Московский государственный университет
имени М. В. Ломоносова
Философский факультет
Российская Академия Наук
Институт философии
«АНО» Институт логики, когнитологии
и развития личности

Шестые Смирновские чтения по логике

Материалы международной научной конференции

17 – 19 июня 2009 г.

Москва

Москва 2009

УДК 16
ББК 87. 4
Л 694

Л694. Шестые Смирновские чтения: материалы Междунар. науч. конф., Москва, 17–19 июня 2009 г. [редкол.: В. А. Бочаров, Ю. В. Ивлев, Д. В. Зайцев, А. С. Карпенко, О. М. Григорьев; отв.ред. В. И. Маркин] — М.: Современные тетради, 2009. — 200с. — ISBN 978-5-88289-371-1

В книге представлены материалы международной научной конференции «Шестые Смирновские чтения по логике», посвященной памяти выдающегося российского логика и философа В. А. Смирнова (1931–1996).

Профессор кафедры логики философского факультета МГУ В. А. Смирнов был блестящим педагогом, оставившим после себя большое количество учеников, ученым, обладавшим крупным международным авторитетом (им было опубликовано около 150 научных работ по самым разным областям современной символической и философской логики). В. А. Смирнов долгое время возглавлял сектор логики Института философии РАН. В. А. Смирнову принадлежит заслуга в организации многих международных симпозиумов по логике, методологии и философии науки, в издании ежегодника «Логические исследования».

Издание осуществлено при поддержке РГНФ, грант № 09-03-14069г

УДК 16
ББК 87. 4

ISBN 978-5-88289-371-1

© Философский факультет МГУ имени М. В. Ломоносова, 2009
© Издательство «Современные тетради», 2009

Заметим, что каждый из постулатов исчисления M не кончается «пустой» дедуктивной секвенцией ($\Rightarrow$), что позволяет получить интересные результаты: существуют дедуктивные секвенции, невыводимые в M.

Доказательство полноты M по отношению к (канторовской) теории множеств получаем прямо в силу выполнения в M двух принципов теории множеств, приведенных выше:

1) классическая логика предикатов, задаваемая в M секвенциально по Генцену структурными правилами $*K*$, $*W*$, $*C*$ и операциональными правилами $*\forall*$, $* \supset *$, $*\neg*$ на основе правила подъема $*$ (из алгоритмического вычислительного (1-го) яруса исчисления M в форме λ-конверсии), и

2) канторовское неограниченное свертывание, задаваемое в M по Черчу на основе 1-го яруса секвенциальными правилами $*\lambda*$, эти правила $*\lambda*$ называем канторовскими, поскольку они (при выводимости $a \to b$ на 1-ом ярусе) позволяют заменять в дедуктивных секвенциях a на b прямо, т.е. по Кантору без привлечения каких-либо средств.

Результаты работы получаются непосредственно по построению исчисления M.

Работа поддержана РФФИ, проект 07-07-00416.

Литература

[1] Генцен Г. *Исследования логических выводов.* // Математическая теория логического вывода. М., 1967, с. 9–76.

Зависимость логики от главного ресурса и главной ценности

Непейвода Н. Н. (*Ижевск*)

Constructive logic analysis shows that logics of knowledge, of money, of time and of soul are deeply different. They are mutually inconsistent from the very beginning. Your main value dictates your logic.

Общие соображения

В. И. Арнольд убедительно показал, что слишком часто выводы, сделанные на самых удобных для рассмотрения линейных моделях ведут к коварным ловушкам на практике. Столь же часто слишком глубокое строгое рассмотрение вопроса полностью теряет из виду его содержательную сущность. Нужно помнить, что логический вывод — одно из самых неустойчивых понятий (например, в классической и во многих других логиках малейшая ошибка может привести к доказательству всего, что угодно). Таким образом, этот инструмент может быть весьма гибким и эффективным в руках профессионала и самоубийственным в руках профана (как самолет с обратной стреловидностью крыла). На практике это означает,

что логическое исследование практически всегда напоминает условно расходящиеся ряды, некогда популярные в вычислительной математике: они до некоторого момента быстро сходятся к искомому значению, а далее начинают расходиться. И не дойти до горизонта, и перейти за него означает потерять точность.

