Российская академия наук
Национальный комитет по автоматическому управлению
Научный совет по теории управляемых процессов и автоматизации
ОЭММПУ РАН
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Министерство образования и науки Удмуртской Республики
Удмуртский государственный университет
Удмуртский НОЦ ПУ (на базе УдГУ)
Волгоградский НОЦ ПУ (на базе ВолГУ)
Воронежский НОЦ ПУ (на базе ВГАСУ)
Инновационный НОЦ ПУ (на базе МАИ)
Казанский НОЦ ПУ (на базе КГТУ-КАИ)
Курский НОЦ ПУ (на базе КГТУ)
Липецкий НОЦ ПУ (на базе ЛГТУ)
НОЦ «Системный анализ в управлении» (на базе МИФИ)
Пермский НОЦ ПУ (на базе ПГТУ)
Самарский НОЦ ПУ (на базе СГАУ)
Тверской НОЦ ПУ (на базе ТГТУ)
Старооскольский НОЦ ПУ (на базе СТИ)
Удмуртский Совет ИТ-директоров
Институт логики, когнитологии и развития личности РАН

VI Всероссийская
школа-семинар
молодых ученых

Управление большими системами

посвящается памяти А.А. Маркова

Том 1

31 августа – 5 сентября 2009
г. Ижевск

УДК 007

VI Всероссийская школа-семинар молодых ученых «Управление большими системами»: Сборник трудов. – Т1.- Ижевск: ООО Информационно-издательский центр «Бон Анца», 2009. – 400 с.

В первый том сборника трудов включены научные статьи молодых ученых по фундаментальным основам теории управления, вопросам управления организационными и социально-экономическими системами, управлению качеством.

ISBN 978-5-903140-57-2

Научное издание осуществлено при поддержке РФФИ
грант № 09-07-06039г

УДК 510.649

О сюръективной импликации в реверсивной логике

Непейвода А.Н.
Удмуртский государственный университет, г. Ижевск

Аннотация

В статье описывается аппарат реверсивной конструктивной логики и на его базе обосновывается противоречие между логической основой реверсивных вычислений и попытками реализовать их в рамках традиционной двоичной системы.

Ключевые слова: Обратимость, энтропия, реверсивные вычисления, теория групп, конструктивная логика, гейт Тоффоли.

Abstract

The mechanism of reversive constructive logics is described. By those the contradiction between the logical base of reversive calculations and their models on traditional binary calculus is shown.

Введение

Теория реверсивных вычислений получила основное развитие с 70-х годов XX в. (с трудов Ч. Беннета). Ее привлекательность главным образом заключалась в том факте, что это единственный способ вычислений (во всяком случае, в рамках современной физики), обеспечивающий неограниченный рост производительности без учёта потерь на энтропию, равных $E_{diss} \geq k_B T \ln 2$ (необходимо происходящих при необратимых вычислениях согласно принципу Ландауэра–фон Неймана) [1]. В 1973 году Ч. Беннет из группы исследователей IBM с помощью исследования реверсивных машин Тьюринга доказал, что любое вычисление можно преобразовать к эквивалентному в реверсивной форме. Однако оценка, в дальнейшем уточнявшаяся другими учеными, оказалась неутешительна: нереверсивные вычисления (проходящие за время T и требующие S места) можно сделать реверсивными, требующими $3^k \times 2^{O(\frac{T}{2^k})}$ времени и $S(1+O(k))$ места, где k – параметр, выбираемый в диапазоне от 1 до $\log T$.

Уже в 80-е годы были предприняты попытки подойти к реверсивным вычислениям с другой стороны [2]. Появились абстрактные физические модели (модель «бильярдных шаров» Тоффоли–Фредкина, химическая модель Меркле [3] и т.д.), хорошо и изящно описывающие реверсивные вычисления в рамках взаимодействия вещества. Но для того, чтобы корректно «вычислять» эти модели, было разработано несколько базисных логических схем, на основе которых могут строиться любые реверсивные вычисления, в частности гейт Тоффоли, ставший затем де-факто основой для двоичных реверсивных машин в трудах продолжателей науки реверсивных вычислений. Он имеет вид 3 * 3 – то есть три входа и три выхода, но сохраняет обе переменные a и b, на третьем выходе возвращая $a\&b + c$. (Кстати, он иногда называется также и гейтом Фейнмана – при том что гейт Фейнмана иногда называют гейтом Тоффоли. Терминология меняется от статьи к статье, и подчас разобраться в ней почти невозможно.)

На основе гейта Тоффоли строились довольно многочисленные попытки создать логическую машину реверсивных вычислений, однако ни одна из них не оказалась удовлетворительной. Ниже мы попытаемся взглянуть на проблему с точки зрения логики, основываясь на трудах проф. Н.Н. Непейводы по реверсивной конструктивной логике.

