

MATERIÁLY
V MEZINÁRODNÍ VĚDECKO - PRAKTICKÁ
KONFERENCE

«NASTOLENÍ MODERNÍ VĚDY –
2009»

27 září - 05 října 2009 roku

Díl 9
Matematika
Moderní informační technologie
Chemie a chemická technologie

Praha
Publishing House «Education and Science» s.r.o
2009

Vydáno Publishing House «Education and Science»,
Frýdlanská 15/1314, Praha 8
Spolu s DSP SHID, Berdianskaja 61 B, Dnepropetrovsk

**Materiály V mezinárodní vědecko - praktická konference
«Nastolení moderní vědy - 2009». -**

Díl 9. Matematika. Moderní informační technologie.
Chemie a chemická technologie: Praha. Publishing House
«Education and Science» s.r.o - 64 stran

Šéfredaktor: Prof. JUDr. Zdeněk Černák

Náměstek hlavního redaktora: Mgr. Alena Pelicánová

Zodpovědný za vydání: Mgr. Jana Štefko

Manažer: Mgr. Helena Žáková

Technický pracovník: Bc. Kateřina Zahradníčková

V sběrné nádobě obsahují materiály mezinárodní vědecko - praktická
konference «Nastolení moderní vědy»

(27 září - 05 října 2009 roku)

po sekcích «Matematika», «Moderní informační technologie».

«Chemie a chemická technologie»

Pro studentů, aspirantů a vědeckých pracovníků

Cena 270 Kč

ISBN 978-966-8736-05-6

© Kolektiv autorů, 2009

© Publishing house «Education and Science» s.r.o.

UZITA MATEMATIKA

К.п.н. Баранова Н. А., Банникова Т. М.
Удмуртский государственный университет, Россия

О МЕТОДЕ СЖАТИЯ-РАЗЖАТИЯ ДЛЯ ПЕРЕЧИСЛЕНИЯ ПОМЕЧЕННЫХ СВЯЗНЫХ ГОМЕОМОРФНО НЕСВОДИМЫХ ГРАФОВ

Важным разделом теории графов является теория их перечисления. У истоков теории графов лежат работы А. Кэли по перечислению помеченных деревьев и связанных с ними химических структур, опубликованные в 1857-1889 гг. Однако только в пятидесятых годах прошлого века Кац [1] и Реньи [2] независимо перечислили помеченные связные унициклические графы. Г.Н.Багаев [3] в 1973 г. перечислил помеченные связные бициклические графы. В 1977 г. Райт [4] вывел разностное уравнение для производящей функции помеченных связных графов с заданным цикломатическим числом.

Селков [6] в 1998 г. вывел функциональное уравнение с частными производными для производящей функции помеченных связных графов по числу вершин и точек сочленения и нашел асимптотику для числа таких графов с большим количеством вершин и фиксированным числом точек сочленения. Решение уравнения Селкова в общем случае было неизвестно и оставался открытым вопрос о нахождении асимптотики для числа помеченных связных графов с большим количеством вершин и большим числом точек сочленения.

При исследовании структуры связного графа применяется его упрощение с помощью удаления вершин степени 2. Графы без вершин степени 2 называются гомеоморфно несводимыми. Помеченные гомеоморфно несводимые деревья перечислил Рид в 1970 г. В 1975 г.

Джексон и Рейли нашли производящую функцию для числа помеченных гомеоморфно несводимых графов. Отсюда с помощью теоремы Риддела-Гилберта можно получить производящую функцию для числа таких же связных графов.

В диссертационном исследовании Воблого В.А. рассматриваются связные гомеоморфно несводимые графы и использование метода сжатия-разжатия Г.Н.Багаева для их перечисления [3]. Воблый В. А. определяет суть метода следующим образом.

Для перечисления графов заданного вида в каждом графе выделяется порожденный подграф с определенными структурными свойствами, который сжимается в особую вершину. Образовавшиеся графы, содержащие фиксированную (особую) вершину с заданной степенью, а также сжатые подграфы независимо перечисляются известными методами перечисления. Перечисление

исходных графов завершается суммированием по всем возможным степеням особой вершины произведений числа сжатых подграфов, числа графов, образовавшихся после сжатия, и числа способов восстановления (разжатия) исходного графа. Далее он вводит понятия узла, называя узлом вершину графа степени большей или равной 3. Остановимся более подробно на формулировках теорем необходимых для использования данного метода.

Пусть $V^{(m)}(p, p+q)$ – число помеченных гладких графов с p вершинами, из которых m – узлы, и $(p+q)$ ребрами. Введем производящую функцию

$$V_q^{(m)}(w) = \sum_{p=3}^{\infty} V^{(m)}(p, p+q) \frac{w^p}{p!}.$$

ТЕОРЕМА 1. При $q \geq 0$ производящая функция

$$W_q(z) = \sum_{n=6}^{\infty} HC(n, n+q) \frac{z^n}{n!}$$

для числа $HC(n, n+q)$ связанных гомеоморфно несводимых графов с n помеченными вершинами и $(n+q)$ ребрами удовлетворяет соотношению

$$W_q(z) = \sum_{m=0}^{2q} \frac{z^m}{m!} \left. \frac{d^m V_q^{(m)}(w)}{dw^m} \right|_{w=(1+z)G\left(\frac{z}{1+z}\right)-z},$$

где $G(w)$ – производящая функция чисел помеченных корневых деревьев:

$$G(w) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n-1} w^n}{n!}.$$

Пусть $HU_p(n)$ – число помеченных связанных гомеоморфно несводимых унциклических графов с n вершинами, из которых p циклических, тогда при $n \geq 2p$, как следствие, получена формула

$$HU_p(n) = \frac{n!}{2^p} \sum_{j=p}^{n-2p} \sum_{k=1}^p (-1)^{n-k-j} \binom{p}{k} \binom{n-p-1}{j-1} \frac{k(j+k)^{j-1}}{j!}.$$

ТЕОРЕМА 2. При фиксированном q , $q \geq 0$, и $n \rightarrow \infty$ справедлива асимптотическая формула становления (разжатия) исходного графа.

$$HC(n, n+q) \sim h_q n^{n+\frac{1}{2}(sq-1)} \left(\frac{e-1}{e} \right)^{n+\frac{q}{2}},$$

$$h_q = \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^{q+1} q! d_q \sqrt{\pi}}{\Gamma\left(\frac{5q}{2} + 1\right) 2^{\frac{1}{2}(5q-1)} e^{2q}} \left(\frac{5q}{2q}\right)$$

где

d_q – коэффициенты Степанова-Райта.

Литература:

1. Katz L. Probability of indecomposability of a random mapping function. *Annals of Math. Statistics* 26(1955), 512-517.
2. Renyi A. On connected graphs. I. – *Publ. Math. Inst. Hungar. Acad. Sci.* 4(1959), 385-388.
3. Багаев Г.Н. Случайные графы со степенью связности 2 – В сб.: Дискретный анализ, Новосибирск, 1973, вып. 22, 3-14.
4. Selkow S.M. The enumeration of labeled graphs by number of cutpoints. *Discrete Math.* (1998), 185, 183-191.
5. Воблый В.А. О перечислении помеченных $(2,4)$ -бирегулярных графов – Материалы VII Международного семинара «Дискретная математика и ее приложения», М., МГУ, ч. II, 2001, с. 212. *J. Graph Theory*, 1(1977), 317-330.
6. Багаев Г.Н., Воблый В.А. Метод сжатия-разжатия для перечисления графов. – *Дискретная математика*, т. 10, вып. 4, 1998, с. 82-87.