Эффекты потери содержания явно просматриваются при развитии ряда почтенных областей логики, таких, как теория моделей. На первом уровне здесь получены и красивые, и методологически важные результаты (нестандартный анализ, теорема Лося и другие теоремы о характеризации, теорема Бета об определимости и т.п.) Далее пошла весьма глубокая, виртуозная, но ни к чему не ведущая теория.

В конструктивной математике[1] ситуация противоположная. На первом уровне кажется, что теория приводит лишь к умножению сущностей без необходимости, а полезные результаты могут быть проще получены классическими методами (например, результат о невозможности численного вычисления производной функции, заданной со сколь угодно малыми ошибками.) Но на следующем уровне идут глубочайшие (зато и труднейшие) результаты важнейшего методологического значения. Например, таковы результаты Брауэра о возможности позитивного использования принципа *ignoramus et ignorabimus*, Троэлстра о строении вычислимых операций. Здесь труднее добраться до горизонта расходимости.

В данной работе подводится один из итогов века исследований по конструктивным логикам и обосновывается важнейший методологический вывод, который, насколько известно автору, не дает возможности получить традиционный, дескриптивный логический анализ:

Выбор главной ценности полностью изменяет логику планирования действий личности.
Логики разных видов ценностей несовместимы с самого начала.

Четыре класса конструктивных логик

Чистая конструктивная логика

Первой и самой знаменитой из конструктивных логик является интуиционистская логика, открытая[2] Л. Брауэром в 1908 г.

[1]Этот термин здесь понимается широко, включая и интуиционизм, и советский конструктивизм, и другие области, где стремятся к построению, а не к голому обоснованию, и поэтому заранее исключают грязные теоремы существования.

[2]Мы не употребляем слово «созданная» или какое-то ему подобное, поскольку в данном случае исключительная концептуальная согласованность самой логики и наличие многих совершенно различных по природе ее семантик создают твердое убеждение, что логика отнюдь не является случайным творением, она открылась человечеству в тот момент, когда кто-то из людей дозрел до нее.

Стоит сделать одно замечание. Термин «интуиционистская логика» крайне неудачен со всех точек зрения, даже с исторической. Его стоило бы заменить либо на «функциональная логика», либо на «чистая конструктивная логика», либо на «брауэрова логика».

Брауэр уже при создании четко охарактеризовал область применимости чистой конструктивной логики: идеальные умственные построения. А. А. Марков впоследствии выразил это же столь же четко с материалистической позиции: абстракция потенциальной осуществимости, отвлекающаяся о реальной ограниченности наших ресурсов и занимающаяся лишь принципиальной реализуемостью решений.

Концепция Брауэра творческих последовательностей и концептуально вытекающая из нее система моделей Бета интуиционистской логики (исторически первая из концепций возможных миров) четко, но неявно, показали еще одно предположение Брауэра, явно выделенное А. А. Марковым в комментариях к переводу книги Гейтинга «Интуиционизм»: неуничтожимость знания. Если нечто мы уже узнали, это знание остается у нас навсегда.

Система моделей Крипке чистой конструктивной логики также подчеркивает неуничтожимость знания.

Все вышеизложенное четко характеризует брауэрову логику как *логику чистого знания.*

Если посмотреть с другой стороны, оказывается, что брауэрова логика соответствует чистому функциональному программированию. Также оказывается, что сама по себе она не влечет неэффективность предлагаемых решений, но при ее пополнении безобидно выглядящими и достаточно реальными принципами для конкретных областей (например, математической индукцией для натуральных чисел) она, в соответствии со своей идеальной и чистой природой, немедленно обобщает их до крайней возможной с точки зрения потенциальной осуществимости степени.