1. Реверсивная конструктивная логика

Реверсивная логика предложена Н.Н. Непейводой в 2008 г. (статья выходит в «Логических исследованиях»). В ней основными конструктивными связками являются импликация $\Rightarrow$, последовательная конъюнкция &, реверсивное отрицание $\sim$ и логическая константа E, значение которой всегда $\{e\}$. Они произвольным образом сочетаются с классическими булевыми связками $\supset, \wedge, \vee, \neg$.

Множество миров и множество действий представляются одной и той же группой I. Каждой пропозициональной букве A сопоставляется подмножество миров $\zeta(A)$, что существенно, $\zeta(A)$ – необязательно подгруппа I.

Множество реализаций A обозначается $®A$.

Реализация формулы в интерпретации I.

1) $a®A \triangleq a \in \zeta(A)$, если A – пропозициональный символ и $A \in \Sigma$;

2) $a®A \wedge B \triangleq a®A$ и $a®B$;

3) Для других классических связок определения также стандартны;

4) $a®A \Rightarrow B \triangleq \forall b \in G(b®A \supset b \circ a®B)$. Итак, a преобразует решения A в решения B;

5) $a \circ b®A \,\&\, B \triangleq a®A \wedge b®B$. Решение B применяется к решению A;

6) $a® \sim A \triangleq a^{-1}®A$. a аннулирует решение A либо препятствует ему.

Такие свойства реверсивной логики наиболее соответствуют её физическому смыслу: действия некоммутативны, особые состояния (т. е. значения определённой переменной) вовсе не обязательно замкнуты относительно себя, всегда есть вариант «ничего не делаем» (единица группы), но не всегда этот вариант входит в «нужные» нам состояния. Конструктивная конъюнкция и отрицание самым естественным образом описываются как суперпозиция действий и откат. Таким образом, реверсивная логика является точным описанием физической модели реверсивных вычислений с точки зрения алгебры.

Конъюнкция в реверсивной логике не является ни сужающей число реализаций, ни увеличивающей, ни имеющей конечного числа значений.

Рассмотрим группу $\{\mathbb{Z};+\}$, последовательную конъюнкцию & и элемент А, реализацией которого служит 1. Тогда последовательные конъюнкции $A\&A$, $A\&A\&A$ и т. д. будут иметь разные реализации (n).

Рассмотрим группу $\{\mathbb{Z};+\}$, последовательную конъюнкцию & и элемент A реализацией которого служит 2; 3. Тогда последовательные конъюнкции $A\&A$, $A\&A\&A$ и т. д. будут реализовываться множествами с всё большим количеством элементов (от $2n$ до $3n$).

Обратно, рассмотрим подмножество всех чётных чисел в $\{\mathbb{Q};*\}$. Тогда $A\&A$, $A\&A\&A$ и т. д. будут реализовываться всё более узкими множествами (делящимися на 4, 8, …, $2n$).

Заключение

Таким образом, суперпозиция действий в реверсивной логике не может быть ограничена наперед заданным числом логических значений и непредсказуема в плане содержания элементов. Не так получается, если мы решим воспользоваться двоичной логикой: там непременно рано или поздно суперпозиция придет к одному из предыдущих значений. Соответственно, мы можем говорить, что реализация реверсивных вычислений на двоичных элементах противоречит естественному алгебраическому пониманию реверсивности.

Важно также заметить, что основным источником увеличения памяти и времени при переходе к реверсивным вычислениям является условный оператор (конструктивная дизъюнкция) – перемежающееся произведение. Действительно, попытки создателей реверсивных языков [4] «сохранить» условия приводили к серьезному снижению эффективности этих языков, так что выигрыш от реверсивности нивелировался большим количеством неиспользуемых мусорных данных, появляющихся в процессе вычислений.

Основываясь на данных исследованиях, можно предположить, что основным препятствием при реализации реверсивности является традиционная привязанность к двоичной структуре машин и традиционной структуре алгоритмов.

Список литературы

1. *Frank M.P.* Introduction to reversible computing: motivation, progress and challenges // Proceedings of the 2nd Conference on Computing Frontiers. 2005. – P. 385–390.

2. *Fredkin E., Toffoli T.* Conservative logic // International Journal of Theoretical Physics, 21:219–253, 1982.

3. *Merkle R.C.* Two types of mechanical reversible logic // Nanotechnology 4 114–131, 1993.

4. *Yokoyama T., Axelsen H.B., Gluck R.* Principles of a reversible programming language // Proceedings of the 2008 Conference on Computing Frontiers. – Ischia, Italy. – May 5–7, 2008. ACM Press. 2008. – P. 43–54.