

Институт теоретической астрономии
Российской Академии наук

Международный институт
проблем астероидной опасности

Всероссийская конференция
с международным участием

Проблемы небесной механики

3–6 июня 1997, Санкт-Петербург

Программа и тезисы докладов

All-Russian Conference with
International Participation

Problems of Celestial Mechanics

June 3–6, 1997, St. Petersburg

Program and Abstracts

Санкт-Петербург

1997

Редакторы А. Г. Сокольский, А. С. Баранов

Проблемы небесной механики: Тез. докл. Всерос. конф. с междунар. участием «Проблемы небесной механики», Санкт-Петербург, 3–6 июня 1997 г. / Ин-т теор. астрон.; Под ред. А. Г. Сокольского, А. С. Баранова. — СПб.: Изд-во ИТА РАН, 1997. — 192 с.

Сборник содержит тезисы 85 докладов, заявленных на всероссийской конференции с международным участием «Проблемы небесной механики», Санкт-Петербург, 3–6 июня 1997 г. Конференция посвящается 140-летию со дня рождения великого русского математика и механика А. М. Ляпунова.

Конференция проводится при финансовой поддержке ГКНТ и РФФИ (грант 97-02-26077).

Problems of Celestial Mechanics: Abstracts of the All-Russian Conference with International Participation "Problems of Celestial Mechanics", St. Petersburg, June 3–6, 1997 / Institute of Theoretical Astronomy of Russian Academy of Sciences; Ed. Prof. A. G. Sokolsky, A. S. Baranov. — St. Petersburg, 1997. — 192 p.

The book contains abstracts of 85 reports presented at the All-Russian Conference with International Participation "Problems of Celestial Mechanics", St. Petersburg, June 3–6, 1997. The Conference is to commemorate the 140th anniversary of the great Russian mathematician and mechanician A. M. Lyapunov.

The Conference is sponsored by the State Committee for Science and Technology and by the Russian Fund of Basic Researches (grant 97-02-26077).

делить условия, при которых Определение 1 и Определение 2 не будут эквивалентны. В настоящей работе такие условия определяются.

Автор благодарен М. Л. Свешникову за полезную дискуссию.

Список литературы

1. Дубошин Г. Н. Небесная механика. Основные задачи и методы. — М.: Наука, 1975. — 799 с.
2. Кирсанов Н. О. Астронимикон: малые тела Солнечной системы // Астероидная опасность-95: Тез. докл. всерос. конф. с междунар. участием «Астероид. опасность», г. Санкт-Петербург, 23-25 мая 1995 г.: В 2 т. / РАН. Ин-т теорет. астрономии; Под ред. А. Г. Сокольского. — СПб.: Изд-во ИТА РАН, 1995. — Т. 1. — С. 27-30. — Рез. англ.: Astronymikon: Small Bodies of the Solar System. — Библиогр.: с. 30 (6 назв.).
3. Хопкинс Дж. Толковый словарь английских терминов по астрономии и астрофизике. — М.: Мир, 1980. — 300 с.
4. Brockhaus ABC der Astronomie / A. Weigert, H. Zimmermann. — Leipzig: F. A. Brockhaus, 1960. — 400 S.

Pericenter or Pericynthion?

N. O. Kirsanov

Institute of Theoretical Astronomy of RAS, St. Petersburg, Russia

I compare definitions of pericenter when the center of masses of the system and the center of masses of the "main" body is used as the center.

К вопросу о бифуркации от эллипсоидов Якоби грушевидных фигур равновесия вращающейся однородной жидкости

Б. П. Кондратьев

Удмуртский государственный университет, Ижевск, Россия

1. Теория фигур равновесия является трудоемкой областью точного знания, соприкасающейся с некоторыми сложными математическими проблемами. Истоки ее находятся в астрономии; и дальнейшее развитие учения о фигурах равновесия должно способствовать развитию данной науки.