В конце 70-х — начале 80-х годов возникли большие надежды на практическую применимость брауэровой логики. Это заставило некоторых исследователей осознать как ее достоинства, так и недостатки в данной области. Прежде всего, выявился принцип, имеющий общеметодологическое значение и грубейшим образом нарушаемый в «практике» применения теоретического знания:

Не говори лишнего!

Даже если мы не портим конкретную теорию излишне общими принципами, фнукициональная логика работает, лишь если наши средства идеально подогнаны друг к другу и никакие «низменные» ресурсы типа времени либо памяти не являются критическими.

Брауэрова логика высвечивает еще одну сторону математической выразимости. Чисто формально она получается ослаблением классической

логики, но классическая логика изоморфно вкладывается в нее. В прикладных теориях она позволяет кратко и эффективно выражать сложнейшие предположения о функционалах высших типов, где классическая логика крайне неуклюжа. Таким образом, не только в жизни самоограничение приводит к большим возможностям, чем формальная тупая «свобода».

Далее, пососкльку Брауэр виртуозно провел свою логическую революцию минимальными действиями, на уровне пропозициональной логики его логика никогда не противоречит классической. Но когда мы пользуемся реальнымии преимуществами конструктивной выразительности, немедленно получаются в конкретной теории педикатные формулы, противоречащие классической логике. В частности, обязательно в чисто конструктивной теории получается для каких-то формул

$$\neg\forall x(A(x) \vee \neg A(x)).$$

Чистая конструктивная логика выявила также слабость чисто формального внутрилогического рассмотрения систем, предназначенных для реальных построений. Буквально все ее расширения, оправданные с чисто формально логической точки зрения (удовлетворяющие теореме Крейга об интерполяции) оказываются содержательно бессодержательны, приводя в конкретных ситуациях к классическим теориям.

Нильпотентная логика

Еще в самом начале 60-х годов XX века А. С. Есенин-Вольпин заметил, что для перехода от потенциальной осуществимости к реальной нужно изменить конструктивную логику. Он пытался слегка изменять чистую конструктивную логику, которая тогда называлась просто конструктивной логикой (поскольку других известно не было), но его героические попытки создать ультраинтуиционистскую математику не увенчались успехом.

Прорыв наметился в начале 80-х годов. Идейный толчок ему дал в разговоре с автором акад. А. П. Ершов. Говоря о выявившихся взаимосвязях доказательств и программ, автор заметил, что самым выразительным и простым заданием цикла в программе при помощи логических средств была бы формула $A \Rightarrow A \vee B$, где A так называемый инвариант цикла, а B — его окончание. Но такая формула является тавтологией во всех рассматривавшихся в тот момент вариациях логических систем для целей описания конструирования объектов. А. П. сказал в ответ: «Раз это описывается так красиво, это и должно быть так, несмотря ни на что!» Одно видоизменение повлекло за собой системные видоизменения во всей логике. В частности, выявилось, что получается логика необратимых действий, то есть логика ограниченного времени (время — единственный ресурс, который Вы не можете не тратить). Самый шокирующий принцип данной (нильпотентной, как она называется ныне) логики — закон исключенного застоя:

$$\frac{A \Rightarrow A}{\neg A}$$

Тем самым была создана первая из логик ограниченных построений, которая начала сразу же противоречить и классической, и чистой конструктивной логике уже на пропозициональном уровне.

В этой логике были впервые явно выделены следующие факторы.

При ее формализации путем естественного вывода выявляется роль еще одной координаты определения вывода, обычно маскируемой внешне самоочевидными оговорочками типа: «Вывод — последовательность формул»: структура вывода. В данном случае вывод оказался графом с циклами.

Далее, оказалось необходимым явно различать классические и конструктивные связки.

Далее, не все связки обычной логики вмещаются в конструктивную нильпотентную логику. Места для конструктивной конъюнкции там нет. Отрицание также не конструктивизировано. Зато конструктивные импликация и дизъюнкция великолепно сосуществуют.

