
ВЕСТНИК

2010

УДМУРТСКОГО

№ 1

УНИВЕРСИТЕТА

АСТРОНОМИЯ
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
ФИЗИКА

Научный журнал

Основан в марте 1991 г.

Удмуртский государственный университет

г. Ижевск

СОДЕРЖАНИЕ

От научного редактора

<i>Идельсон Н.И.</i> Галилей и астрономия	3
<i>Кондратьев Б.П., Антонов В.А.</i> Метод метрической вариации в приложении к различным динамическим системам	24
<i>Кондратьев Б.П.</i> Об одной неточности Исаака Ньютона	40
<i>Кондратьев Б.П., Трубицына Н.Г.</i> Фигуры равновесия компактных газопылевых туманностей в Галактике	52
<i>Кондратьев Б.П., Трубицына Н.Г.</i> Приливное влияние колец на центральные фигуры равновесия	68
<i>Трубицына Н.Г.</i> Фигура равновесия внутри двух гравитирующих колец	82
<i>Кондратьев Б.П., Антонов В.А.</i> Необходимость нелинейной квантовой механики	86
<i>Кондратьев Б.П., Антонов В.А.</i> О перспективах развития нелинейной квантовой механики	106
<i>Морозова Л.Е.</i> Об асимптотике квазиуровней двухчастичного дискретного оператора Шредингера	112

Редакционный совет

Н. И. Леонов (главный редактор),
О. Г. Баранова (отв. редактор),
Л. М. Клименко (отв. секретарь)
С. Г. Морозов (техн. редактор)

Редакционная коллегия серии «Астрономия и математическая физика»

Черепашук А. М. – доктор физико-математических наук,
академик РАН (Москва)
Гребеников Е. А. – доктор физико-математических наук,
академик АНН (Москва)
Рябов Ю. А. – доктор физико-математических наук, профессор (Москва)
Кондратьев Б. П. – доктор физико-математических наук, профессор,
научный редактор (Ижевск)
Антонов В. А. – доктор физико-математических наук,
профессор (С.-Петербург)
Холшевников К. В. – доктор физико-математических наук, профессор,
академик РАЕН (С.-Петербург)
Бисноватый-Коган Г. С. – доктор физико-математических наук,
профессор (Москва)
Осипков Л. П. – кандидат физико-математических наук,
доцент (С.-Петербург)
Емельяненко В. В. – доктор физико-математических наук,
профессор (Челябинск)
Чубурин Ю. П. – доктор физико-математических наук,
профессор (Ижевск)
Трубицына Н. Г. – старший преподаватель,
ответственный секретарь (Ижевск)

Редакционно-издательский отдел

426034, г. Ижевск, ул. Университетская, 1, корп. 4, ком. 336
телефон: 8 (3412) 916-015
<http://www.vestnik.udsu.ru>

УДК 530.145.61

*Б. П. Кондратьев, Н. Г. Трубицына***ФИГУРЫ РАВНОВЕСИЯ КОМПАКТНЫХ ГАЗОПЫЛЕВЫХ
ТУМАННОСТЕЙ В ГАЛАКТИКЕ**

В эллипсоидальном приближении изучаются фигуры равновесия газопылевых туманностей в Галактике и в других гравитационных полях. Фигуры относительного равновесия (без внутреннего поля скоростей) образуют две однопараметрические последовательности и имеют форму вытянутых сфероидов с осью симметрии, указывающей на центр Галактики. Эксцентриситет сфероидов зависит от R , и на солнечном круге глобулы или почти сферические, или имеют очень вытянутую форму и неустойчивы относительно распада на сгустки. Фигуры равновесия туманностей с внутренними течениями являются трехосными эллипсоидами, вытянутыми также в направлении на силовой центр. Вблизи центра глобулы имеют противотоки, а более отдаленные конфигурации допускают прямое и обратное направления поля скоростей. Выведена и решена полная система уравнений для фигур равновесия. Фигуры равновесия обоих классов не могут существовать в поле Галактики ближе некоторого критического приливного радиуса, равного $0,1 - 0,8$ кпк. Результаты имеют теоретическую новизну (расширение теории классических эллипсоидов Римана и фигур Роша, обобщение классического приливного предела) и практическую ценность при изучении глобул и туманностей. Вывод о вытянутой форме глобул согласуется с данными наблюдений.

Ключевые слова: эллипсоидальные фигуры равновесия, внутренние течения, приливное приближение, глобулы.

Введение

Наблюдениями установлено, что в нашей Галактике существует многочисленный класс сравнительно плотных компактных газопылевых туманностей, которые Бок назвал глобулами [1]. В радиусе 500 пк обнаружено более 200 таких объектов. Глобулы имеют характерные размеры от 0,2 до 0,6 пк и массы от 20 до 200 масс Солнца. Физические условия в этих плотных туманностях таковы, что там могут образовываться молодые звезды, что вызывает к глобулам повышенный интерес.

Известно, что многие из этих туманностей имеют сглаженную форму. В статье [3] приводятся наблюдательные данные о 248 объектах. Отмечается, что их форма в проекции на наблюдаемую плоскость близка к эллипсам. Средняя сплюснутость этих эллипсов равна $a/b = 2$, однако

есть и очень вытянутые объекты с $a/b \approx 7$. В ориентации глобул относительно галактической плоскости корреляции не обнаружено. Интересный статистический материал по глобулам содержится и в статье [4]. Исходя из гипотезы о случайной пространственной ориентации глобул (а также плотных ядер в гигантских молекулярных облаках, см. также [5]) и применяя методику, апробированную ранее при анализе форм E-галактик в работе [6], авторы приходят к заключению о том, что изучаемые газовые облака имеют пространственную форму вытянутых (но не сжатых) сфероидов. Для среднего значения отношения полуосей дается значение $b/a = 0,53$, что хорошо согласуется с выводами в [3]. Подчеркнем, однако, что сплюснутости в картинной плоскости дают только нижний предел истинной пространственной сплюснутости облаков. Кроме того, выводы статистического анализа в [4] основаны на гипотезе о случайной пространственной ориентации глобул и поэтому их не следует переоценивать.