2. С открытием трехосных эллипсоидов Якоби и неэллипсоид-

ных фигур равновесия появилось понятие о бифуркации. Сейчас полезность этого явления ни у кого не вызывает сомнения, т. к. оно стало одним из центральных в нелинейной динамике, в теории катастроф и синергетике. С бифуркацией связано таинство зарождения новых физических структур и фигур равновесия, в частности. Из-за своей сложности вопросы о бифуркации и сейчас требуют к себе повышенного внимания. Неосторожное обращение с нею легко может привести к путанице и противоречиям. Известным примером является знаменитый спор Ляпунова с Пуанкаре и Дарвином об устойчивости грушевидных фигур. Далее, в статье [1] была указана еще одна принципиальная ошибка. Речь идет о статье [2], где японские авторы пытались численными методами на ЭВМ рассчитать последовательность гантелеобразных фигур, ответвляющихся от S -эллипсоидов Римана с внутренними течениями. Суть ошибки в том, что не исследуя сложных вопросов перехода, в [2] без всякого обоснования внутреннее поле скоростей у фигур с формой «песочных часов» положили двумерным, а его завихренность — однородной. Но как показано в [1], при бифуркации такого рода поле скоростей из двумерного неизбежно становится трехмерным, а завихренность теряет, как правило, свойство однородности.

3. Ошибки и неверные утверждения о проблеме бифуркаций обнаружены нами также в недавней серии статей [3, 4, 5, 6]. Подробный анализ достоинств и недостатков этих статей мы дадим позднее, а сейчас остановимся только на статье [5]. В ней на стр. 501, в частности, утверждается, что вопреки Картану, на последовательностях Якоби точки вековой и динамической неустойчивости для грушевидных фигур не могут совпадать. Это утверждение или должно быть подтверждено (и тогда теорию фигур равновесия следовало бы переделывать!) или опровергнуто. Ниже приводятся аргументы в пользу последнего.

Рассмотрим жидкую гравитирующую массу, вращающуюся вокруг оси OX_3 с угловой скоростью Ω . Малые колебания данной массы описываются линеаризованной системой уравнений гидродинамики

$$\begin{aligned} i\sigma u_1 &= \frac{\partial \Phi}{\partial x_1} + 2\Omega u_2, \\ i\sigma u_2 &= \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} - 2\Omega u_1, \\ i\sigma u_3 &= \frac{\partial \Phi}{\partial x_3}, \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\Phi = \delta \left[\varphi - \frac{P}{\rho} + \frac{\Omega^2}{2} (x_1^2 + x_2^2) \right]. \quad (2)$$

Здесь ρ — плотность, φ — потенциал, P — давление, u_i — компоненты поля скоростей жидкости, σ — частота малых колебаний возмущенной фигуры, i — мнимая единица, δ — символ вариации. Из (1) находим поле скоростей

$$u_1 = \frac{i\sigma \frac{\partial \Phi}{\partial x_1} + 2\Omega \frac{\partial \Phi}{\partial x_2}}{4\Omega^2 - \sigma^2}; \quad u_2 = \frac{i\sigma \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} + 2\Omega \frac{\partial \Phi}{\partial x_1}}{4\Omega^2 - \sigma^2}; \quad u_3 = \frac{1}{i\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial x_3}. \quad (3)$$

С учетом (3) уравнение неразрывности

$$\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = 0 \quad (4)$$

дает

$$\sigma^2 \Delta \Phi = 4\Omega^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_3^2}. \quad (5)$$

Но лапласиан от Φ можно найти и сразу из (1); дифференцируя эти уравнения по x_i и складывая, получим

$$\Delta \Phi = 2\Omega L, \quad \text{где} \quad L = \frac{\partial u_2}{\partial x_1} - \frac{\partial u_1}{\partial x_2}. \quad (6)$$

Итак, уравнения гидродинамики дают

$$\Delta \Phi = 2\Omega L = \frac{4\Omega^2}{\sigma^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_3^2}. \quad (7)$$

В частности, при $\sigma = 0$ (нейтральная точка!) имеем $\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_3^2} = 0$ и

$$u_1 = \frac{1}{2\Omega} \frac{\partial \Phi}{\partial x_2}; \quad u_2 = -\frac{1}{2\Omega} \frac{\partial \Phi}{\partial x_1}, \quad (8)$$

и в этом случае уравнение неразрывности сразу дает нам

$$\frac{\partial u_3}{\partial x_3} = 0, \quad \text{т. е.} \quad u_3 = u_3(x_1, x_2) \quad (9)$$

Далее, при $\sigma = 0$ граничное условие

$$\frac{x_1}{a_1^2} u_1 + \frac{x_2}{a_2^2} u_2 + \frac{x_3}{a_3^2} u_3 = 0 \quad (10)$$

