



Международная научная конференция

**«СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ
И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ»,**

посвященная памяти академика А.А.Самарского
в связи с 90-летием со дня его рождения
Москва, 16-18 июня 2009г.

<http://vm.cs.msu.su/samarski2009/>

<http://vm.cs.msu.su/samarski2009/abstracts/34.pdf>

УНИВЕРСАЛЬНАЯ ОПЕРАЦИЯ НАД МАТРИЧНЫМИ СТРУКТУРАМИ

ИСЛАМОВ Г.Г.

ggislamov@udm.net

Удмуртский госуниверситет, Россия, Ижевск

Частный случай универсальной операции над квадратными матрицами известен специалистам по математической статистике как оператор выметания и широко используется при обращении корреляционных матриц. В этом операторе в качестве разрешающих элементов последовательно используются диагональные элементы преобразуемых матриц. Обобщение оператора выметания было использовано в пособии [1] при описании алгоритма симплекс-метода одновременного решения прямой и двойственной задач, а также их областей устойчивости. Систематическое изучение обобщённого оператора выметания проведено в работе [2] на примере алгоритма поиска базисного минора матрицы. Этот алгоритм заключается в построении последовательности матриц

$$A_0 = A, \dots, A_k, A_{k+1}, \dots, A_r, \quad (1)$$

где A_{k+1} получается путём простого преобразования элементов предыдущей матрицы $A_k = (a_{ij}^{(k)})_{i=1, j=1}^n m$. В текущей матрице A_k есть запрещенные строки и запрещенные столбцы, остальные строки и столбцы этой матрицы называются разрешёнными. В матрице $A_0 = A$ все строки и столбцы разрешённые. Для перехода от A_k к следующей матрице A_{k+1} последовательности (1) в разрешённых строках и столбцах матрицы A_k возьмём произвольный ненулевой элемент $a_{\mu_k \nu_k}^{(k)}$ (будем называть его разрешающим элементом). Если такого элемента нет, то есть, нет свободных строк и столбцов, либо все элементы в разрешённых строках и столбцах матрицы A_k нули, то последовательность (1) завершается матрицей $A_k : r = k$. Если разрешённые строка μ_k и столбец ν_k есть и $a_{\mu_k \nu_k}^{(k)} \neq 0$, то формируем элементы матрицы A_{k+1} по обобщённому методу выметания

$$a_{ij}^{(k)} = \frac{1}{a_{\mu_k \nu_k}^{(k)}} \begin{cases} 1 & , \text{ если } i = \mu_k, j = \nu_k; \\ a_{ij}^{(k)} & , \text{ если } i = \mu_k, j \neq \nu_k; \\ -a_{ij}^{(k)} & , \text{ если } i \neq \mu_k, j = \nu_k; \\ a_{ij}^{(k)} \cdot a_{\mu_k \nu_k}^{(k)} - a_{\mu_k j}^{(k)} \cdot a_{i \nu_k}^{(k)} & , \text{ если } i \neq \mu_k, j \neq \nu_k. \end{cases}$$

Список запрещенных строк и столбцов матрицы A_{k+1} получается из списка запрещённых строк и столбцов матрицы A_k путём добавления номеров μ_k и ν_k использованного разрешающего элемента $a_{\mu_k \nu_k}^{(k)} \neq 0$, стоящего в разрешённых строках и столбцах матрицы A_k .

В статье [2] показано, что описанный алгоритм позволяет одновременно вычислить ранг матрицы, значение базисного минора, обратную матрицу для матрицы базисного минора. Кроме того, одновременно с этим получаются координаты небазисных строк и столбцов. Этот же алгоритм находит крайние точки и экстремальные направления многогранных множеств, обобщённую обратную матрицу, а также позволяет ответить на вопросы о совместности системы линейных неравенств, положительной определённости симметрических матриц, устойчивости многочленов с вещественными коэффициентами и т.д. В докладе будут рассмотрены применения описанной операции при решении разнообразных проблем, имеющих важное прикладное значение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Исламов Г.Г. *Принципы оптимальности. Учебное пособие.* Ижевск, Изд-во УдГУ, 1998. – 124 с.
2. Исламов Г.Г., Коган Ю.В. *Об одном алгоритме поиска базисного минора матрицы // Вестник Удмуртского университета. – 2006. – № 1: Математика. – С. 63–70.*