

ОТВЕТ НА «КОММЕНТАРИЙ К СТАТЬЕ В.А. АНТОНОВА, Б.П. КОНДРАТЬЕВА “К ВОПРОСУ О ВЕЛИЧИНЕ СМЕЩЕНИЯ ВНУТРЕННЕГО ЯДРА ЗЕМЛИ”»

© 2006 г. В. А. Антонов¹, Б. П. Кондратьев²

¹Главная астрономическая обсерватория РАН, г. С.-Петербург

²Удмуртский государственный университет, г. Ижевск

Мы ознакомились с письмом Б.В. Левина и В.П. Павлова по поводу нашей статьи “К вопросу о величине смещения внутреннего ядра Земли”, опубликованной в № 4 журнала “Физика Земли” (2004).

Отвечаем на письмо, придерживаясь шести его пунктов.

1. Не должно казаться удивительным, что главными для динамики жидкого ядра Земли являются течения жидкости и смещение в нем внутренней твердой массы. Расчеты показывают, что обратное влияние акустических и магнитогиродинамических волн оказывает на сами течения в ядре весьма малое влияние. В самом деле, упомянутые в письме звуковые волны проходят поперечник ядра за время порядка $t \sim 10$ мин, так что отношение $t/T \sim 10^{-2}$ (где T – период изменения внешнего приливного воздействия на Землю, измеряемый половиной земных суток). Следовательно, за период T эффект от звуковых волн успевает многократно усредниться и их влияние в итоге будет незначительным. Именно поэтому в картине течений ядра в первом приближении мгновенно отражается лишь внешнее гравитационное поле. Тезис же авторов письма “... эти колебания – основной эффект приливных воздействий в теле Земли...” в данном случае совершенно недействителен.

Кстати, в статье В.П. Павлова и Б.В. Левина [Левин, 2001] ни звуковых, ни магнитогиродинамических волн тоже нет. Лишь в работе [Павлов, 2004] В.П. Павловым делается попытка нахождения звуковых волн, но и то только на теоретическом уровне, никаких оценок влияния этих волн на течения у него не дается. По нашему мнению, как уже говорилось выше, есть веские аргументы для того, чтобы обратным влиянием звуковых волн на течения в жидком ядре можно было полностью пренебречь.

2. В этом пункте непонятно, в чем же сомневаются авторы письма. По правилам математической физики достаточно, что потенциал скоростей Φ удовлетворяет гидродинамическим уравнениям, уравнению неразрывности и граничному условию непротекания жидкости через твердые те-

ла. Второго решения в этой задаче нет и быть не может, т.к. разность первого и второго решения $\Phi_1 - \Phi_2$ удовлетворяла бы тогда уравнению Лапласа с обращением нормальной компоненты $\text{grad} \Phi$ на границе, т.е. получилось бы решение задачи Неймана с нулевым граничным условием, сводящееся, как известно, к постоянной, в данном случае несущественной.

К тому же Б.В. Левин и В.П. Павлов ошибаются, утверждая, что у нас в потенциале скоростей (см. формулу (3))

$$\Phi = \alpha \omega r + \beta \frac{\omega r}{r^3}$$

присутствуют две гармоники. Очевидно, гармоника здесь одна. Действительно, так как

$$\begin{aligned} \Phi &= \alpha(x\omega_x + y\omega_y + z\omega_z) + \frac{\beta}{r^3}(x\omega_x + y\omega_y + z\omega_z) = \\ &= \left(\alpha + \frac{\beta}{r^3}\right)r(\omega_x \sin \theta \cos \lambda + \omega_y \sin \theta \sin \lambda + \omega_z \cos \theta), \end{aligned}$$

то из сферических гармоник $Y_n^m(\theta, \lambda)$ у нас присутствует только случай $n = 1$, т.е. $(\sin \theta \cos \lambda, \sin \theta \sin \lambda, \cos \theta)$. **Высших гармоник нет и не должно быть в случае сферической границы.**

3. Но то, что справедливо при нахождении поля скоростей, нельзя распространять на вычисление приливной силы. Другими словами, в этом вопросе по данным наблюдений и из теоретических соображений внутреннее ядро следует считать сжатым с полюсов. Учет же сплюснутости жидкого ядра привел бы в данном вопросе к лишним и довольно кропотливым выкладкам, когда граничное условие ставится не прямо на сфере, нормаль тоже несколько отклоняется, и т.д. При учете сжатия внутреннего ядра в приливной силе, наряду с основной (первой) сферической гармоникой, появляется еще и третья гармоника. И здесь существенно, что относительная амплитуда третьей гармоники значительно меньше амплитуды первой (поскольку в третью гармонику очевид-

ным образом входит малое сжатие ядра), а ее влияние не нарушает свойств симметрии течений.

4. У нас в статье действительно неудачное словесное выражение. Отбрасывая в (1) центробежное ускорение, нам следовало говорить **о малости центробежных сил в сравнении с гравитацией Земли**. Действительно, в полный гравитационный потенциал Φ входит не только приливной потенциал от Луны Φ_2 , но и потенциал самой Земли Φ_1 , градиент от которого намного превышает приливное ускорение. С устранением этой оговорки все встает на свои места, и выкладки в нашей статье остаются прежними.

5. Физически неверное утверждение авторов письма. Как раз абсолютно естественно выпадение гравитационной постоянной G в окончательном результате, *поскольку восстанавливающая и возмущающая силы в одинаковой степени пропорциональны G* . Центробежная сила не составляет, конечно, исключения, т.к. пришлось бы считать величину Ω^2 пропорциональной ρ , что, разумеется, не имеет смысла. Фактически, и центробежные силы пропорциональны G . Наглядный простой пример: отклонение отвеса у подножия горы не зависит от G .

6. Пренебрегая гравитационным влиянием мантии на ядро Земли, мы основывались на оценке, сделанной в монографии [4, стр. 585]. Изучение притяжения слоистой оболочки дает формулу

$$F_{\text{мант}} \approx -2\tilde{A}_1 h_x.$$

Здесь h_x – смещение внутреннего ядра, а

$$\tilde{A}_1 \approx \pi G \bar{\rho}_{\text{мант}} [A_1(1) - A_1(n)]$$

(средняя плотность мантии взята равной 4 г/см^3), причем разность коэффициентов потенциала на внешней и внутренней границе мантии равно

$$A_1(1) - A_1(n) = \frac{2}{15}(e_{\text{ядра}}^2 - e_{\oplus}^2) = \frac{4}{15}(\epsilon_{\text{ядра}} - \epsilon_{\oplus}).$$

Так как

$$\epsilon_{\text{ядра}} - \epsilon_{\oplus} \approx 8 \times 10^{-4},$$

то для отношения сил

$$\begin{aligned} \nu &= \frac{F_{\text{мант}}}{F_{\text{жидкого ядра}}} = \\ &= \frac{3\bar{\rho}_{\text{мант}}}{2(\rho_{\text{я}} - \rho)} [A_1(1) - A_1(n)] \approx 4 \times 10^{-4}. \end{aligned}$$

Именно поэтому влиянием притяжения мантии в задаче о динамике внутреннего ядра можно пренебречь.

Мы ответили на вопросы, заданные нам авторами указанного письма. Заметим, что об отсутствии смещения внутреннего ядра Земли под приливным воздействием Луны ($\sim 10^{-3} \text{ см}$) говорил и

Н.Н. Парийский в работе [Парийский, 2000], любезно сообщенной нам В.П. Трубицыным при рецензировании нашей статьи. Метод Н.Н. Парийского отличен от нашего, но физический результат, тем не менее, у него и у нас получен один и тот же.

Пользуясь случаем отметим, что в указанных нам статьях [Левин, 2001; Левин, 2003; Павлов, 2004] большое место уделено выводу (см. в [Павлов, 2004] формулу (20)) и без того давно известного соотношения между давлением, плотностью и приведенным потенциалом в любой фигуре равновесия твердотельно вращающейся жидкости (о жидкости мы говорим, поскольку в первых двух работах предположена изотропия давления), см., например, главу 4 монографии [Крат, 1950]. К тому же во всех трех указанных статьях вывод дан с опорой на неизвестно откуда взявшийся постулат, что “скалярная функция может зависеть только от скалярных комбинаций динамических переменных задачи” [Павлов, 2004, с. 113]). На самом деле этот постулат, как показывает практика, приводит к неоправданному сужению поиска возможных решений. Например: открытие трехосных эллипсоидов Якоби, существование которых никак прямо не следует из априорного ожидания того, что центробежная сила могла бы поддерживать только симметричные относительно оси вращения формы. И Лагранж здесь ошибался!

Что касается отдельно работы [Павлов, 2004], заметим еще следующее:

а) по нашему мнению, общая задача в ней поставлена неправильно. В.П. Павлов рассматривает состояние твердого упругого тела и принимает во внимание касательные напряжения в нем. Но фактически это означает, что В.П. Павлов рассматривает упругое тело через малое время после приложения к нему нагрузки, т.е. еще не релаксировавшего. Земля, однако, не такова, ее эволюция была длительной, несколько миллиардов лет. За это время касательные (сдвиговые) напряжения в ее теле успели в глобальном смысле прорелаксировать, так что изотропное давление является хорошим приближением к нашей планете в целом (без учета структуры земной коры);

б) звуковые (сейсмические) колебания Земли к нашему времени тщательно изучены, см., например, [Буллен, 1966; Гутенберг, 1963], поэтому уравнение (43) в [Павлов, 2004] не дает в этом смысле ничего нового. Да и к проблеме смещения внутреннего ядра это уравнение не имеет никакого отношения;

в) в задаче о равновесии тела после приложения нагрузки возможность обойтись только следом Spre есть не всегда, а только в том случае, когда существует потенциал деформации, что очевидно при сферической симметрии, но не обязательно в

общем случае. Павлов в соответствующем месте не оговаривает необходимость данного тезиса;

г) относительно деформационных последствий чандлеровской нутации также имеется гораздо более совершенное изложение, см. [Молоденский, Крамер, 1961].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Буллен К.Е. Введение в теоретическую сейсмологию. М.: Мир. 1966.

Гуттенберг Б. Физика земных недр. М.: ИЛ. 1963.

Кондратьев Б.П. Теория потенциала и фигуры равновесия. М.–Ижевск: Изд-во РХД. 2003.

Крат В.А. Фигуры равновесия небесных тел. М.–Л.: Гостехтеориздат. 1950.

Левин Б.В., Павлов В.П. ТМФ. 2001. Т. 128. С. 439–445.

Левин Б.В., Павлов В.П. Физика Земли. 2003. № 7. С. 71–76.

Молоденский М.С., Крамер М.В. Земные приливы и нутация Земли. М.: Изд-во АН СССР. 1961.

Павлов В.П. ТМФ. 2004. Т. 141. С. 113–130.

Парийский Н.Н. О некоторых следствиях несферичности Земли. Избранные труды. М.: Изд-во ИФЗ РАН. С. 212–215.

Сдано в набор 16.09.2005 г.	Подписано к печати 16.11.2005 г.	Формат бумаги 60 × 88 ¹ / ₈
Цифровая печать	Усл. печ. л. 12.0	Усл. кр.-отт. 2.9 тыс.
	Тираж 233 экз.	Уч.-изд. л. 11.2
		Бум. л. 6.0
		Зак. 954

Учредители: Российская академия наук, Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН

Издатель – Научно-производственное объединение «Издательство «Наука»», 117997 Москва, Профсоюзная, 90

Оригинал-макет подготовлен МАИК «Наука/Интерпериодика»

Отпечатано в ППП «Типография «Наука», 121099 Москва, Шубинский пер., 6