с учетом формул (8) дает выражение

$$\frac{x_1}{a_1^2} \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} - \frac{x_2}{a_2^2} \frac{\partial \Phi}{\partial x_1} + 2\Omega \frac{x_3}{a_3^2} u_3 = 0 \quad (11)$$

Это граничное условие должно выполняться на верхней и нижней части поверхности. Поэтому требуется приравнять нулю четную (относительно x_3) часть

$$\frac{x_1}{a_1^2} \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} - \frac{x_2}{a_2^2} \frac{\partial \Phi}{\partial x_1} = 0, \quad (12)$$

и нечетную относительно той же переменной (в силу (9))

$$2\Omega \frac{x_3}{a_3^2} u_3 = 0. \quad (13)$$

Из уравнений (12) и (13) следует, что в нейтральной точке должно быть

$$u_3 = 0; \quad \Phi = \Phi \left(\frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{x_2^2}{a_2^2} \right). \quad (14)$$

Таким образом, для существования нейтральной точки должна существовать такая толщина τ возмущающего слоя, чтобы удовлетворялось требование

$$\Phi = \Phi \left(\frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{x_2^2}{a_2^2} \right). \quad (15)$$

Оказывается, это не всегда возможно! Пусть, например, эллипсоид возмущается гармониками третьего порядка, т. е.

$$\frac{\tau}{l} = a_0 x_1^3 + a_1 x_1 x_2^2 + a_2 x_1 x_3^2 + b x_1. \quad (16)$$

Тогда, как хорошо известно из теории потенциала, вариация

$$\delta\varphi = A_0 x_1^3 + A_1 x_1 x_2^2 + A_2 x_1 x_3^2 + B x_1 \quad (17)$$

тоже выражается полиномом той же степени. Кроме того, в силу очевидного

$$\delta p = -\frac{\partial p}{\partial n} \cdot \tau, \quad \text{где} \quad p = p_0 \left(1 - \frac{x_1^2}{a_1^2} - \frac{x_2^2}{a_2^2} - \frac{x_3^2}{a_3^2} \right), \quad (18)$$

мы легко находим и вариацию

$$\Phi = \tilde{A}_0 x_1^3 + \tilde{A}_1 x_1 x_2^2 + \tilde{A}_2 x_1 a_3^2 \left(1 - \frac{x_1^2}{a_1^2} - \frac{x_2^2}{a_2^2} \right) + \tilde{B} x_1. \quad (19)$$

Суть дела заключается в том, что записанное в (19) Φ никак не выразить в требуемом виде (15).

Следовательно, на последовательности эллипсоидов Якоби нет чисто нейтральных точек. На ней могут быть лишь точки бифуркации рассматриваемых грушевидных фигур с необходимым и достаточным условием.

$$\Phi = 0. \quad (20)$$

Мы приходим к заключению, что для грушевидных фигур точки бифуркации и нейтральные точки обязаны совпадать друг с другом (т. к. точка бифуркации должна быть одновременно и нейтральной точкой).

Список литературы

1. Кондратьев В. П. // *Астрофизика*. — 1990. — Т. 33. — С. 129.
2. Eriguchi Y., Nachisu Y. // *Astron. and Astrophys.* — 1985. — V. 142. — P. 256.
3. Christodoulou D. M., Kazanas D. M., Shlosman I., Tohline J. E. // *Ap. J.* — 1995. — V. 446. — P. 472.
4. Christodoulou D. M., Kazanas D. M., Shlosman I., Tohline J. E. // *Ibid.* P. 485.
5. Christodoulou D. M., Kazanas D. M., Shlosman I., Tohline J. E. // *Ibid.* P. 500.
6. Christodoulou D. M., Kazanas D. M., Shlosman I., Tohline J. E. // *Ibid.* P. 510.

To the Question of Bifurcation of Pear-Shaped Figures of Equilibrium from Jacobi's Ellipsoids

B. P. Kondratyev

Udmurt State University, Izhevsk, Russia

Since the work of A. M. Liapounov (from 1884) it has been known that the bifurcation point of pear-shaped figures on the Jacobi sequence is a point of secular instability. In 1924 Cartan showed that this point is also a point of dynamical instability. More recently (in 1995, Christodoulou et al.) advocated that points of secular and dynamical instability cannot coincide in the case of Jacobi sequence. In the note we consider this difficult question. Some analytical arguments in the behalf of coincidence of points of secular and dynamical instability on Jacobi sequence have been represented.