Алгоритм разрешения для нильпотентной логики оказался исключительно эффективным, что позволило использовать ее в некоторых практических задачах.

Линейная логика

Ж.-И. Жирар в конце 80-х гг. построил линейную логику[3]

Эта логика названа линейной ввиду того, что Жирар первым использовал в семантике конструктивной логики следующий прием: объекты и действия принадлежат одной и той же алгебраической структуре, в данном случае линейному пространству.

Основной особенностью линейной логики является отсутствие закона $A \Rightarrow A\&A$. Это дает возможность развить ее конструктивное толкование как логики денег[4]: заплатить за одно действие хватает денег, а за два уже нет, и при построении учитывается лишь один ресурс, в котором все измеряется. Поскольку некоторые вещи бесплатны, в нее естественно ввести логическую связку $!A$, означающую, что реализация A не требует главного ресурса.

В соответствии с духом современной науки, когда в первую очередь критикуют за отсутствие чего-то, а не за концептуальную несовместимость понятий, когда «новые возможности» автоматически вызывают телячий восторг, не проанализирована концептуальная совместимость различных понятий и не выделены практические фрагменты данной логики. Поэтому использование такой блестящей находки, как линейная, логика для планирования действий сдерживается тем основным фактором, что в нее напихано все, что было только можно и нельзя впихнуть, поэтому не выделе-

[3]Пожалуй, первым приблизился к ней В. А. Смирнов, исследовавший логику без сокращений. Но он не осознал конструктивный смысл этой логики.

[4]Сам Жирар с неохотой, но признавал, что такое толкование возможно, хотя оно ему очень не нравилось. Он-то не деньги пытался формализовать, а общий вид ограниченных вычислений. И показательно для подсознания западного человека, что при этом он сориентировался на деньги.

ны главные черты, нет хорошей системы вывода и ее пропозициональный фрагмент неразрешим.

Нильпотентная логика

Этот класс конструктивных логик (открыт в 2008 г.) в некотором роде замкнул их систему. Он соответствует классу вычислений, в которых не исчезает и не добавляется информация. Таким образом, все действия обратимы. Именно таковы должны быть вычисления на сверхпроводящих и квантовых компьютерах.

Реверсивная логика использует идею Жирара. И миры, и действия — элементы группы. В ней естественно возникают отрицание как обратное действие (обозначается $\sim$; тем самым реализована идея Брауэра, которая оказалась несовместима с духом чистой конструктивной логики), конъюнкция как композиция действий (таким образом, она последовательная и некоммутативная).

Классические связки в реверсивной логике полностью интероперабельны (т.е. могут произвольно смешиваться) с конструктивными. В качестве примера необычных законов реверсивной логики приведем факт, что реализуемость A означает реализуемость $\sim A$, и одну из тавтологий

$$A \supset B \& \sim (A \Rightarrow B).$$

Конструктивная дизъюнкция полностью несовместима с реверсивной логикой.

Выводы

Поскольку логики планирования действий исключительно сильно зависят от основной ценности, видно, что перенос методов управления из одной области в другую может быть просто губителен. Скажем, бизнес-процессы несовместимы с наукой, наука несовместима с жестким ограничением времени, но гораздо более совместима с некоторым недостатком денег, если будет четко пониматься, что деньги не являются универсальной ценностью[5].

"Time is money" является наглым обманом, поскольку, во-первых, относительная и условная ценность ставится выше безусловной, и, во-вторых, эти две логики грубейшим образом несовместимы.

Как и предупреждают мировые религии, деньги несовместимы с сохранением души. Суета также. Но и наука очень опасна для этого, поскольку полностью ориентирована на необратимые действия.

Библиографии в данных тезисах нет, поскольку она должна была бы содержать не менее 40 наименований.

[5]Это можно содержательно прокомментировать следующим образом: оптимальный способ организации науки на длительном отрезке времени был изобретен в средневековой Европе: монастырь.