В литературе до сих пор нет динамического объяснения наблюдаемым формам глобул. Отдельные намеки [7] на то, что в формировании глобул ведущую роль играет световое давление от окружающего горячего газа, по сути мало что проясняют. Весьма низкая температура в большинстве глобул 7 K (см. [2]) говорит скорее о том, что световые потоки в районе глобул не могут быть значительными. Необходимо поэтому рассмотреть вопрос о форме туманностей с учетом многих физических факторов. В частности, ранее игнорировался вопрос о построении фигур равновесия глобул в приливном поле Галактики. Нигде из цитируемых здесь работ не дается надлежащего анализа равновесия молекулярных облаков с точки зрения теории фигур равновесия и не упоминается такой важный фактор, как влияние на форму глобул приливного поля Галактики.

В данной работе в эллипсоидальном приближении построены фигуры равновесия однородных глобул. Мы учитываем собственную гравитацию глобул, их вращение, внутренние течения, а также приливное поле всей звездной системы. Теория развита для фигур равновесия глобул в разных приливных полях — от Галактики до точечной массы. Для решения задачи используется метод, разработанный в [8;9]. Расчеты показывают, что главную роль в формировании глобул играют механические силы инерции и силы тяготения. Магнитные же силы могут быть учтены затем дополнительно. Некоторые теоретические вопросы изучения динамики конфигураций с помощью вириального метода затрагиваются также в статье [10]. На данном этапе лучше, однако, применять гидродинамический подход. Мы исходим из уравнений гидродинамики во вращающейся системе отсчета. В § 1 рассматриваются фигуры относительного равновесия молекулярных облаков, не имеющих внутреннего поля скоростей. Из анализа

уравнений относительного равновесия приходим к выводу, что глобулы без внутренних течений могут существовать в форме только вытянутых сфероидов. Этот вывод согласуется с результатами наблюдений [3]. В § 2 рассматриваются эллипсоидальные фигуры равновесия глобул с внутренними течениями. Учет внутреннего поля скоростей также согласуется с наблюдениями [11]. Далее теория применяется конкретно к глобулам внутри нашей Галактики, и в § 3 приводятся результаты расчетов.

§ 1. Фигуры равновесия глобул без внутренних течений

Рассмотрим компактную глобулу (рис.1), которая находится в главной плоскости Галактики на расстоянии R_0 от ее центра и обращается вокруг него по круговой орбите с угловой скоростью $\Omega(R_0)$. Гравитационный потенциал Галактики обозначим через $\Phi(R, x_3)$ ¹. Из баланса гравитационной и центробежной сил следует

$$\Omega^2 R_0 = - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial R} \right)_0, \quad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial R_0^2} = - \frac{d}{dR_0} (\Omega^2 R_0). \quad (1.1)$$

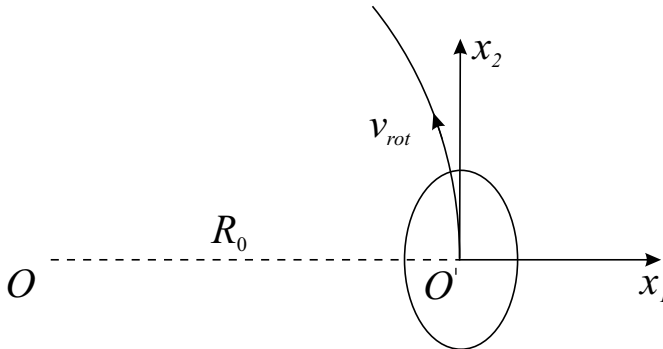


Рис. 1. Эллипсоидальная глобула на расстоянии R_0 от центра Галактики. Показана локальная система декартовых координат

С центром глобулы связана система декартовых координат $O'x_1x_2x_3$. Ось $O'x_1$ направлена от центра Галактики, $O'x_2$ лежит в главной плоскости и направлена по ходу движения. Компактность глобулы позволяет представить R в виде

$$R = \sqrt{(R_0 + x_1)^2 + x_2^2} \approx R_0 + x_1 + \frac{x_2^2}{2R_0}, \quad (1.2)$$

¹В общем случае потенциал $\Phi(R, x_3)$ может принадлежать и любому другому источнику гравитационного поля.

