

Международная конференция

"Современные проблемы математики, механики и их
приложений"

посвященная 70-летию ректора МГУ академика В.А.Садовниченко

Материалы конференции

The International Conference

"Modern problems of mathematics, mechanics and their
applications"

dedicated to the 70-th anniversary of rector of MSU acad. V.A.Sadovnichy

Materials of the conference

30 марта – 02 апреля 2009 года

Московский Государственный Университет имени М.В.Ломоносова

Программный комитет:

Академик Ю.С. Осипов (председатель), В.В. Александров, академик А.А. Гончар, Е.П. Долженко, академик С.В. Емельянов, академик Ю.И. Журавлев, академик В.А. Ильин, В.П. Карликов, член-корр. Б.С. Кашин, академик В.В. Козлов, Г.М. Кобельков, академик С.К. Коровин, А.Г. Костюченко, Т.П. Лукашенко, академик Е.И. Моисеев, член-корр. Ю.В. Нестеренко, академик С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Х. Розов, И.Н. Сергеев, академик А.Т. Фоменко, академик Г.Г. Черный, В.Н. Чубариков, А.С. Шамаев, А.А. Шкаликов.

Организационный комитет:

В.Н. Чубариков (председатель), Т.П. Лукашенко (зам. председателя), В.В. Белокуров, А.В. Боровских, В.В. Галатенко, Д.В. Георгиевский, А.И. Козко, С.Н. Михалев, А.С. Печенцов (зам. председателя), В.Е. Подольский, Т.В. Родионов, А.М. Савчук, К.В. Семенов, Н.В. Семин, И.Н. Сергеев (зам. председателя), С.А. Степин, С.В. Шапошников, А.А. Шкаликов.

Секции конференции

1. Функциональный анализ. Теория операторов.	13
2. Теория функций.	68
3. Дифференциальные уравнения.	110
4. Механика и математическая физика.	264
5. Математика в естествознании.	311
6. Преподавание математики в средней и высшей школе. .	341
7. Интеллектуальные системы и компьютерные науки. ...	351
8. Общие проблемы математики.	383

Конференцию поддержали:

1. Российский фонд фундаментальных исследований
2. Министерство образования и науки РФ
3. Московский Государственный Университет им. М.В.Ломоносова
4. Выпускник механико-математического факультета МГУ О.Д.Звягин
5. Выпускник механико-математического факультета МГУ А.В.Чеглаков

Современные проблемы математики, механики и их приложений. Материалы международной конференции, посвященной 70-летию ректора МГУ академика В.А. Садовниченко. – М.: Издательство «Университетская книга», 2009. – 416с.

на коэффициенты a_1, a_2 и μ_1, μ_2 , где F_1, F_2 – заданные функции.

Задачи (1), (2) и (1)–(3) являются некорректными по Адамару, причём существования их решений связано с проблемой малых знаменателей. Для случая независимых коэффициентов a_1, a_2 и μ_1, μ_2 разрешимость задачи (1), (2) в шкале пространств Соболева установлена с помощью метрического подхода [1]. Изучались также некоторые частные задачи для зависимых коэффициентов.

В работе исследован вопрос выбора множества таких гладких кривых (3), для почти всех точек которых задача (1), (2) разрешима, а также определены условия существования и единственности решения задачи соответствующей гладкости. При этом доказаны метрические теоремы об оценках снизу малых знаменателей.

Работа поддержана ГФФИ Украины (договор Ф-25/108).

Литература

1. Пташник Б.И. Некорректные граничные задачи для дифференциальных уравнений с частными производными. – Киев: Наук. думка, 1984. – 264 с.

СОЛИТОННАЯ АСИМПТОТИКА ДЛЯ СИСТЕМ, ОПИСЫВАЮЩИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПОЛЯ С ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЕЙ

Имайкин В.М. (г. Королев)

ivm@infoline.su

Это результаты совместных работ с А.Комечем, Г.Шпоном и Б.Вайнбергом ([1] и указанная там библиография). Рассматриваются системы, описывающие взаимодействие поля $\psi(x, t)$ в $\mathbf{R}^3$ с релятивистской заряженной частицей, имеющей в момент t положение $q(t)$ и импульс $p(t)$. Для поля Клейна-Гордона система имеет вид

$$\dot{\psi}(x, t) = \pi(x, t), \quad \dot{\pi}(x, t) = \Delta\psi(x, t) - m^2\psi(x, t) - \rho(x - q(t)),$$

$$\dot{q}(t) = p(t)/\sqrt{1 + p^2(t)}, \quad \dot{p}(t) = \int \psi(x, t) \nabla \rho(x - q(t)) dx,$$

здесь $m > 0$. При $m = 0$ получаем волновое поле; изучался также случай поля Максвелла. Система является трансляционно-инвариантной и допускает солитонные решения

$$Y_{a,v}(t) = (\psi_v(x - vt - a), \pi_v(x - vt - a), vt + a, p_v), \quad p_v = \frac{v}{\sqrt{1 - v^2}}, |v| < 1.$$

Состояния $S_{a,v} := Y_{a,v}(0)$ образуют солитонное многообразие $\mathcal{S} := \{S_{a,v} : a, v \in \mathbf{R}^3, |v| < 1\}$. Основным результатом является асимптотика вида

$$(\psi, \pi) \sim (\psi_{v_{\pm}}(x - v_{\pm}t - a_{\pm}), \pi_{v_{\pm}}(x - v_{\pm}t - a_{\pm})) + W_0(t)\Psi_{\pm} \quad (1)$$

при $t \rightarrow \pm\infty$. В зависимости от условий на формфактор $\rho(x)$ и начальные данные можно получить различные варианты асимптотики. При условии Винера $\hat{\rho}(k) = \int e^{ikx} \rho(x) dx \neq 0 \forall k \in \mathbf{R}^3$ удастся вывести асимптотику (1) без последнего слагаемого, справедливую в локальных энергетических полунормах; при условии малости взаимодействия $\|\rho\|_{L^2} \ll 1$ — полную асимптотику (1) в глобальной энергетической норме. При условии Винера и условии близости начальных данных к солитонному многообразию в весовом пространстве Соболева с достаточно высоким весом удастся получить полную асимптотику (1) в глобальной энергетической норме.

Литература

1. V.Imaikin, A.Komech, B.Vainberg, On scattering of solitons for the Klein-Gordon equation coupled to a particle, *Comm. Math. Phys.* **268** (2006), no 2, 321-367.

КВАНТОВЫЙ ОСЦИЛЛЯТОР В ВИХРЕВЫХ ПОЛЯХ

Исламов Г.Г. (Удмуртский госуниверситет)

ggislamov@udm.net

Случай, когда квантово-механическая система не испытывает воздействие вихревых полей, безусловно, заслуживает внимания и ему посвящено значительное число теоретических и экспериментальных работ. Именно в этом случае правомерна известная формула де Бройля $E = \hbar\omega$, которая связывает

энергию E квантово-механической системы с круговой частотой ω собственных колебаний этой системы. Здесь $\hbar = 1.05 \cdot 10^{-27} \text{ эрг} \cdot \text{сек}$ — постоянная Планка. Однако учёт влияния вихревых полей пространства квадратично суммируемых функций на свойства квантово-механических систем не менее важен при создании новых видов материалов с помощью нанотехнологий. В вихревых полях, как будет показано в докладе, уже нет простой зависимости между энергией и круговой частотой собственных колебаний квантово-механических систем. В основе теории лежит гипотеза о том, что квантово-механическая система, находящаяся в вихревой среде, испытывает с её стороны воздействие, интегрально зависящее от волновой функции $\psi(t)$ и выражаемое в виде конечномерного оператора минимально возможного ранга

