Воронежский государственный университет
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
Математический институт им. В. А. Стеклова РАН

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ТЕОРИИ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ

МАТЕРИАЛЫ
Воронежской весенней математической школы «Понтрягинские чтения – XXI»

Издательско-полиграфический центр
Воронежского государственного университета
2010

УДК 517.94(92;054,97)
С56

Издание осуществлено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по проекту 10–01–06809–моб_г

Современные методы теории краевых задач : материалы
С56 Воронежской весенней математической школы «Понтрягинские чтения – XXI». – Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2010. – 280 с.
ISBN 978-5-9273-1650-2

В сборнике представлены материалы докладов и лекций, включенных в программу Воронежской весенней математической школы, проводимой Воронежским государственным университетом совместно с Математическим институтом им. В. А. Стеклова РАН и Московским государственным университетом.

Тематика охватывает широкий спектр проблем качественной и спектральной теории дифференциальных уравнений, геометрии и анализа, моделирования, оптимального управления, теории игр и других смежных направлений, а также проблем преподавания математики в средних и высших учебных заведениях.

УДК 517.94(92;054,97)

ISBN 978-5-9273-1650-2

$$J_k = -\frac{\eta z_k}{\beta_k} C_k \frac{d\Phi}{dX} - \frac{1}{\beta_k} \frac{dC_k}{dX}, (k = 1...n), \tag{2}$$

$$\mu^2 \frac{d^2\Phi}{dX^2} = -\sum_{k=1}^{n} \gamma_k C_k; \tag{3}$$

$$X = 0 : C_k(0) = 1(k = 1...n), \Phi(0) = 0, \tag{4}$$

$$X = 1 : J_k = J(k = 1...n), \Phi(1) = -1. \tag{5}$$

Здесь C_k, D_k, z_k, J_k - безразмерная молярная концентрация, коэффициент диффузии, зарядовое число и безразмерная плотность потока k-го компонента; K_k - функция источника или стока для k-го компонента, возникающего или исчезающего в результате гомогенной химической реакции; Φ - безразмерный электрический потенциал; $\eta \sim 1$ - безразмерный параметр; β_k, γ_k - безразмерные коэффициенты; μ - малый параметр.

В докладе рассматривается частный случай электродиффузионного переноса четырех заряженных компонентов, два из которых имеют противоположные заряды и не вступают в химические реакции, а два других взаимодействующих заряженных компонента образуются в результате диссоциации нейтрального; приводится решение соответствующей краевой задачи, найденное метод пограничных функций А.Б. Васильевой [3].

Литература

1. Заболоцкий В.И., Никоненко В.В. Перенос ионов в мембранах. М.: Наука, 1996.

2. Ньюмен Дж. Электрохимические системы. М.: Мир, 1977. 460 с.

3. Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений. М.: Высшая школа, 1990. 208 с.

РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОНА НА ДОМЕННОЙ СТЕНКЕ

Чубурин Ю.П. (Ижевск)
chuburin@otf.pti.udm.ru

Рассмотрим оператор в $(L^2(\mathbf{R}))^2$ вида

$$H = -\frac{d^2}{dx^2} - \alpha \mathbf{M}(x) \cdot \sigma, \tag{1}$$

где $\alpha > 0$, $\mathbf{M}(x) = (v(x), 0, -\mathrm{sgn}x - w(x))$ - вектор намагниченности, $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ - набор матриц Паули. Здесь $v(x), w(x)$ - ненулевые вещественные функции такие, что $v^2(x)+(\mathrm{sgn}x+w(x))^2 = 1$ для всех x. Предполагается, что $v(x) = w(x) = 0$ вне некоторого промежутка $[-d, d]$, $d > 0$, функция $w(x)$ неотрицательна и монотонно возрастает в полуинтервале $[-d, 0)$, является нечетной и удовлетворяет оценке $w(x) \leqslant 1$($w(x)$ "сглаживает"функцию $\mathrm{sgn}x$), функция $v(x)$ неотрицательна,. Оператор (1) представляет собой гамильтониан электрона со спином, проходящего через доменную стенку в ферромагнитной квантовой проволоке. Существенный спектр оператора H совпадает с $[-\alpha, \infty)$.

С использованием аналога уравнения Липпмана-Швингера исследуется рассеяние для "налетающей волны" вида $(e^{i\sqrt{\lambda+\alpha x}}, 0)$. Обозначим через $P_1^+(P_1^-)$ и $P_2^+(P_2^-)$ вероятности прохождения (отражения) по 1-й и 2-й компоненте решения соответственно.

Теорема 1. *Предположим, что* $\lambda \in (-\alpha, \alpha)$. *Тогда* $P_1^- = 1 + O(\alpha), P_2^- = 0$. *Пусть теперь* $\lambda > 0$ *фиксировано. Тогда* $P_1^+ = 1 + O(\alpha), P_2^+ = O(\alpha)$.

Для больших α функции $\alpha v(x)$ и $\alpha w(x)$ при определенных условиях заменяем на соответствующие пределы: $a\delta(x)$ и 0 ($a = \mathrm{const}$).

Теорема 2. *Предположим, что* $\lambda \in (-\alpha, \alpha)$. *Тогда* $P_1^- = 1 + O(1/\alpha)$, $P_2^- = 0$. *Предположим теперь, что* $\lambda = A\alpha^p$, *где* $A > 0, p > 1$. *Тогда* $P_1^+ = 1 + O(1/\alpha^p), P_2^+ = O(\alpha^p)$.

Таким образом, как для достаточно малых, так и для достаточно больших α почти полное отражение для $\lambda \in (-\alpha, \alpha)$ сменяется почти полным прохождением (без переворачивания спина). Почти полное отражение согласуется с экспериментальным физическим эффектом BMR (ballistic magneto-resistance effect - резкое увеличение сопротивления в квантовой проволоке при небольшом увеличении магнитного поля).

О СТРУКТУРЕ МНОЖЕСТВ СИММЕТРИЙНОЙ ИНВАРИАНТНОСТИ РЕШЕНИЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ-СТОКСА

Шананин Н.А. (Москва)

nashananin@inbox.ru

Пусть $(v_1(t,x), \dots, v_n(t,x), p(t,x))$ - $\in C^\infty$-решение системы

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \partial_t v_l + \sum_{j=1}^n v_j \partial_{x_j} v_l - \nu \triangle v_l + \partial_{x_l} p & = & f_l(t,x,v) + a_l(t,x)p, \\ & & l = 1, 2, \dots, n, \\ \sum_{j=1}^n \partial_{x_j} v_j = g(t,x), & & (t,x) \in \Omega \end{array} \right. \qquad (1)$$