а внешний потенциал $\Phi(R, x_3)$ в точке R_0 — рядом по степеням малых величин $(R - R_0)$ и x_3 . Ограничиваясь здесь квадратичным (приливным) приближением, потенциал Φ запишем в виде

$$\Phi(R, z) = \Phi_0 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial R}\right)_0 (R - R_0) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial R^2}\right)_0 (R - R_0)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x_3^2}\right)_0 x_3^2, \tag{1.3}$$

или, с учетом (1.2) и (1.1),

$$\Phi(R_0) = \Phi_0 - \Omega^2 R_0 \left(x_1 + \frac{x_2^2}{2R_0}\right) - \frac{1}{2} \left(\Omega^2 + R_0 \frac{d\Omega^2}{dR_0}\right) x_1^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}\right)_0 x_3^2. \tag{1.4}$$

Далее моделируем равновесное газопылевое облако однородным трехосным эллипсоидом с полуосями (a_1, a_2, a_3) и внутренним потенциалом

$$\varphi = \pi G\rho (I - A_1 x_1^2 - A_2 x_2^2 - A_3 x_3^2). \tag{1.5}$$

Коэффициенты в (1.5), как известно, равны

$$I = a_1 a_2 a_3 \int_0^\infty \frac{ds}{D(s)}, \quad A_i = a_1 a_2 a_3 \int_0^\infty \frac{ds}{(a_i^2 + s)D(s)}, \tag{1.6}$$

$$D(s) = \sqrt{(a_1^2 + s)(a_2^2 + s)(a_3^2 + s)}, \quad i = 1, 2, 3.$$

Полный приведенный потенциал туманности во внутренней точке x_i

$$\begin{aligned} W = \Phi_0 - \Omega^2 R_0 \left(x_1 + \frac{x_2^2}{2R_0}\right) - \frac{1}{2} \left(\Omega^2 + R_0 \frac{d\Omega^2}{dR_0}\right) x_1^2 + \frac{\Omega^2}{2} [x_2^2 + (x_1 + R_0)^2] \\ + \pi G\rho (I - A_1 x_1^2 - A_2 x_2^2 - A_3 x_3^2) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x_3^2}\right)_0 x_3^2 \end{aligned} \tag{1.7}$$

после очевидных преобразований и сокращений приводится к виду

$$W = \Phi_0 - \frac{1}{2} \left(R_0 \frac{d\Omega^2}{dR_0} + 2\pi G\rho A_1\right) x_1^2 - \pi G\rho A_2 x_2^2 + \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x_3^2}\right)_0 - \pi G\rho A_3\right) x_3^2. \tag{1.8}$$

Согласно теории фигур относительного равновесия [8;9] поверхность глобулы должна совпадать с урвеной поверхностью $W = const$. С учетом принятой эллипсоидальности глобулы это требование дает

$$W = -\lambda \left(\frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{x_2^2}{a_2^2} + \frac{x_3^2}{a_3^2}\right) = const, \tag{1.9}$$

где λ — постоянный множитель, а W из (1.8). Приравнивая нулю коэффициенты при x_1^2 , x_2^2 и x_3^2 в (1.9), в итоге получим систему двух уравнений

$$a_1^2 \left(A_1 + \frac{R_0}{2} \frac{d}{dR_0} \left(\frac{\Omega^2}{\pi G \rho} \right) \right) = A_2 a_2^2 = a_3^2 \left(A_3 - \frac{1}{2\pi G \rho} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_3^2} \right)_0 \right). \quad (1.10)$$

Подчеркнем, что известные эллипсоиды Роша [9] представляют собой лишь частный случай среди рассматриваемых ниже конфигураций, когда источником внешнего поля является гравитирующая твердая сфера (см. ниже формулу (1.14)). У нас постановка задачи значительно шире, поскольку глобулы находятся в галактиках.

Для реальной средней плотности глобулы $\rho \approx 4 \cdot 10^{-21} \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ и с учетом

оценки Оорта для $\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_3^2} \right)_0 \approx -9,21 \cdot 10^{-30} c^{-2}$ [3], член

$$\frac{1}{2\pi G \rho} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_3^2} \right)_0 \approx 5,5 \cdot 10^{-3}$$

оказывается значительно меньше значения A_3 ($\geq 2/3$). Следовательно, последний член в правой части (1.10) можно отбросить, и с хорошим приближением тогда имеем

$$a_1^2 \left(A_1 + \frac{R_0}{2} \frac{d}{dR_0} \left(\frac{\Omega^2}{\pi G \rho} \right) \right) = a_2^2 A_2 = a_3^2 A_3. \quad (1.11)$$

Из уравнений (1.11) прежде всего следует, что $a_2 = a_3$, то есть фигурой относительного равновесия глобулы является сфероид с осью симметрии $O'x_1$. Далее, из (1.11) выводим также уравнение (индекс «0» отброшен)

$$\left(A_1 - \frac{a_2^2}{a_1^2} A_2 \right) = -\frac{R}{2\pi G \rho} \frac{d\Omega^2}{dR}. \quad (1.12)$$

Левая часть уравнения (1.12) зависит только от сжатия сфероида (рис. 2), правая же определяется внешним силовым полем и является функцией только от R . Для широкого спектра законов вращения в реальных галактиках, в том числе и в нашей звездной системе, правая часть в (1.12) будет неотрицательной функцией от R . Это значит, что глобулы в них могут быть только вытянутыми и никогда — сжатыми сфероидами. Этот вывод хорошо согласуется с данными наблюдений (см. введение).

Поскольку левая часть (1.12) имеет верхний предел (равный примерно 0.14), в приливном поле есть предельное расстояние R_{cr} , ближе которого на больших интервалах времени глобулы будут разорваны и существовать

как единое целое не смогут. Этот важный факт, согласно (1.12), можно выразить неравенством

$$-\frac{R}{2\pi G\rho} \frac{d\Omega^2}{dR} \leq 0, 14. \tag{1.13}$$

Фактически здесь мы имеем дело с обобщением известного критерия Роша.

Только в частном случае поля сферически симметричной массы M_c , когда имеет место кеплеровское спадание угловой скорости

$$\Omega^2 = \frac{M_c G}{R^3}, \tag{1.14}$$

критическое значение расстояния из (1.13) будет равно

$$R_{cr} = 1, 51 \left(\frac{M_c}{\rho}\right)^{1/3} = 2, 43 R \left(\frac{\rho_c}{\rho}\right)^{1/3}, \tag{1.15}$$

что совпадает с классическим критерием Роша.