$K\psi(t) = \sum_{j=1}^r a_j(\psi(t), b_j)$, переводящего систему из текущего набора частот собственных колебаний системы в новый набор частот. Здесь все элементы a_j, b_j принадлежат пространству $L_2(R^n)$. Мы предлагаем следующее обобщение уравнения Шрёдингера

$$i\hbar \left(\frac{\partial \psi(t)}{\partial t} + \frac{1}{\hbar} \text{Im} K \psi(t) \right) = (T + U - \text{Re} K) \psi(t), \quad t \geq 0, \quad \psi(0) = \psi_0,$$

где $\text{Re} K = (K + K^*)/2$ и $\text{Im} K = (K - K^*)/(2i)$ есть вещественная и мнимая части конечномерного оператора K , которые естественно называть соответственно "оператором деформации" и "оператором вихря".

О НЕРАВЕНСТВЕ ГОРДИНГА ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩИХСЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ОПЕРАТОРОВ

Исхоков С. А. (Душанбе, Таджикистан)

sulaimon@mail.ru

Из общей теории регулярных эллиптических уравнений известно, что неравенство Гординга играет важную роль в исследовании разрешимости задачи Дирихле методом Гильбертова пространства. Наш доклад посвящен весовому аналогу неравенства Гординга для одного класса эллиптических операторов с вырождением.

Пусть Ω — произвольная (ограниченная или неограниченная) область в n -мерном евклидовом пространстве R^n . Обозначим через $d(x)$ расстояния от точки $x \in \Omega$ до границы $\partial\Omega$, если $\partial\Omega \neq \emptyset$. В случае $\Omega = R^n$ положим $d(x) = (1 + |x|^2)^{1/2}$.

Пусть $\sigma(x), \delta(x)$ — положительные функции из класса $C^1(\Omega)$, удовлетворяющие условиям $\delta(x) \leq \kappa d(x)$, $|\nabla \delta(x)| \leq \kappa$, $|\nabla \sigma(x)| \leq \kappa \sigma(x) \delta^{-1}(x)$ для всех $x \in \Omega$.

Пусть r — натуральное число. В работе доказывается весовое неравенство Гординга для дифференциального оператора

$$(Lu) = \sum_{|k|, |l| \leq r} (-1)^{|l|} (a_{kl}(x) \sigma^2(x) \delta^{-2r+|k|+|l|}(x) u^{(k)}(x))^{(l)}. \quad (1)$$

Пусть $W_2^r(\Omega; \sigma, \delta)$ — пространство всех измеримых в Ω функций $u(x)$, норма которого определяется равенством

$$\|u; W_2^r(\Omega; \sigma, \delta)\|^2 = \sum_{|k|=r} \int_{\Omega} \sigma^2(x) |u^{(k)}(x)|^2 dx + \int_{\Omega} \sigma^2(x) \delta^{-2r}(x) |u(x)|^2 dx.$$

и пусть $(W_2^r(\Omega; \sigma, \delta))'$ — пространство антилинейных непрерывных функционалов определенных над $W_2^r(\Omega; \sigma, \delta)$. Обозначим через $B[u, v]$ форму, порожденную оператором (1). Применением весового неравенства Гординга исследуется разрешимость следующей задачи

Задача D_λ . Для заданного функционала $F \in (W_2^r(\Omega; \sigma, \delta))'$ требуется найти решение $U(x) \in W_2^r(\Omega; \sigma, \delta)$ уравнения

$$B[U, v] + \lambda \int_{\Omega} \sigma^2(x) \delta^{-r}(x) U(x) \overline{v(x)} dx = \langle F, v \rangle \quad (\forall v \in C_0^\infty(\Omega)).$$

Отметим, что некоторые частные случаи задачи D_λ ранее изучались при условии ограниченности коэффициентов $a_{kl}(x)$ без привлечения неравенства Гординга. В нашем случае эти коэффициенты принадлежат некоторым L_p — пространствам с весом.