

Воронежский государственный университет
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
Математический институт им. В. А. Стеклова РАН

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ТЕОРИИ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ

МАТЕРИАЛЫ

Воронежской весенней математической школы
«Понтрягинские чтения – XXI»

Издательско-полиграфический центр
Воронежского государственного университета
2010

УДК 517.94(92;054,97)

C56

*Издание осуществлено при поддержке Российского фонда
фундаментальных исследований по проекту 10-01-06809-моб_г*

Оргкомитет:

председатель В. А. Ильин, академик; сопредседатели: В. Т. Титов, ректор ВГУ, Е. И. Моисеев, академик, В. А. Садовничий, академик; заместители председателя: А. М. Ховив, Е. Н. Ищенко, Ю. В. Покорный, А. П. Хромов; члены оргкомитета: А. Д. Баев, А. В. Боровских, М. С. Никольский, Е. И. Радзиевская, Н. Х. Розов; ученый секретарь В. В. Провоторов

Программный комитет:

председатель В. А. Ильин; сопредседатель Ю. В. Покорный; заместители председателя: В. И. Гурман, А. В. Крицков, Ю. И. Сапронов; члены программного комитета: В. В. Жиков, В. И. Жуковский, А. И. Задорожный, В. Г. Задорожный, В. А. Кондратьев, И. П. Костенко, Г. А. Курина, М. С. Никольский, А. С. Печенцов, А. Н. Покровский, В. Д. Репников, В. И. Ряжских, А. П. Солдатов, А. И. Шашкин, А. С. Шамаев; ученый секретарь С. А. Шабров

Программный совет:

А. Е. Барабанов, С. В. Емельянов, В. А. Ильин, С. К. Коровин, А. В. Кряжимский, А. Б. Куржанский, Е. Ф. Мищенко, Ю. С. Осипов, С. М. Никольский, В. М. Тихомиров

Современные методы теории краевых задач : материалы
C56 Воронежской весенней математической школы «Понтрягинские
чтения – XXI». – Воронеж : Издательско-полиграфический центр
Воронежского государственного университета, 2010. – 280 с.
ISBN 978-5-9273-1650-2

В сборнике представлены материалы докладов и лекций, включенных в программу Воронежской весенней математической школы, проводимой Воронежским государственным университетом совместно с Математическим институтом им. В. А. Стеклова РАН и Московским государственным университетом.

Тематика охватывает широкий спектр проблем качественной и спектральной теории дифференциальных уравнений, геометрии и анализа, моделирования, оптимального управления, теории игр и других смежных направлений, а также проблем преподавания математики в средних и высших учебных заведениях.

УДК 517.94(92;054,97)

ISBN 978-5-9273-1650-2

© Математический факультет
Воронежского государственного
университета, 2010
© Издательско-полиграфический центр
Воронежского государственного
университета, 2010

Банахово пространство X , состоящее из числовых последовательностей $x = \{x_n\}_{n=1}^\infty$, назовем *модельным пространством*, если система канонических ортов $\{e_n\}_{n=1}^\infty$ образует базис в X . Скажем, что система $\{\varphi_n\}_{n=1}^\infty$ ненулевых элементов банахова пространства F является *фреймом* в F относительно X , если существуют постоянные $0 < A \leq B < \infty$ такие, что для любого непрерывного линейного функционала $g \in F^*$ его коэффициенты Фурье $\{(\varphi_n, g)\}_{n=1}^\infty$ удовлетворяют неравенствам

$$A\|g\|_{F^*} \leq \| \{(\varphi_n, g)\}_{n=1}^\infty \|_{X^*} \leq B\|g\|_{F^*}.$$

Теорема 1. Пусть $\{\varphi_n\}_{n=1}^\infty$ - фрейм в банаховом пространстве F относительно модельного пространства X . Тогда для каждого вектора $f \in F$ существует числовая последовательность $x = \{x_n\}_{n=1}^\infty$, принадлежащая пространству X и такая, что

$$f = \sum_{n=1}^\infty x_n \varphi_n.$$

Теорема 2. Пусть функция $\psi \in L^1 \cap L^p(\mathbb{R}^d)$, $1 < p < \infty$, такая, что $\int_{\mathbb{R}^d} \psi(t) dt \neq 0$ и

$$\left\| \sum_{k \in \mathbb{Z}^d} c_k \psi(\cdot - bk) \right\|_p \leq C \left(\sum_{k \in \mathbb{Z}^d} |c_k|^p \right)^{1/p}.$$

Тогда аффинная система функций

$$\psi_{j,k}(t) = |\det a_j|^{1/p} \psi(a_j t - bk), \quad j \in \mathbb{N}, \quad k \in \mathbb{Z}^d,$$

образует фрейм в $L^p(\mathbb{R}^d)$ относительно $l^1(l^p)$.