В других же силовых полях с потенциалом Φ приливной критерий для фигур относительного равновесия следует из общего неравенства (1.13). Ниже R_{cr} находится конкретно для нашей Галактики.

Если глобула находится внутри Галактики, то правую часть (1.12) удобно записать так:

$$K = \frac{v_{rot}}{\pi G\rho R} \left[\frac{v_{rot}}{R} - \frac{dv_{rot}}{dR} \right], \tag{1.16}$$

где v_{rot} есть скорость вращения в Галактике на расстоянии R . Если выражать v_{rot} в км/с, а R в кпк, то из (1.12) и (1.16) для указанной выше средней плотности глобулы следует, что

$$A_1 - \frac{a_2^2}{a_1^2} A_2 = 1, 25 \cdot 10^{-6} \frac{v_{rot}}{R} \left[\frac{v_{rot}}{R} - \frac{dv_{rot}}{dR} \right]. \tag{1.17}$$

Левая часть этого уравнения зависит только от эксцентриситета сфероида e (рис. 2). Используя данные наблюдений [14;15], проведем вычисление правой части уравнения (1.17) для реального закона вращения в Галактике (рис. 3).

Результаты расчетов формы глобул по уравнению (1.17) показаны на рис. 4. Сжатие глобулы зависит от того, на каком расстоянии от центра Галактики она находится. На предельно малом расстоянии $R_{cr} \approx 0, 8$ кпк вытянутый сфероид имеет отношение полуосей $\frac{a_2}{a_1} \approx 0, 6$. Ближе этого

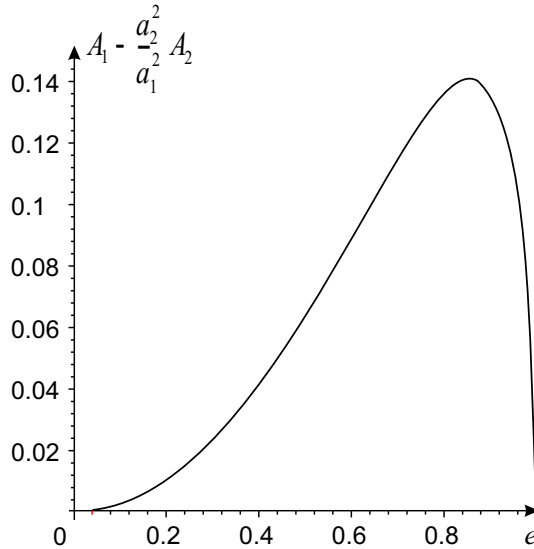


Рис. 2. Зависимость квадрата угловой скорости сфероида Маклорена $\frac{\Omega^2}{2\pi G\rho}$ от эксцентриситета меридионального сечения фигуры

приливного предела глобул относительного равновесия в нашей Галактике быть не должно. Напомним, однако, что этот результат является модельно зависимым. Так, если взять плотность в глобуле $\rho \approx 4 \cdot 10^{-20} \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ (что согласуется с работой [3]), то $R_{cr} \approx 0,8$ пк.

При удалении от центра Галактики глобулы, оставаясь вытянутыми в направлении на ее центр, быстро сферизуются (верхняя ветвь AC на рис. 4), или же, наоборот, приобретают форму сильно вытянутых сфероидов (нижняя ветвь AB) и поэтому являются неустойчивыми относительно распада на отдельные сгустки. Эти выводы относятся к глобулам без внутренних течений.

§ 2. Глобулы с внутренними течениями

Моделируем глобулу, как и выше, однородным трехосным эллипсоидом с потенциалом (1.5), причем допускаем существование внутри глобулы течений с полем скоростей $\vec{u}(u_1, u_2, 0)$. Уравнения гидродинамики во

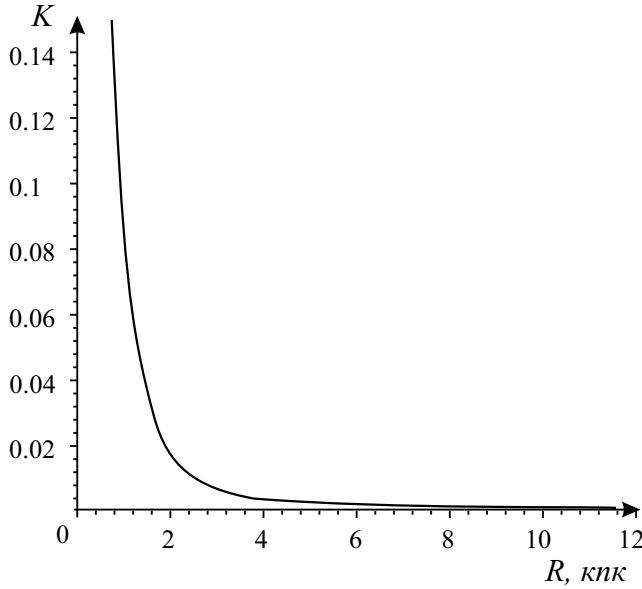


Рис. 3. Зависимость функции, стоящей в правой части уравнения (1.17) от расстояния между глобулой и центром Галактики

вращающейся системе отсчета имеют вид

$$\begin{aligned}
 u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial u_1}{\partial x_2} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_1} + \Omega^2 (x_1 + R_0) + \frac{\partial}{\partial x_1} (\Phi + \varphi) + 2\Omega u_2, \\
 u_1 \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_2} + \Omega^2 x_2 + \frac{\partial}{\partial x_2} (\Phi + \varphi) - 2\Omega u_1, \\
 0 &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_3} + \frac{\partial}{\partial x_3} (\Phi + \varphi),
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

где p — давление внутри глобулы. Если положить, что внутреннее поле скоростей в глобуле линейное по координатам

$$u_1 = \frac{a_1}{a_2} \lambda x_2, \quad u_2 = -\frac{a_2}{a_1} \lambda x_1, \quad u_3 = 0 \tag{2.2}$$

и сохраняет границу эллипсоида, а давление имеет вид

$$p = p_0 \left(1 - \frac{x_1^2}{a_1^2} - \frac{x_2^2}{a_2^2} - \frac{x_3^2}{a_3^2} \right), \tag{2.3}$$

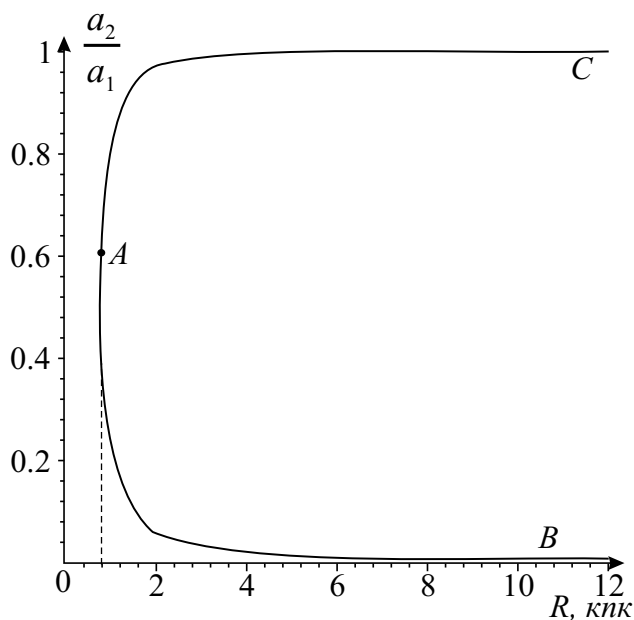


Рис. 4. Изображение двух последовательностей фигур относительного равновесия сферидальных глобул в зависимости от их расстояния до центра Галактики. На кривой AC расположены глобулы почти сферической формы, а на AB - сильно вытянутые глобулы, неустойчивые относительно распада на сгустки. Точка A - критическая, и ближе ее к центру Галактики фигуры будут разорваны приливными силами

то уравнения гидродинамики примут вид

$$\begin{aligned} \lambda^2 - 2\frac{a_2}{a_1}\lambda\Omega - 2\pi G\rho A_1 - R\frac{d\Omega^2}{dR} + \frac{2p_0}{a_1^2\rho} &= 0, \\ -\lambda^2 x_2 &= \frac{2p_0 x_2}{\rho a_2^2} + \Omega^2 - 2\pi G\rho A_2 x_2 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial R}\right)_0 \frac{x_2}{R} - 2\Omega\frac{a_1}{a_2}\lambda x_2, \\ 0 &= \frac{2p_0}{\rho a_3^2} x_3 - 2\pi G\rho A_3 x_3 + \left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x_3^2}\right)_0 x_3. \end{aligned} \quad (2.4)$$

При выводе (2.4) мы использовали соотношения (1.1).

Далее, исключая давление, запишем уравнения (2.4) в виде (множи-

тель $\pi G\rho$ включен в коэффициенты A_i)

$$\begin{aligned} \frac{2p_0}{\rho} &= a_1^2 \left(2\frac{a_2}{a_1}\lambda\Omega - \lambda^2 + 2A_1 + R\frac{d\Omega^2}{dR} \right) = a_2^2 \left(2\frac{a_1}{a_2}\lambda\Omega - \lambda^2 + 2A_2 \right) \\ &= a_3^2 \left(2A_3 - \left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x_3^2} \right)_0 \right). \end{aligned} \quad (2.5)$$

В (2.5) имеем систему из трех уравнений для четырех величин:

$$\frac{a_2}{a_1}, \frac{a_3}{a_1}, \lambda, p_0.$$

Таким образом, фигуры равновесия глобул с внутренними течениями также образуют однопараметрические последовательности. Уравнения (2.5) содержат полную информацию об искомым фигурах глобул. За единственный параметр удобно взять отношение $n_1 = \frac{a_2}{a_1}$. Внутренние течения в глобуле можно характеризовать величиной (ζ – вихрь поля скоростей)

$$f = \frac{\zeta}{\Omega} = -\frac{\lambda}{\Omega} \left(n_1 + \frac{1}{n_1} \right). \quad (2.6)$$

§ 3. Результаты расчетов

Система уравнений (2.5) была решена на различных расстояниях R от центра Галактики. Были выбраны значения R (кпк) = 0,8; 1,5; 8,5, причем данные по вращению в Галактике взяты, как и выше, из работ [14;15]. При этом мы используем известную оценку для величины $\frac{1}{2\pi G\rho} \left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x_3^2} \right)_0 \approx 5,5 \cdot 10^{-3}$, но не отбрасываем ее заранее, как в первом случае. Результаты расчетов показаны ниже.

Наименьшее R_{cr} , при котором еще существуют глобулы с внутренними течениями, оказалось равным примерно 0,8 кпк. Глобулы на этом предельно малом расстоянии лишь слегка отличаются от вытянутых сфероидов (рис.5) и имеют внутренние противотоки слабой интенсивности $f < 0$ (рис.6). Свободный параметр здесь изменяется лишь в небольших пределах $0,48 \leq n_1 \leq 0,53$ и для каждого из них есть своя фигура равновесия. Характерно, что у глобул течения не исчезают.

