Министерство образования и науки Российской Федерации

Российская академия наук

Национальный фонд подготовки кадров

Труды XVI Всероссийской научно-методической конференции

Телематика'2009

Том 1. Секция **А**

22–25 июня 2009 года, Санкт-Петербург

Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики

Государственный научно-исследовательский институт информационных технологий и телекоммуникаций "Информика", Москва

При поддержке Американского благотворительного фонда "Информатизация"

В сборнике размещены **298 статей**, представляющих четыре секций:

Секция А. Информационные ресурсы и технологии в образовании
Сопредседатели: **Иванников А.Д., Сытник А.А., Кривошеев А.О.**

Секция В. Технологии и инфраструктура телекоммуникаций
Сопредседатели: **Ижванов Ю.Л., Терещенко П.Г., Куракин Д.В.**

Секция С. Виртуальные среды, имитационные технологии и тестирование в образовании и науке
Сопредседатели: **Старых В.А., Тозик В.Т., Бояшова С.А.**

Секция D. Технологии распределенных вычислений и компьютерного моделирования в образовании и науке
Сопредседатели: **Ильин В.А., Бухановский А.В.**

Сборник издан в двух томах с единой нумерацией страниц:
в первом томе – секция **А,** во втором – **В**, **С**, **D**.

Статьи в сборнике упорядочены по городу проживания авторов в пределах каждой секции.
Для поиска статьи участника конференции из определенного города приведено оглавление каждой секции по городам (**с. 17** и **456**).

Для поиска по фамилии в конце каждого тома приведен индекс фамилий всех авторов статей (**с. 243** и **457**).

В статьях, имеющих более одного автора, фамилии докладчиков подчеркнуты.

По всем организационным вопросам обращаться в Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики:
197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49. Оргкомитет конференции "Телематика'2009".
E-mail: sergeev@mail.ifmo.ru

УДК 001.3:061.61

ISBN 978-5-7577-0337-4

9 785757 703374

4) Решение методом наименьших квадратов возникающего в теории электрических цепей линейного интегро-дифференциального уравнения

$$\sum_{k=0}^{m} p_k(t) y^{(k)}(t) + \sum_{j=0}^{l} q_j(t) \int_0^t r_j(s) y^{(j)}(s) ds = f(t),\ t \in [0,T],$$

где полиномиальные коэффициенты $p_k(t),\ q_j(t),\ r_j(t)$ заданы координатами в фундаментальном базисе, определяемом парой $\alpha = \{\alpha_k\}_{k=1}^{\infty}$, $\beta = \{\beta_k\}_{k=1}^{\infty}$.

5) Минимизация погрешности метода наименьших квадратов в задаче 4) за счёт выбора конечного набора $\alpha = \{\alpha_k\}_{k=1}^{n}$, $\beta = \{\beta_k\}_{k=1}^{n}$.

При решении задачи 4) используются результаты работы [3]. При этом в задаче интерполяции выбирается система равномерных узлов на отрезке $[0,T]$.

Литература

1. Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. М.: Наука, 1979. – 832 с.

2. CUDA Programming Guide: Version 2.0, 6/7/2008 // www.nvidia.com.

3. Исламов Г.Г., Исламов А.Г., Лукин О.Л. Об одном применении чебышевской системы функций // Труды XV Всероссийской научно-методической конференции «Телематика'2008» (23-26 июня 2008 г., Санкт-Петербург). – с. 53-54.

К ВОПРОСУ О НЕПРЕРЫВНОЙ ДИФФЕРЕНЦИРУЕМОСТИ ФУНКЦИЙ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

В.И. Родионов
Удмуртский государственный университет, г. Ижевск
Тел.: (3412) 91-61-31, e-mail: rodionov@uni.udm.ru

Пусть $\Omega_0 \subseteq \mathbf{R}^n$ – непустое открытое множество; множество Ω такое, что $\Omega_0 \subseteq \Omega \subseteq \overline{\Omega}_0$ (где $\overline{\Omega}_0$ – это замыкание Ω_0); множество Ω_*^{n+1} состоит из таких упорядоченных наборов $\langle x_0, x_1, \ldots, x_n \rangle$, $x_i \in \Omega$, что векторы $\Delta x_1, \ldots, \Delta x_n$ (где $\Delta x_i \doteq x_i - x_0$) образуют ортогональный репер с началом в точке x_0, причем выпуклая оболочка $\operatorname{conv}\{x_0, x_1, \ldots, x_n\}$ содержится в Ω. Матрица $\Delta x \doteq \operatorname{col}(\Delta x_1, \ldots, \Delta x_n)$ состоит из элементов $\Delta x_{ij} \doteq x_{ij} - x_{0j}$, где через x_{ij} обозначена j-ая координата точки x_i. Матрица Δx – невырожденная: $\Delta x \cdot \Delta x^T = \operatorname{diag}(\|\Delta x_1\|^2, \ldots, \|\Delta x_n\|^2)$.

Произвольной функции $f:\ \Omega \to \mathbf{R}$ поставим в соответствие функцию $F:\ \Omega_*^{n+1} \to \mathbf{R}^n$,

$$F(x_0, x_1, \ldots, x_n) = \begin{pmatrix} \Delta x_{11} & \cdots & \Delta x_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ \Delta x_{n1} & \cdots & \Delta x_{nn} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \Delta f_1 \\ \vdots \\ \Delta f_n \end{pmatrix}, \tag{1}$$

где $\Delta f_i \doteq f(x_i) - f(x_0)$. Если $\Delta f \doteq \operatorname{col}(\Delta f_1, \ldots, \Delta f_n)$, то формула (1) принимает компактный вид $F = (\Delta x)^{-1} \Delta f$, а при $n = 1$ применима традиционная запись $F = \dfrac{\Delta f}{\Delta x}$. Заметим еще, что более правильно было бы писать $F = F(\langle x_0, x_1, \ldots, x_n \rangle)$. Отображение $f \to F$, порожденное формулой (1), имеет канонический характер, и мы исследуем его с самых разных позиций.

