Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное агентство по образованию
Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского

ВЫСОКОПРОЗВОДИТЕЛЬНЫЕ ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ НА КЛАСТЕРНЫХ СИСТЕМАХ

Материалы пятого Международного
научно-практического семинара

22–25 ноября 2005 г.

Издательство Нижегородского госуниверситета
Нижний Новгород
2005

УДК 681.3.012:51
ББК 32.973.26–018.2:22
В 93

В93 **Высокопроизводительные параллельные вычисления на кластерных системах.** Материалы пятого Международного научно-практического семинара / Под ред. проф. **Р.Г. Стронгина.** Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета, 2005. 253 с.

Сборник сформирован по итогам научного семинара, посвященного теоретической и практической проблематике параллельных вычислений, ориентированных на использование современных многопроцессорных архитектур кластерного типа. Семинар проходил в Нижнем Новгороде 22–25 ноября 2005 года.

Вошедшие в сборник материалы семинара представляют интерес для преподавателей и научных сотрудников высших учебных заведений, а также для инженеров, аспирантов и студентов вузов.

Отв. за выпуск к.ф.-м.н., доцент **В.А. Гришагин**

ББК 32.973.26–018.2:22

Поддержка семинара

Российский фонд фундаментальных исследований

Компания Intel Technologies

Фонд содействия развитию малых форм предприятий в научно-технической сфере

Компания eLine

зволяет говорить о применимости подхода.

В настоящее время среда ParJava используется: в Тамбовском государственном университете для разработки пакета символьно-численного решения задач линейной алгебры; в отделе систем моделирования ИСП РАН для разработки генетических алгоритмов для автономных адаптивных систем управления; в Институте физики Земли РАН для моделирования процесса зарождения торнадо. Разработка этих пакетов позволит получить более точные оценки и уточнить направление развития среды.

Дальнейшее развитие среды ParJava связано с расширением области применения моделей. Будут разработаны новые инструменты: анализаторы параллельных трасс с целью выявления узких мест, взаимоблокировок и др.; анализаторы параллельной структуры программы с целью выявления скрытого параллелизма как в циклах, так и в ациклических участках программы; преобразователи последовательных циклов в параллельные и др. Все эти инструменты будут выполняться на инструментальном компьютере, используя подходящие модели.

Литература

1. Report of the President’s Information Technology Advisory Committee (PITAC) to the President on Computational Science: Ensuring America's Competitiveness. http://www.nitrd.gov/pitac/reports/.

2. Национальная целевая программа DARPA. High Productivity Computing Systems (HPCS), http://www.highproductivity.org/.

3. *Ivannikov V.*, *Gaissaryan S.*, *Avetisyan A.*, *Padaryan V.* Improving properties of a parallel program in ParJava Environment // EuroPVM/MPI, 2003, LNCS. V. 2840. P. 491–494.

4. *Culler David E.*, *Liu Lok T.*, *Martin Richard P.*, *Yoshikaw Chad.* LogP Performance Assessment of Fast Network Interfaces. // IEEE Micro, February, 1996.

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ПОИСКА БАЗИСНОГО МИНОРА МАТРИЦЫ

Г.Г. Исламов, Ю.В. Коган, Д.А. Сивков,
О.В. Бабич, С.А. Мельчуков, М.А. Клочков

Удмуртский государственный университет

В пособии [1] при формировании новой симплекс-таблицы были использованы некоторые формулы преобразования элементов текущей симплекс-таблицы. Важность этих формул состоит в том, что на их основе удается сформулировать и обосновать метод поиска базисного минора матрицы, который позволяет одновременно вычислить ранг матрицы, значение базисного минора, обратную матрицу для матрицы базисного минора, координаты небазисных строк и столбцов, крайние точки и экстремальные направления многогранных множеств, а также ответить на вопросы совместности системы линейных неравенств, положительной определенности симметрических матриц, устойчивости многочленов с вещественными коэффициентами и др.

Метод заключается в построении последовательности матриц

$$A_0 = A,\ \ldots,\ A_k,\ A_{k+1},\ \ldots,\ A_r, (1)$$

где A_{k+1} получается пут ем простого преобразования элементов предыдущей матрицы $A_k = (a_{ij}^{(k)})_{i=1, j=1}^{m}$. В текущей матрице A_k есть запрещенные строки и запрещенные столбцы, остальные строки и столбцы этой матрицы называются разрешtнными. В матрице $A_0 = A$ все строки и столбцы разрешенные. Для перехода от A_k к следующей матрице A_{k+1} последовательности (1) в разрешенных строках и столбцах матрицы A_k возьмем произвольный ненулевой элемент $a_{\mu_k \nu_k}^{(k)}$ (называемый разрешающим элементом шага k). Если такого элемента нет, то есть нет разрешенных строк и столбцов, либо все элементы в разреш енных строках и столбцах матрицы A_k – нули, то последовательность (1) завершается матрицей $A_k : r = k.$ Пусть строка μ_k и столбец ν_k – разрешенные, то формируем элементы матрицы A_{k+1} по следующему простому правилу

$$a_{ij}^{(k)} = \frac{1}{a_{\mu_k \nu_k}^{(k)}} \begin{cases} 1, & \text{если } i = \mu_k,\ j = \nu_k; \\ a_{ij}^{(k)}, & \text{если } i = \mu_k,\ j \neq \nu_k; \\ -a_{ij}^{(k)}, & \text{если } i \neq \mu_k,\ j = \nu_k; \\ a_{ij}^{(k)} \cdot a_{\mu_k \nu_k}^{(k)} - a_{\mu_k j}^{(k)} \cdot a_{i \nu_k}^{(k)}, & \text{если } i \neq \mu_k,\ j \neq \nu_k. \end{cases}$$

Список запрещенных строк и столбцов матрицы A_{k+1} получается из списка запрещ енных строк и столбцов матрицы A_k путем добавления номеров μ_k и ν_k разрешающего элемента $a_{\mu_k \nu_k}^{(k)} \neq 0$.