При $R = 1,5$ кпк параметр меняется в пределах $0,1 \leq n_1 \leq 0,93$ (рис. 7). В плоскости отношений полуосей последовательность фигур описывается замкнутой кривой, каждой точке которой соответствует свой трехосный эллипсоид. Нижний участок кривой соответствует фигурам с сопутствующими течениями ($f > 0$), а верхний участок занимают глобулы с противотоками ($f > 0$). Это объясняется тем, что сила Кориолиса

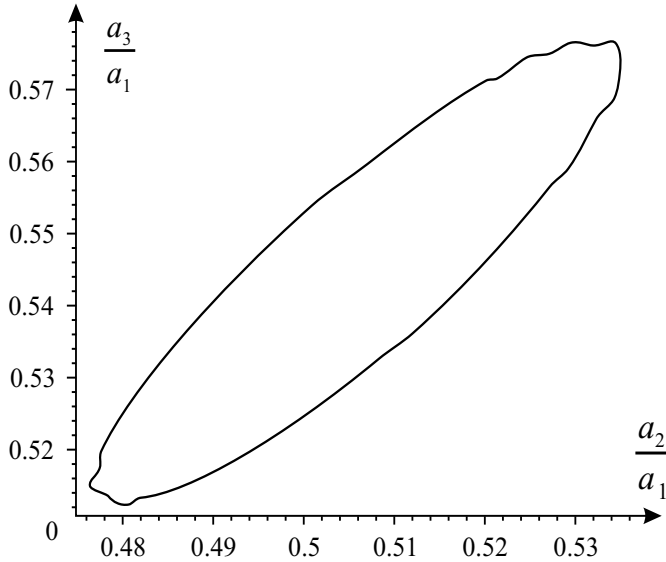


Рис. 5. В плоскости отношений полуосей последовательность фигур с внутренним полем скоростей описывается замкнутой кривой, каждой точке которой отвечает свой трехосный эллипсоид. Все фигуры имеют слабые противотоки. Расчет сделан для $R = 0,8$ кпк

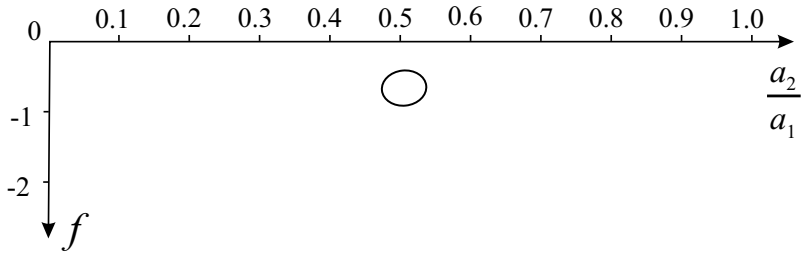


Рис. 6. Изменение параметра f на эллипсоидах с внутренними течениями. Расчет сделан для $R = 0,8$ кпк

от противотоков действует заодно с самогравитацией фигуры. Интенсивность внутренних течений остается, однако, сравнительно малой (рис. 8). Важно заметить: в эллипсоидах с предельными значениями n_1 внутреннее поле скоростей исчезает, и мы имеем дело с фигурой относительного равновесия.

На расстоянии $R = 8,5$ кпк, то есть на солнечном круге в Галактике,

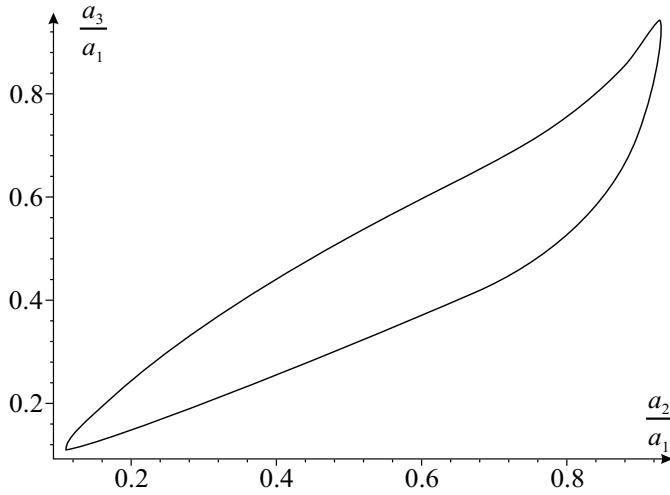


Рис. 7. Геометрическое место трехосных эллипсоидов при $R = 1,5$ кпк. Нижний участок кривой соответствует фигурам с сопутствующими течениями ($f > 0$), а верхний участок занимают глобулы с противотоками ($f > 0$).

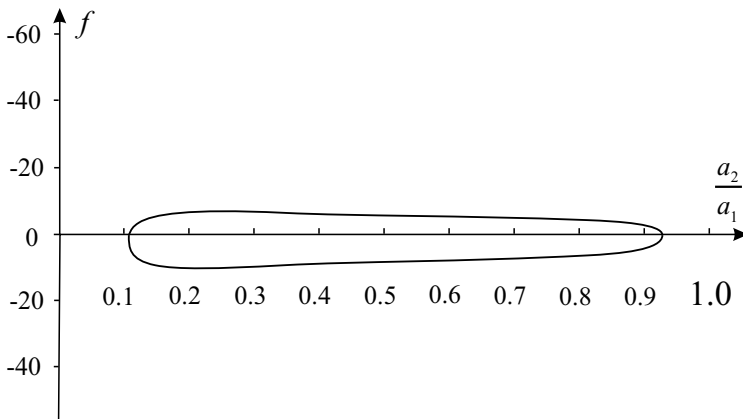


Рис. 8. Изменение параметра f на эллипсоидах с внутренними течениями. Расчет сделан для $R = 1,5$ кпк от центра Галактики

спектр фигур равновесия расширяется (рис. 9, 10) и $0,03 \leq n_1 \leq 1$, хотя фигуры с противотоками и с сопутствующими течениями геометрически мало отличаются друг от друга. При $n_1 \approx 1$ глобулы представлены сжатыми сфероидами (типа Е3), экваториальная плоскость которых совпада-

ет с главной плоскостью Галактики. Поскольку в сфероидальном пределе угловая скорость в инерциальной системе отсчета равна [9]

$$\Omega_{in} = \Omega \left(1 + \frac{f}{2} \right), \quad (3.1)$$

то ввиду $f = 0$ эти сфероиды, и противоположные им иглообразные эллипсоиды, являются фигурами относительного равновесия. Но уже в слегка отличных от них конфигурациях циркулируют течения большой интенсивности. На солнечном круге в Галактике глобулы с внутренним полем скоростей могут быть трехосными эллипсоидами, пространственная форма которых остается вытянутой в направлении на центр Галактики.

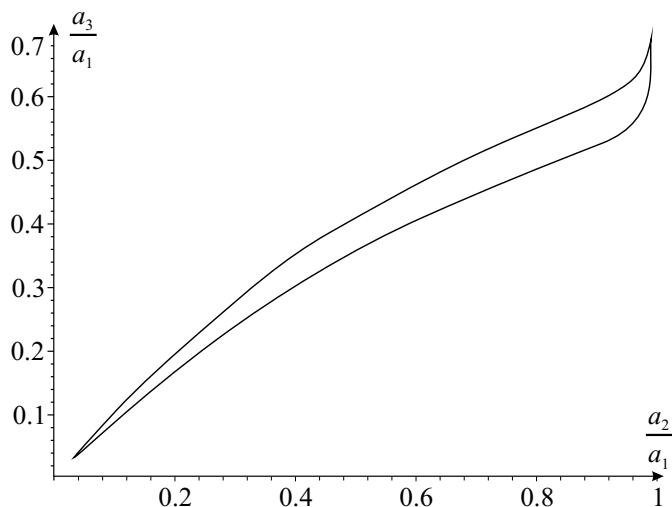


Рис. 9. Геометрическое место трехосных эллипсоидов на расстоянии $R = 8,5$ кпк от центра Галактики. Верхний кусок кривой изображает фигуры с противотоками, а нижний кусок – с сопутствующими течениями

Заключение

Фигуры относительного равновесия плотных молекулярных облаков образуют две однопараметрические последовательности и имеют форму вытянутых сфероидов с осью симметрии, указывающей на центр Галактики. Эксцентриситет вытянутых сфероидов e зависит от их удаленности R от силового центра, однако зависимость $e(R)$ является заметной только на интервале $0,1 \leq R$ (кпк) ≤ 3 , а в районе Солнца глобулы этого класса имеют или почти сферическую, или очень вытянутую форму. Ближе критического приливного радиуса, примерно равного $0,1 - 0,8$ кпк, глобулы в

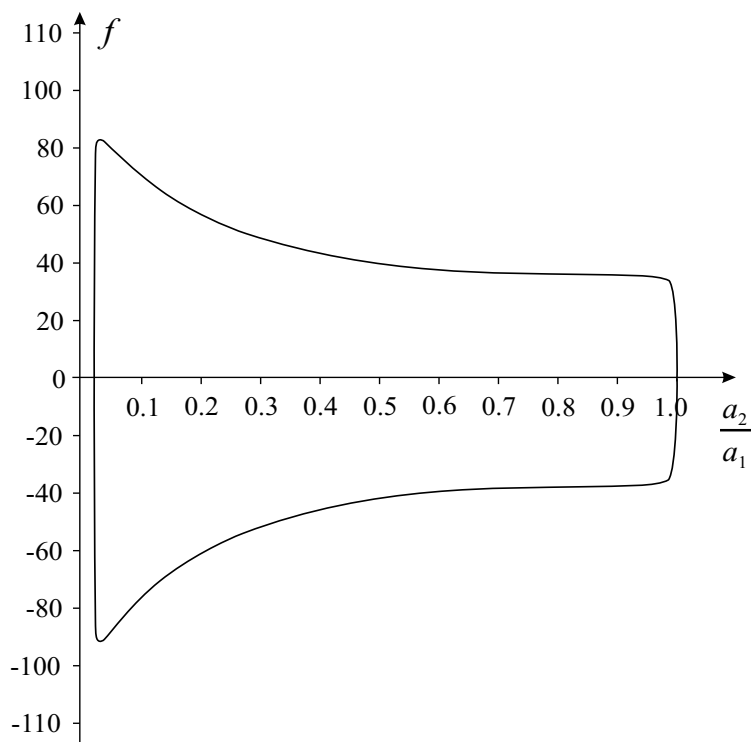


Рис. 10. Изменение параметра f на эллипсоидах с внутренними течениями. Расчет сделан для $R = 8,5$ кпк от центра Галактики

Галактике существовать не могут. Замечательно, что данное значение критического приливного радиуса относится как к фигурам относительного равновесия, так и к фигурам с внутренним полем скоростей.