Литература

[1] П. А. Терехин, "Банаховы фреймы в задаче аффинного синтеза", *Матем. сборник*, **200**:9 (2009), 127-146.

УРАВНЕНИЕ ЛИППМАНА — ШВИНГЕРА ДЛЯ КВАНТОВЫХ ПРОВОЛОК Тинюкова Т.С. (Ижевск)

TAshih@mail.ru

В пространстве $l^2(\Gamma)$, где $\Gamma = (\mathbb{Z} \times \{0\}) \cup (\{0\} \times \mathbb{Z})$, рассматривается ограниченный самосопряженный оператор $H_V = H + V$, где H действует в $l^2(\Gamma)$ следующим образом:

$$(H\psi)(0,0) = \psi(1,0) + \psi(-1,0) + \psi(0,1) + \psi(0,-1), \quad .$$

$$\begin{aligned}(H\psi)(n, 0) &= \psi(n + 1, 0) + \psi(n - 1, 0), \quad n \neq 0, \\ (H\psi)(0, m) &= \psi(0, m + 1) + \psi(0, m - 1), \quad m \neq 0,\end{aligned}$$

$$\text{а } V(n, m) = \begin{cases} V_0(\delta_{n,N} + \delta_{n,-N}), & m = 0 \\ 0, & n = 0 \end{cases}, \text{ где } N \in \mathbf{N}.$$

Данный оператор является гамильтонианом электрона вблизи пересечения двух квантовых проволок, при этом потенциал V описывает влияние примесей. Существенный спектр оператора H_V представляет собой отрезок $[-2, 2]$.

Уравнение Липпмана – Швингера для оператора H_V имеет вид:

$$\begin{cases} \psi_1(n) = e^{i\theta n} - (R_0(\lambda)V_1\psi_1)(n) - \frac{f(V_1\psi_1)f(\delta)}{1-f^2(\delta)}(R_0\delta)(n), & n \in \mathbf{Z}, \\ \psi_2(m) = \frac{f(V_1\psi_1)}{1-f^2(\delta)}(R_0\delta)(m), & m \in \mathbf{Z}. \end{cases}$$

Здесь $\lambda \in (-2, 2)$, θ определяется равенствами $\cos\theta = \frac{\lambda}{2}$, $\sin\theta = -\sqrt{1 - (\frac{\lambda}{2})^2}$, $\psi(n, m) = \begin{cases} \psi_1(n), & m = 0 \\ \psi_2(m), & n = 0 \end{cases} \in l^2(\Gamma)$, $R_0(\lambda)$ – резольвента оператора H_0 , который действует в $l^2(\Gamma)$ по формуле

$$(H_0\varphi)(n) = \varphi(n - 1) + \varphi(n + 1), \quad n \in \mathbf{Z}.$$

Обозначим через $P_-(\lambda)$ вероятность отражения в точке λ .

Теорема. Предположим, что N четно. Тогда в достаточно малой окрестности нуля для всех достаточно больших V_0 существует единственное

$$\lambda = \lambda(V_0) = -\frac{2}{NV_0} + o\left(\frac{1}{V_0}\right)$$

такое, что $P_-(\lambda) = 0$.

О КЛАССИФИКАЦИИ ПОЛУГРУПП ОПЕРАТОРОВ РЕШЕНИЙ АБСТРАКТНОЙ ЗАДАЧИ КОШИ

Тихановцева В.С. (Екатеринбург)

vika8887@el.ru

Работа посвящена исследованию полугрупп операторов решений абстрактной задачи Коши $u'(t) = Au(t)$, $t \in [0, \infty)$, $u(0) = x$, в банаховых пространствах. Эти исследования приводят к необходимости классификации различных полугрупп и их генераторов. В продолжение работы [1], где основное внимание было уделено связи между полугруппами класса C_0 и современными полугруппами в настоящей работе получена следующая диаграмма, отражающая свойства полугрупп, сильно непрерывных при $t > 0$: