабров (ученый секретарь)

Оргкомитет:

Председатель Оргкомитета: В. А. Ильин, академик. Сопредседатели: В. Т. Титов, ректор ВГУ, Е. И. Моисеев, академик, В. А. Садовничий, академик. Заместители председателя: А. М. Ховив, Е. Н. Ищенко, Ю. В. Покорный, А. П. Хромов. Члены оргкомитета: Я. М. Ерусалимский, М. Г. Матвеев, М. С. Никольский, В. В. Провоторов (ученый секретарь), Е. И. Радзиевская, Н. Х. Розов.

В сборнике представлены материалы докладов и лекций, включенных в программу Воронежской весенней математической школы, проводимой Воронежским госуниверситетом совместно с Математическим институтом им. В. А. Стеклова РАН и Московским государственным университетом.

Тематика охватывает широкий спектр проблем качественной и спектральной теории дифференциальных уравнений, геометрии и анализа, моделирования, оптимального управления, теории игр и других смежных направлений, а также проблем преподавания математики в средних и высших учебных заведениях.

© Математический факультет
Воронежского госуниверситета, 2009

2. **Левитан Б.М.** Обратные задачи Штурма – Лиувилля. М.: Наука,1984.–240 с.

3. **Покорный Ю.В., Пенкин О.М., Прядиев В.Л., Боровских А.В., Лазарев К.П., Шабров С.А.** Дифференциальные уравнения на геометрических графах. М.:Физматлит, 2004. – 272 с.

4. **Юрко В.А.** Введение в теорию обратных спектральных задач.– М.: Физматлит, 2007.–384 с.

5. **Ахтямов А.М.** Диагностирование закрепления кольцевой пластины по собственным частотам ее колебаний // Известия РАН. МТТ. 2003. №6. С.137–147.

6. **Абзелилова Л. И.** Акустическая диагностика параметров струнного графа // Обозрение прикладной и промышленной математики. 2007. Т.14, №5. С.844.

О СВОЙСТВАХ ОДНОГО КОНЕЧНО - РАЗНОСТНОГО УРАВНЕНИЯ НА ГРАФЕ

Ашихмина Т.С. (Ижевск)

TAshih@mail.ru

В пространстве $l^2(\Gamma)$, где $\Gamma = (\mathbf{Z} \times \{0\}) \cup (\{0\} \times \mathbf{Z})$, рассматривается ограниченный самосопряженный оператор $H_\varepsilon = H + \varepsilon V$, где H действует на $\psi \in l^2(\Gamma)$ по формуле:

$$\begin{aligned}
&(H\psi)(0,0) = \psi(1,0) + \psi(-1,0) + \psi(0,1) + \psi(0,-1),\\
&(H\psi)(n,0) = \psi(n+1,0) + \psi(n-1,0),\ n \neq 0,\\
&(H\psi)(0,m) = \psi(0,m+1) + \psi(0,m-1),\ m \neq 0,
\end{aligned}$$

а $V(n,m) = \begin{cases} W(n), m = 0, n \in \mathbf{Z} \\ W(m), n = 0, m \in \mathbf{Z} \end{cases}$ – вещественный потенциал, удовлетворяющий условию $|W(n)| \leqslant Ce^{-\alpha|n|}$, $\alpha > 0$.

Данный оператор является оператором Шредингера для двух пересекающихся квантовых проволок в приближении сильной связи (см.[1]). Непрерывный спектр оператора H_ε представляет собой отрезок $[-2, 2]$. В достаточно малых окрестностях точек 0, $\pm 4/\sqrt{3}$ для всех достаточно малых ε существуют квазиуровни (собственные значения или резонансы) оператора H_ε. В частности, для наиболее интересного случая λ близкого к нулю имеет место утверждение:

Теорема. В окрестности нуля существует ровно два квазиуровня

$\lambda_\pm$ оператора H_ε для которых справедлива формула:

$$\lambda_\pm = W(0)\varepsilon + \frac{1}{4}\left(W^2(0) + W^2(0)\sum_{m\in\mathbf{Z}}(-1)^{|m|}W(m)\,(1-2|m|) + \right.$$

$$\left. +W(0)\left(1\pm\frac{i}{2}\right)\sum_{k\in\mathbf{Z}}W(k)(\pm i)^{|k|}\sum_{m\in\mathbf{Z}}W(m)(\pm i)^{|k-m|+|m|}\right)\varepsilon^3 + O(\varepsilon^4).$$

При этом, если $W(0)\sum\limits_{k\in\mathbf{Z}}W(k)(\pm i)^{|k|}\sum\limits_{m\in\mathbf{Z}}W(m)(\pm i)^{|k-m|+|m|} < 0$, то λ_- – собственное значение, а λ_+ – резонанс оператора H_ε. Если $W(0)\sum\limits_{k\in\mathbf{Z}}W(k)(\pm i)^{|k|}\sum\limits_{m\in\mathbf{Z}}W(m)(\pm i)^{|k-m|+|m|} > 0$, то λ_- является резонансом, а λ_+ – собственным значением оператора H_ε.

Литература

1. A.E.Miroshnichenko, Y.S.Kivshar. Engineering Fano resonances in discrete arrays. Physical review E72, 056611 (2005).

ПОРЯДОК РАССТОЯНИЯ НАИБОЛЬШЕГО НУЛЯ ОРТОГОНАЛЬНОГО МНОГОЧЛЕНА ОТ КОНЦЕВОЙ ТОЧКИ ОТРЕЗКА ОРТОГОНАЛЬНОСТИ[1]

Бадков В.М. (Екатеринбург)

Vladimir.Badkov@imm.uran.ru

Пусть $\{p_n(t)\}_{n=0}^{\infty}$ — система алгебраических многочленов, ортонормированная на отрезке $[-1,1]$ с весом $p(t)$; $\{x_{n,\nu}^{(p)}\}_{\nu=1}^{n}$ — нули многочлена $p_n(t)$; $x_{n,\nu}^{(p)} = \cos\theta_{n,\nu}^{(p)}$; $0 < \theta_{n,1}^{(p)} < \theta_{n,2}^{(p)} < \cdots < \theta_{n,n}^{(p)} < \pi$.

Известно [1], что для широкого класса весов $p(t)$, содержащего вес Якоби $p(t) = (1-t)^\alpha(1+t)^\beta$ $(\alpha,\beta > -1)$, величина $\theta_{n,1}^{(p)}$ по порядку совпадает с n^{-1}, а $1 - x_{n,1}^{(p)}$ — с n^{-2}. Приведем примеры весов $p(t)$, для которых $\theta_{n,1}^{(p)} = o(n^{-1})$, а $1 - x_{n,1}^{(p)} = o(n^{-2})$ $(n\to\infty)$.

Основным результатом сообщения является следующая

Теорема. *Пусть* $p(t) = (1-t)^{-1}(1+t)^{-\frac{1}{2}}g(\sqrt{1-t})$, *где* $g(\delta)$ — *вогнутый модуль непрерывности, медленно меняющийся в окрестности нуля, для которого* $t^{-1}g(t) \in L^1[0,1]$.

[1]Работа поддержана РФФИ (проект 08-01-00213) и Программой государственной поддержки ведущих научных школ РФ (проект НШ-1071.2008.1)