Широкий спектр эллипсоидальных фигур равновесия возможен для глобул с внутренним полем скоростей. На любом из выбранных расстояний от центра Галактики глобула с внутренними течениями оказывается, как правило, трехосным эллипсоидом, вытянутым в направлении на центр Галактики. Сжатые сфероиды типа ЕЗ могут существовать только в качестве предельных. На каждом из допустимых расстояний могут существовать эллипсоиды с разными отношениями полуосей, а значит, и разной геометрической формы. Характерно, что при любых допустимых R последовательность фигур оказывается замкнутой в плоскости $\left(\frac{a_2}{a_1}, \frac{a_3}{a_1}\right)$, то есть для каждого n_1 , за исключением предельных граничных значений, существует две фигуры равновесия с разными отношениями $n_2 = \frac{a_3}{a_1}$ и

знаками f . Внутри этих эллипсоидов циркулируют внутренние течения. Вблизи приливного предела это слабые противотоки, а на средних и больших R внутри глобул могут существовать интенсивные течения и прямой, и обратной направленности. В частном случае, для предельных значений параметра n_2 , глобулы этого класса не имеют внутреннего поля скоростей. Все эти результаты являются в теории новыми.

Таким образом, результаты теории согласуются с данными наблюдений и также предсказывают вытянутую форму глобул. Степень вытянутости последних зависит от расстояния до центра Галактики. Отметим, что быстрый характер нарастания вытянутости глобул с расстоянием от центра также не противоречит данным наблюдений, поскольку, согласно работам [3;4], глобулы в среднем оказываются весьма вытянутыми объектами. Для глобул должен существовать аналог приливного предела Роша, и эти объекты не могут существовать ближе нескольких сотен парсек от центра Галактики. Однако учет магнитного поля внесет, возможно, новые нюансы в характеристики фигур равновесия.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bok B. J., Reilly E. Small dark nebula // *Ap. J.* 1947. Vol. 105. С. 255.
2. Сурдин В. Г. Рождение звезд. М.: УРСС, 2001.
3. Clemens D. P., Barvainis R. A catalog of small, optically selected molecular clouds: optical infrared, and millimeter properties // *Ap. JS.* 1988. Vol. 68. С. 157-186.
4. Ryden B. S. The shapes of dense cores and Bok globules // *Ap. J.* 1996. Vol. 471. С. 822-831.
5. Кисляков А. Г., Тернер Б.Е. Плотность ядер молекулярных облаков в зависимости от их галактоцентрического расстояния // *Астр. журн.* 1995. Т. 72. С. 168-179.
6. Кондратьев Б. П., Озерной Л. М. Какую пространственную форму имеют эллиптические галактики? // *Письма в Астр. журн.* 1979. Т. 5. С. 67-71.
7. Дибай Э. А. Образование кометообразных туманностей глобул и связанных с ними звезд // *Астр. журн.* 1971. Т. 48. С. 1134-1144.
8. Кондратьев Б. П. Теория потенциала и фигуры равновесия. Москва;Ижевск: РХД, 2003. 624 с.
9. Чандрасекхар С. Эллипсоидальные фигуры равновесия. М.: Мир, 1972. 288 с.
10. Кузмин Г. Г. Гидродинамика звездных систем // *Кинематика и динамика звездных систем и физика межзвездной среды.* Алма-Ата, 1965. С. 70-76.
11. Goodman A. A., Benson P. J., Fuller G. A., Myers P. S. Dense cores dark clouds. VIII. Velocity gradients // *Ap. J.* 1993. Vol. 456. С. 528.

12. Огородников К. Ф. Динамика звездных систем. М.: Физматгиз, 1958. 627 с.
13. Строение звездных систем. М.: ИЛ, 1962. 429 с.
14. Rubin V. C. // Symp. IAU. №. 84. С. 211.
15. Марочник Л. С., Сучков А. А. Галактика. М.: Наука, 1984. 392 с.

Поступила в редакцию 01.09.09

B. P. Kondratyev, N. G. Trubitsina

Equilibrium figures compact gas-dust of the nebulas in Galaxy

Ellipsoidal equilibrium figures of gas-dust nebulas in Galaxy are studied. There are two one-parameter sequences of equilibrium figures without internal flows. The figures have a form of prolate spheroids with symmetry axis, pointing to the centre of the Galaxy. Eccentricity of spheroids depends on R and on solar circle the globules or nearly spherical, or have much prolate form and unstable for disintegration on parts. The equilibrium figures of the nebulas with internal flows are triaxial ellipsoids, extended also toward on power centre. Near centre the globules have counterflows, but far from center allow direct and inverse direction of the velocity field. The system of equilibrium equations are presented. The figures of both classes can not exist in field of the Galaxy closer certain critical tidal radius, equal 0,1 — 0,8 кпк. The results have an theoretical novelty (for classical Riemann ellipsoids for and generalization of the Roche tidal limit) and practical value for study of globules. and nebulas. The Conclusion about extended form глобул will with observed data.

Keywords: ellipsoidal equilibrium figures, internal flows, tidal approximation, globules.

Кондратьев Борис Петрович,
доктор физико-математических
наук, профессор,
ГОУВПО «Удмуртский
государственный университет»,
426034, Россия, г. Ижевск,
ул. Университетская, 1 (корп. 6)
E-mail: kond@uni.udm.ru

Kondratyev Boris Petrovich,
doctor of physical-mathematical
science, professor
E-mail: kond@uni.udm.ru

Трубицына Наталья Геннадьевна
старший преподаватель
ГОУВПО «Удмуртский
государственный университет»,
426034, Россия, г. Ижевск,
ул. Университетская, 1 (корп. 6)
E-mail: trnat@list.ru

Trubitsina Natalya Gennadyevna
E-mail: trnat@list.ru