Теорема. *Пусть A_r - последняя матрица построенной выше последовательности* (1). *Тогда*

1) Минор матрицы A, составленный из запрещенных строк и *столбцов матрицы A_r, базисный и равен произведению* $(-1)^{p+q}\prod_{k=0}^{r-1} a^{(k)}_{\mu_k\nu_k}$ *, где p и q – число инверсий соответственно в перестановке строк* $(\mu_0, \ldots, \mu_{r-1})$ *и* $(\nu_0, \ldots, \nu_{r-1})$ *столбцов разрешающих элементов;*

С точностью до перестановки строк и столбцов, определяемых перестановками строк и столбцов разрешающих элементов,

2) подматрица, составленная из запрещенных строк и столбцов матрицы A_r, является обратной матрицей к матрице указанного в заключении 1) теоремы базисного минора;

3) в базисе столбцов (строк) матрицы A_r, отвечающих найденному базисному минору, координаты тех столбцов (строк) матрицы, которые не входят в базисный минор, находятся в соответствующих столбцах (строках, взятых со знаком минус) матрицы A_r.

Следствие 1. *Все угловые миноры вещественной квадратной матрицы A порядка n положительны тогда и только тогда, когда указанный выше алгоритм для $\mu_k = v_k = k = 1$ дает положительную последовательности $r = n$ разрешающих элементов последовательности (1):* $a_{kk}^{(k-1)} > 0, k = 1, \ldots, r.$

Следствие 2. *Число положительных и число отрицательных собственных значений вещественной симметрической матрицы A порядка n совпадают с соответствующими числами положительных и отрицательных разрешающих элементов в последовательности (1).*

Замечание 1. *Если применить алгоритм (1) к расширенной матрице $A_0 = (A, b)$, где $b = (b_1, \ldots, b_m)^T$, предполагая, что начальный список запрещ енных столбцов содержит последний столбец b, то неотрицательность координат в разреш енных строках (если они есть) позволяет заключить о совместности системы линейных неравенств $Ax \le b$ относительно вектора $x = (x_1, \ldots, x_m)^T$ (сравнение векторов покоординатное). Если же для всех возможных последовательностей (1) указанные выше координаты содержат отрицательные числа, то система неравенств $Ax \le b$ несовместна.*

Этот результат вытекает из теоремы 1.5 монографии [2] о совместности системы линейных неравенств и утверждения 1) нашей теоремы о факторизации определителя через разрешающие элементы.

Замечание 2. *Утверждения 2) и 3) теоремы позволяют получить все крайние точки и экстремальные направления многогранного мно-*

жества $Ax = b$, $x \geq 0$ *для матрицы* A *ранга* m, *если воспользоваться алгебраической характеристикой крайней точки и экстремального направления, приведенных в монографии [3].*

Возможна реализация описанного выше метода на основе легковесных процессов (PThreads), параллельной виртуальной машины (PVM), интерфейса обмена сообщениями (MPI) и процессоров с общей памятью (OpenMP) применительно к задачам большой размерности обращения аффинного отображения, поиска образующих конуса неотрицательных решений однородной системы линейных алгебраических уравнений, установления положительной определ енности симметрических матриц и устойчивости многочленов с вещественными коэффициентами и включение его в стандартные пакеты.

Литература

1. *Исламов Г.Г.* Принципы оптимальности. Ижевск, Изд-во УдГУ, 1988. – 124 с.

2. *Черников С.Н.* Линейные неравенства. М.: Наука, 1968. – 488 с.

3. *Базара М.*, *Шетти Л.* Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы. М.: Мир, 1982. – 583 с.

СТРАТЕГИЧЕСКОЕ НАПРАВЛЕНИЕ УДМУРТСКОГО ГОСУНИВЕРСИТЕТА

Г.Г. Исламов, Д.А. Сивков

Удмуртский государственный университет, Ижевск

Образование, наука и бизнес – это три мощных процесса в обществе, которые определяют вектор его развития. Каждый из этих процессов обладает внутренними движущими силами, которые формируются большими группами людей с принципиально различными интересами. Ускорение развития одного процесса без ускорения развития остальных процессов не имеет особого смысла, т. к. общество нуждается в синхронизированной работе этих процессов. Поэтому материальные средства, брошенные на ускорение одного процесса, не обязательно вызовут его прогресс, скорее всего они будут использованы на поддержание застоя. Главная цель образования – подготовка высококвалифицированных кадров, науки – получение принципиально новых частных и общих методов и фактов, бизнеса – поиск и использование новых форм извлечения прибыли. В образовательном процессе главный мотив – получение оригинальных знаний, умений и навыков, в