Определение. Функция $f:\ \Omega \to \mathbf{R}$ называется *S-дифференцируемой* (или *дифференцируемой в себе*), если для любого $x \in \Omega$ существует конечный предел

$$\lim\nolimits_* F(x_0, x_1, \ldots, x_n), \tag{2}$$

вычисляемый по всем наборам $\langle x_0, x_1, \ldots, x_n \rangle \in \Omega_*^{n+1}$ таким, что $x_0 \to x,\ x_1 \to x, \ldots, x_n \to x$.

При $n=1$ предел (2) имеет вид $\lim\limits_{x_0\to x,\, x_1\to x} \dfrac{f(x_1)-f(x_0)}{x_1-x_0}$ и встречается в работах Пеано.

Теорема 1. Если $f:\ \Omega_0 \to \mathbf{R}$ есть функция S-дифференцируемая, то для любого $x\in\Omega_0$ существует $\operatorname{grad} f(x)$ и для предела (2) справедливо равенство

$$\lim\nolimits_* F(x_0,x_1,\ldots,x_n) = \operatorname{grad} f(x)\,. \tag{3}$$

Теорема 2. Для того чтобы непрерывная функция $f:\ \Omega\to\mathbf{R}$ была S-дифференцируемой, необходимо и достаточно, чтобы она была непрерывно дифференцируемой.

Заметим, что в теореме 2 от условия непрерывности функции f отказаться нельзя, поскольку существуют разрывные *S*-дифференцируемые функции (разрывы, если они имеются, находятся на границе Ω). Условие непрерывности f можно снять лишь в том случае, когда $\Omega=\Omega_0$ – открытое множество.

Формула (3) служит отправной точкой для приближенных вычислений, основанных на соотношении $\operatorname{grad} f(x)\approx F(x_0,x_1,\ldots,x_n)$. В частности, данная аппроксимация применима при решении задач математической физики с краевыми условиями вида $\left[\alpha_0 u+\alpha_1\dfrac{\partial u}{\partial \mathrm{n}}\right]_{\partial\Omega}=\varphi$. При численном решении этих задач триангуляцию множества Ω осуществляем таким образом, что $\langle x_0,x_1,\ldots,x_n\rangle\in\Omega_*^{n+1}$ для всех граничных симплексов (с вершинами $x_0,x_1,\ldots,x_n$).

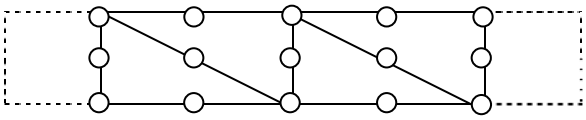
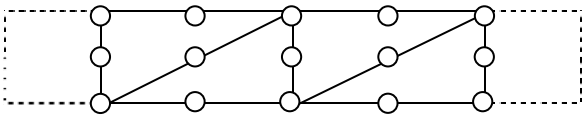
О ПРИМЕНЕНИИ СПЕЦИАЛЬНЫХ СПЛАЙНОВ ПРИ ЧИСЛЕННОМ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ НА ПРИМЕРЕ ПРОСТЕЙШЕГО УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Н.В. Родионова
Удмуртский государственный университет, г. Ижевск
Тел.: (3412) 91-61-31, e-mail: rodionov@uni.udm.ru

Если точки $x_0,x_1,\ldots,x_n\in\mathbf{R}^n$ таковы, что векторы $\Delta x_1,\ldots,\Delta x_n$ (где $\Delta x_i \doteq x_i - x_0$) попарно ортогональны, а числа p_{ij}, $i,j=0,1,...,n$, таковы, что $p_{ij}=p_{ji}$, то в семействе всех полиномов вида $P(\xi)=(A\xi,\xi)+(b,\xi)+c$, $\xi\in\mathbf{R}^{\mathrm{n}}$, существует ровно один такой, что: 1) матрица A симметрична; 2) $P(\frac{1}{2}x_r+\frac{1}{2}x_s)=p_{rs}$ для всех $r,s=0,1,...,n$. Согласно [1] он представим в виде

$$P(\xi)=2\sum_{i,j}(p_{ij}-p_{i0}-p_{0j}+p_{00})\,\varphi_i(\xi)\,\varphi_j(\xi)\;-\sum_m(p_{mm}-4p_{m0}+3p_{00})\,\varphi_m(\xi)+p_{00}\,, \tag{1}$$

где $\varphi_m(\xi)\doteq(\xi-x_0,\Delta x_m)\big/\|\Delta x_m\|^2$, $m=1,\ldots,n$.

Мы применяем формулу (1) для численного решения задач математической физики, а в рамках настоящей заметки изучается начально-граничная задача для простейшего уравнения теплопроводности $\dfrac{\partial u}{\partial t}=c^2\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$; $u(0,x)=\phi(x)$, $x\in[0,1]$; $u(t,0)=\alpha(t)$, $u(t,1)=\beta(t)$, $t\ge 0$.

Пусть $\tau>0$, и через Ω обозначим прямоугольник $[0,2\tau]\times[0,1]$. Пусть, далее, $h=\frac{1}{2N}$, где $N\in\mathbf{N}$, а точки $(\tau_i,h_j)\in\Omega$ таковы, что $\tau_i=i\tau$, $i=0,1,2$, $h_j=jh$, $j=0,1,\ldots,2N$. Среди всего многообразия триангуляций множества Ω сетка $\{(\tau_i,h_j)\}$ порождает следующие две: