Воронежский государственный университет
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
Математический институт им. В. А. Стеклова РАН

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ТЕОРИИ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ

МАТЕРИАЛЫ
Воронежской весенней математической школы
«Понтрягинские чтения – XXI»

Издательско-полиграфический центр
Воронежского государственного университета
2010

УДК 517.94(92;054,97)
С56

Издание осуществлено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по проекту 10–01–06809–моб_г

Современные методы теории краевых задач : материалы
С56 Воронежской весенней математической школы «Понтрягинские чтения – XXI». – Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2010. – 280 с.
ISBN 978-5-9273-1650-2

В сборнике представлены материалы докладов и лекций, включенных в программу Воронежской весенней математической школы, проводимой Воронежским государственным университетом совместно с Математическим институтом им. В. А. Стеклова РАН и Московским государственным университетом.

Тематика охватывает широкий спектр проблем качественной и спектральной теории дифференциальных уравнений, геометрии и анализа, моделирования, оптимального управления, теории игр и других смежных направлений, а также проблем преподавания математики в средних и высших учебных заведениях.

УДК 517.94(92;054,97)

ISBN 978-5-9273-1650-2

2. Кононенко Л.И. О гладкости медленной поверхности сингулярно возмущенных систем // Сиб. журн. индустр. математики. 2002. Т.5, №2(10).

3. Гольдштейн В.М. Соболев В.А. Качественный анализ сингулярно возмущенных систем. Новосибирск: изд. Ин-та математики СО АН СССР, 1988.

ИССЛЕДОВАНИЕ УРОВНЕЙ ОПЕРАТОРА ШРЕДИНГЕРА

Коробейникова Н.И., Пантюхина И.А. (Ижевск)
mathudgu@mail.ru

Рассматривается оператор вида

$$H = -\frac{d^2}{dx^2} + V_0\theta(x)\theta(x_0 - x) + V_1\theta(x - x_1),$$

где $\theta(x)$ - функция Хевисайда,$V_0 < 0$, $V_1 < 0$.

Функция Грина $G(x,\, y,\, E,\, V_0,\, V_1,\, x_0,\, x_1)$ оператора H (ядро резольвенты оператора) найдена в явном виде. Обозначим $k = \sqrt{E}$, $h = \sqrt{E - V_0}$, $m = \sqrt{E - V_1}$. Знаменатель Δ функции Грина оператора H имеет вид:

$$\begin{gathered}\Delta = e^{imx_1 - ihx_0} i(k-h)\times \\ \times\left[-(k+h)(k+m)e^{ik(x_0-x_1)} + (k-h)(k-m)e^{-ik(x_0-x_1)}\right] + \\ + e^{imx_1 + ihx_0} i(k-h)\times \\ \times\left[(h-k)(k+m)e^{ik(x_0-x_1)} + (k+h)(k-m)e^{-ik(x_0-x_1)}\right].\end{gathered}$$

Под резонансом оператора H понимаем полюс функции Грина относительно парметра (импульса) $k = \sqrt{E}$ ($E \in \mathbf{C}$). При этом решения уравнения Шредингера $H\psi = E\psi$, отвечающие сответствующему E будут экспоненциально возрастать при $|x| \to +\infty$.

Уровнем E оператора H будем называть собственное занчение или резонанс данного оператора (а также соответствующее E число $k = \sqrt{E}$). Существование уровня оператора H эквивалентно существованию решения уравнения $\Delta = 0$.

Будем предполагать, что имеет место зависимость $V_0 = -A_0\varepsilon^{\gamma_0}$ и $V_1 = -A_1\varepsilon^{\gamma_1}$, где A_0, A_1, γ_0, γ_1 - положительные числа.

Теорема. Пусть $A = \text{const} > 0$ и $\gamma_0 > 2$, $\gamma_1 > 2$, тогда у оператора H отсутствуют уровни вида $k = A\varepsilon$.

Предположим, что уровни k оператора H имеют вид $k = A\varepsilon^{\gamma}$, где $A > 0$ и $\gamma > 0$. При некоторых дополнительных условиях на γ_0, γ_1, γ показано, что оператор H имеет два уровня в окрестности нуля и получены асимптотические формулы.

Литература

Плетникова Н.И. Об уровнях оператора Шредингера с возмущенным ступенчатым потенциалом // Вестник Удмуртского университета. Математика. Ижевск. 2005. №1. С. 155-166.

БИФУРКАЦИИ АНДРОНОВА–ХОПФА НА БЕСКОНЕЧНОСТИ[1]

Красносельский А.М. (Москва)

sashaamk@iitp.ru

Предлагаются новые условия возникновения бифуркаций Пуанкаре–Андронова–Хопфа на бесконечности [1] для уравнений

(1) $$L(d/dt)x = f(x,\lambda),$$

$L(p)$ — многочлен с постоянными коэффициентами, $\deg L > 2$, функция f непрерывна по совокупности переменных $x \in R, \lambda \in \Lambda = (a,b)$ и равномерно ограничена.

Определение [1]. *Значение λ_0 параметра называется* точкой бифуркации на бесконечности *для уравнения (1) (с частотой w_0), если для каждого $\varepsilon > 0$ найдется такое $\lambda_\varepsilon \in (\lambda_0 - \varepsilon, \lambda_0 + \varepsilon)$, что уравнение (1) при $\lambda = \lambda_\varepsilon$ имеет периодическое решение $x_\varepsilon(t)$ периода T_ε, причем $|T_\varepsilon - 2\pi/w_0| < \varepsilon$ и $\max|x_\varepsilon(t)| > \varepsilon^{-1}$.*

Бифуркации Хопфа — классический объект исследований математиков, инженеров, специалистов по теории управления, физиков, биологов и пр. Обычно, точка бифуркации определяется линейной частью уравнения, если она зависит от λ (см. [1]); в [2] начато изучение уравнений вида (1) с линейной частью от λ не зависящей.

Пусть w_0 — корень многочленов $L(wi)$ и $\Im L(wi)$ одной и той же нечетной кратности и пусть $L(kw_0 i) \neq 0,\ k = 0,2,3,\ldots$.

Теорема 1 [2]. *Пусть $f(x,\lambda) \to f^{\pm}(\lambda)$, $x \to \pm\infty$ и функция $f^{+}(\lambda) - f^{-}(\lambda)$ принимает значения обоих знаков в каждой окрестности λ_0. Тогда λ_0 — точка бифуркации для уравнения (1).*

Теорема 2. *Пусть $f(x,\lambda) \to 0$, $x \to \pm\infty$. Более того, пусть $|f(x,\lambda)| \leqslant \Theta(|x|)$, где $\Theta : R^{+} \to R^{+}$ непрерывна, не возрастает и*

[1] Автор поддержан грантом РФФИ 10-01-93112-НЦНИЛ_а